

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Program Linear (*Linear Programming*)

Program linear merupakan salah satu ilmu matematika yang digunakan untuk memaksimalkan atau meminimumkan fungsi objektif dengan kendala tertentu. Program linear sebagai suatu teknik analisis kuantitatif, merupakan model matematika yang dapat diterapkan dalam pengambilan keputusan yang berhubungan dengan keterbatasan sumber daya demi mencapai tujuan terbaik yang telah ditentukan. Dalam masalah kandungan gizi dari sejumlah makanan yang berbeda-beda ini, program linier juga dapat digunakan untuk mencapai nilai optimumnya, yakni memenuhi persyaratan gizi harian dengan biaya minimum dengan menggunakan metode simpleks. Setiap perubahan pada koefisien fungsi tujuan, koefisien kendala, kapasitas kendala, penambahan kegiatan baru maupun penambahan kendala baru akan mengubah persoalan program linier dan pada akhirnya akan mempengaruhi solusi optimum.

Pengoptimalan adalah suatu proses yang digunakan untuk menyeimbangkan suatu peristiwa yang akan terjadi di masa yang akan datang. Pengoptimalan dilakukan berdasarkan data yang terjadi pada waktu yang lalu dan dianalisis dengan cara-cara tertentu. Oleh sebab itu secara garis besarnya langkah-langkah dalam metode simplek secara umum adalah pengumpulan data, menyeleksi data dan memilih data, dan evaluasi hasil akhir.

Model Pemrograman linear mempunyai tiga unsur utama, yaitu :

- a) Variabel Keputusan, adalah variabel persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Didalam proses pemodelan, penemuan variabel keputusan tersebut harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala-kendalanya.
- b) Fungsi Tujuan. Dalam model pemrograman linear, tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan kedalam sebuah fungsi matematika linear. Selanjutnya, fungsi ini dimaksimalkan atau diminimumkan terhadap kendala-kendala yang

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ada. Beberapa contoh tujuan yang hendak dicapai didalam pabrik manajemen adalah Pemaksimuman laba perusahaan, peminimuman biaya distribusi, dan lain sebagainya.

c) Kendala Kendala fungsional. Manajemen menghadapi berbagai kendala untuk mewujudkan tujuan-tujuannya.

Tabel 2.1 Bentuk Umum *Linear Programming* :

SUMBER DAYA	Kegiatan				KAPASITAS
	1	2	N	
1	a_{11}	a_{12}	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	a_{2n}	b_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	a_{m1}	a_{m2}	a_{mn}	b_m
Z/unit	C_1	C_2	C_n	
Tingkat Kegiatan	X_1	X_2	X_n	

Secara umum model matematis untuk kondisi maksimal dan minimasi terdapat perbedaan pada kendala. Untuk kasus maksimasi umumnya kendala berbentuk pertidaksamaan \leq , sedangkan kasus minimasi berbentuk pertidaksamaan \geq .

Kasus Maksimum

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Dengan kendala:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \geq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \geq b_2$$

⋮

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \geq b_m$$

$$X_{1,2,\dots}, X_n \geq 0$$

Kasus Minimum

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\geq b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\geq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &\geq b_m \\ X_{1,2,\dots}, X_n &\geq 0 \end{aligned}$$

2.2 Penyelesaian Model Program Linear dengan Metode Simpleks

Metode Simpleks

Untuk menyelesaikan Persoalan Program Linier dengan Metode Simpleks untuk fungsi tujuan memaksimalkan dan meminimumkan caranya berbeda.

Langkah-langkah penyelesaian simpleks minimum adalah:

1. Mengubah semua kendala ke Bentuk Kanonik dengan menambah variabel Slack (S). Variabel slack yang ada dimasukkan (ditambahkan) ke fungsi sasaran dan diberi koefisien 0.
2. Jika dalam matriks A sudah terbentuk Matriks Identitas maka disusun tabel awal simpleks sebagai berikut :

Table 2.2 Awal Simpleks

	C_j	C_1	C_2	..	C_n	0	0	..	M		
C_i	X_j	X_1	X_2	..	X_n	S_1	S_2	..	V_1	b_i	R_i
	X_i										
C_1	X_1	a_{11}	a_{12}	..	a_{1n}			..		b_1	R_1
:	:	:	:
C_m	X_m	a_{m1}						..		b_m	R_m
	Z_j	Z_1	Z_2	..	Z_n			..			
	$Z_j - C_j$	$Z_1 - C_1$	$Z_2 - C_2$..	$Z_n - C_n$..			

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Keterangan

- Baris C_j diisi dengan para koefisien Fungsi Tujuan (sasaran)
- Baris X_j diisi dengan nama-nama perubah (variabel) yang ada.
- Kolom X_i diisi dengan nama-nama perubah yang menjadi basis (variabel yang menyusun matriks Identitas) .
- Kolom C_i diisi dengan para koefisien perubah yang menjadi basis
- Kolom b_i diisi dengan para konstanta fungsi kendala (Nilai Sebelah Kanan/NSK).
- Baris Z_j diisi dengan rumus: $Z_j = \sum_{i=1}^m C_i a_{ij}, j = 1, \dots, n$
- Kolom R_i diisi dengan rumus $R_i = b_i / a_{ik}$ (a_{ik} = elemen-elemen yang berada dalam kolom kunci, dan R_i dihitung hanya untuk $a_{ik} \geq 0$)

Jika belum terbentuk matriks identitas (In) , maka matriks identitas dimunculkan dengan menambah *peubah semu* dan diberi notasi V. Perubah semu yang ada dimasukan di fungsi sasaran dengan koefisien sebesar (+M), dengan M adalah bilangan yang cukup besar.

Contoh:

Diberikan model program linear sebagai berikut

Meminimumkan : $Z = 3X_1 + 5X_2$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 4 \\ X_2 &= 12 \\ 3X_1 + 2X_2 &\geq 18 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Carilah nilai X_1 dan X_2 menggunakan metode simpleks?

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian

Bentuk standar persamaan dalam PL:

$$\text{Minimumkan: } Z = 3X_1 + 5X_2 + OS_1 + OS_3 + MR_2 + MR_3$$

$$X_1 + S_1 = 4$$

$$2X_2 + R_2 = 12$$

$$3X_1 + 2X_2 - S_3 + R_3 = 18$$

$$X_1, X_2, S_1, S_3, R_2, R_3 \geq 0$$

Substitusi:

$$R_2 = 12 - 2x_2$$

$$R_3 = 18 - 3x_1 - 2x_2 + S_3$$

Sehingga didapat:

$$Z = 3x_1 + 5x_2 + OS_1 + OS_3 + M(12 - 2x_2) + M(18 - 3x_1 - 2x_2 + S_3)$$

atau

$$Z = (-3M + 3)x_1 + (-4M + 5)x_2 + OS_1 + MS_3 + 30M$$

$$Z - (-3M + 3)x_1 - (-4M + 5)x_2 - OS_1 - MS_3 = 30M$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tabel 2.3 Simpleks lengkapnya dapat lihat seperti berikut ini:

Iterasi	Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_3	R_2	R_3	Solusi
0	Z	1	(3M-3)	(4M-5)	0	-M	0	0	30M
	S_1	0	1	0	1	0	0	0	4
	R_2	0	0	2	0	0	1	0	12
	R_3	0	3	2	0	-1	0	1	18
1	Z	1	(3M-3)	0	0	-M	$(-2M + \frac{5}{2})$	0	6M+30
	S_1	0	1	0	1	0	0	0	4
	x_2	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	6
	R_3	0	3	0	0	-1	-1	1	6
2	Z	1	0	0	0	-1	$(-M + \frac{3}{2})$	$(-M+1)$	36
	S_1	0	0	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	2
	x_2	0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	6
	x_1	0	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2

Jadi, diperoleh nilai $x_1=2$ dan $x_2=6$ dengan $Z_{optimal}=36$.