



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

MODEL PELUANG BARU MENGGUNAKAN CAMPURAN 7 DAN 8 FUNGSI DENSITAS PELUANG GAMMA

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh :

DONI ERFANDA
12250411742



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2026



© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

MODEL PELUANG BARU MENGGUNAKAN CAMPURAN 7 DAN 8 FUNGSI DENSITAS PELUANG GAMMA

TUGAS AKHIR

oleh:

DONI ERFANDA
12250411742

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 08 Januari 2026

Ketua Program Studi

Artono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Dr. Rado Yendra, M.Sc.
NIP. 19751115200801 1 010

UIN SUSKA RIAU



© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL PELUANG BARU MENGGUNAKAN CAMPURAN 7 DAN 8 FUNGSI DENSITAS PELUANG GAMMA

TUGAS AKHIR

oleh:

DONI ERFANDA
12250411742

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 08 Januari 2026

Pekanbaru, 15 Januari 2026
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003



Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc.
NIP. 19770103 200710 2 001

DEWAN PENGUJI

Ketua : Zukrianto, M.Si.
Sekretaris : Dr. Rado Yendra, M.Sc.
Anggota I : Ari Pani Desvina, M.Sc.
Anggota II : Rahmadeni, M.Si.

(Signatures of the Exam Board Members)



SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

: DONI ERFANDA

: 12250411742

: Sidodadi, 11 Maret 2004

: Sains dan Teknologi

: Matematika

: Model Peluang Baru Menggunakan Campuran 7 dan 8

: Fungsi Densitas Peluang Gamma

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa:

1. Penulis Skripsi dengan judul sebagaimana tersebut diatas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya saya sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu, skripsi saya ini, saya nyatakan bebas dari plagit.
4. Apabila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan skripsi saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai pareturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 26 Januari 2026



DONI ERFANDA
12250411742

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 8 Januari 2026
Yang membuat pernyataan,

DONI ERFANDA
12250411742

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamiin... Ucapan syukur kepada Allah SWT yang Maha Agung nan Maha Tinggi nan Maha Adil nan Maha Penyayang. Taburan cinta dan kasih sayang-Mu telah memberikanku kekuatan, membekaliiku dengan ilmu serta memperkenalkanku dengan cinta. Atas karunia serta kemudahan yang Engkau berikan kepadaku, akhirnya skripsi yang sederhana ini dapat terselesaikan. Shalawat dan salam selalu terlimpahkan keharibaan Rasulullah Muhammad SAW.

. Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kekasih dan kusayangi.

Bapak dan Mamak Tercinta

Sebagai tanda bukti, hormat dan terima kasih yang tiada terhingga kupersembahkan karya kecil ini kepada Bapak (Dedi Anto) dan Mamak (Marsinah) yang telah memberikan kasih sayang, ridho serta cinta kasih yang tiada terhingga. Semoga ini langkah awal untuk membuat bapak dan mamak bahagia, karna kusadar, selama ini belum bisa berbuat lebih. Terima kasih Pak... Terima kasih Mak...

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Kepada Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc selaku dosen pembimbing tugas akhir saya, terima kasih telah membantu saya selama ini, terima kasih telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, ilmu, serta nasehat-nasehat kepada dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Terimakasih pak...

Orang Terdekatku

Sebagai tanda terima kasih, aku persembahkan karya kecil ini untuk kakakku (Sary), dan Abangku (Riyan) yang selalu memberi dukungan dan semangat kepadaku dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Terimakasih Kak, Bang....

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

MODEL PELUANG BARU MENGGUNAKAN CAMPURAN 7 DAN 8 FUNGSI DENSITAS PELUANG GAMMA

DONI ERFANDA
NIM : 12250411742

Tanggal Sidang : 8 Januari 2026
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini dilatar belakangi oleh keterbatasan distribusi klasik seperti Normal, Eksponensial, dan weibull dalam memodelkan data dunia nyata yang memiliki karakteristik *skewness*, *heavy tails*, *multimodalitas*, atau *struktur hazard rate*, sehingga diperlukan pengembangan model peluang baru yang lebih fleksibel. Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk menghasilkan model peluang baru dengan satu parameter melalui metode campuran yang secara spesifik menggunakan 7 dan 8 fungsi densitas peluang Gamma. Metodologi penelitian mencakup penurunan karakteristik penting seperti fungsi distribusi kumulatif, fungsi survival, dan fungsi bahaya, serta penggunaan metode Maksimum Likelihood dengan iterasi numerik Newton – Raphson untuk estimasi parameter. Hasil penelitian ini diharapkan dapat membuktikan bahwa model campuran 7 dan 8 Gamma satu parameter memiliki performa yang lebih unggul dibandingkan model satu parameter yang sudah ada sebelumnya. Kontribusi penelitian ini mencakup pengembangan teoritis dalam ilmu statistik serta penyediaan model alternatif yang efisien dan parsimoni untuk diaplikasikan dalam berbagai bidang seperti biostatistika, keuangan, dan analisis keandalan.

Kata kunci : *Campuran Distribusi Gamma, Karakteristik Statistik, Metode Maksimum Likelihood. Model Peluang Baru, Satu Parameter.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

MODEL PELUANG BARU MENGGUNAKAN CAMPURAN 7 DAN 8 FUNGSI DENSITAS PELUANG GAMMA

DONI ERFANDA

12250411742

Date of Final Exam : January 8th, 2026

Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

This research is based on the limitations of classical distributions such as Normal, Exponential, and weibull in modeling real-world data that has the characteristics of constrain, thick tail, or multimodality, so it is necessary to develop a new opportunity model that is more flexible. The main objective of this study is to produce a new probability model with one parameter through a mixed method that specifically uses 7 and 8 Gamma probability density functions. Research methodology includes the decrease of important characteristics such as the cumulative distribution function, the survival function, and the hazard function, as well as the use of the Maximum Likelihood method with Newton-Raphson numerical iteration for parameter estimation. The results of this research are expected to prove that the 7 and 8 Gamma one parameter combination model has a superior performance compared to the existing one parameter model. The contribution of this research includes theoretical development in statistical science as well as the provision of efficient and partial alternative models to be applied in various fields such as biostatistics, finance, and reliability analysis.

Keyword : Gamma Distribution Mix, Statistical Characteristics, Maximum Likelihood Method.
New Opportunity Model, One Parameter.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT yang senantiasa melimpahkan kesehatan, rahmat serta hidayah-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini yang berjudul **“Model Peluang Baru Menggunakan Campuran 7 dan 8 Fungsi Densitas Peluang Gamma”**. Shalawat berangkaikan salam tidak lupa penulis curahkan kepada junjungan Nabi Besar Muhammad SAW yang telah membimbing manusia dari jalan kegelapan menuju jalan yang terang benderang yaitu agama islam.

Penyelesaian tugas akhir ini penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak yang terkait secara langsung maupun tidak langsung. Terutama dan terisitimewa penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta, bapak Dedi Anto dan ibu Marsinah yang senantiasa tidak pernah lelah memberikan rasa kasih sayang, perhatian, motivasi, doa dan materi yang tak henti-hentinya kepada penulis. Kemudian dengan kerendahan hati, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Prof. Dr. Hj. Leny Nofianti, MS., SE., M.Si., Ak., CA selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
Ibu Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika.
Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Sc, selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan dukungan serta arahan kepada penulis selama proses perkuliahan.
Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc selaku pembimbing yang selalu ada dan memberikan bimbingan, arahan serta nasehat kepada penulis sehingga Tugas Akhir penulis dapat diselesaikan.
Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku dosen Penguji I yang telah rela meluangkan waktunya dan sabar dalam menghadapi permasalahan penulis serta memberikan kritik dan saran dalam penyelesaian Tugas Akhir penulis.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Ibu Rahmadeni, M.Si selaku dosen Penguji II yang telah rela meluangkan waktunya dan banyak memberikan wawasan serta kritik dan saran dalam penulisan dan perbaikan Tugas Akhir penulis.

Teman-teman seperjuangan jurusan Matematika angkatan 2022, semoga kita selalu istiqomah dalam mencapai tujuan dan cita-cita kita.

Semua pihak yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung selama proses pembuatan Tugas Akhir ini, yang namanya tidak bisa disebutkan satu per satu.

Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi penulis maupun pembaca pada umumnya. Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kesalahan dan kekurangan dalam penulisan Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membantu dalam penyempurnaan penulisan Tugas Akhir ini. Kritik dan saran tersebut dapat disampaikan melalui alamat email penulis donierfanda@gmail.com

Akhir kata penulis mengucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Pekanbaru, 08 Januari 2026

Penulis

DONI ERFANDA

12250411742

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	Error! Bookmark not defined.
LEMBAR PENGESAHAN	Error! Bookmark not defined.
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	vi
LEMBAR PERSEMBAHAN	vii
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR.....	x
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR TABEL.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Masalah.....	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Fungsi Densitas Peluang, Fungsi Distribusi Kumulatif, Fungsi Survival dan Fungsi Hazard.	5
2.2 Momen ke-1 dan ke-2	6
2.3 Penelitian Terdahulu	6
2.4 Fungsi Gamma dan Fungsi Densitas Peluang Gamma	8
2.5 Beberapa Model Peluang yang Dihasilkan Menggunakan Teknik Fungsi Densitas Peluang Campuran Gamma yang Teratur.	13
2.6 Jenis Data dan Sumber Data	22
BAB III METODE PENELITIAN	24
3.1 Jenis Penelitian	24

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3.2	Langkah-langkah Penelitian	24
3.3	Diagram Alur	25
BAB IV	PEMBAHASAN.....	26
4.1	Fungsi Densitas Peluang Campuran 7 Distribusi Gamma dan 8 Distribusi Gamma	26
4.2	Model – Model Peluang 1 Parameter	26
4.3	Pola Umum Terhadap Perubahan Model – Model Peluang	27
4.4	Hasil Model Peluang Baru dari Pola Umum yang Telah Diketahui	27
4.5	Hasil Karakteristik Penting dari Model Peluang Baru.....	29
4.6	Estimasi Parameter Fungsi Densitas Peluang Campuran 7 Distribusi Gamma dan 8 Distribusi Gamma Menggunakan Maksimum Likelihood	34
BAB V	PENUTUP.....	40
5.1	Kesimpulan	40
5.2	Saran	40
	DAFTAR PUSTAKA	41
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP	43

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Kajian Terkait Model-Model Peluang 1 Parameter	6
Tabel 4.1 Data Penelitian	26
Tabel 4.2 fungsi Densitas Gamma dan Pemberatr Untuk Campuran 7	
Distribusi Gamma	27
Tabel 4.3 fungsi Densitas Gamma dan Pemberatr Untuk Campuran 8	
Distribusi Gamma	29
Tabel 4.4 Dataset.....	35



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pengembangan model peluang baru telah menjadi tema sentral dalam riset statistika. Distribusi klasik seperti Normal, Eksponensial, atau Weibull sering kali tidak memberikan fleksibilitas yang memadai ketika digunakan untuk memodelkan data nyata yang menunjukkan kemencengan (*skewness*), ekor tebal (*heavy tails*), multimodalitas, atau struktur *hazard rate* yang kompleks. Keterbatasan ini telah mendorong para ahli statistik untuk memperkenalkan keluarga distribusi baru dengan parameter tambahan dan mekanisme transformasi guna meningkatkan fleksibilitas model. Sebagai contoh, distribusi *Odd Exponentiated Half-Logistic* dan menekankan bahwa model tradisional sering kali tidak cukup untuk menangkap variasi data nyata [1]. Demikian pula, sebuah keluarga distribusi yang diperluas, dengan argumen bahwa penambahan parameter sangat penting untuk meningkatkan adaptabilitas dalam berbagai aplikasi [2]. Keluarga distribusi baru yang ter-generalisasi untuk menghadapi tantangan dalam biostatistika dan analisis keandalan [3]. Sejalan dengan itu, keluarga distribusi *Odd Chen-G*, dengan menekankan kebutuhan model yang mampu menggambarkan perilaku *hazard rate* yang kompleks [4]. Lebih baru lagi, keluarga distribusi *Generalized Transmuted-G* [5], yang semakin menguatkan gagasan bahwa kemunculan model peluang baru secara berkelanjutan merupakan hal yang sangat penting bagi analisis data modern.

Secara keseluruhan, kontribusi mutakhir ini menunjukkan bahwa proliferasi distribusi peluang baru bukan sekadar tren akademik, melainkan sebuah kebutuhan statistika. Distribusi baru tersebut menyediakan alat yang lebih andal untuk pemodelan, inferensi, dan prediksi yang lebih akurat pada berbagai bidang seperti analisis survival, keandalan teknik, keuangan, dan ilmu lingkungan.

Dalam pengembangan model peluang, penambahan parameter sering digunakan untuk meningkatkan fleksibilitas distribusi sehingga mampu menggambarkan berbagai bentuk data. Namun, literatur statistika klasik maupun



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

modern menegaskan bahwa model dengan terlalu banyak parameter tidak selalu lebih baik. Kompleksitas yang berlebihan dapat menimbulkan masalah estimasi, meningkatkan risiko mengurangi interpretabilitas model.

Prinsip parsimoni, yaitu bahwa model dengan jumlah parameter lebih sedikit lebih diutamakan selama masih mampu menjelaskan data secara memadai [9]. Sejalan dengan itu, model sederhana sering kali memberikan keseimbangan terbaik antara akurasi dan kompleksitas [7]. Kesederhanaan adalah faktor kunci dalam pemilihan model, karena model kompleks tidak selalu memiliki kinerja prediktif yang lebih baik dibanding model yang lebih ringkas [8].

Selain itu, kriteria seleksi model berbasis informasi, seperti AIC, cenderung lebih mendukung model dengan parameter lebih sedikit jika kinerja fit relatif sebanding [9]. Aplikasi praktis, model sederhana lebih mudah diinterpretasikan sekaligus lebih kuat secara prediktif dibanding model berparameter banyak [10].

Dengan demikian, meskipun munculnya distribusi peluang baru dengan parameter tambahan sangat penting untuk memperluas fleksibilitas model, literatur mutakhir tetap menegaskan bahwa model dengan jumlah parameter lebih sedikit sering kali lebih unggul dalam hal efisiensi, interpretasi, dan generalisasi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan diatas maka dirumuskan masalah penelitian sebagai berikut:

- Bagaimana pemodelan peluang baru dengan 1 parameter akan dihasilkan?
- Bagaimana menghasilkan karakteristik penting pada model peluang baru tersebut?.
- Bagaimana membuktikan model peluang baru lebih baik dari model-model peluang 1 parameter yang telah ada?



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini agar pembahasan sesuai dengan tujuan penelitian sebagai berikut:

1. Model peluang baru dihasilkan dengan cara metoda campuran beberapa distribusi gamma dengan parameter tertentu.
2. Membatasi permasalahan dengan menggunakan campuran 7 gamma dan 8 gamma.
3. Membatasi masalah dengan menghasilkan karakteristik penting diantaranya fungsi distribusi kumulatif, fungsi survival dan fungsi bahaya (*hazard function*)

1.4 Tujuan Masalah

Dari rumusan masalah diatas, akan dijelaskan tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Mendapatkan model peluang baru dengan 1 parameter.
2. Mendapatkan karakteristik penting lainnya dari model peluang baru tersebut.
3. Mendapatkan pembuktian model peluang baru dengan model-model peluang 1 parameter yang telah ada

1.5 Manfaat Penelitian

Ada beberapa manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini yaitu:

Bagi Keilmuan

Dapat menambah pengetahuan dan pemahaman penulis serta mahasiswa/I tentang model peluang baru 1 parameter, dan menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya mengenai model peluang baru 1 parameter yang dihasilkan.

Bagi Publik

Dapat dijadikan sebagai salah satu model peluang alternatif yang dapat digunakan sebagai pembanding dari model-model peluang yang telah ada.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penelitian tugas akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang masing-masing akan diuraikan menjadi beberapa bagian, sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori pendukung yang berkaitan dengan konsep model peluang (fungsi densitas peluang), konsep fungsi distribusi kumulatif, konsep distribusi campuran, fungsi survival , konsep fungsi bahaya, konsep transformasi variabel acak, konsep maksimum like lihood dan beberapa fungsi densitas peluang dengan 1 parameter.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah dalam rangka mencapai tujuan penelitian berupa metode yang dilakukan dalam penelitian, sumber data, hingga tahapan penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi penjelasan bagaimana penyelesaian model peluang campuran 7 distribusi gamma dan campuran 8 distribusi gamma

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan pada Bab sebelumnya.

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Fungsi Densitas Peluang, Fungsi Distribusi Kumulatif, Fungsi Survival dan Fungsi Hazard.

Empat fungsi yang sangat memegang peranan penting dalam melakukan pemodelan peluang yaitu fungsi densitas peluang, fungsi distribusi kumulatif, fungsi survival dan fungsi hazard memiliki keterkaitan satu sama lainnya. Fungsi-fungsi yang disebutkan di atas akan dibahas seperti berikut.

Fungsi Densitas Peluang

Defenisi : Variabel acak kontinu Y bernilai ril (R) dengan fungsi $f(y)$ dikatakan sebagai fungsi densitas peluang jika :

- a $f(y) \geq 0, \forall y \in R$
- b $\int_{-\infty}^{\infty} f(y) dy = 1$
- c $P(a < y < b) = \int_a^b f(y) dy$

2. Fungsi Distribusi Kumulatif

Defenisi : Fungsi Distribusi Kumulatif $F(y)$ untuk variabel acak kontinu Y dengan fungsi densitas peluang $f(y)$ adalah

$$F(y) = P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^y f(t) dt, \quad -\infty \leq y \leq \infty \quad (2.2)$$

3. Fungsi Survival

Definisi : Fungsi Survival $S(y)$ untuk variabel acak kontinu Y dengan fungsi distribusi kumulatif adalah

$$S(y) = 1 - F(y) \quad (2.3)$$

4. Fungsi Hazard

Definisi : Fungsi Hazard $h(y)$ untuk variabel acak kontinu Y dengan Fungsi Survival $S(y)$ dan fungsi densitas peluang $f(y)$ adalah

$$h(y) = \frac{f(y)}{S(y)}, \quad S(y) > 0 \quad (2.4)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.2 Momen ke-1 dan ke-2

Karakteristik statistik suatu fungsi densitas peluang atau distribusi yang memegang peranan penting adalah momen ke-1 dan momen ke-2, dimana jika X variabel acak dan $f(x)$ adalah fungsi densitas peluang, maka momen ke-1 dengan notasi $E(X)$ dan momen ke-2 dengan notasi $E(X^2)$ secara berturut-turut dapat diberikan sebagai berikut :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \text{ dan } E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \quad (2.5)$$

2.3 Penelitian Terdahulu

Tabel 2.1 Kajian Terkait Model-Model Peluang 1 Parameter

No.	Peneliti	Tahun	Metode Penelitian	Kajian
1.	Lindley	1958	Penelitian ini membahas tentang teknik campuran 2 fungsi densitas peluang gamma dengan parameter dan pemberat tertentu.	Hasil dari penelitian ini terciptanya suatu fungsi densitas peluang baru dengan 1 parameter yang disebut dengan Lindley Distribution.
	Shanker, R	2016 b	Penelitian ini membahas tentang teknik campuran 3 fungsi densitas peluang gamma dengan parameter dan pemberat tertentu.	Hasil dari penelitian ini terciptanya suatu fungsi densitas peluang baru dengan 1 parameter yang disebut dengan Sujatha Distribution.
	Shanker, R	2016 c	Penelitian ini membahas tentang teknik campuran 4	Hasil dari penelitian ini terciptanya suatu



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

			fungsi densitas peluang gamma dengan parameter dan pemberat tertentu.	fungsi densitas peluang baru dengan 1 parameter yang disebut dengan Amarendra Distribution.
4.	Shanker, R	2016 d	Penelitian ini membahas tentang teknik campuran 5 fungsi densitas peluang gamma dengan parameter dan pemberat tertentu.	Hasil dari penelitian ini terciptanya suatu fungsi densitas peluang baru dengan 1 parameter yang disebut dengan Devya Distribution.
	Shanker, R	2016 e	Penelitian ini membahas tentang teknik campuran 6 fungsi densitas peluang gamma dengan parameter dan pemberat tertentu.	Hasil dari penelitian ini terciptanya suatu fungsi densitas peluang baru dengan 1 parameter yang disebut dengan Shambhu Distribution.
	Messaadia and Zeghdoudi [11]	2018	Penelitian ini membahas tentang teknik campuran 2 gamma yang tidak beraturan	Penelitian ini menghasilkan fungsi densitas peluang baru yang disebut dengan distribusi

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

				Zeghdoudi
	Shanker, R [12]	2023	Penelitian ini membahas teknik 2 campuran distribusi gamma dengan pemberat yang berbeda dari distribusi Lindley	Penelitian ini menghasilkan fungsi densitas peluang baru yang disebut dengan distribusi Komal
	Panichkitkosolkul,et.al [13]	2025	Penelitian ini membahas teknik campuran 2 distribusi gamma yang tak beraturan	Penelitian ini menghasilkan fungsi densitas peluang baru yaitu distribusi Rama

2.4 Fungsi Gamma dan Fungsi Densitas Peluang Gamma

Variabel acak atau data sebagian besar fenomena yang terjadi memiliki nilai positif yang memiliki kecendrungan tidak simetri dan condong kekanan (*right skewness*). Pemodelan peluang untuk data yang memiliki sifat seperti diatas dapat dimodelkan dengan fungsi densitas peluang Gamma.

Defenisi : Variabel acak Y dikatakan memiliki distribusi Gamma dengan parameter $\alpha > 0$ (*shape parameter*) dan $\theta > 0$ (*scale parameter*) atau disimbolkan dengan Gamma (α, θ) jika dan hanya jika fungsi densitas Y

$$f(y) = \begin{cases} \frac{\theta^\alpha y^{\alpha-1} e^{-y\theta}}{\Gamma(\alpha)}, & 0 \leq y \leq \infty \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Dimana

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (2.6)$$

$\Gamma(\alpha)$ dikenal dengan fungsi Gamma dan $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$, untuk α bilangan bulat.

Defenisi : Fungsi distribusi kumulatif Gamma $F(y)$ dengan variabel acak kontinu yang memiliki :

$$F(y) = P(Y \leq y) = \int_0^y \frac{\theta^\alpha t^{\alpha-1} e^{-t\theta}}{\Gamma(\alpha)} dt$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan mengambil suatu permisalan $u = t\theta, t = \frac{u}{\theta}, dt = \frac{1}{\theta} du$, maka fungsi distribusi kumulatif Gamma adalah :

$$F(y) = \frac{\theta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{y\theta} \frac{u^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha-1}} e^{-u} \frac{du}{\theta} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{y\theta} u^{\alpha-1} e^{-u} du = \frac{\gamma(\alpha, y\theta)}{\Gamma(\alpha)} \quad (2.7)$$

Dimana $\gamma(\alpha, y)$ adalah *lower incomplete Gamma* yang didefinisikan

$$\gamma(\alpha, y) = \int_0^y t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (2.8)$$

Fungsi *upper incomplete Gamma* juga memegang peranan penting dalam membahas fungsi distribusi kumulatif suatu fungsi densitas peluang. Upper incomplete Gamma dinotasikan $\Gamma(\alpha, y)$ yang didefinisikan :

$$\Gamma(\alpha, y) = \int_y^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad (2.9)$$

1. Fungsi Gamma

Hubungan fungsi gamma dan faktorial dapat dapat ditunjukkan dari pola penyelesaian integral fungsi gamma untuk bilangan bulat α seperti berikut :

$$\Gamma(1) = \int_0^\infty y^{1-1} e^{-y} dy = \int_0^\infty e^{-y} dy = -e^{-y} \Big|_0^\infty = 1$$

$$\Gamma(2) = \int_0^\infty y^{2-1} e^{-y} dy = \int_0^\infty y e^{-y} dy = \int_0^\infty e^{-y} dy = \Gamma(1)$$

$$\Gamma(3) = \int_0^\infty y^{3-1} e^{-y} dy = \int_0^\infty y^2 e^{-y} dy = 2 \int_0^\infty y e^{-y} dy = 2\Gamma(2)$$

$$\Gamma(4) = \int_0^\infty y^{4-1} e^{-y} dy = \int_0^\infty y^3 e^{-y} dy = 3 \int_0^\infty y^2 e^{-y} dy = 3\Gamma(3)$$

$$\Gamma(5) = \int_0^\infty y^{5-1} e^{-y} dy = \int_0^\infty y^4 e^{-y} dy = 4 \int_0^\infty y^3 e^{-y} dy = 4\Gamma(4)$$

Dari bentuk di atas dapat ditentukan nilai fungsi Gamma 5 ($\Gamma(5)$) sebagai berikut :

$$\Gamma(5) = 4\Gamma(4) = 4 \times 3\Gamma(3) = 4 \times 3 \times 2\Gamma(2) = 4 \times 3 \times 2 \times \Gamma(1) = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$$

Untuk k bilangan bulat positif dapat diturunkan bentuk fungsi gamma

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty y^{k-1} e^{-y} dy = k-1 \int_0^\infty y^{k-2} e^{-y} dy = k-1 \Gamma(k-1) = (k-1)!$$

2. Fungsi Densitas Peluang Gamma

Distribusi Gamma merupakan fungsi densitas peluang yang dapat ditunjukkan memenuhi definisi suatu fungsi densitas peluang seperti yang telah dibahas di atas, terutama untuk definisi kedua sebagai berikut :

$$\frac{\theta^\alpha y^{\alpha-1} e^{-y\theta}}{\Gamma(\alpha)} dy$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

misal $u = y\theta, y = \frac{u}{\theta}, dy = \frac{du}{\theta}$

$$\frac{\theta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty \frac{u^{\alpha-1}}{\theta^{\alpha-1}} e^{-u} \frac{du}{\theta} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty u^{\alpha-1} e^{-u} du = \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} = 1$$

Pembuktian di atas memberikan satu bentuk yang sangat penting yang dapat digunakan dalam penyelesaian suatu integral berikut :

$$\int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y\theta} dy = \frac{\Gamma(\alpha)}{\theta^\alpha} \quad (2.10)$$

Fungsi Densitas Peluang Campuran

Misal $f(y)$ notasi fungsi densitas peluang variabel acak kontinu Y yang memiliki distribusi campuran dan didefinisikan sebagai berikut :

$$f(y) = w_1 f_1(y) + w_2 f_2(y) + \cdots + w_k f_k(y) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(y) \quad (2.11)$$

Dimana $f_1(y), f_2(y), \dots, f_k(y)$ adalah fungsi densitas peluang dan $w_1, w_2, \dots, w_k$ adalah pemberat, dimana $\sum_{i=1}^k w_i = 1$. Konsep fungsi densitas peluang campuran ini sangat penting manfaatnya dalam melakukan pemodelan peluang untuk data yang memiliki gelombang histogram lebih dari 1. Histogram data yang memiliki gelombang lebih dari 1 merupakan ciri-ciri awal yang sangat nyata dalam data tersebut dapat dimodelkan menggunakan 2 fungsi densitas peluang atau lebih. Konsep fungsi densitas peluang campuran juga merupakan konsep yang sangat baik dalam menghasilkan suatu model peluang atau fungsi densitas peluang baru, sebagai contoh fungsi densitas peluang Lindley yang dipopulerkan pada tahun 1958 adalah merupakan hasil campuran dua fungsi densitas peluang gamma yaitu $f_1(y) = \theta e^{-y\theta}$ dan $f_2(y) = \theta^2 y e^{-y\theta}$ dengan pemberat $w_1 = \frac{\theta}{\theta+1}$ dan $w_2 = \frac{1}{\theta+1}$.

Fungsi densitas peluang Lindley dapat dihasilkan menggunakan konsep fungsi densitas peluang campuran sebagai berikut :

$$f(y) = w_1 f_1(y) + w_2 f_2(y)$$

$$= \frac{\theta}{\theta+1} \theta e^{-y\theta} + \frac{1}{\theta+1} \theta^2 y e^{-y\theta} = \frac{\theta^2}{\theta+1} (1+y) e^{-y\theta}, y, \theta \geq 0$$

$f_1(y)$ dan $f_2(y)$ dikenal secara berturutan sebagai fungsi densitas peluang Gamma (1, θ) dan Gamma (2, θ).

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4. Maksimum Likelihood

Misal variabel acak kontinu $y_1, y_2, \dots, y_n$ memiliki fungsi densitas peluang dengan parameter $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ yaitu $f(y|\theta)$. Fungsi densitas peluang bersama sebagai perkalian fungsi densitas peluang $\prod_{i=1}^n f(y_i|\theta)$ merupakan suatu fungsi yang disebut sebagai fungsi Likelihood yang dinotasikan dengan $L(\theta|y_1, y_2, \dots, y_n)$ dengan $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ sebagai parameter. Notasi fungsi Likelihood biasanya disingkat menjadi $L(\theta)$, sehingga fungsi Likelihood dapat ditulis sebagai :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i|\theta) . \quad (2.12)$$

Nilai logaritma asli dari fungsi Likelihood akan menghasilkan suatu fungsi Log Likelihood. Fungsi ini dinotasikan dengan $l(\theta)$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$$l(\theta) = \log(L(\theta)) = \sum_{i=1}^n \log(f(y_i|\theta)) \quad (2.13)$$

Estimasi parameter $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ dapat dihasilkan dari memaksimumkan fungsi Log Likelihood terhadap parameter θ . Memaksimumkan fungsi tentu saja adalah dengan menurunkan fungsi tersebut terhadap parameter. Secara matematis hal ini dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{d(l(\theta))}{d\theta_1} = 0 \text{ dan } \frac{d(l(\theta))}{d\theta_2} = 0$$

Penyelesaian persamaan nonlinier homogen yang muncul akibat memaksimumkan fungsi di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan metoda numerik. Salah satu metoda numerik yang digunakan adalah Metoda Newton-Rhapson.

5. Metoda Newton Rhapson

Metoda Newton Rhapson adalah Proses iterasi numerik yang dapat digunakan untuk mendapatkan penyelesaian persamaan nonlinier. Iterasi yang mendekati penyelesaian persamaan dikatakan bahwa iterasi tersebut konvergen.

6. Metoda Newton Rhapson 1 Parameter

Misal $l(c)$ adalah fungsi log likelihood suatu fungsi densitas peluang. Memaksimumkan fungsi tersebut akan menghasilkan persamaan non linier homogeny yang akan ditentukan penyelesaiannya yaitu $l'(\theta) = 0$. Persamaan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

tersebut akan ditentukan penyelesaian untuk θ . Metoda Newton Rhapson memerlukan nilai awal untuk estimasi θ , misalkan $\hat{\theta}_0$ sedemikian hingga $l(\hat{\theta}_0)$ mendekati 0. Iterasi pertama $\hat{\theta}_1$ dapat dihipotesis sebagai berikut :

$$\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_0 - \frac{l'(\hat{\theta}_0)}{l''(\hat{\theta}_0)} \quad (2.14)$$

$l'(\hat{\theta}_0)$ adalah turunan pertama dari $l'(\theta)$ yang dihasilkan untuk $\theta = \hat{\theta}_0$, sedangkan $l''(\hat{\theta}_0)$ adalah nilai $l''(\theta)$ yang dihasilkan untuk $\theta = \hat{\theta}_0$. Secara umum untuk iterasi ke $(k + 1)$ dapat dihipotesis $\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - \frac{l'(\hat{\theta}_k)}{l''(\hat{\theta}_k)}$. $l''(\hat{\theta}_k)$ adalah turunan pertama dari $l'(\theta)$ yang dihasilkan untuk $\theta = \hat{\theta}_k$, sedangkan $l'(\hat{\theta}_k)$ adalah nilai $l'(\theta)$ yang dihasilkan untuk $\theta = \hat{\theta}_k$. Penyelesaian untuk θ dapat dihasilkan jika hampiran iterasi $l(\hat{\theta}_k)$ mendekati 0.0000001 atau 0,00000001.

7. Metoda Newton Rhapson 2 Parameter

Misalkan ingin ditentukan penyelesaian untuk θ_1, θ_2 sedemikian hingga persamaan non linier non homogen 2 parameter $l_1(\theta_1, \theta_2) = 0$ dan $l_2(\theta_1, \theta_2) = 0$. Langkah berikut adalah menentukan turunan partial untuk

$$\frac{dl_1(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_1}, \frac{dl_1(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_2}, \frac{dl_2(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_1} \text{ dan } \frac{dl_2(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_2}$$

Yang menjadi elemen matrik Jakobian berukuran 2 x 2 sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{dl_1(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_1} & \frac{dl_1(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_2} \\ \frac{dl_2(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_1} & \frac{dl_2(\theta_1, \theta_2)}{d\theta_2} \end{bmatrix}$$

Dengan mendapatkan invers dari matrik Jacobian di atas yang dinotasikan dengan J^{-1} :

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

Hampiran iterasi 1 untuk θ_1, θ_2 yang dinotasikan secara berurutan $\hat{\theta}_1^{(1)}$ dan $\hat{\theta}_2^{(1)}$ adalah sebagai berikut :

$$\hat{\theta}_1^{(1)} = \hat{\theta}_1^{(0)} - \left(b_{11}^{(0)} l_1(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}) + b_{12}^{(0)} l_2(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}) \right)$$

$$\hat{\theta}_2^{(1)} = \hat{\theta}_2^{(0)} - \left(b_{21}^{(0)} l_1(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}) + b_{22}^{(0)} l_2(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}) \right)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$\hat{\theta}_1^{(0)}$ dan $\hat{\theta}_2^{(0)}$ nilai awal parameter θ_1 dan θ_2 secara berturut-turut. $l_1(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)})$ adalah nilai $l_1(\theta_1, \theta_2)$ yang dihasilkan untuk $\hat{\theta}_1^{(0)}$ dan $\hat{\theta}_2^{(0)}$ dan $l_2(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)})$ adalah nilai $l_2(\theta_1, \theta_2)$ yang dihasilkan untuk $\hat{\theta}_1^{(0)}$ dan $\hat{\theta}_2^{(0)}$. $b_{11}^{(0)}, b_{12}^{(0)}, b_{21}^{(0)}$ dan $b_{22}^{(0)}$ adalah elemen-elemen matrik invers jacobian yang dihasilkan untuk $\hat{\theta}_1^{(0)}$ dan $\hat{\theta}_2^{(0)}$. Secara umum untuk iterasi ke $(k + 1)$, dapat diselesaikan dengan

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_1^{(k+1)} &= \hat{\theta}_1^{(k)} - \left(b_{11}^{(k)} l_1(\hat{\theta}_1^{(k)}, \hat{\theta}_2^{(k)}) + b_{12}^{(k)} l_2(\hat{\theta}_1^{(k)}, \hat{\theta}_2^{(k)}) \right) \\ \hat{\theta}_2^{(k+1)} &= \hat{\theta}_2^{(k)} - \left(b_{21}^{(k)} l_1(\hat{\theta}_1^{(k)}, \hat{\theta}_2^{(k)}) + b_{22}^{(k)} l_2(\hat{\theta}_1^{(k)}, \hat{\theta}_2^{(k)}) \right)\end{aligned}\quad (2.15)$$

2.5 Beberapa Model Peluang yang Dihasilkan Menggunakan Teknik Fungsi Densitas Peluang Campuran Gamma yang Teratur.

Fungsi densitas peluang campuran (*mixture distribution*) memiliki peranan yang sangat penting dalam menghasilkan model peluang atau fungsi densitas peluang baru. Definisi fungsi densitas peluang campuran telah dibahas pada bagian sebelumnya, dari definisi tersebut dapat dipastikan bahwa fungsi densitas peluang campuran $f(y)$ memenuhi sifat-sifat suatu fungsi densitas peluang diantaranya adalah $\int_{-\infty}^{\infty} f(y) dy = 1, -\infty \leq y \leq \infty$. Fungsi densitas peluang campuran yang dihasilkan dari beberapa campuran fungsi densitas peluang Gamma (α, θ) untuk α bilangan bulat positif dengan pemberat-pemberat tertentu telah menghasilkan beberapa fungsi densitas peluang baru. Fungsi densitas peluang baru tersebut akan dibahas pada bagian ini

1. Distribusi Lindley

Distribusi Lindley merupakan suatu fungsi densitas peluang yang dihasilkan dari campuran Gamma $(1, \theta)$ dan Gamma $(2, \theta)$ dengan masing-masing pemberat $\frac{\theta}{\theta+1}$ dan $\frac{1}{\theta+1}$. Proses pembentukan distribusi Lindley dapat dilakukan dengan memahami teknik fungsi densitas peluang campuran yang telah dibahas sebelumnya, proses tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Tetapkan Gamma $(1, \theta)$ sebagai $f_1(y) = \theta e^{-y\theta}$ dan pemberat $w_1 = \frac{\theta}{\theta+1}$
- Tetapkan Gamma $(2, \theta)$ sebagai $f_2(y) = \theta^2 y e^{-y\theta}$ dan pemberat $w_2 = \frac{1}{\theta+1}$
- Pastikan bahwa $\sum_{i=1}^2 w_i = 1$
- Fungsi densitas peluang Lindley dapat dihasilkan dengan menggunakan konsep fungsi densitas peluang campuran sebagai berikut

$$f(y) = \sum_{i=1}^2 w_i f_i(y) = \frac{\theta}{\theta+1} \theta e^{-y\theta} + \frac{1}{\theta+1} \theta^2 y e^{-y\theta}$$

$$= \frac{\theta^2}{\theta+1} (1+y) e^{-y\theta}, \quad y \geq 0, \theta \geq 0$$

Fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi lindley dapat diturunkan menggunakan definisi fungsi distribusi kumulatif sebagai berikut :

$$F(y) = P(Y \leq y) = \int_0^y \frac{\theta^2}{\theta+1} (1+t) e^{-t\theta} dt = 1 - \left(1 + \frac{\theta y}{\theta+1}\right) e^{-y\theta}$$

Fungsi survival $S(y)$ dan fungsi hazard $h(y)$ untuk distribusi Lindley dapat diturunkan dengan menggunakan definisi seperti yang telah dibahas sebelumnya, seperti berikut :

$$S(y) = 1 - F(y) = 1 - \left(1 - \left(1 + \frac{\theta y}{\theta+1}\right) e^{-y\theta}\right) = \left(1 + \frac{\theta y}{\theta+1}\right) e^{-y\theta}$$

$$h(y) = \frac{f(y)}{S(y)} = \frac{\frac{\theta^2}{\theta+1} (1+y) e^{-y\theta}}{\left(1 + \frac{\theta y}{\theta+1}\right) e^{-y\theta}} = \frac{\theta^2 (1+y)}{\theta+1+\theta y}.$$

Fungsi likelihood dan fungsi log likelihood untuk distribusi lindley juga dapat diberikan berdasarkan konsep yang telah dijelaskan di atas, seperti berikut :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i) = \frac{\theta^2}{\theta+1} (1+y_1) e^{-y_1\theta} \times \dots \times \frac{\theta^2}{\theta+1} (1+y_n) e^{-y_n\theta}$$

$$= \left(\frac{\theta^2}{\theta+1}\right)^n \prod_{i=1}^n (1+y_i) e^{-\theta \sum_{i=1}^n y_i}$$

Dengan mengambil bentuk logaritma natural fungsi likelihood akan dihasilkan fungsi log likelihood sebagai berikut :

$$l(\theta) = \log(L(\theta)) = 2n \log(\theta) - n \log(\theta+1) + \sum_{i=1}^n \log(1+y_i) - \theta \sum_{i=1}^n y_i$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. Distribusi Sujatha

Konsep fungsi densitas peluang campuran tidak terbatas pada mencampurkan 2 fungsi densitas peluang, namun bisa digunakan untuk campuran yang melebihi dari 2 fungsi densitas peluang. Distribusi Sujatha memiliki fungsi densitas peluang yang merupakan hasil dari campuran 3 fungsi densitas peluang Gamma, yaitu Gamma (1,θ), Gamma (2,θ) dan Gamma (3,θ) dengan masing-masing pemberat $\frac{\theta^2}{\theta^2+\theta+2}$, $\frac{\theta}{\theta^2+\theta+2}$ dan $\frac{2}{\theta^2+\theta+2}$. Distribusi Sujatha dihasilkan menggunakan proses seperti berikut

a. Tetapkan Gamma (1,θ) sebagai $f_1(y) = \theta e^{-y\theta}$ dan pemberat $w_1 = \frac{\theta^2}{\theta^2+\theta+2}$

b. Tetapkan Gamma (2,θ) sebagai $f_2(y) = \theta^2 y e^{-y\theta}$ dan pemberat $w_2 = \frac{\theta}{\theta^2+\theta+2}$

c. Tetapkan Gamma (3,θ) sebagai $f_3(y) = \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta}$ dan pemberat $w_3 = \frac{2}{\theta^2+\theta+2}$

d. Pastikan bahwa $\sum_{i=1}^3 w_i = 1$

e. Fungsi densitas peluang Sujatha dapat dihasilkan dengan menggunakan konsep fungsi densitas peluang campuran sebagai berikut

$$f(y) = \sum_{i=1}^3 w_i f_i(y) = \frac{\theta^2}{\theta^2 + \theta + 2} \theta e^{-y\theta} + \frac{\theta}{\theta^2 + \theta + 2} \theta^2 y e^{-y\theta} + \frac{2}{\theta^2 + \theta + 2} \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta} \\ = \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} (1 + y + y^2) e^{-y\theta}, \quad y \geq 0, \theta \geq 0$$

Fungsi distribusi kumulatif Sujatha dapat diturunkan menggunakan konsep yang telah dibahas sebelumnya, seperti berikut :

$$F(y) = \int_0^y \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2} (1 + t + t^2) e^{-t\theta} dt = 1 - \left(1 + \frac{\theta y(\theta y + \theta + 2)}{\theta^2 + \theta + 2} \right) e^{-y\theta}$$

Selanjutnya fungsi survival $S(y)$ dan fungsi hazard dapat diturunkan dengan menggunakan konsep yang telah dibahas sebelumnya seperti berikut

$$S(y) = 1 - F(y) = 1 - \left(1 - \left(1 + \frac{\theta y(\theta y + \theta + 2)}{\theta^2 + \theta + 2} \right) e^{-y\theta} \right) = \left(1 + \frac{\theta y(\theta y + \theta + 2)}{\theta^2 + \theta + 2} \right) e^{-y\theta}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$h(y) = \frac{f(y)}{s(y)} = \frac{\frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2}(1+y+y^2)e^{-y\theta}}{\left(1 + \frac{\theta y(\theta y + \theta + 2)}{\theta^2 + \theta + 2}\right)e^{-y\theta}} = \frac{\theta^3(1+y+y^2)}{\theta^2 + \theta + 2 + \theta y(\theta y + \theta + 2)}$$

Estimasi parameter distribusi Sujatha dapat dilakukan dengan mendapatkan fungsi likelihood $L(\theta)$ dan fungsi log likelihood $l(\theta)$. Kedua fungsi tersebut dapat diturunkan seperti berikut :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i) = \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2}(1+y_1+y_1^2)e^{-y_1\theta} \times \dots \times \frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2}(1+y_n+y_n^2)e^{-y_n\theta}$$

$$\left(\frac{\theta^3}{\theta^2 + \theta + 2}\right)^n \prod_{i=1}^n (1+y_i+y_i^2) e^{-\theta \sum_{i=1}^n y_i}$$

Dengan mengambil nilai logaritma asli fungsi likelihood maka fungsi log likelihood dapat diturunkan sebagai berikut

$$l(\theta) = \log(L(\theta))$$

$$= 3n \log(\theta) - n \log(\theta^2 + \theta + 2) + \sum_{i=1}^n \log(1+y_i+y_i^2) - \theta \sum_{i=1}^n y_i$$

3. Distribusi Amarendra

Fungsi densitas peluang untuk distribusi Amarendra juga dihasilkan dari proses fungsi densitas peluang campuran. Campuran 4 fungsi densitas peluang distribusi Gamma yaitu Gamma (1,θ), Gamma (2,θ), Gamma (3,θ) dan Gamma (4,θ) dengan masing-masing pemberat yang dapat diberikan yaitu $\frac{\theta^3}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$, $\frac{\theta^2}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$, $\frac{2\theta}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$ dan $\frac{6}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$. Proses pembentukan fungsi densitas peluang distribusi Amarendra dapat dijelaskan sebagai berikut.

- a. Tetapkan Gamma (1,θ) sebagai $f_1(y) = \theta e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_1 = \frac{\theta^3}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$$

- b. Tetapkan Gamma (2,θ) sebagai $f_2(y) = \theta^2 y e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_2 = \frac{\theta^2}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$$

- c. Tetapkan Gamma (3,θ) sebagai $f_3(y) = \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_3 = \frac{2\theta}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$$

- d. Tetapkan Gamma (4,θ) sebagai $f_4(y) = \frac{\theta^4}{6} y^3 e^{-y\theta}$ dan pemberat

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$w_4 = \frac{6}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6}$$

Pastikan bahwa $\sum_{i=1}^4 w_i = 1$

Fungsi densitas peluang Amarendra dapat dihasilkan dengan menggunakan konsep fungsi densitas peluang campuran sebagai berikut :

$$f(y) = \sum_{i=1}^4 w_i f_i(y)$$

$$= \frac{\theta^3}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \theta e^{-y\theta} + \frac{\theta^2}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \theta^2 y e^{-y\theta} + \frac{2\theta}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta} + \frac{6}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \frac{\theta^4}{6} y^3 e^{-y\theta}$$

$$= \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} (1 + y + y^2 + y^3) e^{-y\theta}, \quad y \geq 0, \theta \geq 0$$

Fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi Amarendra dapat dihasilkan dengan cara yang telah dibahas sebelumnya seperti berikut :

$$F(y) = \int_0^y \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} (1 + t + t^2 + t^3) e^{-t\theta} dt$$

$$= 1 - \left(1 + \frac{\theta^3 y^3 + \theta^2 (\theta + 3) y^2 + \theta (\theta^2 + 2\theta + 6) y}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \right) e^{-y\theta}$$

Fungsi survival $S(y)$ distribusi Amarendra sebagai 2 fungsi penting dalam konsep model peluang juga dapat diberikan seperti berikut :

$$S(y) = 1 - F(y) = 1 - \left(1 - \left(1 + \frac{\theta^3 y^3 + \theta^2 (\theta + 3) y^2 + \theta (\theta^2 + 2\theta + 6) y}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \right) e^{-y\theta} \right) =$$

$$= \left(1 + \frac{\theta^3 y^3 + \theta^2 (\theta + 3) y^2 + \theta (\theta^2 + 2\theta + 6) y}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \right) e^{-y\theta}$$

Fungsi hazard sebagai komponen penting dalam pemodelan peluang terutama yang berkaitan dengan analisis survival dapat diturunkan sebagai berikut:

$$h(y) = \frac{f(y)}{S(y)}$$

$$= \frac{\frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} (1 + y + y^2 + y^3) e^{-y\theta}}{\left(1 + \frac{\theta^3 y^3 + \theta^2 (\theta + 3) y^2 + \theta (\theta^2 + 2\theta + 6) y}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \right) e^{-y\theta}}$$

$$= \frac{\theta^4 (1 + y + y^2 + y^3)}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6 + \theta^3 y^3 + \theta^2 (\theta + 3) y^2 + \theta (\theta^2 + 2\theta + 6) y}.$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Metoda maksimum likelihood sebagai langkah utama dalam mengestimasi parameter suatu model peluang akan dibahas, terutama untuk model peluang distribusi Amarendra. Fungsi likelihood distribusi Amarendra dapat diberikan sebagai berikut :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i)$$

$$= \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} (1 + y_1 + y_1^2 + y_1^3) e^{-y_1\theta} \times \dots \times \frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} (1 + y_n + y_n^2 + y_n^3) e^{-y_n\theta}$$

$$= \left(\frac{\theta^4}{\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6} \right)^n \prod_{i=1}^n (1 + y_i + y_i^2 + y_i^3) e^{-\theta \sum_{i=1}^n y_i}$$

Nilai logaritma asli untuk fungsi likelihood akan menghasilkan suatu fungsi log likelihood. Fungsi log likelihood untuk distribusi Amarendra dapat diberikan seperti berikut :

$$l(\theta) = \log(L(\theta))$$

$$= 4n \log(\theta) - n \log(\theta^3 + \theta^2 + 2\theta + 6) + \sum_{i=1}^n \log(1 + y_i + y_i^2 + y_i^3) - \theta \sum_{i=1}^n y_i$$

4. Distribusi Devya

Fungsi densitas peluang untuk distribusi Devya juga dihasilkan dari proses fungsi densitas peluang campuran. Campuran 5 fungsi densitas peluang distribusi Gamma yaitu Gamma (1,θ), Gamma (2,θ), Gamma (3,θ), Gamma (4,θ) dan Gamma (5,θ) dengan masing-masing pemberat yang dapat diberikan yaitu :

$$\frac{\theta^4}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}, \frac{\theta^3}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}, \frac{2\theta^2}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}, \frac{6\theta}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \text{ dan } \frac{24}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}.$$

Proses pembentukan fungsi densitas peluang distribusi Amarendra dapat dijelaskan sebagai berikut :

Tetapkan Gamma (1,θ) sebagai $f_1(y) = \theta e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_1 = \frac{\theta^4}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}$$

Tetapkan Gamma (2,θ) sebagai $f_2(y) = \theta^2 y e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_2 = \frac{\theta^3}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}$$

Tetapkan Gamma (3,θ) sebagai $f_3(y) = \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta}$ dan pemberat

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$w_3 = \frac{2\theta^2}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}$$

Tetapkan Gamma (4, θ) sebagai $f_4(y) = \frac{\theta^4}{6} y^3 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_4 = \frac{6\theta}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}$$

Tetapkan Gamma (5, θ) sebagai $f_5(y) = \frac{\theta^5}{24} y^4 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_5 = \frac{24}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}$$

Pastikan bahwa $\sum_{i=1}^5 w_i = 1$

Fungsi densitas peluang Devya dapat dihasilkan dengan menggunakan konsep fungsi densitas peluang campuran sebagai berikut :

$$\begin{aligned} f(y) &= \sum_{i=1}^5 w_i f_i(y) \\ &= \frac{\theta^4}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \theta e^{-y\theta} + \frac{\theta^3}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \theta^2 y e^{-y\theta} + \frac{2\theta^2}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta} \\ &\quad + \frac{6\theta}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \frac{\theta^4}{6} y^3 e^{-y\theta} + \frac{24}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \frac{\theta^5}{24} y^4 e^{-y\theta} \\ &= \frac{\theta^5}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} (1 + y + y^2 + y^3 + y^4) e^{-y\theta}, \quad y \geq 0, \theta \geq 0 \end{aligned}$$

Fungsi distribusi kumulatif distribusi Devya dapat ditentukan dengan menggunakan definisi fungsi distribusi kumulatif sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F(y) &= \int_0^y \frac{\theta^5}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} (1 + t + t^2 + t^3 + t^4) e^{-t\theta} dt \\ &= 1 - \left(1 + \frac{\theta^4(y + y^2 + y^3 + y^4) + \theta^3(4y^3 + 3y^2 + 2y) + 6\theta^2(2y^2 + y) + 24\theta y}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \right) e^{-y\theta} \end{aligned}$$

Fungsi survival $S(y)$ distribusi Devya sebagai 2 fungsi penting dalam konsep model peluang juga dapat diberikan seperti berikut :

$$\begin{aligned} S(y) &= 1 - F(y) \\ &= 1 - \left(1 - \left(1 + \frac{\theta^4(y + y^2 + y^3 + y^4) + \theta^3(4y^3 + 3y^2 + 2y) + 6\theta^2(2y^2 + y) + 24\theta y}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \right) e^{-y\theta} \right) \\ &= \left(1 + \frac{\theta^4(y + y^2 + y^3 + y^4) + \theta^3(4y^3 + 3y^2 + 2y) + 6\theta^2(2y^2 + y) + 24\theta y}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \right) e^{-y\theta} \end{aligned}$$

Fungsi hazard sebagai komponen penting dalam pemodelan peluang terutama yang berkaitan dengan analisis survival dapat diturunkan sebagai berikut:



$$h(y) = \frac{f(y)}{S(y)}$$

$$= \frac{\frac{\theta^5}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} (1 + y + y^2 + y^3 + y^4) e^{-y\theta}}{\left(1 + \frac{\theta^4(y + y^2 + y^3 + y^4) + \theta^3(4y^3 + 3y^2 + 2y) + 6\theta^2(2y^2 + y) + 24\theta y}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24}\right) e^{-y\theta}}$$

$$= \frac{\theta^5(1 + y + y^2 + y^3 + y^4)}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24 + \theta^4(y + y^2 + y^3 + y^4) + \theta^3(4y^3 + 3y^2 + 2y) + 6\theta^2(2y^2 + y) + 24\theta y}$$

Metoda maksimum likelihood sebagai langkah utama dalam mengestimasi parameter suatu model peluang akan dibahas, terutama untuk model peluang distribusi Devya. Fungsi likelihood distribusi Devya dapat diberikan sebagai berikut :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i)$$

$$= \frac{\theta^5}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} (1 + y_1 + y_1^2 + y_1^3 + y_1^4) e^{-y_1\theta} \times \dots \times \frac{\theta^5}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} (1 + y_n + y_n^2 + y_n^3 + y_n^4) e^{-y_n\theta}$$

$$= \left(\frac{\theta^5}{\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24} \right)^n \prod_{i=1}^n (1 + y_i + y_i^2 + y_i^3 + y_i^4) e^{-\theta \sum_{i=1}^n y_i}$$

Nilai logaritma asli untuk fungsi likelihood akan menghasilkan suatu fungsi log likelihood. Fungsi log likelihood untuk distribusi Devya dapat diberikan seperti berikut :

$$l(\theta) = \log(L(\theta))$$

$$= 5n \log(\theta) - n \log(\theta^4 + \theta^3 + 2\theta^2 + 6\theta + 24) + \sum_{i=1}^n \log(1 + y_i + y_i^2 + y_i^3 + y_i^4) - \theta \sum_{i=1}^n y_i$$

5. Distribusi Shambhu

Fungsi densitas peluang 1 parameter yang merupakan hasil campuran enam fungsi densitas peluang Gamma yaitu Gamma (1,θ), Gamma (2,θ), Gamma (3,θ), Gamma (4,θ), Gamma (5,θ) dan Gamma (6,θ) dengan menggunakan masing-

masing pemberat yaitu $\frac{\theta^5}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$, $\frac{\theta^4}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$, $\frac{2\theta^3}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$, $\frac{6\theta^2}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$, $\frac{24\theta}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$ dan $\frac{120}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$.

Proses pembentukan fungsi densitas peluang dari distribusi Shambhu dapat diberikan dengan mendefinisikan fungsi dan pemberat seperti berikut :



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Gamma (1,θ) sebagai $f_1(y) = \theta e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_1 = \frac{\theta^5}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$$

Gamma (2,θ) sebagai $f_2(y) = \theta^2 y e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_2 = \frac{\theta^4}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$$

Gamma (3,θ) sebagai $f_3(y) = \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_3 = \frac{2\theta^3}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$$

Gamma (4,θ) sebagai $f_4(y) = \frac{\theta^4}{6} y^3 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_4 = \frac{6\theta^2}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$$

e. Gamma (5,θ) sebagai $f_5(y) = \frac{\theta^5}{24} y^4 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_5 = \frac{24\theta}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$$

f. Gamma (6,θ) sebagai $f_6(y) = \frac{\theta^6}{120} y^5 e^{-y\theta}$ dan pemberat

$$w_6 = \frac{120}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120}$$

g. Pastikan bahwa $\sum_{i=1}^6 w_i = 1$

h. Fungsi densitas peluang Shambhu dapat dihasilkan dengan menggunakan konsep fungsi densitas peluang campuran sebagai berikut :

$$f(y) = \sum_{i=1}^6 w_i f_i(y)$$

$$f(y) = \frac{\theta^5}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \theta e^{-y\theta} + \frac{\theta^4}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \theta^2 y e^{-y\theta} + \frac{2\theta^3}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \frac{\theta^3}{2} y^2 e^{-y\theta} + \frac{6\theta^2}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \frac{\theta^4}{6} y^3 e^{-y\theta} + \frac{24\theta}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \frac{\theta^5}{24} y^4 e^{-y\theta} + \frac{120}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \frac{\theta^6}{120} y^5 e^{-y\theta}$$

$$= \frac{\theta^6}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} (1 + y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) e^{-y\theta}, y \geq 0, \theta \geq 0$$

Fungsi distribusi kumulatif Shambhu sebagai fungsi utama dalam permasalahan pemodelan peluang juga dapat diberikan sebagai berikut :

$$F(y) = \int_0^y \frac{\theta^6}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} (1 + t + t^2 + t^3 + t^4 + t^5) e^{-t\theta} dt$$

$$= 1 - \left(1 + \frac{\theta^5(y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) + \theta^4(5y^4 + 4y^3 + 3y^2 + 2y) + 2\theta^3(10y^3 + 6y^2 + 3y) + 12\theta^2(5y^2 + 2y) + 120\theta y}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \right) e^{-y\theta}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Fungsi survival $S(y)$ dan fungsi hazard $h(y)$ distribusi Shambhu juga dapat diturunkan menggunakan konsep yang telah dibahas sebelumnya seperti berikut :

$$S(y) = 1 - F(y)$$

$$= 1 - \left(1 - \left(1 + \frac{\theta^5(y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) + \theta^4(5y^4 + 4y^3 + 3y^2 + 2y) + 2\theta^3(10y^3 + 6y^2 + 3y) + 12\theta^2(5y^2 + 2y) + 120\theta y}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \right) e^{-y\theta} \right)$$

$$= \left(1 + \frac{\theta^5(y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) + \theta^4(5y^4 + 4y^3 + 3y^2 + 2y) + 2\theta^3(10y^3 + 6y^2 + 3y) + 12\theta^2(5y^2 + 2y) + 120\theta y}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \right) e^{-y\theta}$$

Fungsi hazard sebagai komponen penting dalam pemodelan peluang terutama yang berkaitan dengan analisis survival dapat diturunkan sebagai berikut :

$$h(y) = \frac{f(y)}{S(y)}$$

$$= \frac{\frac{\theta^6}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} (1 + y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) e^{-y\theta}}{\left(1 + \frac{\theta^5(y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) + \theta^4(5y^4 + 4y^3 + 3y^2 + 2y) + 2\theta^3(10y^3 + 6y^2 + 3y) + 12\theta^2(5y^2 + 2y) + 120\theta y}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \right) e^{-y\theta}}$$

$$= \frac{\theta^6(1 + y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5)}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120 + \theta^5(y + y^2 + y^3 + y^4 + y^5) + \theta^4(5y^4 + 4y^3 + 3y^2 + 2y) + 2\theta^3(10y^3 + 6y^2 + 3y) + 12\theta^2(5y^2 + 2y) + 120\theta y}$$

Estimasi parameter akan dihasilkan dengan terlebih dahulu menurunkan fungsi likelihood $L(\theta)$ dan fungsi log likelihood $l(\theta)$ seperti berikut :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i)$$

$$= \frac{\theta^6}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} (1 + y_1 + y_1^2 + y_1^3 + y_1^4 + y_1^5) e^{-y_1\theta} \times \dots$$

$$\dots \times \frac{\theta^6}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} (1 + y_n + y_n^2 + y_n^3 + y_n^4 + y_n^5) e^{-y_n\theta}$$

$$= \left(\frac{\theta^6}{\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120} \right)^n \prod_{i=1}^n (1 + y_i + y_i^2 + y_i^3 + y_i^4 + y_i^5) e^{-\theta \sum_{i=1}^n y_i}$$

Nilai logaritma asli untuk fungsi likelihood akan menghasilkan suatu fungsi log likelihood. Fungsi log likelihood untuk distribusi Devya dapat diberikan seperti berikut

$$l(\theta) = \log(L(\theta)) = 6n \log(\theta) - n \log(\theta^5 + \theta^4 + 2\theta^3 + 6\theta^2 + 24\theta + 120) + \sum_{i=1}^n \log(1 + y_i + y_i^2 + y_i^3 + y_i^4 + y_i^5) - \theta \sum_{i=1}^n y_i$$

2.6 Jenis Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data skunder yang berupa perkembangan model-model peluang yang berisikan campuran peluang gamma yang dimulai dari 2 campuran, 3 campuran, 4 campuran hingga 5



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

campuran seperti yang telah dibahas pada tabel 2.2. Pola perubahan model-model peluang tersebut dianalisis untuk mendapatkan pola yang baku, sehingga dapat dikembangkan untuk menghasilkan model-model peluang baru berikutnya yang diperoleh dari campuran 7 fungsi densitas peluang gamma dan 8 fungsi densitas peluang gamma dengan parameter dan pemberat tertentu.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan untuk menyelesaikan penulisan tugas akhir ini adalah suatu penelitian yang akan menghasilkan suatu model peluang baru dengan 1 parameter. Data-data yang digunakan oleh peneliti sebelumnya akan digunakan untuk membandingkan model peluang baru yang dihasilkan dengan model peluang yang telah ada. Kebaikan model-model peluang akan diteliti untuk menyimpulkan kelebihan model peluang baru yang dihasilkan.

3.2 Langkah-langkah Penelitian

Terdapat beberapa tahapan yang digunakan untuk mendapatkan tingkat kepadatan penduduk diantaranya:

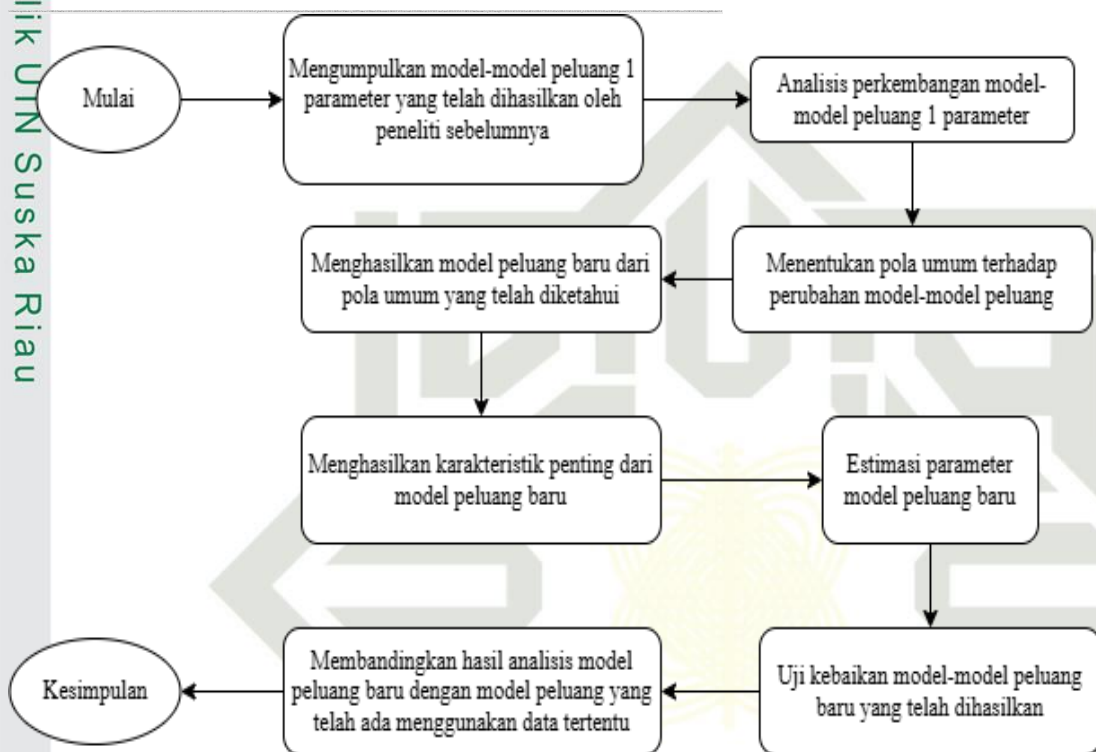
1. Mengumpulkan model-model peluang 1 parameter yang telah dihasilkan oleh peneliti sebelumnya
 2. Analisis Perkembangan Model-Model Peluang 1 Parameter
 3. Menentukan pola umum terhadap perubahan model-model peluang
 4. Menghasilkan model peluang baru dari pola umum yang telah diketahui
 5. Menghasilkan karakteristik penting dari model peluang baru
- Estimasi parameter model peluang baru
- Uji Kebaikan model-model peluang baru yang telah dihasilkan
- Bandingkan hasil analisis model peluang baru terhadap model peluang yang telah ada dengan mengaplikasikan pada data tertentu
- Kesimpulan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Diagram Alur

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini dapat ditunjukkan pada diagram berikut:



Gambar 3.1 Flowchart Metodologi Penelitian

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan pada BAB IV diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Mendapatkan model peluang baru menggunakan campuran 7 dengan 1 parameter fungsi densitas peluang gamma : $f(y) = \frac{\theta^7}{\sum_{i=1}^7 \Gamma(i)\theta^{7-i}} (\sum_{i=0}^{7-i} y^i) e^{-y\theta}$ dan model peluang baru menggunakan campuran 8 dengan 1 parameter fungsi densitas peluang gamma : $f(y) = \frac{\theta^8}{\sum_{i=1}^8 \Gamma(i)\theta^{8-i}} (\sum_{i=0}^{8-i} y^i) e^{-y\theta}$
2. Mendapatkan karakteristik penting lainnya dari model model peluang baru menggunakan campuran 7 dan 8 dengan 1 parameter fungsi densitas peluang gamma yaitu bernilai 1
3. Mendapatkan pembuktian model peluang baru dengan model – model peluang 1 parameter yang telah ada : $f(y) = \frac{\theta^k}{\sum_{i=1}^k \Gamma(i)\theta^{k-1}} (1 + \sum_{i=1}^{k-1} x^i) e^{-\theta x}$

5.2 Saran

Penulis menyarankan untuk penelitian selanjutnya menggunakan keteraturan pola dari fungsi densitas peluang campuran 7 dan 8 distribusi gamma untuk menghasilkan fungsi-fungsi densitas peluang baru berikutnya.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

Afify, A. Z., Alizadeh, M., Yousof, H. M., Hamedani, G. G dan Aryal, G. (2023). “ The odd exponentiated half-logistic family of distributions with applications”. *Mathematics*, 11(3), 789. <https://doi.org/10.3390/math11030789>

Altun, E., Yousof, H. M., Afify, A. Z dan Hamedani, G. G. (2023). “A new extended family of distributions: Properties, inference, and applications”. *Journal of Statistical Theory and Applications*, 22(1), 1–22. <https://doi.org/10.1080/15326349.2022.2064585>

Ibrahim, N. A., Yousof, H. M dan Hamedani, G. G. (2023). “The odd exponentiated generalized-G family of distributions with applications”. *Computational and Mathematical Methods*, 5(2), e1257. <https://doi.org/10.1002/cmm4.1257>

[4] Elbatal, I dan Chesneau, C. (2023). “The odd Chen-G family of distributions: Properties, characterizations and applications”. *AIMS Mathematics*, 8(3), 6281–6310. <https://doi.org/10.3934/math.2023354>

[5] Afify, A. Z., Yousof, H. M., Hamedani, G. G dan Aryal, G. (2024). “The generalized transmuted-G family of distributions: Properties and applications”. *Symmetry*, 16(2), 255. <https://doi.org/10.3390/sym16020255>

[6] Anderson, D. R., Burnham, K. P dan Thompson, W. L. (2000). “Null hypothesis testing: Problems, prevalence, and an alternative”. *Journal of Wildlife Management*, 64*(4), 912–923. <https://doi.org/10.2307/3803199>

Burnham, K. P dan Anderson, D. R. (2002). *Model selection and multimodel inference: A practical information-theoretic approach* (2nd ed.). Springer.

Claeskens, G dan Hjort, N. L. (2009). *Model selection and model averaging*. *Journal of International Statistik Review*, 77, 1, 147 – 165. <https://doi.org/10.1111/J.1751-5823.2009.00074.11.X>

Myung, I. J. (2000). “The importance of complexity in model selection”. *Journal of Mathematical Psychology*, 44*(1), 190–204. <https://doi.org/10.1006/jmps.1999.1283>

Wagenmakers, E. J dan Farrell, S. (2004). AIC model selection using Akaike weights. *Psychonomic Bulletin & Review*, 11*(1), 192–196. <https://doi.org/10.3758/BF03206482>

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

[1] Messaadia, H dan Zeghdoudi, H. (2018). “Zeghdoudi distribution and its applications”. *International Journal of Computing Science and Mathematics*, 9(1), 58–65. <https://doi.org/10.1504/IJCSM.2018.090722>

[2] Shanker R. (2023) “Komal distribution with properties and application in survival analysis”. *Biometrics & Biostatistics International Jurnal*. 2023;12(2):40–44. DOI: <https://doi.org/10.15406/bbij.2023.12.00381>

[3] Panichkitkosolk, W., Khruachalee, K dan Volodin, A. “Enhancing Inference For Rama Distribution: Confidence Intervals And Their Applications. *Journal of Statistical Research*. 2025;59(1): 107-129. DOI: <https://doi.org/10.3329/jsr.v59i1.83689>



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Doni Erfanda, lahir di Sidodadi 11 Maret 2004 merupakan anak ketiga dari tiga bersaudara pasangan Bapak Dedi Anto dan Ibu Marsinah. Beralamat di Sidodadi, Kecamatan Kinali, Kabupaten Pasaman Barat, Provinsi Sumatra Barat. Penulis menempuh pendidikan dimulai dari TK Islam Bakti 29 pada tahun 2009. Kemudian SDN 13 Kinali pada tahun 2010 – 2016 Kemudian, melanjutkan pendidikan di SMPN 7 Kinali pada tahun 2016 – 2019 dan SMAN 1 Kinali pada tahun 2019 – 2022. Akhirnya, pada tahun 2022 menempuh masa kuliah di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Fakultas Sains dan Teknologi Program Studi Matematika.

Pada tahun 2026 penulis melaksanakan Kerja Praktek di PT Jasa Raharja Cabang Riau selama kurang lebih satu bulan, guna memenuhi syarat mata kuliah yang sedang diambil pada semester 6 dengan judul Laporan Kerja Praktek **“Analisis Tren dan Jumlah Prediksi Pendapatan Samsat Panam dengan Metode *Double Exponential Smoothing*”** dengan dosen pembimbing Bapak Aprijon, S.Si, M.Ed. . Kemudian penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tahun yang sama di Desa Sungai Emas (F6), Kecamatan Singingi, Kabupaten Kuantan Singingi, Provinsi Riau. Pada tanggal 08 Januari 2026 penulis melaksanakan sidang Tugas Akhir dengan judul **" Model Peluang Baru Menggunakan Campuran 7 dan 8 Fungsi Densitas Peluang Gamma "** yang dibimbing oleh bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc.

UIN SUSKA RIAU