DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GANJIL BERPANGKAT BILANGAN BULAT NEGATIF

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

<u>SRI WAHYU PUTRI</u>
12050426237

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2025

LEMBAR PERSETUJUAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GANJIL BERPANGKAT BILANGAN BULAT NEGATIF

TUGAS AKHIR

oleh:

SRI WAHYU PUTRI
12050426237

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 03 Juli 2025

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
NIP. 19730818 200604 1 003	NIP. 19860320 201503 2 003

ii

LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GANJIL BERPANGKAT BILANGAN BULAT NEGATIF

TUGAS AKHIR

oleh:

<u>**SRI WAHYU PUTRI**</u>
12050426237

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 03 Juli 2025

Pekanbaru, 09 Juli 2025
Mengesahkan

Dekan	**Ketua Program Studi**
<u>**Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc.**</u>	<u>**Wartono, M.Sc.**</u>
NIP. 19770103 200710 2 001	**NIP. 19730818 200604 1 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua	**: Nilwan Andiraja, M.Sc.**
Sekretaris	**: Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
Anggota I	**: Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc.**
Anggota II	**: Fitri Aryani, M.Sc.**

iii

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 03 Juli 2025
Yang membuat pernyataan,

10000 METERAI TEMPEL B66D6AKX763436249

SRI WAHYU PUTRI
12050426237

v

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT atas limpahan Rahmat, Taufiq, dan hidayah-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini tepat pada waktunya. Tugas Akhjir ini penulis persembahkan kepada :

Cinta pertamaku, Ayahanda Rasyid Ismail. Beliau memang tidak sempat merasakan pendidikan hingga dengan bangku perkuliahan, teteapi beliau mampu memberikan dudukan pendidikan yang terbaik bagi anak-anaknya, mendidik penulis, mendoakan, memberikan semangat dan motivasi tiada henti hingga penulis dapat menyelesaikan studinya hingga sarjana.

Pintu surgaku, Ibunda Mawarni. Terima kasih sebesar-besarnya penulis berikan kepada beliau atas segala bentuk bantuan, semangat, dan doa yang tiada henti-hentinya diberikan kepada penulis dari masih dalam kandungan hingga penulis ada di titik sekarang. Terima kasih atas nasihat yang selalu diberikan, terima kasih atas kesabaran dan selalu bersedia mendengarkan segala keluh kesah penulis. Ibu menjadi pengingat dan penguat paling hebat. Terima kasih sudah menjadi tempat untuk pulang, Ibu.

Ketiga adikku tersayang, Hidayah, Syahda, dan Arafa. Terima kasih selalu menjadi semangat penulis dalam melakukan hal apapun dan selalu menjadi motivasi dalam diri untuk menunjukkan yang terbaik kepadda kalian. Tumbuhlah menjadi versi paling hebat.

Dosen pembimbing TA sekaligus pembimbing PA, Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Sc. Terima kasih sudah menjadi orangtua penulis selama dimasa perkuliahan. Terima kasih telah menjadi penunjuk ajar dan selalu mengarahkan penulis, serta selalu sabar dan memberikan motivasi hingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Mungkin tanpa bantuannya, penulis belum tentu sampai di titik ini.

Last but not least, untuk Sri Wahyu Putri. Terima kasih sudah mau bangkit dan selalu berjuang untuk menyelesaikan semua ini. Walaupun sudah banyak air mata untuk sampai ke titik ini, terima kasih untuk selalu bertahan.

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GANJIL BERPANGKAT BILANGAN BULAT NEGATIF

SRI WAHYU PUTRI
NIM : 12050426237

Tanggal Sidang : 03 Juli 2025
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak permasalahan yang dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematika, salah satunya melalui sistem persamaan linear yang dapat diselesaikan dengan bantuan matriks. Matriks *centrosymmetric* merupakan salah satu jenis matriks yang memiliki sifat simetris terhadap pusatnya dan memiliki banyak aplikasi, khususnya dalam pemrosesan sinyal digital dan teori kontrol. Penelitian sebelumnya telah membahas determinan dari matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat positif, namun belum banyak yang mengkaji bentuk determinan dari matriks tersebut ketika berpangkat bilangan bulat negatif. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo ganjil berpangkat bilangan bulat negatif. Metode yang digunakan adalah ekspansi kofaktor dengan memperhatikan sifat-sifat khusus dari matriks yang diteliti. Hasil dari penelitian ini ialah bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ${A_m}^{-n}$ dengan m ganjil adalah a^{-nm}.

Kata Kunci : Determinan, ekspansi kofaktor, matriks *centrosymmetric*, matriks ordo ganjil, pangkat bilangan bulat negatif.

DETERMINANT OF A CENTROSYMMETRIC MATRIX OF SPECIAL FORM AND ODD ORDER RAISED TO A NEGATIVE INTEGER EXPONENT

SRI WAHYU PUTRI
NIM : 12050426237

Date of Final Exam : 03 July, 2025
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

In daily life, many problems can be modeled mathematically, particularly using systems of linear equations that can be solved with matrices. A centrosymmetric matrix is a type of matrix that exhibits symmetry with respect to its center and is widely used in various fields such as digital signal processing and control theory. Previous studies have focused on the determinants of centrosymmetric matrices raised to positive integer exponents; however, little research has been conducted on their determinants when raised to negative integer exponents. This study aims to determine the general form of the determinant of a special-form centrosymmetric matrix of odd order raised to a negative integer exponent. The method used is cofactor expansion, considering the specific properties of the matrix under study. The result of this research is the general form of the determinant of the centrosymmetric matrix A_m^{-n} *with* m *odd, which is* a^{-nm}.

***Keywords** : Cofactor expansion, centrosymmetric matrix, determinant, negative integer exponent, odd-order matrix.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahi rabbil 'alamin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, karunia, dan hidayah-Nya. Berkat izin dan pertolongan-Nya, penulis akhirnya dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul **"Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Ganjil Berpangkat Bilangan Bulat Negatif"** sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, suri teladan sepanjang zaman, yang telah membawa umat manusia dari zaman kegelapan menuju era penuh cahaya ilmu dan peradaban.

Penulis menyadari bahwa tanpa pertolongan Allah SWT dan bantuan dari berbagai pihak, penyusunan Tugas Akhir ini tidak akan terselesaikan dengan baik. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Hj. Leny Nofianti MS, SE, M.Si, Ak, CA. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau sekaligus penguji Tugas Akhir.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
5. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik sekaligus dosen pembimbing dalam menyelesaikan Tugas Akhir penulis yang telah sabar memberikan bantuan, dukungan, motivasi serta

meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan arahan mengenai Tugas Akhir penulis.

6. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan kritikannya mengenai Tugas Akhir penulis.
7. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau yang telat mendidik dan memberikan ilmunya selama perkuliahan.
8. Kedua orang tua tercinta yaitu ayahanda Rasyid Ismail dan Ibunda Mawarni serta adik-adik tersayang yang senantiasa memberikan doa, dukungan mental, serta menjadi salah satu motivasi penulis untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.
9. Teman-teman Angkatan 2020 terkhusus Ningsih Lestari, Nurul Ulumi, Siti Jamilah, Iffa Ikhwatunnisa, Heppy Safrina, serta teman seperjuangan lain yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah memberikan semangat dan bantuannya dalam pemyusunan Tugas Akhir.
10. Teman-teman selama KKN terkhususnya mbak Sri, Nisa, Nurul, dan Ismi yang telah memberikan dukungan dan senantiasa menemani penulis.
11. Semua pihak yang telah membantu dalam mengerjakan penulisan Tugas Akhir yang tidak dapat disebutkan satu persatu..

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 03 Juli 2025

SRI WAHYU PUTRI
12050426237

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menghadapi masalah yang ternyata ialah masalah matematika. Persoalan akan lebih mudah diselesaikan jika mengubahnya menjadi bahasa atau persamaan matematika. Namun, jika suatu persoalan seringkali terdiri dari lebih dari dua persamaan atau variabel, kita juga sering mengalami kesulitan. Bahkan di negara-negara maju, model ekonomi sering memerlukan sistem persamaan yang memiliki puluhan atau bahkan ratusan variabel. Pada dasarnya, matriks membantu kita membuat analisis yang mencakup hubungan variabel-variabel dari persoalan tersebut [1]. Suatu matriks terdiri dari jajaran bilangan-bilangan yang panjangnya empat persegi. Bilangan-bilangan yang termasuk dalam jajaran tersebut merupakan entri matriks. Jumlah baris dan kolom suatu matriks menunjukkan ukurannya [2].

Terdapat bentuk matriks yang memiliki keistimewaan dalam teori matriks, diantaranya matriks nol yang seluruh entrinya bernilai nol, matriks diagonal yang memiliki entri yang bukan nol pada diagonal utamanya, matriks segitiga atas/bawah yang memiliki entri bernilai nol pada diagonal bawah/atasnya, matriks *centrosymmetric*, dan lain sebagainya. Salah satu jenis matriks yang menarik untuk dikaji ialah matriks *centrosymmetric*, yang memiliki sifat simetris terhadap pusat matriksnya. Penelitian oleh [3] menjelaskan bahwa matriks *centrosymmetric* memiliki aplikasi penting dalam berbagai bidang, seperti pemrosesan sinyal digital, teori kontrol, dan sistem linear. Keunikan sifat matriks ini membuka peluang untuk penelitian lebih lanjut, terutama dalam aspek determinannya.

Determinan mempunyai peranan penting dalam menyelesaikan beberapa permasalahan pada matriks dan banyak digunakan dalam matematika dan ilmu terapan. Penelitian terdahulu telah banyak membahas tentang determinan matriks, seperti yang dilakukan pada tahun 2015 oleh [4] yang telah melakukan penelitian tentang bentuk umum determinan matriks toeplitz tridiagonal yang memperoleh hasil sebagai berikut:

$$|T_n| = \sum_{k=0}^{p}\left(\binom{n-k}{k}(b)^{(n-2k)}(-ac)^k\right), \text{ dimana } \begin{cases} p = \frac{n-1}{2}, n \text{ ganjil} \\ p = \frac{n}{2}, n \text{ genap.} \end{cases}$$

Kemudian penelitian tentang determinan lainnya pada tahun 2017 oleh [5] yang telah membahas tentang determinan dan invers matriks blok 2×2. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan memblok matriks taksingular menjadi matriks yang lebih kecil, salah satu submatriks P memiliki determinan yang $\neq 0$.

Penelitian khusus tentang matriks *centrosymmetric* juga banyak dibahas, seperti pada tahun 2020 oleh [6] telah meneliti determinan ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif memperoleh hasil sebagai berikut: $|{A_3}^n| = a^{3n}$. Pada tahun 2021, penelitian oleh [7] dilakukan tentang determinan matriks 4×4 berpangkat bilangan bulat positif memperoleh hasil sebagai berikut:

$$|{A_4}^n| = \begin{cases} -a^{4n}, & n \text{ ganjil} \\ a^{4n}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

Penelitian selanjutnya yang dilakukan pada tahun 2024 oleh [8] yang membahas mengenai determinan matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil. Hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut ialah bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* ${A_m}^n$ ialah A^{mn}. Namun, beberapa penelitian tersebut belum mencakup kajian spesifik tentang determinan matriks *centrosymmetric*, khususnya yang berpangkat bilangan bulat negatif.

Salah satu penelitian yang membahas tentang matriks berpangkat bilangan bulat negatif sebelumnya sudah pernah dilakukan pada tahun 2017 oleh [9] tentang trace matriks real berpangkat bilangan bulat negatif. Penelitian tersebut mengungkapkan bahwa salah satu syarat dalam pembentukan persamaan umum dari matriks berpangkat bilangan bulat negatif ialah matriks tersebut memiliki invers. Namun, penelitian tersebut hanya terbatas pada matriks yang berukuran 2×2 dengan entri-entrinya merupakan bilangan real.

Berlandaskan beberapa penelitian terdahulu yang dijelaskan sebelumnya, penulis tertarik melanjutkan penelitian oleh [8] dengan judul penelitian "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Ganjil Berpangkat Bilangan Bulat Negatif" dan bentuk khususnya yaitu:

$$A_m = \begin{bmatrix} a & a & a & \cdots & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & \cdots & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \cdots & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & \cdots & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & \cdots & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & \cdots & a & a & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } a \epsilon R \text{ dan } m \text{ ganjil} \quad (1.1)$$

Penelitian penulis berbeda dari penelitian [8] karena penelitian penulis menggunakan matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat negatif, sedangkan penelitian [8] menggunakan matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat positif.

1.2 Rumusan Masalah

Berlandaskan latar belakang di atas, masalah yang diangkat dalam penelitian ini ialah "Bagaimana bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo ganjil berpangkat bilangan bulat negatif".

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah diberikan agar tidak terjadi pembahasan secara luas.

1. Matriks yang dikaji ialah matriks *centrosymmetric* bentuk khusus seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (1.1)
2. Determinan bentuk umum matriks *centrosymmetric* ordo ganjil diperoleh menggunakan metode ekspansi kofaktor.

1.4 Tujuan Penelitian

Berlandaskan rumusan masalah, batasan masalah ini bertujuan untuk mengetahui bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat negatif ordo ganjil.

1.5 Manfaat Penelitian

Beberapa manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memperdalam pemahaman penulis tentang matriks, terutama dalam konteks determinan matriks berpangkat bilangan bulat negatif.
2. Penelitian ini juga akan berguna bagi pembaca untuk menjadi referensi dalam penelitian selanjutnya tentang determinan matriks bentuk khusus, terutama matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat negatif.

1.6 Sistematika Penelitian

Pokok-pokok masalah dalam laporan Tugas Akhir ini diuraikan menjadi:

BAB I PENDAHULUAN

Dalam pendahuluan, dibahas latar belakang pemilihan judul, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat, dan sistematika penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Teori dasar tentang matriks, matriks *centrosymmetric*, determinan, ekspansi kofaktor, invers, dan induksi matematika dibahas dalam bab ini. Teori-teori ini dapat digunakan sebagai landasan untuk mengembangkan penelitian ini.

BAB III METODE PENELITIAN

Untuk menentukan bentuk determinan umum dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat negatif ordo ganjil, penulis telah melakukan beberapa langkah dalam bab ini.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang penjabaran tahapan-tahapan yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, yaitu langkah-langkah yang dilakukan unruk mendapatkan bentuk ummum matriks *centosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat negatif ordo ganjil.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian yang dilakukan oleh penulis.

BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Matriks dan Operasinya

Definisi 2.1 [1] Matriks merupakan kumpulan bilangan, simbol, atau ekspresi, berbentuk persegi atau persegi panjang yang disusun dalam baris dan kolom.

Simbol atau notasi dalam matriks menggunakan huruf kapital. Dalam matriks, baris adalah susunan angka yang mendatar, sedangkan kolom adalah susunan angka yang tegak.

Secara umum matriks dituliskan :

$$A_{mn} = [a_{ij}]_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ a_{m1} & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

$m =$ baris

$n =$ kolom

$i = 1, 2, \ldots, m$

$j = 1, 2, \ldots, n$

Definisi 2.2 [2] Jika A merupakan matriks $m \times r$ dan B merupakan matriks $r \times n$ maka hasilkali AB adalah matriks $m \times n$, dengan entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk menemukan entri pada baris i dan kolom j dalam AB, pisah baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B untuk menemukan entri pada baris i dan kolom j dalam AB, kalikan entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut, dan kemudian jumlahkan hasilnya..

Contoh 2.1

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ dan matriks $= \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

Hitunglah hasil kali dari matriks A dan B.

Penyelesaian:

Diketahui: $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Ditanya: $A \times B$?

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 13 \\ 1 & -16 \end{bmatrix}$$

Jadi, hasil kali dari matriks matriks A dan B ialah $\begin{bmatrix} -10 & 13 \\ 1 & -16 \end{bmatrix}$

Definisi 2.3 [10] Misalkan A berupa matriks persegi, perpangkatan dari A dapat didefinisikan sebagai berikut:

1. $A^0 = I$
2. $A^n = \underbrace{A \times A \times A \times \cdots \times A}_{n\,faktor}, (n > 0)$ (2.2)

2.2 Matriks *Centrosymmetric*

Terdapat banyak bentuk matriks khusus, diantaranya matriks nol, diagonal, identitas, segitiga atas atau bawah, *centrosymmetric*, dan sebagainya[3].

Pada penelitian ini akan membahas matriks *centrosymmetric*, seperti yang digambarkan dalam definisi berikut:

Definisi 2.4 [11] Matriks *centrosymmetric* ialah matriks yang simetri pada pertengahan matriksnya. Suatu matriks dikatakan matriks *centrosymmetric* jika $a_{ij} = a_{m-i+1,m-j+1}$ dengan $1 \le i \le m, 1 \le j \le m$, sehingga bentuk umum matriks *centrosymmetric* dapat ditulis sebagai berikut:

$$A_m = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2m} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1m} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Definisi 2.5 [12] Misalkan S merupakan matriks $m \times m$, matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi $S^R = S$ dan S^R didefinisikan dengan $S^R = J_m S_m J_m$ dimana S^R merupakan rotasi matriks S dan J_m merupakan matriks *contra*-identitas yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$J_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Contoh yang akan dbuktikan berikut merupakan hasil penelitian [8] untuk membuktikan matriks *centrosymmetric*.

Contoh 2.2

Diberikan matriks S yang merupakan matriks $m \times m$ dengan ordo 5×5 dan 7×7 dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$S_5 = \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix}$$

dan

$$S_7 = \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix}$$

buktikan matriks tersebut merupakan matriks *centrosymmetric*.

Penyelesaian:

$S_5{}^R = J_5 S_5 J_5$

$$S_5{}^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_5{}^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & a & a \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ a & a & a & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_5{}^R = \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix}$$

$$S_5{}^R = S$$

dan

$$S_7{}^R = J_7 S_7 J_7$$

$$S_7{}^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_7{}^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_7{}^R = \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix}$$

$$S_7{}^R = S$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa matriks S ordo 5×5 dan 7×7 dengan bentuk khusus ini merupakan matriks *centrosymmetric*.

2.3 Determinan Matriks

Definisi 2.6 [2] Fungsi dari determinan dilambangkan dengan det dan jika A merupakan matriks persegi maka $det(A)$ didefinisikan sebagai jumlah dari seluruh hasil kali elementer A, dan $det(A)$ merupakan determinan A.

Teorema 2.1 [2] Misalkan A berupa matriks persegi, maka berlaku:

a. Jika terdapat satu baris atau satu kolom yang bernilai nol pada A, maka $det(A) = 0$. (2.5)

b. $det\ (A) = det(A^T)$.

Contoh 2.3

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ merupakan matriks persegi 3×3 dengan satu barisnya bernilai 0 maka buktikan bahwa Teorema 2.1 bagian a berlaku.

Penyelesaian:

Diketahui: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, ditanya: $det(A) = 0$?

$$det(A) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ 6 & 2 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

$$det(A) = \big((2 \times 2 \times 0) + (1 \times 1 \times 0) + (3 \times 6 \times 0)\big) - \big((1 \times 6 \times 0) + (2 \times 1 \times 0) + (3 \times 2 \times 0)\big) = (0 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = 0$$

Dapat dilihat bahwa determinan dari A adalah 0, sehingga terbukti bahwa Teorema 2.1 bagian a berlaku.

Contoh 2.4

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ dan $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ adalah matriks persegi 3×3, buktikan bahwa Teorema 2.1 bagian b berlaku.

Penyelesaian:

Diketahui: 1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$

2. $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

Ditanya: $det\ (A) = det(A^T)$?

$$det(A) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ 6 & 2 \\ 0 & 5 \end{matrix}$$

$$det(A) = \big((2 \times 2 \times 4) + (1 \times 1 \times 0) + (3 \times 6 \times 5)\big) - \big((1 \times 6 \times 4) + (2 \times 1 \times 5) + (3 \times 2 \times 0)\big) = (16 + 0 + 90) - (24 + 10 + 0) = 72$$

$$det(A^T) = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 6 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{matrix}$$

$$det(A^T) = \big((2 \times 2 \times 4) + (6 \times 5 \times 3) + (0 \times 1 \times 1)\big) - \big((6 \times 1 \times 4) + (2 \times 5 \times 1) + (0 \times 2 \times 3)\big) = (16 + 90 + 0) - (24 + 10 + 0) = 72$$

Dapat dilihat bahwa $det\ (A) = det(A^T)$, sehingga terbukti bahwa Teorema 2.1 bagian a berlaku.

Suatu matriks dianggap singular jika memiliki determinan nol dan jika tidak,, matriks tersebut dianggap non-singular. [4].

2.4 Ekspansi Kofaktor

Definisi 2.7 [2] Jika kita asumsikan bahwa A merupakan matriks persegi, maka M_{ij} merupakan representasi minor dari a_{ij}, dan M_{ij}merupakan determinan dari submatriks yang tersisa setelah menghapus baris ke-i dan kolom ke-j. Kofaktor dari a_{ij} merupakan C_{ij}, yang diwakili oleh $(-1)^{i+j}M_{ij}$.

Contoh 2.5 Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

Minor dari a_{11} ialah:

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = -15$$

Kofaktor dari a_{11} ialah:

$$C_{11} = (-1)^{1+1}M_{11} = (-1)^2(-15) = -15$$

Begitu juga dengan minor dari a_{21}

$$M_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = -10$$

Dengan kofaktor dari a_{21} ialah

$$C_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = (-1)^3(-10) = 10$$

Berdasarkan contoh di atas, dapat diketahui bahwa minor dan kofaktor pada aij hanya berbeda pada tandanya, dimana $C_{ij} = \pm M_{ij}$. Untuk mengetahui tanda yang akan digunakan $+$ atau $-$ dapat dilihat sebagai berikut [2].

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

Sebagai contoh, $C_{11} = M_{11}$, $C_{12} = M_{12}$, $C_{13} = M_{13}$, $C_{14} = M_{14}$ dan begitu seterusnya.

Teorema 2.2 [13] Mengingat bahwa matriks A merupakan persegi, determinan A dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada baris ke-i atau kolom ke-j dengan kofaktornya. Kemudian, dengan asumsi bahwa $1 \le i \le n$ dan $1 \le j \le n$, hasil kali yang diperoleh harus dijumlahkan.

a. Ekspansi kofaktor baris ke-i.

$$det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in} \qquad (2.7)$$

b. Ekspansi kofaktor kolom ke-j.

$$det(A) = a_{j1}C_{j1} + a_{j2}C_{j2} + \cdots + a_{jn}C_{jn}$$

Contoh 2.6

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, hitunglah determinannya menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama dari A.

Penyelesaian:

$$|A| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 1\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = 1(-15) - 2(-7) + 3(2) = 5$$

Jadi, determinan dari matriks A ialah 5.

2.5 Invers Matriks

Definisi 2.8 [12] Matriks bujur sangkar A disebut sebagai matriks yang bisa dibalik, dan matriks B disebut sebagai matriks invers A jika matriks dengan ukuran sama didapatkan sedemikian rupa sehingga $AB = BA = I$.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj(A) = \frac{1}{|A|} [C_A]^T \tag{2.8}$$

Contoh 2.7

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, tentukan invers matriks A dengan menggunakan metode adjoin

Penyelesaian:

Menghitung determinan matriks A

$$|A| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 1\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 1(-15) - 2(-7) + 3(2) = 5$$

Menghitung minor kofaktor dari matriks A:

$$C_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -15$$

$$C_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 7$$

$$C_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 10$$

$$C_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$C_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$C_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$C_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 5$$

$$C_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -1$$

$$C_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

Maka diperoleh

$$\text{Kofaktor } A = \begin{bmatrix} -15 & 7 & 10 \\ 10 & -5 & 0 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

dan

$$adj\,(A) = \begin{bmatrix} -15 & 10 & 5 \\ 7 & -5 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Jadi, invers dari matriks A ialah:

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -15 & 10 & 5 \\ 7 & -5 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 7/5 & -1 & -1/5 \\ 5 & 0 & -1/5 \end{bmatrix}$$

BAB III
METODE PENELITIAN

Bab ini akan memberikan penjelasan tentang prosedur yang digunakan untuk menghasilkan bentuk determinan umum untuk matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo ganjil berpangkat bilangan bulat negatif. Prosesnya dapat dilihat sebagai berikut:

1. Matriks *centrosymmetric* diberikan dengan bentuk khusus ordo ganjil seperti yang ditunjukkan dalam Persamaan (1.1).
2. Menghitung ${A_m}^{-1}$ untuk $m = 3,5,7,9,11$.
3. Menduga bentuk umum ${A_m}^{-1}$ untuk m bilangan ganjil.
4. Membuktikan bentuk umum ${A_m}^{-1}$ dengan menunjukkan bahwa ${A_m}^{-1} \times A_m = I$ dan $A_m \times {A_m}^{-1} = I$ untuk m bilangan ganjil.
5. Menghitung ${A_m}^{-n}$ untuk $m = 3,5,7,9,11$ dan $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.
6. Menduga bentuk umum ${A_m}^{-n}$ untuk m bilangan ganjil dan n bilangan asli.
7. Membuktikan bentuk umum ${A_m}^{-n}$ untuk m bilangan ganjil dan n bilangan asli menggunakan induksi matematika.
8. Mendapatkan bentuk umum dari determinan ${A_m}^{-n}$ untuk m bilangan ganjil dan n bilangan asli menggunakan metode ekspansi kofaktor.
9. Mengaplikasikan bentuk umum dari determinan yang didapat ke dalam contoh soal.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian dari hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa bentuk umum matriks *centrosymmetric* ${A_m}^{-n}$ dengan m ganjil adalah:

$$
{A_m}^{-n} = \begin{bmatrix}
\frac{1}{a^n} & \frac{-n}{a^n} & \frac{n(n-1)}{2!a^n} & \frac{-n(n-1)(n-2)}{3!a^n} & \cdots & \frac{(-1)^{\frac{m+1}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-5}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-3}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+3}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-3}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-1}{2}\right)!a^n} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{1}{a^n} & \frac{-n}{a^n} & \frac{n(n-1)}{2!a^n} & \cdots & \frac{(-1)^{\frac{m+3}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-7}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-5}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+5}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-5}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-3}{2}\right)!a^n} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{1}{a^n} & \frac{-n}{a^n} & \cdots & \frac{(-1)^{\frac{m+5}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-9}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-7}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+7}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-7}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-5}{2}\right)!a^n} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & \cdots & \frac{(-1)^{\frac{m+7}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-11}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-9}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+9}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-9}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-7}{2}\right)!a^n} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{a^n} & \frac{-n}{a^n} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{-n}{a^n} & \frac{1}{a^n} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{(-1)^{\frac{m+9}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-9}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-7}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+7}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-11}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-9}{2}\right)!a^n} & \cdots & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{(-1)^{\frac{m+7}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-7}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-5}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+5}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-9}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-7}{2}\right)!a^n} & \cdots & \frac{-n}{a^n} & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{(-1)^{\frac{m+5}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-5}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-3}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+3}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-7}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-5}{2}\right)!a^n} & \cdots & \frac{n(n-1)}{2!a^n} & \frac{-n}{a^n} & \frac{1}{a^n} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{(-1)^{\frac{m+3}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-3}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-1}{2}\right)!a^n} & \frac{(-1)^{\frac{m+1}{2}} n(n-1)(n-2)\cdots\left(n-\left(\frac{m-5}{2}\right)\right)}{\left(\frac{m-3}{2}\right)!a^n} & \cdots & \frac{-n(n-1)(n-2)}{3!a^n} & \frac{n(n-1)}{2!a^n} & \frac{-n}{a^n} & \frac{1}{a^n}
\end{bmatrix}
$$

dengan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* ${A_m}^{-n}$ dengan m ganjil adalah a^{-nm}.

5.2 Saran

Pada penelitian ini membahas mengenai bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat negatif ordo ganjil. Oleh karena itu, penulis menyarankan bagi pembaca yang ingin melanjutkan Tugas Akhir ini agar dapat meneliti lebih lanjut untuk mencari bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat negatif ordo genap atau mencari bentuk matriks simetris lainnya berpangkat bilagan bulat negatif.

DAFTAR PUSTAKA

[1] E. M. Asih, R. W. Y. Putra, and S. Andriani, *Buku Matriks Untuk SMA/MA/SMK/MAK*. Bandar Lampung, 2023.

[2] H. Anton and C. Rorres, *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Edisi Kedelapan Jilid 1*. Jakarta: Erlangga, 2004.

[3] H. Mursyidah, "Algoritma Polinomial Minimum untuk Membentuk Matriks Diagonal dari Matriks Persegi," *Jurnal Pendidikan Matematika,* vol. 11, no. 2, pp. 282–293, 2017.

[4] S. Fatmasari, "Bentuk Umum Determinan Matriks Toeplitz Tridiagonal," Universitas Islam Negeri Alauddin, 2015.

[5] Ilhamsyah, Helmi, and F. Fran, "Determinan dan Invers Matriks Blok 2x2," vol. 06, no. 3, pp. 193–202, 2017.

[6] A. N. Rahma, S. M. Jauza, and Rahmawati, "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Orda 3x3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Metode Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistik*, vol. 6, no. 2, pp. 89–96, 2020.

[7] A. N. Rahma and E. Erizona, "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4x4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," vol. 4, no. 1, pp. 7–16, 2021.

[8] N. Putri, "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif Ordo Ganjil," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2024.

[9] F. Aryani, "Trace Matriks Real Berpangkat Bilangan Bulat Negatif," vol. 3, no. 2, pp. 16–23, 2017.

[10] F. Aryani, C. Anam, and C. C. Marzuki, "Trace Matriks Kompleks Berbentuk Khusus 3 X 3 Berpangkat Bilangan Bulat," *Jurnal Sains Matematika dan Statistik.*, 2020.

[11] B. P. Tomasouw, "Karakteristik Matriks Centro-Simetris," *BAREKENG Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 10, no. 2, pp. 69–76, 2016.

[12] A. N. Rahma, R. H. Vitho, R. Rahmawati, and E. Saftri, "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo n×n (n≥3) menggunakan Adjoin," *Jurnal Lebesgue Jurnal Ilmu Pendidikan Matematika Matematika dan Statistika*, 2023.

[13] F. Aryani and C. C. Marzuki, "Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistik*, 2018.

[14] Sukirman, "Induksi Matematik dan Teorema Binomial," *Jurnal Matematika*, pp. 1–42, 2017.

[15] R. Munir, *Matematika Diskrit Edisi Keenam*. Bandung: Informatika Bandung, 2016.

BIODATA PENULIS

Nama Sri Wahyu Putri, lahir di Parit Aman pada tanggal 26 Maret 2001. Anak pertama dari Bapak Rasyid Ismail dan Ibu Mawarni dari 4 bersaudara. Beralamat di Jl. Poros Serusa, Bagansiapiapi, Kecamatan Bangko, Kabupaten Rokan Hilir, Riau. Adapun riwayat pendidikan saya sebagai berikut, tahun 2007 penulis memasuki Sekolah Dasar Negeri 036 Serusa dan menyelesaikan pendidikan pada tahun 2013. Tahun 2013 memasuki Sekolah Menengah Pertama Negeri 1 Bangko dan menyelesaikan pendidikan pada tahun 2016. Tahun 2016 memasuki Sekolah Menengah Atas Negeri 1 Bangko dan menyelesaikan pendidikan pada tahun 2019. Tahun 2020 terdaftar sebagai Mahasiswi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan saat ini masih menjadi Mahasiswi UIN SUSKA RIAU.

Pada tahun 2024 penulis melaksanakan Kerja Praktek di Bank Syariah Indonesia KCP Bagansiapiapi selama kurang lebih satu bulan guna memenuhi syarat mata kuliah yang sedang diambil pada semester 8 dengan judul Kerja Praktek **"Optimasi Pengajuan Pinjaman Segmen Konsumer di Bank Syariah Indonesia KCP Bagansiapiapi menggunakan Metode PERT (*Program Evaluation and Review Technique*)"** dengan dosen pembimbing Ibu Irma Suryani, M.Sc.

Pada tahun 2024 penulis juga memulai menyusun Tugas Akhir dengan judul **"Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Ganjil Berpangkat Bilangan Bulat Negatif"** yang dibimbing oleh Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si.