



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



**INVERS MATRIKS *CIRCULANT* RSFPLR BENTUK KHUSUS
ORDO $n \times n$, $n \geq 3$ DENGAN METODE ADJOIN**

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh :

NURUL INTAN AULIYAH
12150421797



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2025**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

**INVERS MATRIKS *CIRCULANT* RSFPLR BENTUK KHUSUS
ORDO $n \times n$, $n \geq 3$ DENGAN METODE ADJOIN**

TUGAS AKHIR

oleh:

NURUL INTAN AULIYAH
12150421797

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 01 Juli 2025

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Ade Novia Rahma, M.Mat.
NIP. 19901128 202321 2 045



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

**INVERS MATRIKS *CIRCULANT* RSFPLR BENTUK KHUSUS
ORDO $n \times n$, $n \geq 3$ DENGAN METODE ADJOIN**

TUGAS AKHIR

oleh:

NURUL INTAN AULIYAH

12150421797

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 01 Juli 2025

Pekanbaru, 08 Juli 2025
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003



Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc.
NIP. 19770103 200710 2 001

DEWAN PENGUJI :

Ketua : Sri Basriati, M.Sc
Sekretaris : Ade Novia Rahma, M.Mat.
Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.
Anggota II : Rahmawati, S.Si., M.Sc.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 01 Juli 2025

Yang membuat pernyataan,



MURUL INTAN AULIYAH
NIM. 12150421797



LEMBAR PERSEMBAHAN

"Setiap orang mempunyai rute hidupnya masing-masing, kamu tidak tertinggal oleh siapapun dan kamu tidak mendahului siapapun. Percaya proses itu yang paling penting, karena Allah telah mempersiapkan hal baik dibalik kata proses yang kamu anggap rumit. Segala sesuatu yang telah diawali, maka harus diakhiri"

(Nurul Intan Auliyah)

Allhamdulillahirabbil Alamin, Karya ini merupakan bentuk rasa syukur saya kepada Allah SWT karena telah memberikan nikmat karunia pertolongan yang tiada henti saat ini. Shalawat serta salam selalu dilimpahkan kepada baginda Rasulullah SAW

Teristimewa Kedua Orang Tua

Karya ini saya persembahkan sebagai tanda bukti sayang dan cinta yang tiada terhingga kepada orang tua tercinta, Ayah Andi Susanto dan Ibu Nafsiah cinta pertama dan pintu surgaku wanita hebat yang melahirkan penulis. Yang tiada hentinya memberikan motivasi dan materil. Terimakasih untuk semua doa dan dukungan yang telah diberikan kepada penulis sampai berada dititik ini. Terimakasih sudah mengupayakan kami bertiga (anakmu) merasakan pendidikan sampai dibangku perkuliahan.

Teruntuk Abang dan Adik

Kepada Abang Rizky Fahdillah Syah, S.Pd dan Adik Muhammad Habibi, Terimakasih banyak atas dukungan secara moril maupun materil. Terimakasih juga atas segala motivasi dan dukungannya yang diberikan kepada penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan studinya sampai sarjana.

Teruntuk Dosen Pembimbing

Yang telah sabar memberikan arahan, bimbingan, dan ilmu berharga dalam proses penyelesaian Tugas Akhir ini. Terima kasih atas segala perhatian dan dedikasi yang diberikan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Teruntuk Diri Sendiri

I'm proud of my self, Apapun yang terjadi always love yourself okayy? Aku sudah melakukan yang terbaik, i'm so proud of me. Be happy, jangan sedih terus yaaa. Aaaahhhh bersyukur banget sampai detik ini masih dikelilingi orang-orang baik disetiap hal, baik hal kecil ataupun besar dan masalah yang selalu datang, senang silih berganti, proses yang dilalui, suport yang tidak pernah padam,ahh terimakasih buat semuanya, makasiii banyak <3. Ehhh mau makasiii juga sama diri sendiri, you enough, hebat banget sih udah berjalan sejauh ini, aaa terharuu sekali. You did well<3

"Nurul Intan Auliyah"

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

INVERS MATRIKS *CIRCULANT* RSFPLR BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$, $n \geq 3$ DENGAN METODE ADJOIN

NURUL INTAN AULIYAH
12150421797

Tanggal Sidang : 01 Juli 2025
Tanggal Wisuda : 2025

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Matriks *circulant* merupakan matriks persegi berordo $n \times n$ dengan pergeseran elemen pada baris yang sama dengan baris sebelumnya dengan begeser ke kanan satu tempat. Penelitian ini membahas mengenai invers dari matriks *circulant* RSFPLR bentuk khusus ordo $n \times n$, $n \geq 3$ dengan konteks teorema, yang bertujuan untuk mengembangkan metode Adjoin dalam mendapatkan nilai inversnya. Ada tiga fase yang terlibat dalam mencari invers matriks *circulant* RSFPLR bentuk khusus. Untuk menentukan bentuk umumnya, pertama pola determinan matriks *circulant* RSFPLR bentuk khusus ordo 3×3 sampai 10×10 dan dibuktikan. Kedua, pola matriks kofaktor dari matriks *circulant* RSFPLR bentuk khusus ordo 3×3 sampai 10×10 . Ketiga, pola invers *circulant* RSFPLR bentuk khusus ordo 3×3 sampai 10×10 dan dibuktikan. Hasil dari penelitian ini adalah dengan mendapatkan bentuk umum determinan, bentuk umum matriks kofaktor, bentuk invers dari *circulant* RSFPLR bentuk khusus serta mengaplikasikan bentuk umum invers kedalam contoh soal untuk membuktikan validitas serta keefektifan metode yang dikembangkan.

Kata kunci: Determinan, Metode Adjoin, Matriks *Circulant* RSFPLR, Matriks Kofktor.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

INVERSION OF CIRCULANT RSFPLR MATRICKS OF SPECIAL ORDER $n \times n, n \geq 3$ USING ADJOIN METHODS

NURUL INTAN AULIYAH
12150421797

Session Date : 01 July 2025

Graduation Date : 2025

*Mathematics Study Program
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru*

ABSTRACT

Circulant matrix is a square matrix of order $n \times n$ with a shift of elements in the same row as the previous row by shifting to the right one place. This study discusses the inverse of the circulant matrix RSFPLR special form of order $n \times n, n \geq 3$ with the context of the theorem, which aims to develop the Adjoin method in obtaining its inverse value. There are three phases involved in finding the inverse of the circulant matrix RSFPLR special form. To determine its general form, first the determinant pattern of the circulant matrix RSFPLR special form of order 3×3 to 10×10 is proved. Second, the cofactor matrix pattern of the circulant matrix RSFPLR special form of order 3×3 to 10×10 is proved. Third, the inverse pattern of the circulant matrix RSFPLR special form of order 3×3 to 10×10 is proved. The results of this study are to obtain the general form of the determinant, the general form of the cofactor matrix, the inverse form of the special form of the RSFPLR circulant and to apply the general inverse form to sample problems to prove the validity and effectiveness of the developed method.

Keywords: *Determinant, Adjoin Method, Circulant RSFPLR Matrix, Cofactor Matrix.*

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabaraktuh

Alhamdulillahirabbil'alamiin. Segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat kesehatan dan keselamatan sehingga penulis diberikan kemudahan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat dan salam juga selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW, semoga kelak diakhirat seluruh umatnya mendapat syafa'at dari beliau.

Selama melaksanakan proses penulisan Tugas Akhir ini, penulis mendapat bimbingan, arahan, masukan, nasehat dan lain sebagainya dari berbagai pihak hingga akhir penyusunan tugas akhir penelitian ini. Terutama dan teristimewa penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta, Ayah Andi Susanto dan Ibu Nafsiah. Tak lupa pula penulis ucapkan terimakasih kepada abang Rizky Fahdillah Syah, S.Pd dan adik Muhammad Habibi. Kemudian penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Hj. Leny Nofianti, MS, SE, AK, CA selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Ibu Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau sekaligus Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan arahan kepada penulis dari semester awal sampai akhir.
Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat. selaku Dosen Pembimbing TA yang telah memberikan petunjuk serta arahan kepada penulis dari awal penulisan skripsi ini hingga selesai.
Ibu Fitri Aryani, M.Sc., Ibu Rahmawati, S.Si., M.Sc. dan Ibu Sri Basriati, M.Sc. selaku Dosen Penguji yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk menguji dan memberikan arahan dan petunjuk hingga sampai ke tahap ini.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Bapak Zukrianto, M.Si. selaku koordinator Tugas Akhir Program Studi Matematika.

Seluruh dosen beserta staff-staff Program Studi Matematika

Sahabat kecilku, Yusnanda Riani yang telah memberikan support kepada penulis.

Sahabat seperjuanganku, Rosmaida, Hardi Yanti dan Zahratul Jannah yang memberikan support dan telah bersedia menemani dikala penulis harus bolak-balik masuk RS dan membantu penulis dikala kesulitan selama perkuliahan.

Sahabat sepermainan, Asmita Dewi Ariyani Siregar, Mely Fauziah Hasibuan, Nurhidayah Harahap, Anggun Nidia Egianta dan Nia Fitria yang telah bersedia mendengarkan keluh kesah dan mengajak penulis jalan-jalan.

12. Seluruh MT Angkatan 21 yang telah kebersamai penulis dari awal sampai akhir.

13. Kak Adlul Finy Rahma yang telah bersedia mengajari penulis saat kesulitan dalam mengerjakan skripsi ini.

14. Semua pihak yang telah memberikan bantuan serta arahan dari awal hingga selesai penulisan laporan ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi rekan rekan mahasiswa-mahasiswi dan pembaca, sekaligus dapat menambah ilmu pengetahuan.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Pekanbaru, 01 Juli 2025

NURUL INTAN AULIYAH
NIM. 12150421797



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	ii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iii
LEMBAR PENYATAAN	iv
LEMBAR PERSEMBAHAN	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	x
DAFTAR ISI	ix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah.....	5
1.4 Tujuan Penelitian.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
1.6 Sistematika Penulisan	6
BAB II LANDASAN TEORI.....	7
2.1 Matriks	7
2.2 Perkalian Matriks.....	7
2.3 Matriks <i>Circulant</i>	8
2.4 Matriks RSFPLR (<i>Row Skew Last-Plus-First Right</i>)	8
2.5 Determinan Matriks	9
2.6 Matriks Kofaktor	11
2.7 Invers Matriks	11
2.8 Induksi Matematika	13



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN	15
BAB IV PEMBAHASAN.....	16
4.1. Bentuk Umum Determinan Matriks <i>circulant</i> RSFPLR Bentuk Khusus Ordo $n \times n$	16
4.2. Bentuk Umum Kofaktor Matriks <i>circulant</i> RSFPLR Bentuk Khusus Ordo $n \times n$	20
4.3. Bentuk Umum Invers Matriks <i>circulant</i> RSFPLR Bentuk Khusus Ordo $n \times n$	23
BAB V PENUTUP	32
5.1 Kesimpulan	32
5.2 Saran	33
DAFTAR PUSTAKA	34
RIWAYAT HIDUP PENULIS	35



BAB I PENDAHULUAN

Latar Belakang

Susunan elemen atau fungsi dalam baris dan kolom yang membentuk persegi panjang disebut sebagai matriks. Elemen-elemen yang menyusun matriks dinuliskan di antara tanda kurung siku [] atau tanda kurung biasa (), yang menunjukkan bahwa elemen-elemen ini disebut sebagai matriks [1]. Salah satu jenis matriks yang berkembang dalam ilmu aljabar adalah matriks *circulant*.

Matriks *circulant* telah diterapkan oleh berbagai peneliti, diantaranya yaitu matriks RSFPLR*circfr* (Row Skew Last-Plus-First Right) dan matriks RSLPFL*circfr* (Row Skew Last-Plus-First-Left) [2], matriks FLScirc_r [3], matriks FLD*circ_r* [4], *circulant* RLMFL (Row Last-Minus-First-Left) [5], *circulant* RLMFL (Row Last-Minus-First-Left) [5], matriks RLPrFL*circr* (Row Last-Plus-rFirst r-Left) [6], matriks RFPrLR*circr* (Row First-Plus-rLast r-Right) [7] dan sebagainya.

Adapun beberapa penelitian mengenai matriks *circulant* sebagai contoh oleh penelitian [8] yang membahas invers matriks RSFPLR*circfr* (0, b, ..., b) berordo $n \times n$ ($n \geq 4$) dengan menggunakan metode operasi baris elementer (OBE)

dengan bentuk khusus $A_n = \begin{bmatrix} 0 & b & b & \dots & b & b & b \\ -b & b & b & \dots & b & b & b \\ -b & 0 & b & \dots & b & b & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -b & 0 & 0 & \dots & b & b & b \\ -b & 0 & 0 & \dots & 0 & b & b \\ -b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b \end{bmatrix}, \forall b \in R$ maka diperoleh

bentuk umum invers matriks RSFPLR*circfr* yaitu:

$$(A_n)^{-1} = [a_{ij}]; \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

Dengan

$$a_{ij} = \begin{cases} b^{-1}, & \text{Jika } i = j \text{ atau } (i = n, j = 1), \\ -b^{-1}, & \text{Jika } (j = i + 1, i = 1, 2, \dots, n - 1) \text{ atau } (i = n, j = 2), \\ 0, & \text{untuk } i, j \text{ lainnya} \end{cases}$$

Kemudian penelitian yang dilakukan oleh [6] yang membahas invers matriks RLPrFL*circr* ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif dengan metode adjoin,



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan bentuk khusus $A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & \dots & a \\ 0 & 0 & a & \dots & 0 \\ 0 & a & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \forall a \in R$ maka diperoleh bentuk umum

invers matriks $RLPrFLcirc_r$ yaitu:

$$(A_4^n)^{-1} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) & \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) \\ \frac{a^n}{a^n} & 0 & 0 & \dots & \frac{a^n}{a^n} \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & \dots & 0 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) & \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) \\ \frac{a^n}{a^n} & 0 & 0 & \dots & \frac{a^n}{a^n} \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) & \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) \\ \frac{a^n}{a^n} & 0 & 0 & \dots & \frac{a^n}{a^n} \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) & \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) \\ \frac{a^n}{a^n} & 0 & 0 & \dots & \frac{a^n}{a^n} \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & \dots & 0 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) & \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \right) \right) \\ \frac{a^n}{a^n} & 0 & 0 & \dots & \frac{a^n}{a^n} \end{bmatrix}, \begin{matrix} n \text{ ganjil} \\ n \text{ genap} \end{matrix}$$

Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh [7] yang meneliti invers dari $RFPrLRcirc_r$ ordo $n \times n$ menggunakan matriks blok, dengan bentuk khusus

$$A_n = \begin{bmatrix} a & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a & a \\ ra & ra & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a, r \in R \text{ maka diperoleh bentuk umum}$$

invers matriks $RFPrLRcirc_r$ yaitu:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$(A_n)^{-1} = \begin{cases} \begin{bmatrix} -\frac{r-1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & -\frac{1}{a} & \dots & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix}, n \text{ ganjil} \\ \begin{bmatrix} -\frac{r-1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & -\frac{1}{a} & \dots & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix}, n \text{ genap} \end{cases}$$

Penelitian selanjutnya yang dilakukan oleh [9] mendeskripsikan matriks *inversal* menggunakan aplikasi RSLPFL*circfr* ordo 3×3 dengan pangkat bilangan

bulat positif menggunakan metode adjoin dalam bentuk tertentu $A_3 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix}$,

$\forall b \in R$ maka diperoleh bentuk umum invers matriks RSLPFL*circfr* yaitu:

$$(A_3^n)^{-1} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & b^n & 0 \\ b^n & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(n+1)b^n & -\frac{1}{2}(n+1)b^n & b^n \end{bmatrix}, n \text{ ganjil} \\ \begin{bmatrix} b^n & 0 & 0 \\ 0 & b^n & 0 \\ -\frac{1}{2}nb^n & \frac{1}{2}nb^n & b^n \end{bmatrix}, n \text{ genap} \end{cases}$$

Kemudian penelitian yang dilakukan oleh [10] yang membahas invers matriks RSLPFL*circfr* berordo $n \times n, n \geq 3$ dengan menggunakan matriks blok

dengan bentuk khusus $A_n = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2b & -b \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2b & -b & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 2b & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2b & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 2b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall b \in R$ maka diperoleh

bentuk umum invers matriks RSLPFL*circfr* yaitu:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \cdots & \frac{2^{(n-4)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} \\ \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \cdots & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-1}{(1+2^{(n-1)})b} \\ \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \cdots & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2}{(1+2^{(n-1)})b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \cdots & \frac{-2^{(n-6)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2^{(n-5)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2^{(n-4)}}{(1+2^{(n-1)})b} \\ \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \cdots & \frac{-2^{(n-5)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2^{(n-4)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} \\ 2 \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \cdots & \frac{-2^{(n-4)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{-2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} \end{bmatrix}$$

Penelitian selanjutnya yang dilakukan oleh [5] yang membahas invers matriks *circulant* RLMFL berordo $n \times n, n \geq 3$ dengan menggunakan metode adjoin

dengan bentuk khusus $A_n = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a & a & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall a \in R$ maka diperoleh

bentuk umum invers matriks *circulant* RLMFL yaitu:

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \cdots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \cdots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \cdots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \cdots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \end{bmatrix}$$

Setelah mengkaji literatur yang dilakukan oleh peneliti [5], oleh karena itu peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang berjudul **“Invers Matriks *Circulant* RSFPLR Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 3$ dengan Metode Adjoin”**. Adapun bentuk khusus matriks *circulant* RSFPLR $(a, -a, 0, \dots, 0)$ yang akan digunakan untuk melakukan penelitian ini yaitu:

$$A_n = \begin{bmatrix} a & -a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & -a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & -a \\ a & -a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R \quad (1.1)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.2

Rumusan Masalah

Dari pemaparan latar belakang diatas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimana cara menentukan bentuk umum invers dari matriks *circulant* RSFPLR bentuk khusus ordo $n \times n$, $n \geq 3$ yang didefinisikan dalam Persamaan (1.1) dapat ditentukan dengan metode adjoin?”.

1.3

Batasan Masalah

Adapun batasan untuk masalah penelitian ini adalah sebagai berikut:

Matriks yang dibahas adalah matriks *circulant* RSFPLR $n \times n$, $n \geq 3$ bentuk khusus dari Persamaan (1.1).

Bentuk umum kofaktor matriks *circulant* RSFPLR tidak dibuktikan, karena fokus penelitian ini pada matriks *circulant* RSFPLR dengan metode adjoin.

1.4

Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini ialah mendapatkan bentuk umum dari invers matriks *circulant* RSFPLR yang memiliki struktur khusus seperti yang dijelaskan dalam Persamaan (1.1), yang berukuran $n \times n$, $n \geq 3$, melalui penerapan metode adjoin.

1.5

Manfaat Penelitian

Melalui penelitian ini, diharapkan dapat meningkatkan pemahaman terhadap matriks *circulant* RSFPLR serta memberikan kontribusi pada pengembangan metode adjoin dalam matematika.

1.6

Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan tugas akhir ini disusun untuk membahas sejumlah permasalahan inti yang akan dijelaskan melalui beberapa tahap secara sistematis yaitu:

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan landasan teori yang melatar belakangi penggunaan matriks *circulant* RSFPLR, penelitian terdahulu, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian serta sistematika penelitian.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini menyajikan teori-teori dasar yang diperlukan dalam menghitung invers matriks *circulant* RSFPLR dengan metode adjoin yang memiliki bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$. Termasuk konsep matriks *circulant*, matriks RSFPLR, determinan matriks dan invers matriks.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini menguraikan secara sistematis langkah-langkah penelitian yang digunakan untuk menemukan solusi bentuk umum invers matriks *circulant* RSFPLR bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$ dengan metode adjoin.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini menyajikan implementasi praktis dari langkah-langkah dalam menentukan bentuk umum invers matriks *circulant* RSFLR bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$ dengan metode adjoin.

BAB V PENUTUP

Pada bab ini bertujuan untuk menyajikan ringkasan temuan utama penelitian dalam bentuk kesimpulan dan saran dalam penelitian yang telah dilakukan.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Matriks

Definisi 2.1 [11] Susunan bilangan-bilangan yang diatur dalam baris dan kolom, membentuk suatu persegi panjang disebut matriks. Setiap bilangan dalam susunan tersebut disebut elemen atau entri matriks. Matriks biasanya dilambangkan dengan huruf kapital, seperti A, B atau C . Misalnya, matriks A_{mn} memiliki m baris dan n kolom. Sedangkan elemen-elemennya dilambangkan dengan huruf kecil yang menunjukkan posisi baris dan kolomnya, misalnya a_{ij} memiliki i baris dan j kolom. Ukuran matriks yang disebut ordo, ditentukan oleh jumlah baris dan kolom. Secara umum, matriks dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

2.2 Perkalian matriks

Definisi 2.2 [12] Dua matriks A dan B , hanya bisa dikalikan jika jumlah kolom di matriks A sama dengan jumlah baris di matriks B .

Aturan perkalian matriks:

Operasi perkalian matriks $A_{m \times n}$ dan $B_{n \times k}$ akan menghasilkan matriks $C_{m \times k}$. Setiap elemen C_{ij} dalam matriks hasil diperoleh dengan cara menjumlahkan hasil kali elemen-elemen yang bersesuaian dari baris ke- i matriks A dan kolom ke- j matriks B .

Diketahui $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \\ o & p \end{bmatrix}$, maka diperoleh hasil perkaliannya yaitu:

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \\ o & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ak + bl + cm & dk + el + fm \\ an + bo + cp & dn + eo + fp \end{bmatrix}$$

Contoh 2.1 Hitunglah matriks $A \times B$ berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Maka diperoleh hasilnya yaitu:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 25 \\ 18 & 30 \\ 13 & 29 \end{bmatrix}$$

2.3 Matriks Circulant

Definisi 2.3 [13] Matriks *circulant* merupakan jenis matriks persegi berukuran $n \times n$ yang memiliki pola unik. Matriks ini dibangun dari n vektor, di mana baris pertama adalah input awal. Setiap baris berikutnya diperoleh dengan menggeser elemen baris sebelumnya satu posisi ke kanan, dan elemen terakhir dipindahkan ke awal baris. Ciri khas lainnya adalah elemen-elemen pada matriks diagonal memiliki nilai yang sama. Secara matematis, untuk setiap himpunan bilangan kompleks $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{C}$ matriks *circulant* $(A_{i,j})_{n \times n}$ yang dilambangkan dengan $\text{circ}(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$(A_{i,j})_{n \times n} = A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_0 & \dots & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_0 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.2 Berdasarkan bentuk umum *circulant*, berikut ini adalah contoh matriks *circulant* $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$, dan $a_4 = 6$ dengan matriks berordo 5×5

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 6 \\ 6 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 6 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

2.4 Matriks RSFPLR (Row Skew Last-Plus-First Right)

Definisi 2.4 [2] Matriks *circulant* RSFPLR (Row Skew Last-Plus-First Right) dengan baris pertama $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ dilambangkan dengan $\text{RSFPLRcircfr}(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ mempunyai bentuk umum matriks sebagai berikut sesuai kriteria pada Persamaan (1.1):



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_n = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ -a_{n-1} & a_0 + a_{n-1} & a_1 & \dots & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} \\ -a_{n-2} & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} & \dots & a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_3 & -a_4 + a_3 & -a_5 + a_3 & \dots & a_0 + a_{n-1} & a_1 & a_2 \\ -a_2 & -a_3 + a_2 & -a_4 + a_3 & \dots & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} & a_1 \\ -a_1 & -a_2 + a_1 & -a_3 + a_2 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} \end{bmatrix}$$

Untuk memperoleh kolom-kolom pada baris ke- $i + 1$, langkah pertama adalah dengan mengambil kolom terakhir pada baris ke- i yang dikalikan dengan 1. Setelah itu, kolom pertama pada baris ke- $i + 1$ didapatkan, dan kolom kedua diperoleh dengan menjumlahkan kolom pertama dan terakhir dari baris ke- i . Selanjutnya, kolom-kolom pada baris ke- i digeser secara siklis satu posisi ke kanan. Penjelasan ini dikemukakan oleh Jiang dan Kicheon.

Contoh 2.3 Diketahui sebuah matriks *circulant* RSFPLR dengan $a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 4$, dan $a_4 = 5$ dengan matriks berordo 5×5 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -5 & 6 & 2 & 3 & 4 \\ -4 & -1 & 6 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & -1 & 6 & 2 \\ -2 & -1 & -1 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

2.5 Determinan Matriks

Definisi 2.5 [11] Misalkan bahwa matriks A merupakan matriks persegi. Jumlah semua hasil perkalian elemen bertanda A adalah fungsi determinan yang dinotasikan dengan symbol $|A|$. Angka $\det(A)$ didefinisikan sebagai determinan dari A .

Contoh 2.4 Carilah determinan dari matriks ordo 2×2 berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$|A| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Contoh 2.5 Carilah determinan dari matriks ordo 3×3 berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$|A| = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{32}a_{21}a_{12}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \\ = a_{11}|A_{11}| - a_{12}|A_{12}| + a_{13}|A_{13}|$$

Teorema 2.1 Jika semua angka dalam satu baris atau kolom matriks persegi A adalah 0, maka nilai $\det(A)$ adalah 0.

Teorema 2.2 Apabila A merupakan matriks bujur sangkar dengan dua baris atau kolom yang proporsional, maka berlaku $\det(A)$ adalah 0.

Contoh 2.6 Carilah determinan dari matriks ordo 2×2 berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

Menurut Teorema 2.1 maka hasil dari $\det(A) = 0$.

Contoh 2.7 Carilah determinan dari matriks ordo 3×3 berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

Menurut Teorema 2.1 maka hasil dari $\det(A) = 0$.

Definisi 2.6 [11] a_{ij} merupakan determinan matriks yang diperoleh dengan menghilangkan baris ke- i dan kolom ke- j dari matriks A . Jika A merupakan matriks persegi, maka M adalah minor dari elemen a_{ij} . Adapun kofaktor a_{ij} sebagai berikut:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

Contoh 2.8 Carilah minor dan kofaktor dari matriks ordo 3×3 berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

Entri kofaktor sepanjang baris pertama:

$$c_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 13$$

$$c_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -5$$

$$c_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -7$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Entri kofaktor sepanjang baris kedua:

$$C_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -6$$

$$C_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3$$

$$C_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

Entri kofaktor sepanjang baris ketiga:

$$C_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 4$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -1$$

2.6 Matriks Kofaktor

Definisi 2.7 [14] Diberikan matriks persegi A , matriks kofaktor ialah matriks yang elemen pada baris i dan kolom j adalah kofaktor C_{ij} dari elemen a_{ij} di matriks A .

Adapun matriksnya sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Contoh 2.9 Matriks kofaktor yang dihasilkan pada Contoh 2.8 adalah sebagai berikut:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 13 & -5 & -7 \\ -6 & 3 & 3 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

2.7 Invers Matriks

Definisi 2.8 [15] Jika A merupakan sebuah matriks bujur sangkar dan terdapat matriks B yang memiliki ukuran sama dengan matriks A lalu diperoleh $AB = BA = I$ maka A disebut bisa dibalik dan B disebut invers dari A .

Teorema 2.3 [14] Jika matriks bujur sangkar yang memiliki invers, maka

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$$

Contoh 2.10 [16] Diberikan matriks A_2 tentukan inversnya menggunakan adjoin sebagai berikut:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian:

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{vmatrix} = -c^2$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 0 & c \\ c & 0 \end{vmatrix}$$

Dengan,

$$C_{11} = (-1)^2(0) = 0$$

$$C_{12} = (-1)^3(c) = -c$$

$$C_{21} = (-1)^3(c) = -c$$

$$C_{22} = (-1)^4(0) = 0$$

$$\text{Maka: } C_2 = \begin{bmatrix} 0 & -c \\ -c & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$\text{adj}A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -c \\ -c & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2^{-1} = \frac{1}{\det(A_2)} \text{adj}(A_2)$$

$$= \frac{1}{-c^2} \begin{bmatrix} 0 & -c \\ -c & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{c} & 0 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.11 Diberikan matriks ordo 3×3 berikut, carilah inversnya:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ kofaktor sepanjang baris pertama}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(13) - 2(5) + 0(-7) = 3$$

Selanjutnya menghitung adjoin.

$$C_{11} = (-1)^2 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 13 \quad C_{12} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -5 \quad C_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -7$$

$$C_{21} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -6 \quad C_{22} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \quad C_{23} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$C_{31} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 4 \quad C_{32} = (-1)^5 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -2 \quad C_{33} = (-1)^6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -1$$

Maka diperoleh

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 13 & -5 & -7 \\ -6 & 3 & 3 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -6 & 4 \\ -5 & 3 & -2 \\ -7 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Sehingga A^{-1} yang diperoleh yaitu:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 13 & -6 & 4 \\ -5 & 3 & -2 \\ -7 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{3} & -2 & \frac{-4}{3} \\ -\frac{5}{3} & 1 & \frac{-2}{3} \\ \frac{4}{3} & 1 & \frac{-1}{3} \end{bmatrix}$$

2.3 Induksi Matematika

Definisi 2.9 [17] Induksi matematika adalah salah satu metode pembuktian dari banyak teorema dalam teori bilangan maupun dalam matematika lainnya. Induksi matematika merupakan salah satu argumentasi pembuktian suatu teorema atau pernyataan matematika yang semesta pembicaraannya himpunan bilangan bulat atau lebih khusus bilangan asli.

Misalkan $p(n)$ adalah proposisi/pernyataan yang akan dibuktikan kebenarannya untuk setiap bilangan asli n . Langkah-langkah pembuktiannya dengan induksi matematika adalah sebagai berikut:

1. Jika $p(1)$ benar,
2. Diasumsikan bahwa $p(k)$ benar untuk suatu bilangan asli k dan akan ditunjukkan bahwa $p(k + 1)$ juga benar.

Contoh 2.12 Diberikan matrik $A = \begin{bmatrix} a & a & a & \cdots & a & a \\ 0 & a & a & \cdots & a & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R$. Maka:

$$|A_n| = a^n, n \geq 3$$

Bukti: Pembuktian menggunakan induksi matematika sebagai berikut:

Basis induksi: akan dibuktikan $p(3)$ benar, maka:

$$\begin{aligned} p(3) = |A_3| &= \begin{vmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} \\ &= 0 \begin{vmatrix} a & a \\ a & a \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} a & a \\ 0 & a \end{vmatrix} + a \begin{vmatrix} a & a \\ 0 & a \end{vmatrix} \\ &= 0(0) - 0(a^2) + a(a^2) \\ &= a^3 \end{aligned}$$

Maka $p(3)$ benar.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Langkah induksi: asumsikan bahwa $p(k)$ benar, maka

$$p(k) = |A_k| = \begin{vmatrix} a & a & a & \cdots & a \\ 0 & a & a & \cdots & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix}_k a^k, k \geq 3$$

Akan ditunjukkan bahwa $p(k+1)$ juga benar, maka

$$p(k+1) = |A_{k+1}| = a^{k+1}.$$

Perhatikan bahwa:

$$|A_{k+1}| = \begin{vmatrix} a & a & a & \cdots & a \\ 0 & a & a & \cdots & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix}_{k+1}$$

Ekspansi sepanjang baris ke- $k+1$

$$= 0 + 0 + 0 + \cdots + (-1)^{2k+2} a \begin{vmatrix} a & a & a & \cdots & a \\ 0 & a & a & \cdots & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix}_k$$

$$= (-1)^{2k+2} a \begin{vmatrix} a & a & a & \cdots & a \\ 0 & a & a & \cdots & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a \end{vmatrix}_k$$

$$= a \cdot |A_k|$$

$$= a \cdot a^k$$

$$= a^{k+1}$$

Maka $P(k+1)$ benar.

Dari langkah i dan ii sudah diperlihatkan dan dibuktikan benar. Bahwa:

$$|A_n| = a^n$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini membahas cara mendapatkan invers matriks *circulant* RSFPLR dengan metode adjoin. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

Penelitian ini dimulai dengan pembentukan matriks *circulant* RSFPLR dengan struktur yang telah didefinisikan secara spesifik, yang mengacu pada bentuk khusus dari Persamaan (1.1)

Nilai determinan dari matriks *circulant* RSFPLR dihitung secara bertahap, mulai dari ordo 3×3 hingga ordo 10×10 , menggunakan metode ekspansi kofaktor.

3. Dari hasil perhitungan determinan tersebut, peneliti mengamati dan mencari pola yang muncul, yang kemudian akan diterapkan dalam proses perumusan bentuk umum dari determinan suatu matriks *circulant* RSFPLR ordo $n \times n$.

4. Bentuk umum determinan matriks *circulant* RSFPLR ordo $n \times n$ yang telah diidentifikasi kemudian dibuktikan kebenarannya menggunakan prinsip induksi matematika.

5. Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai kofaktor dari matriks *circulant* RSFPLR berordo 3×3 hingga ordo 10×10 .

Mengamati pola dari perhitungan kofaktor matriks *circulant* RSFPLR ordo $n \times n$ untuk menentukan bentuk umumnya.

Dengan menggunakan nilai determinan dan kofaktor yang telah diperoleh, hitung matriks invers dari matriks *circulant* RSFPLR berordo 3×3 hingga ordo 10×10 .

Pola yang muncul dari hasil perhitungan matriks invers diamati untuk menentukan bentuk umum invers matriks *circulant* RSFPLR ordo $n \times n$.

Bentuk umum invers matriks *circulant* RSFPLR yang telah diidentifikasi diuji kebenarannya dengan melakukan melakukan pembuktian $AA^{-1} = A^{-1}A = I$.

Menyelesaikan contoh soal dengan mengaplikasikan bentuk umum dari invers matriks *circulant* RSFPLR tersebut.

BAB V PENUTUP

Kesimpulan

Penelitian ini berfokus pada pengembangan metode adjoin untuk mendapatkan invers matriks *circulant* RSFPLR berbentuk khusus

$$A_n = \begin{bmatrix} a & -a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & -a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -a & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a & -a \\ a & -a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \text{ dengan ordo } n \times n, n \geq 3.$$

Dengan hasil sebagai berikut:

1. Bentuk umum determinan matriks *circulant* RSFPLR yaitu:

$$|A_n| = a^n, n \geq 3$$

2. Bentuk umum kofaktor matriks *circulant* RSFPLR yaitu:

$$C_n = \begin{bmatrix} 0 & -a^{n-1} & -a^{n-1} & \dots & -a^{n-1} & -a^{n-1} & -a^{n-1} \\ a^{n-1} & a^{n-1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a^{n-1} & a^{n-1} & a^{n-1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a^{n-1} & a^{n-1} & a^{n-1} & \dots & a^{n-1} & 0 & 0 \\ a^{n-1} & a^{n-1} & a^{n-1} & \dots & a^{n-1} & a^{n-1} & 0 \\ a^{n-1} & a^{n-1} & a^{n-1} & \dots & a^{n-1} & a^{n-1} & a^{n-1} \end{bmatrix}, n \geq 3$$

Bentuk umum invers matriks *circulant* RSFPLR yaitu:

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{1}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{a} & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{1}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{1}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix}, n \geq 3$$

Selain itu, penelitian ini juga berhasil merumuskan Teorema baru terkait invers matriks *circulant* RSFPLR berbentuk khusus. Pengaplikasian pada contoh numerik menunjukkan validitas dan keefektifan metodologi yang digunakan. Hasil,



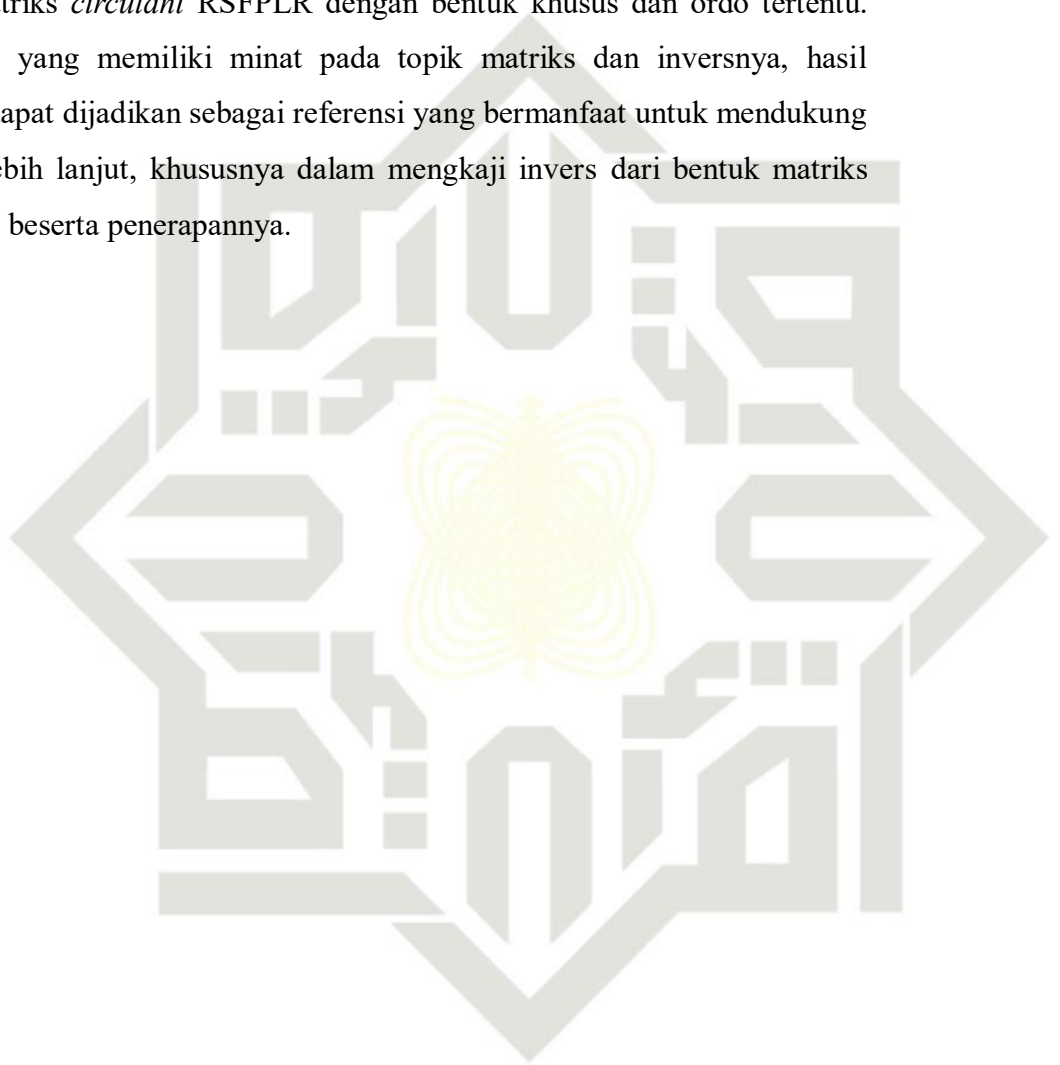
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

penelitian ini berkontribusi secara signifikan dalam pemahaman dan penerapan invers matriks *circulant* RSFPLR dalam bidang matematika murni.

Saran

Penelitian ini secara khusus membahas tahapan-tahapan dalam menentukan invers dari matriks *circulant* RSFPLR dengan bentuk khusus dan ordo tertentu. Bagi pembaca yang memiliki minat pada topik matriks dan inversnya, hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai referensi yang bermanfaat untuk mendukung pembahasan lebih lanjut, khususnya dalam mengkaji invers dari bentuk matriks khusus lainnya beserta penerapannya.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- R. Riska, "Matriks," *Materi Ajar Matematika.*, 2022.
- X. Jiang and K. Hong, "Exact Determinants of Some Special Circulant Matrices Involving Four Kinds of Famous Numbers," *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2014, 2014.
- Z. L. Jiang and Z. Ben Xu, "Efficient algorithm for finding the inverse and the group inverse of FLS r-circulant matrix," *Journal of Applied Mathematics and Computing.*, vol. 18, no. 1–2, pp. 45–57, 2005.
- X. Pan and M. Qin, "The Discriminance for FLD_{circr} Matrices and the Fast Algorithm of Their Inverse and Generalized Inverse," *Advances in Linear Algebra & Matrix Theory*, vol. 05, no. 02, pp. 54–61, 2015.
- A. Finy Rahma, "Invers Matriks *Circulant* RLMFL Bentuk Khusus Ordo $n \times n, n \geq 3$ Menggunakan Metode Adjoin," 2025.
- [6] Mifta Ilmi Ismail, "Invers Matriks RLP_rFrL_{circ} Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Metode Adjoin," 2023.
- [7] H. Fikri, "Invers Matriks RF_prLR_{circr} (a, a, 0, ... ,0) Ordo $n \times n$ dengan $n \geq 3$ Menggunakan Matriks Blok 2×2 ," pp. 54–81, 2023.
- [8] R. Rahmawati, N. Fitri, dan A. N. Rahma, "Invers Matriks RSFPLR_{circfr} (0,b,...,b)," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika.*, vol. 6, no. 1, p. 113, 2020.
- [9] V. Wulanda, "Invers Matriks RSLPFL_{circfr} Bentuk Khusus Ordo 3×3 Menggunakan Berpangkat Bilangan Bulat Positif menggunakan Adjoin," *Jurnal Ekonomi Volume 18, Nomor 1 Maret 201*, vol. 2, no. 1, pp. 41–49, 2020.
- [10] R. Edrian, "Invers Matriks RSLPFL_{circfr} Bentuk Khusus (b,0,...,0,b) Berordo $n \times n, n \geq 3$ Menggunakan Matriks Blok 2×2 ," 2022.
- [11] C. R. Howard Anton, *Elementary Linear Algebra*. Toronto:Wiley, 2000.
- [12] Y. Sibaroni, *Buku Ajar Linier*. 2023.
- [13] K. R. Kannan, N. Elumalai, and M. Kavitha, "On s-normal Circulant and con-s-normal Circulant Matrices," *International Journal Scientific Research in Mathematics and Statistical Sciences.*, vol. 5, no. 5, pp. 173–178, 2018.
- [14] M. dan M. Syarifuddin, *Aljabar Linier*. Bima, 2006.
- [15] A. H. dan R. Chris, *Aljabar Linier Elementer*, 8th ed. Jakarta: Erlangga, 2004.
- [16] R. I. Baihaqi, "Invers Matriks Simetris Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ Menggunakan Metode Adjoin," 2023.
- [17] Sukirman, *Pengantar Teori Bilangan*. Yogyakarta: Hanggar Kreator, 2006.



RIWAYAT HIDUP PENULIS

Nurul Intan Auliyah, lahir di Kisaran 09 Januari 2003 merupakan anak kedua dari tiga bersaudara pasangan Bapak Andi Susanto dan Ibu Nafsiah yang beralamat di Jln. Perum PMKS PT Herfinta, Desa Asam Jawa, Kecamatan Torgamba, Kabupaten Labuhan Batu Selatan, Provinsi Sumatera Utara. Penulis menempuh pendidikan dimulai dari SDN 118382 Aek Batu, Provinsi Sumatera Utara pada tahun 2009-2015, melanjutkan ke SMPN 1 Torgamba pada tahun 2015-2018 dan SMAN 2 Torgamba pada tahun 2018-2021 hingga akhirnya pada tahun 2021 dinyatakan lulus pada Tes SBMPTN UIN SUSKA RIAU dan diterima pada Program Studi S1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Pada tanggal 15 Januari 2024-15 Februari 2024 penulis melaksanakan Kerja Praktek di PT Bhumireksa Nusasejati Perkebunan Mandah Estate Provinsi Riau, serta melakukan penelitian yang berjudul “Analisa Perbandingan Waktu Perjalanan Bargas Menuju *Collection Point* Dengan Metode CPM dan PERT” yang dibimbing oleh Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat, yang kemudian diseminarkan pada tanggal 20 Juni 2024. Kemudian, penulis melakukan penelitian sebagai Tugas Akhir yang berjudul “Invers Matriks *Circulant* RSFPLR Bentuk Khusus Orde $n \times n, n \geq 3$ Dengan Metode Adjoin” yang dibimbing oleh Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat. Pada tanggal 08 Mei 2025 penulis dinyatakan ujian Seminar Proposal Penelitian. Akhirnya, pada tanggal 01 Juli 2025, penulis dinyatakan “Lulus” Ujian Sidang Tugas Akhir.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.