



[Handwritten signature]

INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

ALDI HENDRIKO PRATAMA
11950411502



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2025

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© hak cipta milik UIN Suska Riau

University of Sultan Syarif Kasim Riau



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

LEMBAR PERSETUJUAN

INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

ALDI HENDRIKO PRATAMA

11950411402

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 02 Juni 2025.

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Rahmawati, M.Sc.

NIP. 19890202 202321 2 057

UIN SUSKA RIAU



LEMBAR PENGESAHAN

INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

ALDI HENDRIKO PRATAMA

11950411502

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Mei 2025

Pekanbaru, 02 Juni 2025

Mengesahkan

Ketua Program Studi

Pllh. Dekan

Dr. Kunaifi, ST, PgDipEnst, M.Sc.

NIP. 19760724 200710 1 003

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Wartono, M.Sc.

Sekretaris : Rahmawati, M.Sc.

Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.

Anggota II : Ade Novia Rahma, S.Pd., M.Mat.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Mei 2025
Yang membuat pernyataan,



ALDI HENDRIKO PRATAMA
11950411502

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim.

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT. Nikmat dan karunia-Mu telah memberi saya kekuatan dan membekali saya dengan ilmu pengetahuan serta kesabaran untuk dapat sampai di titik ini sehingga Tugas Akhir yang sederhana ini dapat terselesaikan. Saya persembahkan karya sederhana ini kepada orang-orang yang sangat saya sayangi.

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tidak akan pernah ada habisnya kepada kedua orang tua saya, Bapak Jhon Hendri dan Ibu Heriwati yang selalu memberikan kasih sayang, dukungan, ridho dan cinta kasih yang tiada terhingga yang tidak mungkin dapat kubalas hanya dengan selembaar kertas yang bertuliskan kata “persembahan”. Semoga ini dapat menjadi langkah awal saya untuk dapat membuat ayah dan ibu bahagia, karena saya sadar selama ini belum bisa berbuat lebih. Untuk ayah dan ibu, terimakasih banyak.

Serta untuk kedua adik saya, Alvin Dwi Abdilah dan Elsa Tri Meylin. Terimakasih telah membuat abang ingin cepat menyelesaikan studi ini untuk bisa membantu kedua orang tua kita, Terimakasih banyak. Selanjutnya kepada dosen pembimbing saya, Ibu Rahmawati, M.Sc yang telah banyak membantu dan membimbing saya hingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Serta kepada teman-teman saya, terimakasih telah berjuang bersama untuk menyelesaikan perkuliahan ini dan tetap saling menguatkan, Terimakasih banyak.

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

ALDI HENDRIKO PRATAMA
11950411502

Tanggal Sidang : 23 Mei 2025
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrandas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif. Untuk mencari bentuk umum A_n^m , terlebih dahulu dilakukan penghitungan perpangkatan matriks pada $A_4^m, A_5^m, A_6^m, A_7^m$ setelah itu menduga bentuk umum matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif, dengan cara melihat pola rekursif $A_4^m, A_5^m, A_6^m, A_7^m$. Kemudian bentuk umum A_n^m yang didapat akan dibuktikan dengan menggunakan induksi matematika. Setelah terbukti benar, maka dapat dicari bentuk umum invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif dengan melakukan operasi baris elementer (OBE) pada $[A_4^m]^{-1}, [A_5^m]^{-1}, [A_6^m]^{-1}, [A_7^m]^{-1}$, selanjutnya untuk menduga bentuk umum $[A_n^m]^{-1}$ dapat dilakukan dengan melihat pola rekursif $[A_4^m]^{-1}, [A_5^m]^{-1}, [A_6^m]^{-1}, [A_7^m]^{-1}$. Kemudian bentuk umum $[A_n^m]^{-1}$ yang didapat akan dibuktikan dengan menggunakan invers kiri invers kanan. Dan terakhir akan dilakukan pengaplikasian pada soal.

Kata Kunci : Induksi Matematika, Invers Matriks, Invers Kiri Invers Kanan, Matriks *Centrosymmetric*, Operasi Baris Elementer (OBE), Perpangkatan Matriks.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

INVERS of CENTROSYMMETRIC MATRIXES OF SPECIAL FORM ORDER $n \times n$ STEMMED BY POSITIVE BULB NUMBERS

ALDI HENDRIKO PRATAMA
11950411502

Date of Final Exam : 23 Mei 2025

Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This research discusses the inverse of centrosymmetric matrix of special form of order $n \times n$ with positive integer rank. To find the general form of A_n^m , first calculate the matrix expansions in $A_4^m, A_5^m, A_6^m, A_7^m$ after that conjecture the general form of the special form centrosymmetric matrix of order $n \times n$ with positive integer rank, by looking at the recursive pattern of $A_4^m, A_5^m, A_6^m, A_7^m$. Then the general form of A_n^m obtained will be proven using mathematical induction. Once proven correct, the general form of the inverse of the centrosymmetric matrix of special form order $n \times n$ with positive integer rank can be found by performing elementary row operation (OBE) on $[A_4^m]^{-1}, [A_5^m]^{-1}, [A_6^m]^{-1}, [A_7^m]^{-1}$, then conjecture the general form of $[A_n^m]^{-1}$ by looking at the recursive pattern of $[A_4^m]^{-1}, [A_5^m]^{-1}, [A_6^m]^{-1}, [A_7^m]^{-1}$. Then the general form of $[A_n^m]^{-1}$ obtained will be proved by using the left inverse right inverse. And finally, the application will be done on the problem..

Keywords: Mathematical Induction, Matrix Inverse, Left Inverse Right Inverse, Centrosymmetric Matrix, Operations of Elementary Row (OBE), Matrix Extension.

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Bismillahirrahmanirrahim, segala puji bagi Allah Subahanahu wa ta'ala. Yang telah memberikan kesempatan penulis untuk mengemban amanah dalam menuntut ilmu. Shalawat dan salam senantiasa tertuju pada Rasulullah SAW. Yang telah membawa umat-Nya menuju cahaya ilahi. Atas berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “ Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ Berpangkat Bilangan Bulat Positif” diajukan untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Penyusunan dan penyelesaian laporan Tugas Akhir ini, tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung yang memberikan penulis arahan, bimbingan, bantuan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih terutama kepada Ayah dan Ibu selaku kedua orang tua penulis yang selalu memberikan semangat, kasih sayang, do'a dan dukungan baik dari dukungan mental dan material untuk menyelesaikan Laporan Tugas Akhir ini. Selanjutnya ucapan terimakasih kepada:

1. Ibu Prof. Dr. Hj. Leny Nofianti MS, SE, M.Si, AK, CA. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
5. Pak Zukrianto, S.Pd, M.Si selaku dosen pembimbing akademik
6. Ibu Rahmawati, M.Sc selaku dosen pembimbing dalam menyelesaikan Tugas Akhir penulis yang telah memberikan bantuan, dukungan, motivasi



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

serta meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan arahan mengenai tugas akhir penulis.

7. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku dosen penguji I yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun kepada penulis.
8. Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat selaku dosen penguji II yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun kepada penulis.
9. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau yang telah mendidik dan memberikan ilmunya selama perkuliahan.
10. Teman-teman Angkatan 2019 dan terkhusus sahabat-sahabat penulis yang senantiasa menemani dan memberikan dukungan kepada penulis.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 23 Mei 2025

ALDI HENDRIKO PRATAMA
11950411502



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Batasan Masalah	6
1.4 Tujuan Penelitian.....	6
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
1.6 Sistematika Penulisan.....	6
BAB II LANDASAN TEORI	8
2.1 Matriks Centrosymmetric.....	8
2.2 Perpangkatan Matriks.....	11
2.3 Induksi Matematika.....	12
2.4 Notasi Jumlah.....	15
2.5 Invers Matriks Metode Operasi Baris Elementer (OBE)	16
BAB III METODE PENELITIAN	20
BAB IV PEMBAHASAN.....	21
4.1 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_4^m	21
4.2 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_5^m	24
4.3 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_6^m	27
4.4 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_7^m	30



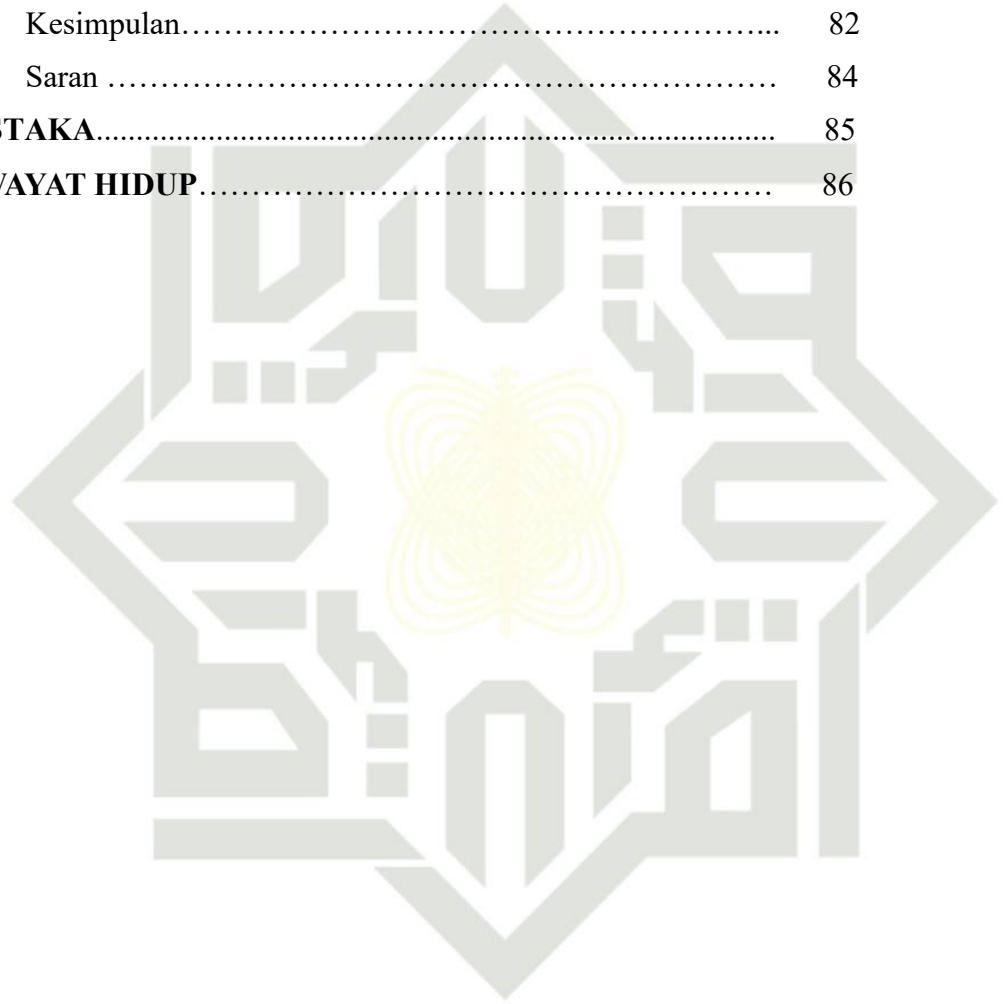
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

4.5 Menduga Bentuk Umum $[A_4^m]^{-1}$ Dengan Menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE).....	51
4.6 Mengaplikasikan bentuk umum A_n^m dan $[A_n^m]^{-1}$ kedalam bentuk contoh soal.....	77
BAB V PENUTUP	82
5.1 Kesimpulan.....	82
5.2 Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	86



UIN SUSKA RIAU



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu pembahasan menarik dalam matriks yakni menentukan invers suatu matriks. Invers matriks dikenal juga sebagai kebalikan dari suatu matriks. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menentukan invers matriks, di antaranya adalah metode matriks adjoint, Operasi Baris Elementer (OBE), metode faddeev dan lain sebagainya [1].

Masalah yang sering dijumpai ketika mencari invers dari suatu matriks yaitu berkaitan dengan ukuran matriks itu sendiri. Semakin besar ukuran matriks, maka semakin sulit mencari invers nya. Oleh karena itu, dibutuhkan sebuah rumus yang sesuai untuk mendapatkan invers suatu matriks yang mempunyai ukuran lebih besar. Terdapat berbagai macam matriks, salah satunya yaitu matriks *centrosymmetric*. Matriks *centrosymmetric* merupakan matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks. Bentuk umum dari matriks *centrosymmetric* adalah sebagai berikut [2]:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{2n} & a_{2,n-1} & \cdots & a_{21} \\ a_{1n} & a_{1,n-1} & \cdots & a_{11} \end{bmatrix} \text{ dengan } a_{ij} \in R.$$

Penelitian terdahulu banyak yang telah membahas mengenai invers suatu matriks, seperti yang dilakukan oleh [3] yang memperoleh kesimpulan yaitu invers matriks Toeplitz-Hessenberg bentuk khusus berordo $n \geq 2$ pada Persamaan (4) diberikan pada Persamaan (12). Kemudian penelitian yang dilakukan oleh [4] dan memperoleh kesimpulan yaitu bentuk umum invers dari matriks $RSPLRcircfr(0, b, \dots, b)$ berordo $n \times n, (n \geq 4)$ adalah $A_n^{-1} = [a_{ij}]; i, j = 1, 2, \dots, n$.

Penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan invers matriks diantaranya pada tahun 2015 oleh [5] yang telah membahas analisis konvergensi dari komputasi invers matriks *centrosymmetric*, berdasarkan penelitian tersebut diperoleh hasil yaitu:

$$A \begin{bmatrix} B & J_m C J_m \\ C & J_m B J_m \end{bmatrix} B \in R^{m \times m}, C \in R^{m \times m}.$$

Selanjutnya pada tahun 2017 oleh [6] yang telah meneliti invers matriks positif menggunakan metode adjoint, dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} b & a & a & \cdots & a \\ c & b & a & \cdots & a \\ c & c & b & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a \\ c & c & \cdots & c & b \end{bmatrix} a, b, c \in R.$$

Berdasarkan penelitian tersebut diperoleh hasil yaitu:

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(-1)^0 |A_{n-1}|}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 a \cdot (b-c)^{n-2} \cdot (a-b)^0}{|A_n|} & \cdots & \frac{(-1)^{n-2} a \cdot (b-c)^1 \cdot (a-b)^{n-3}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-1} a \cdot (b-c)^0 \cdot (a-b)^{n-2}}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^1 c \cdot (b-a)^{n-2} \cdot (c-b)^0}{|A_n|} & \frac{(-1)^0 |A_{n-1}|}{|A_n|} & \cdots & \frac{(-1)^2 a \cdot (b-c)^2 \cdot (a-b)^{n-4}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-2} a \cdot (b-c)^1 \cdot (a-b)^{n-3}}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^3 c \cdot (b-a)^{n-4} \cdot (c-b)^2}{|A_n|} & \frac{(-1)^2 c \cdot (b-a)^{n-3} \cdot (c-b)^1}{|A_n|} & \ddots & \frac{(-1)^1 a \cdot (b-c)^{n-2} \cdot (a-b)^0}{|A_n|} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \frac{(-1)^0 |A_{n-1}|}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 a \cdot (b-c)^{n-2} \cdot (a-b)^0}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^{n-1} c \cdot (b-a)^0 \cdot (c-b)^{n-2}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-2} c \cdot (b-a)^1 \cdot (c-b)^{n-3}}{|A_n|} & \cdots & \frac{(-1)^1 c \cdot (b-a)^{n-2} \cdot (c-b)^0}{|A_n|} & \frac{(-1)^0 |A_{n-1}|}{|A_n|} \end{bmatrix}$$

Berikutnya Pada tahun 2020 terdapat penelitian yang dilakukan oleh [7] yang telah meneliti invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin, dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix} \text{ dengan } a \in R.$$

Berdasarkan penelitian tersebut diperoleh hasil bentuk umum dari invers matriks *centrosymmetric* yaitu :



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

$$A_4 = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n} \end{bmatrix}, n \text{ ganjil} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n} \end{bmatrix}, n \text{ genap} \end{cases}$$

Selanjutnya, pada tahun 2023 telah dilakukan penelitian oleh [1] yang membahas tentang invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ ($n \geq 3$) menggunakan adjoin, dengan bentuk khusus sebagai berikut:

Untuk n ganjil

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \end{bmatrix} \quad \forall a \in R: n \geq 3$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Untuk n genap

$$A_n = \begin{bmatrix} a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\ 0 & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \end{bmatrix} \quad \forall a \in \mathbb{R}: n \geq 4$$

Berdasarkan penelitian tersebut diperoleh bentuk umum invers suatu matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ ($n \geq 3$) sebagai berikut:

Hasil untuk n ganjil:

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & a^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a^{-1} & a^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Hasil untuk n genap:

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -a^{-1} & a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a^{-1} & a^{-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -a^{-1} & a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Salah satu metode yang bisa digunakan untuk mencari invers adalah metode operasi baris elementer (OBE). Operasi baris elementer adalah teknik dasar dalam manipulasi matriks yang digunakan untuk mengubah suatu matriks menjadi bentuk tertentu, seperti bentuk eselon baris atau bentuk invers [8]. Berdasarkan latar belakang diatas, penulis tertarik menggunakan metode operasi baris elementer (OBE) untuk mencari invers matriks *centrosymmetric*, dengan judul penelitian “Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ Berpangkat Bilangan Bulat Positif” dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & b & a \end{bmatrix} \quad a, b, c \in R; a, b, c \neq 0 \quad (1.1)$$

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk umum perpangkatan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif ?



2. Menentukan invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif dengan menggunakan metode operasi baris elementer (OBE) ?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian tugas akhir ini adalah

1. Menduga bentuk umum A_n^m dan $[A_n^m]^{-1}$ dengan dibatasi $4 \leq n \leq 7$ dan $2 \leq m \leq 5$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan bentuk umum perpangkatan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif yaitu A_n^m .
2. Mendapatkan bentuk umum dari invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif yaitu $[A_n^m]^{-1}$.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan diatas, maka manfaat yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Memperdalam pengetahuan khususnya dibidang matematika murni.
2. Mengembangkan ilmu matematika dalam kajian matriks.

Dalam penelitian ini mengembangkan ilmu matematika dalam kajian matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif.

1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan Tugas Akhir ini terdiri atas lima bab yaitu :

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisikan latar belakang, batasan masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks *centrosymmetric*, perpangkatan matriks, induksi matematika, notasi jumlah, operasi baris elementer (OBE), invers matriks.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah peneliti untuk menyelesaikan bentuk umum invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif menggunakan operasi baris elementer (OBE).

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisikan penjelasan mengenai cara menentukan bentuk umum invers pada matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari apa saja yang telah dibahas dalam bab pembahasan.



BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Matriks *Centrosymmetric*

Definisi 2.1 [9] Matriks *centrosymmetric* merupakan matriks persegi yang memiliki simetri terhadap pusatnya. Dengan kata lain, elemen-elemen dalam matriks *centrosymmetric* tersusun secara simetris terhadap titik pusat matriks. Sebuah matriks A berukuran $n \times n$ dikatakan *centrosymmetric* jika dan hanya jika, memenuhi persamaan berikut.

$$a_{ij} = a_{n-i+1, n-j+1} \text{ untuk } i, j \in 1, \dots, n \quad (2.1)$$

Maka bentuk umum matriks *centrosymmetric* yaitu:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{2n} & a_{2,n-1} & \cdots & a_{21} \\ a_{1n} & a_{1,n-1} & \cdots & a_{11} \end{bmatrix} \text{ dengan } a_{ij} \in R.$$

Contoh 2.1

Misalkan matriks $C = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix}$, buktikan matriks C menggunakan

Persamaan (2.1).

Berdasarkan Definisi 2.1, matriks tersebut ialah matriks *centrosymmetric* ordo 5×5 yang memenuhi Persamaan (2.1), yaitu:

$$\begin{aligned} c_{11} &= c_{5-1+1, 5-1+1} = c_{55} = a & c_{21} &= c_{5-2+1, 5-1+1} = c_{45} = 0 \\ c_{12} &= c_{5-1+1, 5-2+1} = c_{54} = b & c_{22} &= c_{5-2+1, 5-2+1} = c_{44} = c \\ c_{13} &= c_{5-1+1, 5-3+1} = c_{53} = c & c_{23} &= c_{5-2+1, 5-3+1} = c_{43} = 0 \\ c_{14} &= c_{5-1+1, 5-4+1} = c_{52} = 0 & c_{24} &= c_{5-2+1, 5-4+1} = c_{42} = 0 \end{aligned}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 c_{15} &= c_{5-1+1,5-5+1} = c_{51} = 0 \\
 c_{31} &= c_{5-3+1,5-1+1} = c_{35} = 0 \\
 c_{32} &= c_{5-3+1,5-2+1} = c_{34} = 0 \\
 c_{33} &= c_{5-3+1,5-3+1} = c_{33} = c \\
 c_{34} &= c_{5-3+1,5-4+1} = c_{32} = 0 \\
 c_{35} &= c_{5-3+1,5-5+1} = c_{31} = 0 \\
 c_{41} &= c_{5-4+1,5-1+1} = c_{25} = 0 \\
 c_{42} &= c_{5-4+1,5-2+1} = c_{24} = 0 \\
 c_{43} &= c_{5-4+1,5-3+1} = c_{23} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c_{25} &= c_{5-2+1,5-5+1} = c_{41} = 0 \\
 c_{44} &= c_{5-4+1,5-4+1} = c_{22} = c \\
 c_{45} &= c_{5-4+1,5-5+1} = c_{21} = 0 \\
 c_{51} &= c_{5-5+1,5-1+1} = c_{15} = 0 \\
 c_{52} &= c_{5-5+1,5-2+1} = c_{14} = 0 \\
 c_{53} &= c_{5-5+1,5-3+1} = c_{13} = c \\
 c_{54} &= c_{5-5+1,5-4+1} = c_{12} = b \\
 c_{55} &= c_{5-5+1,5-5+1} = c_{11} = a
 \end{aligned}$$

Definisi 2.2 [10][11] Misalkan S merupakan matriks $n \times n$, matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi $S^R = S$ dan S^R didefinisikan dengan $S^R = J_n S J_n$ dengan S^R adalah rotasi dari matriks S dan J_n adalah matriks contra-identitas yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \ddots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \ddots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.2

Diberikan matriks S yang merupakan matriks $n \times n$ dengan ordo 4×4 dan 7×7 dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$S_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

dan

$$S_7 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix}$$

Buktikan matriks tersebut merupakan matriks *centrosymmetric*.

Pembahasan.

$$S_4^R = J_4 S_4 J_4$$

$$S_4^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_4^R = \begin{bmatrix} 0 & c & b & a \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_4^R = \begin{bmatrix} 0 & c & b & a \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_4^R = S$$

dan

$$S_7^R = J_7 S_7 J_7$$

$$S_7^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_7^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c & b & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_7^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c & b & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_7^R = S$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa matriks S ordo 4×4 dan 7×7 dengan bentuk khusus ini merupakan matriks *centrosymmetric*.

2.2 Perpangkatan Matriks

Definisi 2.3 [12] Jika A merupakan sebuah matriks persegi, maka perpangkatan bilangan bulat non-negatif dari A dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$A^0 = I \text{ dan } A^n = \underbrace{AAA \dots A}_{n \text{ faktor}} \quad (n > 0) \quad (2.2)$$

Jika matriks A dapat dibalik, maka perpangkatan A untuk bilangan bulat negatif didefinisikan sebagai berikut:

$$A^{-n} = (A^n)^{-1} = (A^{-1})^n = \underbrace{A^{-1}A^{-1}A^{-1} \dots A^{-1}}_{n \text{ faktor}} \quad (n < 0) \quad (2.3)$$



Contoh 2.3

Jika A adalah matriks berukuran 2×2 seperti berikut

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Maka,

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 11 & 30 \\ 15 & 41 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.4

Jika diberikan matriks $A_4 = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 \end{bmatrix}$, maka hasil dari perpangkatan A^n

adalah sebagai berikut

$$A_4^2 = A_4 \cdot A_4$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 9 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 9 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A_4^2 = \begin{bmatrix} 16 & 45 & 60 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 60 & 45 & 16 \end{bmatrix}$$

2.3 Induksi Matematika

Definisi 2.4 [13] Induksi matematika adalah teknik pembuktian dalam matematika yang digunakan untuk memastikan kebenaran suatu pernyataan yang berlaku pada bilangan asli atau elemen dari himpunan terurut tertentu. Metode ini menyederhanakan pembuktian dengan membuktikan pernyataan untuk nilai awal tertentu, kemudian menunjukkan bahwa kebenaran untuk suatu nilai tertentu mengimplikasikan kebenaran untuk nilai berikutnya.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Langkah-langkah dalam pembuktian induksi matematika adalah sebagai berikut:

1. Ditunjukkan bahwa $p(1)$ benar.

2. Diasumsikan bahwa $p(k)$ benar untuk suatu bilangan asli k dan akan ditunjukkan bahwa $p(k+1)$ juga benar.

Langkah ke-1 dinamakan sebagai basis induksi dan langkah ke-2 sebagai langkah induksi. Jika langkah 1 dan 2 terbukti benar, maka $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif n .

Contoh 2.5

Misalkan matriks $A = \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R$. Maka

$$A^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right)a^n \\ 0 & a^n & na^n \\ 0 & 0 & a^n \end{bmatrix}$$

Bukti: pembuktian menggunakan induksi matematika:

Misalkan $p(n): A^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right)a^n \\ 0 & a^n & na^n \\ 0 & 0 & a^n \end{bmatrix}$ untuk setiap bilangan asli n :

1.) Basis Induksi

Untuk $n = 1$ maka

$$p(1): A^1 = \begin{bmatrix} a^1 & 1a^1 & \left(\frac{1}{2}(1)^2 + \frac{1}{2}1\right)a^1 \\ 0 & a^1 & 1a^1 \\ 0 & 0 & a^1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \text{ Maka } p(1) \text{ benar.}$$

2.) Langkah Induksi

Asumsikan $n = k, p(k)$ benar, yaitu



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$p(k): A^k = \begin{bmatrix} a^k & ka^k & \left(\frac{1}{2}(k)^2 + \frac{1}{2}k\right)a^k \\ 0 & a^k & ka^k \\ 0 & 0 & a^k \end{bmatrix}$$

Maka akan ditunjukkan untuk $n = k + 1$, $p(k + 1)$ juga benar yaitu

$$P(k + 1): A^{k+1} = \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} & \left(\frac{1}{2}(k + 1)^2 + \frac{1}{2}(k + 1)\right)a^{k+1} \\ 0 & a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} \\ 0 & 0 & a^{k+1} \end{bmatrix}$$

Pembuktian:

$$A^{k+1} = A^k \cdot A^1$$

$$= \begin{bmatrix} a^k & ka^k & \left(\frac{1}{2}(k)^2 + \frac{1}{2}k\right)a^k \\ 0 & a^k & ka^k \\ 0 & 0 & a^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^k a & a^k a + ka^k a & a^k a + ka^k a + \left(\left(\frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}k\right)a^k\right)a \\ 0 & a^k a & a^k + ka^k a \\ 0 & 0 & a^k a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & a^{k+1} + ka^{k+1} & a^{k+1} + ka^{k+1} + \frac{1}{2}k^2 a^{k+1} + \frac{1}{2}ka^{k+1} \\ 0 & a^{k+1} & a^{k+1} + ka^{k+1} \\ 0 & 0 & a^{k+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} & \left(1 + k + \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}k\right)a^{k+1} \\ 0 & a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} \\ 0 & 0 & a^{k+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} & \left(\left(\frac{1}{2}k^2 + k + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}k + \frac{1}{2}\right)\right)a^{k+1} \\ 0 & a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} \\ 0 & 0 & a^{k+1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} & \left(\frac{1}{2}(k^2 + 2k + 1) + \frac{1}{2}(k + 1)\right)a^{k+1} \\ 0 & a^{k+1} & (k + 1)a^{k+1} \\ 0 & 0 & a^{k+1} \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

$$= \begin{bmatrix} a^{k+1} & (k+1)a^{k+1} & \left(\frac{1}{2}(k+1)^2 + \frac{1}{2}(k+1)\right)a^{k+1} \\ 0 & a^{k+1} & (k+1)a^{k+1} \\ 0 & 0 & a^{k+1} \end{bmatrix} \text{ Maka } p(k+1) \text{ benar.}$$

Dari langkah (1) dan (2) sudah diperlihatkan benar. Maka terbukti

$$A^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right)a^n \\ 0 & a^n & na^n \\ 0 & 0 & a^n \end{bmatrix}$$

2.4 Notasi Jumlah

Definisi 2.5 [14] Notasi sigma (Σ) pertama kali diperkenalkan Leonhard Euler pada tahun 1755. Notasi sigma ini digunakan untuk penjumlahan dari sejumlah elemen dalam suatu deret atau rangkaian. Dalam menyelesaikan persoalan berbentuk notasi sigma, akan digunakan beberapa sifat sebagai berikut. Untuk setiap bilangan bulat a, b dan n berlaku:

- i. $\sum_{k=1}^n 1 = n$
- ii. $\sum_{k=a}^b cf(k) = c \sum_{k=a}^b f(k)$
- iii. $\sum_{k=a}^b (f(k) + g(k)) = \sum_{k=a}^b f(k) + \sum_{k=a}^b g(k)$
- iv. $\sum_{k=1}^{m-1} f(k) + \sum_{k=m}^n f(k) = \sum_{k=1}^n f(k)$
- v. $\sum_{k=m}^n f(k) = \sum_{k=m+p}^{n+p} f(k-p)$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.6

Tunjukkan bahwa $2 \sum_{k=0}^3 3^{k+1} + 2 \sum_{k=0}^3 4^k = \sum_{k=0}^3 2(3^{k+1} + 4^k)$

Penyelesaian:

Persoalan ini diselesaikan menggunakan notasi sigma pada bagian 2 dan 3

$$\begin{aligned} 2 \sum_{k=0}^3 3^{k+1} + 2 \sum_{k=0}^3 4^k &= 2(3^{0+1} + 3^{1+1} + 3^{2+1} + 3^{3+1}) + 2(4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3) \\ &= 2(3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + 2(4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3) \\ &= 2(3 + 9 + 27 + 81) + 2(1 + 4 + 16 + 64) \\ &= 2[(3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + (4^0 + 4^1 + 4^2 + 4^3)] \\ &= \sum_{k=0}^3 2(3^{k+1} + 4^k) \end{aligned}$$

2.5 Invers Matriks Metode Operasi Baris Elementer (OBE)

Definisi 2.6 [8] Operasi baris elementer adalah teknik dasar dalam manipulasi matriks yang digunakan untuk mengubah suatu matriks menjadi bentuk tertentu, seperti bentuk eselon baris atau bentuk invers. Operasi ini terdiri dari tiga jenis transformasi:

1. Pertukaran baris: Mengganti posisi dua baris dalam matriks.

Perkalian baris dengan konstanta bukan nol: Mengalikan elemen-elemen dalam satu baris dengan konstanta bukan nol.

Penjumlahan baris dengan kelipatan baris lain: Menambahkan atau mengurangi kelipatan suatu baris ke baris lain.

Operasi ini bersifat *reversible*, artinya perubahan yang dilakukan dapat dibalik, sehingga sering digunakan untuk menghitung invers matriks. Untuk mencari invers matriks A dengan metode operasi baris elementer, kita mengikuti langkah-langkah berikut:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Bentuk matriks augmented (gabungan) $[A|I]$, di mana A adalah matriks awal dan I adalah matriks identitas dengan ukuran yang sama.

Lakukan operasi baris elementer pada $[A|I]$ sehingga bagian kiri (A) berubah menjadi matriks identitas atau dapat dibuat seperti $[I | A^{-1}]$.

Jika berhasil, bagian kanan dari matriks augmented (I) akan menjadi invers matriks A^{-1} .

Contoh 2.7

Diberikan matriks $A_4 = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 \end{bmatrix}$, carilah invers matriks dengan metode

Operasi Baris Elementer (OBE) yaitu:

$$[A_4 | I] \rightarrow [I | A_4^{-1}]$$

$$[A_4 | I] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|cccc} 4 & 9 & 12 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \frac{1}{4} b_1 \\ \\ \\ -12 b_2 + b_4 \end{array}$$

Kalikan baris pertama (b_1) dengan $\frac{1}{4}$, tambahkan baris keempat (b_4) dengan baris kedua (b_2) dikali dengan (-12)

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{9}{4} & 3 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 4 & 0 & -12 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ \\ \\ -9 b_2 + b_4 \end{array}$$

Tambahkan baris keempat (b_4) dengan baris kedua (b_2) dikali dengan -9

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{9}{4} & 3 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -12 & -9 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ \\ \frac{1}{4} b_4 \\ \end{array}$$

Kalikan baris keempat (b_4) dengan $\frac{1}{4}$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{9}{4} & 3 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] -3b_3 + b_1$$

Tambahkan baris pertama (b1) dengan baris ketiga (b3) dikali dengan -3

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & \frac{9}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right] -\frac{9}{4}b_2 + b_1$$

Tambahkan baris pertama (b1) dengan baris kedua (b2) dikali dengan $-\frac{9}{4}$

$$[I | A_4^{-1}] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right]$$

Jadi $[A_4 | I] \rightarrow [I | A_4^{-1}]$ sehingga diperoleh $A_4^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Definisi 2.7 [15] Jika A adalah matriks persegi, dan terdapat matriks lain dengan ukuran yang sama sehingga $AB = BA = I$, maka matriks A disebut invertible, dan matriks B disebut invers dari A . Invers matriks adalah kebalikan dari suatu matriks yang jika dikalikan dengan inversnya akan menghasilkan matriks identitas. Invers matriks dilambangkan dengan A^{-1} . Invers matriks merupakan salah satu metode penting untuk menyelesaikan soal-soal matriks dalam matematika. Invers sebuah matriks dapat ditentukan melalui berbagai metode, seperti matriks adjoint, operasi baris elementer(OBE) dan metode lainnya.



Contoh 2.8

Pada Contoh 2.7, untuk matriks A_4 yang diketahui telah diperoleh hasil

$$A_4^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}, \text{ dengan menerapkan Definisi 2.7 diperoleh}$$

Invers kanan

$$A_4 \cdot A_4^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian matriksnya adalah

$$A_4 \cdot A_4^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Invers kiri

$$A_4^{-1} \cdot A_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{9}{4} & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -\frac{9}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 9 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian matriksnya adalah

$$A_4^{-1} \cdot A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Sehingga

$$A_4 \cdot A_4^{-1} = I = A_4^{-1} \cdot A_4$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODE PENELITIAN

Tugas akhir ini diselesaikan menggunakan metode studi literatur dengan bantuan dari buku dan artikel terkait. Adapun langkah – langkah yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu :

1. Diberikan suatu matriks *centrosymmetric* bentuk khusus pada Persamaan (1.1).
2. Menghitung perpangkatan A_n^m dengan $4 \leq n \leq 7$ dan $2 \leq m \leq 5$ sehingga diperoleh dugaan $A_4^m, A_5^m, A_6^m, A_7^m$.
3. Menduga bentuk umum A_n^m dengan melihat pola rekursif dari $A_4^m, A_5^m, A_6^m, A_7^m$.
4. Membuktikan bentuk umum dari matriks A_n^m dengan menggunakan induksi matematika.
5. Dengan mengambil $4 \leq n \leq 7$ pada A_n^m , dihitung $[A_4^m]^{-1}, [A_5^m]^{-1}, [A_6^m]^{-1}, [A_7^m]^{-1}$ dengan menggunakan operasi baris elementer (OBE).
6. Menduga bentuk umum $[A_n^m]^{-1}$ dengan melihat pola rekursif dari $[A_4^m]^{-1}, [A_5^m]^{-1}, [A_6^m]^{-1}, [A_7^m]^{-1}$.
7. Membuktikan bentuk umum $[A_n^m]^{-1}$ dengan menggunakan invers kiri invers kanan ($A_n^m \cdot [A_n^m]^{-1} = [A_n^m]^{-1} \cdot A_n^m = I$).
8. Mengaplikasikan bentuk umum A_n^m dan $[A_n^m]^{-1}$ ke dalam bentuk contoh soal untuk $n = 6, 7$ dan $m = 5$.

UIN SUSKA RIAU



BAB V PENUTUP

5. Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada bab IV, dapat disimpulkan jika diberikan Bentuk khusus pada Persamaan (1.1)

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & b & a \end{bmatrix} \quad a, b, c \in R, a, b, c \neq 0$$

Maka

$$A_n^m = \begin{bmatrix} a^m & b \sum_{r=0}^{m-1} (a^{m-r-1})c^r & c \sum_{r=0}^{m-1} (a^{m-r-1})c^r & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^m & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c^m & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^m & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c^m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c^m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c^m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c \sum_{r=0}^{m-1} (a^{m-r-1})c^r & b \sum_{r=0}^{m-1} (a^{m-r-1})c^r & a^m \end{bmatrix} \quad a, b, c \in R, a, b, c \neq 0, n \in \mathbb{Z}^+$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun

Aku dapat ditulis dalam notasi

$$[A_n^m] = \begin{cases} a^m, & i = j = 1 \text{ dan } n \\ c^m, & i = j = 2, 3, \dots, n-1 \\ b \sum_{r=0}^{m-1} (a^{m-r-1})c^r, & i = 1; j = i+1 \text{ dan } i = n; j = i-1 \\ c \sum_{r=0}^{m-1} (a^{m-r-1})c^r, & i = 1; j = i+2 \text{ dan } i = n; j = i-2 \\ 0, & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

$$[A_n^m]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a^m} & \frac{b \sum_{r=0}^{m-1} (-a^{m-r-1})c^r}{a^m c^m} & \frac{c \sum_{r=0}^{m-1} (-a^{m-r-1})c^r}{a^m c^{m-1}} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{c^m} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c^m} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c^m} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{c^m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{c^m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{c^m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{c \sum_{r=0}^{m-1} (-a^{m-r-1})c^r}{a^m c^{m-1}} & \frac{b \sum_{r=0}^{m-1} (-a^{m-r-1})c^r}{a^m c^m} & \frac{1}{a^m} \end{bmatrix} \quad a, b, c \in R, a, b, c \neq 0, n \in \mathbb{Z}^+$$



Atau dapat ditulis dalam notasi

$$[A^m]^{-1} = [a_{ij}] = \begin{cases} \frac{1}{a^m} & , i = j = 1 \text{ dan } n \\ \frac{1}{c^m} & , i = j = 2, 3, \dots, n-1 \\ \frac{b}{(a,c)^m} \sum_{r=0}^{m-1} (-a^{m-r-1})c^r, & i = 1, j = i+1 \text{ dan } i = n, j = i-1 \\ \frac{c}{a^m c^{m-1}} \sum_{r=0}^{m-1} (-a^{m-r-1})c^r, & i = 1, j = i+2 \text{ dan } i = n, j = i-2 \\ 0 & ; \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

5.2 Saran

Pada tugas akhir ini penulis membahas tentang langkah-langkah dalam menentukan invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini dapat melanjutkan pembahasan tentang menentukan invers dari suatu matriks terbaru atau matriks khusus lainnya.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. N. Rahma, R. H. Vitho, R. Rahmawati, and E. Saftri, "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo $N \times N$ ($N \geq 3$) Menggunakan Adjoin," *J. Lebesgue J. Ilm. Pendidik. Mat. Mat. dan Stat.*, vol. 4, no. 1, pp. 199–210, 2023, doi: 10.46306/lb.v4i1.212.
- [2] Rahayu Deny Danar dan Alvi Furwanti Alwie, A. B. Prasetyo, R. Andespa, P. N. Lhokseumawe, and K. Pengantar, "Tugas Akhir Tugas Akhir," *J. Ekon. Vol. 18, Nomor 1 Maret 201*, vol. 2, no. 1, pp. 41–49, 2020.
- [3] Ade Novia Rahma, Rahmawati, "Invers Matriks Toeplitz-Hessenberg Bentuk Khusus Menggunakan Metode Faddeev," no. November, pp. 405–411, 2019.
- [4] N. Fitri and A. N. Rahma, "Invers Matriks RSFPLRcircfr (0,b,...,b)," vol. 6, no. 1, pp. 113–121, 2020.
- [5] Khasanah, N., dkk "Analisis Konvergensi Dari Komputasi Invers Matriks Centrosymmetric.," *Pros. SNPM UNDIP*, pp. 22–26, 2015.
- [6] M. Putra and F. Aryani, "Invers Matriks Positif Menggunakan Metode Adjoin," *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 3, no. 1, pp. 45–52, 2017.
- [7] E. Erizona, "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," p. 32, 2020, [Online]. Available: <https://repository.uin-suska.ac.id/28511/1/Gabungan.pdf>
- [8] A. Howard, *Summary of changes*. 2004.
- [9] Khasanah, N., dkk Farikhin, and B. Surarso, "The Algorithm of Determinant Centrosymmetric Matrix Based on Lower Hessenberg Form," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 824, no. 1, pp. 20–29, 2017, doi: 10.1088/1742-6596/824/1/012028.
- [10] B. P. Tomasouw, "Karakteristik Matriks Centro-Simetris," *BAREKENG J. Ilmu Mat. dan Terap.*, vol. 10, no. 2, pp. 69–76, 2016, doi: 10.30598/barekengvol10iss2pp69-76.
- [11] Khasanah, N., dkk "The Invers of Centrosymmetric Matriks," pp. 1–6, 2018.
- [12] H. Anton and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, 11th ed. 2013.
- [13] I. Matematik, "Induksi Matematik dan Teorema Binomial," pp. 1–42.
- [14] P. Iryanti, "Pembelajaran Barisan, Deret Bilangan dan Notasi Sigma di SMA," pp. 1–59, 2008.
- [15] H. Anton and C. Rorres, *Aljabar Linier Elementer*, 8th ed. Jakarta: Erlangga, 2004.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada 28 Maret 2001 di Polak Pisang 1, Kecamatan Kelayang, Kabupaten Indragiri Hulu, Provinsi Riau. Menjadi anak pertama dari pasangan suami istri yaitu Bapak Jhon Hendri dan Ibu Heriwati, dari 3 (tiga) bersaudara. Penulis menyelesaikan Pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SD Negeri 013 Polak Pisang 1 pada tahun 2013. Pada tahun 2016 menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMP Negeri 03 Kelayang. Kemudian pada tahun 2019 menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMA Negeri 1 Kelayang. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan Pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Sarif Kasim Riau dengan Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada bulan Januari tahun 2023 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Pendidikan daerah Provinsi Riau dengan judul “Analisis Deskriptif Jumlah Angka Putus Sekolah Menengah Sederajat Kabupaten/Kota Se Provinsi Riau Tahun/2022” yang dibimbing oleh Pak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc., dan diseminarkan pada tanggal 4 Juli 2023. Pada tahun sebelumnya, penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Pematang, Kecamatan Batang Pematang, Kabupaten Indragiri Hulu, Provinsi Riau.

Pada tahun 2024 penulis memulai penyusunan Tugas Akhir dengan judul “Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ Berpangkat Bilangan Bulat Positif” yang dibimbing oleh Ibu Rahmawati, M.Sc dan penulis melaksanakan Seminar Proposal pada tanggal 18 Desember 2024 & Sidang Akhirmnya pada tanggal 23 Mei 2025.

UIN SUSKA RIAU