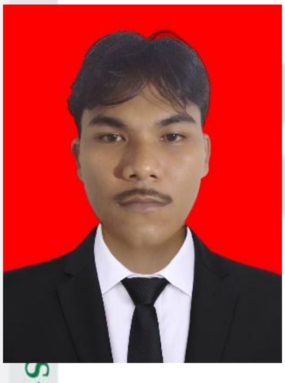
DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GENAP BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika



UIN SUSKA RIAU

oleh:

RYANDA BOMA
12050416871

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2025

LEMBAR PERSETUJUAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GENAP BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

RYANDA BOMA
12050416871

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 21 Januari 2025

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
NIP. 19730818 200604 1 003	**NIP. 19860320 201503 2 003**

LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GENAP BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

RYANDA BOMA
12050416871

Telah dipertahankan di depan dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 14 Januari 2025

Pekanbaru, 21 Januari 2025
Mengesahkan

Dekan	Ketua Program Studi
Dr. Hartono, M.Pd.	**Wartono, M.Sc.**
NIP. 19640301 199203 1 003	**NIP. 19730818 200604 1 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua	**: Wartono, M.Sc**
Sekretaris	**: Corry Corazon Marzuki, M.Si**
Anggota I	**: Fitri Aryani, M.Sc**
Anggota II	**: Ade Novia Rahma, S.Pd., M.Mat**

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau di terbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 14 Januari 2025
Yang membuat Pernyataan,

RYANDA BOMA
12050416871

LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim.

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT. Nikmat dan karunia-Mu telah memberi saya kekuatan dan membekali saya dengan ilmu pengetahuan serta kesabaran untuk dapat sampai di titik ini sehingga Tugas Akhir yang sederhana ini dapat terselesaikan. Saya persembahkan karya sederhana ini kepada orang-orang yang sangat saya sayangi.

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tidak akan pernah ada habisnya kepada kedua orang tua saya, Bapak Maizar dan Almarhumah Ibu Delimah Pasaribu yang selalu memberikan kasih sayang, dukungan, ridho dan cinta kasih yang tiada terhingga yang tidak mungkin dapat kubalas hanya dengan selembar kertas yang bertuliskan kata “persembahan”. Semoga ini dapat menjadi langkah awal saya untuk dapat membuat ayah dan ibu bahagia, karana saya sadar selama ini belum bisa berbuat lebih. Untuk ayah dan ibu, terimakasih banyak.

Serta untuk abang saya, Bugar Mairezky Wardhana dan untuk kedua adik saya, Dya Arzpeta Maiza dan Zulfahri Dede Kamanjaya. Terimakasih telah memberikan dorongan kepada adik sekaligus kakak agar cepat menyelesaikan studi ini untuk bisa membantu keluarga, terlebih kepada Dede walaupun ia paling kecil dan masih berusia 15 tahun namun memiliki pemikiran yang lebih dewasa dari seusianya dan dapat menjadi support system untuk kakaknya ini. Terimakasih banyak.

Selanjutnya kepada dosen pembimbing saya, Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si yang telah banyak mambantu dan membimbing saya hingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Serta kepada sahabat - sahabat saya Majelis Ilmi, terimakasih telah berjuang bersama untuk menyelesaikan perkuliahan ini dan tetap saling menguatkan. Dan terakhir terimakasih kepada seseorang yang namanya tidak dapat saya sebutkan, terimakasih telah menjadi tempat untuk saya bercerita dan mengadu. Terimakasih banyak.

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO GENAP BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

RYANDA BOMA
12050416871

Tanggal Sidang : 14 Januari 2025
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil. Untuk mencari bentuk umum determinannya, terlebih dahulu dilakukan pendugaan pada bentuk umum matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil, dengan cara melihat pola yang dihasilkan pada $A_2{}^n$, $A_4{}^n$, $A_6{}^n$, $A_8{}^n$, $A_{10}{}^n$. Kemudian bentuk umum yang didapat, akan dibuktikan menggunakan induksi matematika. Setelah terbukti benar, maka dapat langsung dicari bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil dengan melakukan pembuktian langsung menggunakan metode ekspansi kofaktor. Dan terakhir akan dilakukan pengaplikasian pada soal.

Kata Kunci : Determinan Matriks, Ekspansi Kofaktor, Induksi Matematika, Matriks *Centrosymmetric*.

DETERMINANTS OF CENTROSYMMETRIC MATRIX SPECIAL FORM OF EVEN ORDER POSITIVE INTEGER

RYANDA BOMA
12050416871

Date of Final Exam : *14 January* 2025
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This study discusses the general form of the determinants of the centrosymmetric matrix of special forms with positive integers of the even order. To find the general form of the determinant, first an estimate is carried out on the general form of the centrosymmetric matrix of special shapes with positive integers of the even order, by looking at the patterns generated in ${A_2}^n$, ${A_4}^n$, ${A_6}^n$, ${A_8}^n$, ${A_{10}}^n$. *Then the general form obtained will be proven using mathematical induction. After being proven correct, the general form of the centrosymmetric matrix determinant of a special form with a positive integer power of the even order can be immediately searched by conducting direct proof using the cofactor expansion method. And finally, it will be applied to the questions.*

Keywords : *Centrosymmetric Matrix, Cofactor Expansion Method , Mathematical Induction, Matrix Determinants.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Bismillahirrahmanirrahim, segala puji bagi Allah Subahanahu wa ta'ala. yang telah memberikan kesempatan penulis untuk mengemban amanah dalam menuntut ilmu. Shalawat dan salam senantiasa tertuju pada Rasulullah SAW. yang telah membawa umat-Nya menuju cahaya ilahi. Atas berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **"Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Genap Berpangkat Bilangan Bulat Positif"** diajukan untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Penyusunan dan penyelesaian laporan Tugas Akhir ini, tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung yang memberikan penulis arahan, bimbingan, bantuan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih terutama kepada Ayah dan Ibu selaku kedua orang tua penulis yang selalu memberikan semangat, kasih sayang, do'a dan dukungan baik dari dukungan mental dan material untuk menyelesaikan Laporan Tugas Akhir ini. Selanjutnya ucapan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
5. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si, selaku dosen pembimbing dalam menyelesaikan Tugas Akhir penulis yang telah memberikan bantuan,

dukungan, motivasi serta meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan dan arahan mengenai tugas akhir penulis.

6. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku dosen penguji I yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun kepada penulis.
7. Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd., M.Mat. selaku dosen penguji II yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun kepada penulis.
8. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau yang telah mendidik dan memberikan ilmunya selama perkuliahan.
9. Teman-teman Angkatan 2020 dan terkhusus sahabat-sahabat penulis yang senantiasa menemani dan memberikan dukungan kepada penulis.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. *Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

Pekanbaru, 14 Januari 2025

RYANDA BOMA
12050416871

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori matriks adalah cabang aljabar linier dan menjadi perdebatan penting dalam matematika. Dengan berkembangnya ilmu pengetahuan, penerapan matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika maupun ilmu terapan.

H. Anton mengatakan bahwa Matriks merupakan salah satu materi dasar untuk mempelajari ilmu matematika khususnya tentang aljabar. Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan, bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dari matriks, dalam matriks dikenal ukuran matriks yang disebut ordo yaitu banyaknya baris × banyaknya kolom [1].

Dalam teori matriks, Terdapat bentuk matriks yang memiliki keistimewaan pada masing masing matriks tersebut, yaitu matriks diagonal. Keistimewaan dari matriks diagonal terletak Matriks diagonal merupakan matriks persegi dengan seluruh entri non diagonal utamanya sama dengan nol [2], matriks identitas, matriks segitiga atas/bawah yang memiliki entri bernilai nol pada diagonal bawah/atasnya, matriks *centrosymmetric* yang simetri pada pertengahan matriksnya dan lain sebagainya.

Salah satu topik yang mengalami perkembangan ilmu yakni mengenai matriks *centrosymmetric*. Matriks *centrosymmetric* merupakan salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks. Bentuk dan struktur yang unik ini, membuat matriks *centrosymmetric* memiliki daya tarik tersendiri bagi para ilmuwan untuk meneliti tentang keunikan matriks *centrosymmetric* [3].

Determinan merupakan suatu fungsi dari himpunan semua matriks persegi ke himpunan semua bilangan real [4]. Determinan juga merupakan salah satu kajian yang terdapat pada matriks, perhitungan determinan pada matriks berukuran kecil $(n \leq 3)$ bisa diselesaikan hanya dengan menggunakan defisini determinan saja. Namun untuk perhitungan matriks yang lebih besar dapat di selesaikan dengan beberapa metode, diantaranya metode ekspansi kofaktor, metode reduksi baris, Aturan Sarrus, metode khusus seperti metode kondensasi chio dan kondensasi dodgson serta Metode Salihu [5].

Penelitian terdahulu banyak yang telah membahas mengenai determinan suatu matriks diantaranya, seperti yang dilakukan oleh [6] tahun 2020 yang membahas tentang determinan dari matriks segitiga atas ordo 3×3 dengan bentuk khusus dari matriksnya dapat dilihat berikut ini :

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

yang menghasilkan $|A^n| = a^{3n}$ sebagai bentuk umum determinannya. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh [7] dan memperoleh kesimpulan yaitu Metode Salihu dapat menjadi alternatif lain untuk mencari determinan $n \times n$ $(n \geq 3)$, dan menghasilkan skema baru yang lebih mudah dipahami.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh [8] pada tahun 2020 yang membahas tentang determinan dari matriks *centrosymmetric* ordo 3×3 dengan bentuk khusus dari matriksnya dapat dilihat berikut ini :

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$$

dan $|{A_3}^n| = a^{3n}$ sebagai bentuk umum determinannya. Kemudian yang dilakukan oleh [9] yang juga membahas determinan dari matriks *centrosymmetric* dengan ordo 4×4 dan bentuk khusus dari matriksnya dapat dilihat sebagai berikut :

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}$$

yang menghasilkan $|{A_4}^n| = a^{4n}$ sebagai bentuk umum determinannya.

Berlandaskan beberapa penelitian terdahulu yang dijelaskan sebelumnya, penulis tertarik melanjutkan penelitian yang dilakukan oleh [9] dengan judul penelitian "Determinan Matriks *centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Genap Berpangkat Bilangan Bulat Positif" dan bentuk khususnya yaitu :

$$A_m = \begin{bmatrix} a & a & a & a & \cdots & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & \cdots & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & \cdots & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & \cdots & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & ⋰ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & ⋰ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & \cdots & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & \cdots & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & \cdots & a & a & a & a \end{bmatrix} \text{dengan } a \in R \qquad (1.1)$$

Perbedaan penelitian yang penulis lakukan dengan penelitian yang dilakukan oleh [9] terdapat pada ordo matriks nya, dimana pada penelitian yang dilakukan oleh [9] menggunakan matriks *centrosymmetric* ordo 4×4 dan pada penelitian ini penulis menggunakan matriks *centrosymmetric* ordo $m \times m$ dengan m adalah genap.

1.2 Rumusan Masalah

Berlandaskan latar belakang diatas, maka rumusan masalah dari penelitian ini ialah "Bagaimana bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo genap berpangkat bilangan bulat positif?".

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dari penelitian ini adalah :

1. Matriks yang digunakan pada penelitian ini ialah seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (1.1).
2. Metode ekspansi kofaktor digunakan pada penelitian ini untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ordo genap.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini ialah mendapatkan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo genap berpangkat bilangan bulat positif.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa manfaat, diantaranya:

1. Menambah pemahaman penulis tentang suatu matriks, terutama pada determinan suatu matriks.
2. Penelitian ini juga bermanfaat bagi pembaca untuk menjadi referensi pada penelitian berikutnya tentang determinan suatu matriks bentuk khusus terutama matriks *centrosymmetric*.

1.6 Sistematika Penelitian

Pokok-pokok permasalan pada Proposal ini dapat diuraikan sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Dasar-dasar penelitian dibahas dalam bab ini, termasuk latar belakang yang menjelaskan mengenai beberapa penelitian terdahulu terkait matriks dan lainnya.

BAB II LANDASAN TEORI

Hal-hal yang menjadi pedoman dalam penelitian ini seperti matriks, matriks *centrosymmetric*, determinan matriks, ekspansi kofaktor, dan juga induksi matematika dibahas pada bab ini.

BAB III METODE PENELITIAN

Tahapan-tahapan penelitian yang dilakukan penulis untuk menentukan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo genap terdapat pada bab ini.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi penjabaran dari tahapan-tahapan penelitian yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, yaitu penjabaran mengenai langkah langkah yang dilakukan untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo genap.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian yang telah dilakukan oleh penulis.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Matriks dan Operasinya

Definisi 2.1 [10] Susunan angka yang terdiri dari baris dan kolom sehingga menjadi suatu bangun persegi maupun persegi panjang disebut dengan matriks. Ukuran dalam suatu matriks dinyatakan dengan banyaknya baris dan kolom pada matriks tersebut atau dapat dilambangkan dengan $m \times n$ dan angka-angka yang terdapat dalam matriks dikatakan entri matriks. Entri yang terletak pada baris ke-i dan kolom ke-j dinyatakan dengan $a_{i,j}$. Sehingga matriks dapat dinotasikan seperti berikut:

$$[a_{i,j}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Definisi 2.2 [11] Misalkan A matriks $m \times k$ dan B matriks $k \times n$ sehingga perkalian matriks A dan B dapat dilambangkan dengan AB. Perkalian A dan B menghasilkan matriks $C = [c_{ij}]$ dengan $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj}$ yang berukuran $m \times n$ dengan c_{ij} dihasilkan dari hasil kali pada baris ke-i matriks A dan kolom ke-j matriks B.

Definisi 2.3 [12] Misalkan A berupa matriks persegi, perpangkatan dari A dapat didefinisikan sebagai berikut:

1. $A^0 = I$
2. $A^n = \underbrace{A \times A \times A \times \dots \times A}_{n\ faktor}, (n > 0)$

2.2 Matriks *Centrosymmetric*

Teori matriks telah banyak mengalami perkembangan, terdapat banyak matriks bentuk khusus diantaranya matriks nol, matriks diagonal, matriks idehtritas, matriks segituga atas/bawah, matriks *centrosymmetric* dan lainnya [2].

Definisi 2.4 [13] Matriks *centrosymmetric* ialah matriks yang simetri pada pertengahan matriksnya. Suatu matriks dikatakan matriks *centrosymmetric* jika $a_{ij} = a_{n-i+1,n-j+1}$ dengan $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$, sehingga bentuk umum matriks ganjil *centrosymmetric* dapat ditulis sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}$$

Definisi 2.5 [14] Misalkan S merupakan matriks $n \times n$, matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi $S^R = S$ dan S^R didefinisakan dengan $S^R = J_n S J_n$ dengan S^R adalah rotasi dari matriks S dan J_n adalah matriks contra-identitas yang dapat ditulis sebagai berikut :

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.1

Diberikan matriks S yang merupakan matriks $n \times n$ dengan ordo 6×6 dan 8×8 dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$S_6 = \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad S_8 = \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix}$$

Buktikan matriks tersebut merupakan matriks *centrosymmetric*.

Penyelesaian.

$S_6{}^R = J_6 S_6 J_6$

$$S_6{}^R = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a&a&a&0&0&0\\ 0&a&a&0&0&0\\ 0&0&a&0&0&0\\ 0&0&0&a&0&0\\ 0&0&0&a&a&0\\ 0&0&0&a&a&a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

$$S_6{}^R = \begin{bmatrix} 0&0&0&a&a&a\\ 0&0&0&a&a&0\\ 0&0&0&a&0&0\\ 0&0&a&0&0&0\\ 0&a&a&0&0&0\\ a&a&a&0&0&0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

$$S_6{}^R = \begin{bmatrix} a&a&a&0&0&0\\ 0&a&a&0&0&0\\ 0&0&a&0&0&0\\ 0&0&0&a&0&0\\ 0&0&0&a&a&0\\ 0&0&0&a&a&a \end{bmatrix}$$

$S_6{}^R = S$

$S_8{}^R = J_8 S_8 J_8$

$$S_8{}^R = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a&a&a&a&0&0&0&0\\ 0&a&a&a&0&0&0&0\\ 0&0&a&a&0&0&0&0\\ 0&0&0&a&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&a&0&0&0\\ 0&0&0&0&a&a&0&0\\ 0&0&0&0&a&a&a&0\\ 0&0&0&0&a&a&a&a \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_8^{\,R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_8^{\,R} = \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix}$$

$$S_8^{\,R} = S$$

Definisi 2.6 [9] Diberikan matriks S berorde $n \times n$. Matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi

$$S^R = S$$

Lemma 2.1

i. Jika $S = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ maka S adalah matriks *centrosymmetric*.

ii. Jika $S = \begin{bmatrix} a & c & b \\ d & e & d \\ b & c & a \end{bmatrix}$ maka S adalah matriks *centrosymmetric*

Selanjutnya bentuk umum matriks *centrosymmetric* dengan ordo $n \geq 4$ dibagi ke dalam 2 kasus yakni n genap dan n ganjil. Untuk kasus n genap yakni $n = 2m$ maka misalkan matriks S berbentuk matriks blok sebagai berikut.

$$S = \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$$

Dengan A, B, C dan D adalah matriks persegi berorde m. Matriks S harus memenuhi $S^R = S$ sehingga

$$J_n S J_n = S$$
$$\begin{bmatrix} O_m & J_m \\ J_m & O_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_m & J_m \\ J_m & O_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} J_m D J_m & J_m B J_m \\ J_m C J_m & J_m A J_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$$

Dari bentuk berakhir diperoleh $D = J_m A J_m$ dan $C = J_m B J_m$. Hasil ini diperoleh dalam lema berikut.

Lemma 2.2 Jika S adalah matriks *centrosymmetric* berorde genap yakni $n = 2m$ maka S dapat ditulis dalam bentuk matriks blok sebagai berikut.

$$S = \begin{bmatrix} A & J_m B J_m \\ B & J_m A J_m \end{bmatrix}$$

dengan A dan B adalah matriks persegi berorde m.

Bentuk matriks S pada lema diatas bukan bentuk tunggal karena matriks S dapat ditulis dalam bentuk

$$S = \begin{bmatrix} A & B \\ J_m B J_m & J_m A J_m \end{bmatrix} \text{ atau } S = \begin{bmatrix} A & J_m B \\ B J_m & J_m A J_m \end{bmatrix}$$

2.3 Determinan Matriks

Definisi 2.7 [10] Fungsi dari determinan dilambangkan dengan det dan misalkan A adalah matriks persegi maka dapat didefinisikan $det(A)$ sebagai jumlah dari seluruh hasil kali elementer yang bertanda dari A dan $det(A)$ merupakan determinan dari A.

Teorema 2.1 [10] Misalkan A berupa matriks persegi, maka berlaku:

a. Jika terdapat satu baris atau satu kolom yang bernilai nol pada A, maka $det(A) = 0$.
b. $det\ (A) = det(A^T)$.

Contoh 2.2

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ adalah matriks persegi 3×3 dengan satu kolomnya bernilai 0 maka buktikan bahwa Teorema 2.1 bagian a berlaku menggunakan Aturan Sarrus.

Penyelesaian.

Diketahui: $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, ditanya: $det(A)$ = ?

$$det(A) = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix}$$

$$det(A) = (4 \times 1 \times 0 + 2 \times 0 \times 1 + 0 \times 5 \times 2) - (2 \times 5 \times 0 + 4 \times 0 \times 2 + 0 \times 1 \times 1)$$

$$\det(A) = (0 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = 0$$

Contoh 2.3

Diberikan $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ dan $A^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ adalah matriks 3×3, buktikan bahwa Teorema 2.1 bagian b berlaku menggunakan Aturan Sarrus.

Penyelesaian.

Diketahui: 1. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

2. $A^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

Ditanya: buktikan $det\ (A) = det(A^T)$.

$$
\begin{aligned}
det(A) &= \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix} \\
&= (4 \times 1 \times 5 + 2 \times 2 \times 1 + 0 \times 5 \times 2) - (2 \times 5 \times 5 + 4 \times 2 \times 2 \\
&\quad +0 \times 1 \times 1) \\
&= (20 + 4 + 0) - (50 + 16 + 0) \\
&= 24 - 66 \\
&= -42
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
det(A^T) &= \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{matrix} \\
&= (4 \times 1 \times 5 + 5 \times 2 \times 0 + 1 \times 2 \times 2) - (5 \times 2 \times 5 + 4 \times 2 \times 2 \\
&\quad +1 \times 1 \times 0) \\
&= (20 + 0 + 4) - (50 + 16 + 0) \\
&= 24 - 66 \\
&= -42
\end{aligned}
$$

Jika suatu matriks memiliki determinan nol maka matriks tersebut dikatakan matriks *singular* dan jika determinannya tidak nol maka matriks tersebut dikatakan matriks *non singular* [15].

2.4 Ekspansi Kofaktor

Definisi 2.8 [10] Asumsikan A adalah matriks persegi, maka minor dari a_{ij} dilambangkan dengan M_{ij} dan M_{ij} merupakan determinan dari submatriks yang tersisa setelah menghapus baris ke-i dan kolom ke-j. Sedangkan kofaktor dari a_{ij} dinyatakan sebagai C_{ij} dengan $(-1)^{i+j}M_{ij}$.

Contoh 2.4 Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

Minor dari a_{11} adalah

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = -13$$

Kofaktor dari a_{11} adalah

$$C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = (-1)^2(-13) = -13$$

Begitu juga dengan minor dari a_{33}

$$M_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = -23$$

dengan kofaktornya

$$C_{32} = (-1)^{3+2} M_{11} = (-1)^5(-23) = 23$$

Teorema 2.2 [16] Misalkan A matriks persegi, determinan dari A dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada sepanjang baris ke-i atau kolom ke-j dengan kofaktornya dan menjumlahkan hasil kali yang didapatkan, dengan $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$.

a. Ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-i.

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$$

b. Ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-j.

$$\det(A) = a_{j1}C_{j1} + a_{j2}C_{j2} + \cdots + a_{jn}C_{jn}$$

Contoh 2.5

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, hitunglah determinannya menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama dari A.

Penyelesaian.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1(-13) - 0(-26) + 7(18) = 113$$

Jadi, determinan dari matriks A adalah 113.

2.5 Induksi Matematika

Definisi 2.9 [11] Misalkan $p(n)$ merupakan proposisi bilangan bulat dan akan dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan positif n. Agar dapat membuktikannya, harus ditunjukkan bahwa :

1. $p(1)$ benar.
2. Jika $p(k)$ benar, maka $p(k+1)$ juga benar untuk setiap $k \geq 1$.

Langkah ke-1 dinamakan sebagai basis induksi dan langkah ke-2 sebagai Langkah induksi. Jika langkah 1 dan 2 terbukti benar, maka $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif n.

Contoh 2.6

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Tunjukkan bahwa $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$ untuk setiap bilangan asli n.

Penyelesaian.

Diketahui: $p(n):\ A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$

1. Basis Induksi

Akan dibuktikan $p(1)$ benar.

$$p(n):\ A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$$

$$p(1):\ A^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^1 \\ 0 & 2^1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Jadi, terbukti bahwa $p(1)$ benar.

2. Langkah Induksi

Asumsikan $p(k)$ benar untuk setiap bilangan asli k, yaitu:

$$p(k):\ A^k = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^k \\ 0 & 2^k \end{bmatrix}$$

Akan ditunjukkan $p(k+1)$ juga benar:

$$p(k+1):\ A^{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^{k+1} \\ 0 & 2^{k+1} \end{bmatrix}$$

Akan dibuktikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A^{k+1} &= A^k \times A \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1-2^k \\ 0 & 2^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1+0 & (-1)+2-2^{k+1} \\ 0+0 & 0+2^{k+1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1-2^{k+1} \\ 0 & 2^{k+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jadi, $p(k+1)$ juga benar. Sehingga terbukti bahwa $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1-2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$ berlaku untuk setiap bilangan asli n.

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai langkah-langkah untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo genap berpangkat bilangan bulat positif. Langkah-langkahnya dapat dilihat sebagai berikut :

1. Diberikan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo genap, dengan bentuk khusus seperti Persamaan (1.1).
2. Menentukan matriks *centrosymmetric* ${A_2}^2$ sampai ${A_2}^6$, ${A_4}^2$ sampai ${A_4}^6$, ${A_6}^2$ sampai ${A_6}^6$, ${A_8}^2$ sampai ${A_8}^6$ dan ${A_{10}}^2$ sampai ${A_{10}}^6$
3. Menduga bentuk umum dari matriks *centrosymmetric* ${A_m}^n$. ($m =$ ordo, $n =$ pangkat)
4. Membuktikan bentuk umum matriks *centrosymmetric* ${A_m}^n$ menggunakan induksi matematika.
5. Membuktikan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ${A_m}^n$ menggunakan metode ekspansi kofaktor.
6. Mengaplikasikan bentuk umum determinan yang di dapat ke dalam contoh soal.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian dari hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa bentuk umum matriks *centrosymmetric* ${A_m}^n$ dengan m genap adalah sebagai berikut :

$$
{A_m}^n = \begin{bmatrix}
a^n & na^n & \left(\frac{n(n+1)}{2!}\right)a^n & \left(\frac{n(n+1)(n+2)}{3!}\right)a^n & \cdots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-4}{2}\right)}{\left(\frac{m-2}{2}\right)!}\right)a^n & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & a^n & na^n & \left(\frac{n(n+1)}{2!}\right)a^n & \cdots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-6}{2}\right)}{\left(\frac{m-4}{2}\right)!}\right)a^n & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & a^n & na^n & \cdots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-8}{2}\right)}{\left(\frac{m-6}{2}\right)!}\right)a^n & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & a^n & \cdots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-10}{2}\right)}{\left(\frac{m-8}{2}\right)!}\right)a^n & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^n & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^n & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-10}{2}\right)}{\left(\frac{m-8}{2}\right)!}\right)a^n & \cdots & a^n & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-8}{2}\right)}{\left(\frac{m-6}{2}\right)!}\right)a^n & \cdots & na^n & a^n & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-6}{2}\right)}{\left(\frac{m-4}{2}\right)!}\right)a^n & \cdots & \left(\frac{n(n+1)}{2!}\right)a^n & na^n & a^n & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2)\dots\left(n+\frac{m-4}{2}\right)}{\left(\frac{m-2}{2}\right)!}\right)a^n & \cdots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)}{3!}\right)a^n & \left(\frac{n(n+1)}{2!}\right)a^n & na^n & a^n
\end{bmatrix}
$$

Atau dapat juga ditulis sebagai berikut :

$A_m{}^n = \left[a_{i,j}\right]$ dengan

$$a_{i,j} = \begin{cases} a^n & , \quad i = j \\ \left(\dfrac{n(n+1)(n+2)\ldots(n+j-i-2)(n+j-i-1)}{(j-i)!}\right)a^n & , \quad j > i\;;\; j = 2,3,\ldots,\dfrac{m}{2}\ atau\ j < i\;;\; i = \dfrac{m+2}{2},\dfrac{m+4}{2},\ldots,m \\ 0 & , \quad lainnya \end{cases}$$

dengan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* $A_m{}^n$adalah a^{mn}.

5.2 Saran

Pada penelitian ini membahas mengenai bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ordo genap berpangkat bilangan bulat positif. Oleh karena itu, penulis menyarankan bagi pembaca yang ingin melanjutkan skripsi ini agar dapat meneliti lebih lanjut untuk mencari determinan dari bentuk umum matriks *centrosymmetric* ordo genap dengan pangkat bilangan bulat negatif.

.

DAFTAR PUSTAKA

[1] R. Rasmawati, L. Yahya, A. R. Nuha, dan Resmawan, "Determinan Suatu Matriks Toeplitz K-Tridiagonal Menggunakan Metode Reduksi Baris Dan Ekspansi Kofaktor," vol. 9, no. 1, hlm. 6–16, Apr 2021.

[2] H. Mursyidah, "Algoritma Polinomial Minimum Untuk Membentuk Matriks Diagonal Dari Matriks Persegi," vol. 6, no. 2, 2017.

[3] Khasana, N. dkk "Analisis Konvergensi dari Komputasi Invers Matriks Centrosymmetric," . *Pros. SNMPM UNDIP.*, 2015.

[4] A. Sumitro, N. Kusumastuti, S. Martha, "Kajian Metode Kondensasi Chio Pada Determinan Matriks $n \times n \times n, n \geq 3$," *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, vol. 4, no. 3, hlm. 279 – 284, 2015.

[5] W. Purnama Sari, N. Noliza Bakar, dan Yanita, "Menghitung Determinan Matriks Blok Menggunakan Ekspansi Laplace Dan Komplemen Schur," vol. 9, hlm. 138–45, Apr 2020.

[6] A. Novia Rahma, R. Husnudzan Vitho, "Determinan Matriks Segitiga Atas Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 2, 2020.

[7] A. Bahota, Aziskhan, and M. M, "Menghitung Determinan Matriks Dengan Menggunakan Metode Salihu," vol. 3, no. 3, pp. 63-77, 2014.

[8] A. Novia Rahma, S. Mardhiyah Jauza, dan Rahmawati, "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 2, 2020.

[9] A. N. Rahma, E. Erizona, dan R. Rahmawati, "Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Journal of Fundamental Mathematics and Applications (JFMA)*, vol. 4, no. 1, hlm. 7–16, Jul 2021.

[10] H. Anton and C. Rorres, *Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi Edisi Kedelapan*. Jakarta: Erlangga, 2004.

[11] R. Munir, *Matematika Diskrit Edisi Keenam*. Bandung: Informatika Bandung, 2016.

[12] F. Aryani *dkk.*, "Trace Matriks Kompleks Berbentuk Khusus 3 X 3 Berpangkat Bilangan Bulat," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, 2020.

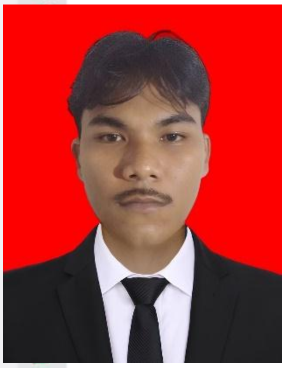
[13] B. P. Tomasouw, "Karakteristik Matriks Centro-Simetris," *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 10, no. 2, hlm. 69–76, 2016.

[14] A. Novia Rahma, R. Husnudzan Vitho, E. Saftri, "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Menggunakan Adjoin," vol. 4, no. 1, 2023.

[15] T. A. Nurman, "Bentuk Umum Determinan Matriks Toeplitz Tridiagonal," hlm. 33–40, 2016.

[16] F. Aryani, C. Corazon Marzuki, "Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 4, no. 2, 2018.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada 23 Januari 2001 di Pekanbaru, Riau. Menjadi anak kedua1 dari pasangan suami istri yaitu Ibu Delimah Pasaribu dan Bapak Maizar dari 4 (empat) bersaudara. Penulis menyelesaikan Pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SD Negeri 106218 Pematang Toba pada tahun 2013. Pada tahun 2016 menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMP Negeri 2 Tanjung Beringin. Kemudian pada tahun 2019 menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) di SMK Negeri 1 Sei Rampah. Pada tahun 2020, penulis melanjutkan Pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Sarif Kasim Riau dengan Program Studi Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada bulan Januari tahun 2023 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di PT. Ekaputra Prada Indonesia Pekanbaru dengan judul **"Prediksi Penjualan Daging Sapi Menggunakan Metode *Single Exponential Smoothing*"** yang dibimbing oleh Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc., dan diseminarkan pada tanggal 27 Desember 2023. Pada tahun yang sama, penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Muda Setia, Kecamatan Sei Kijang, Kabupaten Pelalawan, Provinsi Riau.

Pada tahun 2024 penulis memulai penyusunan Tugas Akhir dengan judul **"Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo Genap Berpangkat Bilangan Bulat Positif"** yang dibimbing oleh Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. Penulis melaksanakan Seminar Proposal pada tanggal 10 Juli 2024 dan melaksanakan Sidang Tugas Akhir pada tanggal 14 Januari 2025.