

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

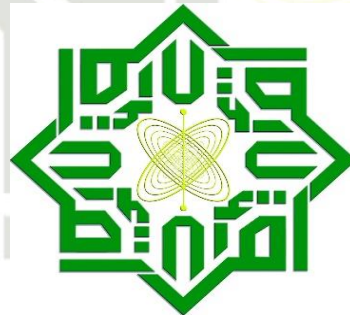
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**INVERS MATRIKS  $RSFPLR_{circfr}$  BENTUK KHUSUS ORDO  $n \times n, (n \geq 4)$  DENGAN MENGGUNAKAN METODE BLOK****TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika

oleh:

**RISA INDAH SARI**  
**12050426436**



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2025



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**INVERS MATRIKS *RSFPLR* BENTUK KHUSUS ORDO  
 $n \times n, (n \geq 4)$  DENGAN MENGGUNAKAN METODE BLOK**

**TUGAS AKHIR**

oleh:

**RISA INDAH SARI**  
**NIM : 12050426436**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 06 Januari 2025

**Ketua Program Studi**

**Wartono, M.Sc.**  
**NIP. 19730818 200604 1 003**

**Pembimbing**

**Ade Novia Rahma, S.Pd., M.Mat.**  
**NIP. 19901128 202321 2 045**

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PENGESAHAN

**INVERS MATRIKS *RSFPLR* BENTUK KHUSUS ORDO  
 $n \times n, (n \geq 4)$  DENGAN MENGGUNAKAN METODE BLOK**

### TUGAS AKHIR

oleh:

**RISA INDAH SARI**  
**12050426436**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, di Pekanbaru, pada tanggal 06 Januari 2025

Pekanbaru, 06 Januari 2024  
Mengesahkan

Ketua Program Studi

**Dekan**  
**Dr. Hartono, M.Pd.**  
NIP. 19640301 199203 1 003

**Wartono, M.Sc.**  
NIP. 19730818 200604 1 003

### DEWAN PENGUJI

Ketua : Wartono, M.Sc.

Sekretaris : Ade Novia Rahma, S.Pd., M.Mat.

Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.

Anggota II : Zukrianto, M.Si.

iii



## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PERNYATAAN**

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 06 Januari 2025  
Yang membuat pernyataan,



**RISA INDAH SARI**  
12050426436

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PERSEMBAHAN**

Tiada tempat yang pantas untuk mengadu kecuali kepadamu ya allah,  
 Tiada tempat yang layak untuk meminta kecuali kepadamu ya allah,  
 Kini kubersyukur ya allah atas kelulusan yang kau berikan kepadaku.

Untuk rasulullah shalallahu alaihi wassallam terimakasih atas  
 tauladanmu.

**MOTTO**

“Ketika aku melibatkan allah dalam segala rencana dan impianku, dengan  
 penuh keikhlasan dan keyakinan, aku percaya tidak ada yang tidak  
 mungkin untuk diraih”

“kesuksesan dan kebahagiaan terletak pada diri sendiri. Tetaplah  
 berbahagia karena kebahagiaanmu dan kamu yang membentuk karakter  
 kuat untuk melawan kesulitan ”

**(Hellen Keller)**

“ Kita harus berarti untuk diri sendiri terlebih dahulu, sebelum kita  
 menjadi orang yang berharga bagi orang lain ”

**(Ralph Waldo Emerson)**

Tiada lembar yang paling indah dalam laporan skripsi ini kecuali lembar  
 persembahan. Maka karya kecilku ini ku persembahkan untuk:

**Untuk Ayah dan Ibuku**

Pintu pertama dan panutanku, ayahanda Sabriyansyah tercinta. Beliau  
 memang tidak sempat merasakan pendidikan sampai bangku perkuliahan,  
 namun beliau bekerja keras serta mendidik, memberi motivasi,  
 memberikan dukungan sehingga penulis mampu menyelesaikan studi S1.

Pintu surgaku, ibunda Lestari tercinta yang tiada henti – hentinya  
 memberikan kasih sayang dengan penuh cinta serta melangitkan doa –  
 doanya demi kemudahan dan kelancaran penulis dalam menjalankan  
 kehidupan perkuliahan. Terimakasih atas nasehat yang diberikan meski  
 terkadang pikiran kita tidak sejalan, terimakasih atas kesabaran hati



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# INVERS MATRIKS $RSFPLR_{circfr}$ BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n, (n \geq 4)$ DENGAN MENGGUNAKAN METODE BLOK

**RISA INDAH SARI**  
**NIM : 12050426436**

Tanggal Sidang : 06 Januari 2025  
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

## ABSTRAK

Matriks *circulant* adalah matriks berordo  $n \times n$  yang dibentuk dari  $n$  vektor dan hanya memiliki satu input pada baris pertama. Setiap entri dari baris sebelumnya bergeser satu posisi ke kanan yang menghasilkan baris berikutnya dan entri sepanjang diagonal matriksnya sama. Penelitian ini membahas invers dari matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus ordo  $n \times n$  dengan  $n \geq 4$  bertujuan untuk mengembangkan metode blok sebagai pendekatan untuk menghitung inversnya. Penelitian ini dilakukan dalam tiga tahap utama. Pertama, matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus berordo  $4 \times 4$  hingga  $10 \times 10$  dibagi menjadi matriks blok  $2 \times 2$  sesuai dengan ketentuan yang berlaku. Kedua, mencari invers dari submatriks yang *invertible* dengan menggunakan penerapan komplemen *schur*. Ketiga, bentuk umum invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus untuk ordo  $4 \times 4$  hingga  $10 \times 10$  dengan menerapkan kembali komplemen *schur*. Pembuktian bentuk umum invers dilakukan berdasarkan definisi *schur*. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  dalam bentuk khusus dapat dihitung secara efektif menggunakan metode ini, dan menghasilkan teorema baru mengenai bentuk umum invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus ordo  $n \times n$ .

**Kata Kunci** : Blok  $2 \times 2$ , Invers Matriks, Komplemen *Schur*, Matriks  $RSFPLR_{circfr}$ .

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**INVERSE MATRIX RSFPLRCircfr SPECIAL ORDER FORM  $n \times n$ ,  
( $n \geq 4$ ) USING THE BLOCK METHOD**

**RISA INDAH SARI**  
**NIM : 12050426436**

Date of Final Exam : January 06, 2025  
Date of Graduation :

Department of Mathematics  
Faculty of Science and Technology  
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau  
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

**ABSTRACT**

A circulant matrix is an  $n \times n$  matrix formed from  $n$  vectors and has only one input in the first row. Each entry of the previous row shifts one position to the right which results in the next row and the entries along the diagonal of the matrix are the same. This research discusses the inverse of a special form RSFPLRCircfr matrix of order  $n \times n$  with  $n \geq 4$  aiming to develop the block method as an approach to compute its inverse. This research is conducted in three main stages. First, the special form RSFPLRCircfr matrix of order  $4 \times 4$  to  $10 \times 10$  is divided into  $2 \times 2$  block matrices according to the applicable provisions. Second, finding the inverse of the invertible submatrix by using the application of Schur complement. Third, the general form of the inverse of the special form RSFPLRCircfr matrix for orders  $4 \times 4$  to  $10 \times 10$  by reapplying Schur complement. The proof of the general form of the inverse is done based on the definition of Invers. The result of this research shows that the inverse of RSFPLRCircfr matrix in special form can be calculated effectively using this method, and produces a new theorem regarding the general form of the inverse of RSFPLRCircfr matrix in special form of order  $n \times n$ .

**Keywords:** Block  $2 \times 2$ , Matrix inverse, Schur complement, RSFPLRCircfr matrix.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
**KATA PENGANTAR**

***Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh***

Alhamdulillahirobbil'alamin Puji dan syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan Judul **“Invers Matriks  $RSFPLR$  bentuk Khusus Ordo  $n \times n$ , ( $n \geq 4$ ) Dengan Menggunakan Metode Blok”**. Shalawat serta salam semoga terlimpahkan pada junjungan kita baginda Rasulullah Muhammad Shallallahu Alaihi Wassalam. Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Sains di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Selanjutnya dalam penyusunan dan penyelesaian tugas akhir ini penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu sudah sepantasnya penulis mengucapkan terimakasih yang tidak terhingga kepada Kedua orang tua Ayahanda Sabriyansyah dan Ibunda Lestari tercinta, kakak serta adik yang senantiasa memberikan semangat, dukungan, doa serta materi kepada penulis untuk melakukan yang terbaik dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan benar. Pada kesempatan ini, Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada:

Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Bapak Wartono, M.Sc. selaku ketua sidang dan Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. Selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd., M.Mat., Selaku Dosen Pembimbing Pada

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tugas Akhir.

Ibu Rahmadeni, M.Si. Selaku Dosen Pembimbing Akademik yang selama ini telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, arahan serta penjelasan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik.

Ibu Fitri Aryani, M.Sc. Selaku dosen penguji I tugas akhir yang telah memberikan arahan dan saran kepada penulis untuk menyelesaikan tugas akhir ini.

Bapak Zukrianto, M.Si. Selaku dosen penguji II tugas akhir yang telah memberikan arahan dan saran kepada penulis untuk menyelesaikan tugas akhir ini.

9. Seluruh dosen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Yang telah banyak memberikan nasehat, bimbingan, serta bantuan kepada penulis.

10. Keluarga tercinta, yang tiada henti memberikan kasih sayang, motivasi, dukungan, semangat serta materi dan doa yang selalu dilangitkan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

11. Sahabat penulis khususnya Cindi Melenia, Azilla Febriyola Utami, Rahma Karenia Febriani dan Angga Pratama Bastian yang senantiasa kebersamai, menjadi garda terdepan dan selalu mendengarkan keluh kesah di masa-masa sulit penulis.

Kepada teman – temanku si wacana yang selalu menghibur, memberikan dukungan dan semangat tiada henti kepada penulis.

Teman – teman Jurusan Matematika khususnya angkatan 2020 kelas A yang selalu memberikan semangat kepada penulis.

Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian penelitian ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

*Last but not least*, terimakasih untuk diri sendiri, karena telah mampu berusaha keras dan berjuang sejauh ini, mampu mengendalikan diri dari berbagai tekanan diluar keadaan dan tak pernah memutuskan menyerah sesulit apapun prosesnya, ini merupakan pencapaian yang patut

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dibanggakan untuk diri sendiri. *I wanna me for just being me at all times.* Akhirnya dalam penyusunan dan penulisan tugas akhir ini penulis telah berusaha semaksimal mungkin untuk menghindari kesalahan. Tetapi penulis hanyalah manusia dan manusia adalah tempatnya salah dan khilaf, sesuai dengan pepatah tak ada gading yang tak retak. Penulis mengharapkan kepada pembaca tugas akhir ini agar memberikan kritik dan saran. Semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi semua yang membutuhkan.

*Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

Pekanbaru, 06 Januari 2025

**RISA INDAH SARI**  
12050426436

UIN SUSKA RIAU



## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PERSETUJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....</b>	<b>iv</b>
<b>LEMBAR PERNYATAAN .....</b>	<b>v</b>
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>viii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ix</b>
<b>KATA PENGANTAR.....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>xiii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Batasan Masalah .....	6
1.4 Tujuan Masalah .....	6
1.5 Manfaat Penelitian .....	6
1.6 Sistematika Penelitian.....	7
<b>BAB II LANDASAN TEORI.....</b>	<b>8</b>
2.1 Matriks dan Operasi Matriks .....	8
2.3.1 Penjumlahan dan Pengurangan .....	8
2.3.1 Perkalian Matriks .....	10
2.3.1 Kelipatan Skalar .....	11
2.2 Matriks <i>Circulant</i> .....	12
2.3 Determinan .....	12
2.4 Matriks <i>RSFPLRcircfr</i> .....	13
2.5 Matriks Blok .....	13
2.4 Komplemen <i>Schur</i> .....	15
2.5 Invers Matriks .....	16
<b>BAB III METODE PENELITIAN.....</b>	<b>20</b>
<b>BAB IV PEMBAHASAN.....</b>	<b>21</b>

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.1	Matriks $RSFPLR_{circfr}$ Ordo $n \times n$ Dengan ( $n \geq 4$ )	21
4.2	Blok Matriks $RSFPLR_{circfr}$ Ordo $n \times n$ Menjadi Matriks Blok $2 \times 2$	23
4.3	Invers Submatriks yang <i>Invertible</i> dari Matriks $RSFPLR_{circfr}$ berordo $n \times n$ Melalui Penerapan Komplemen <i>Schur</i>	27
4.4	Invers Matriks $RSFPLR_{circfr}$ Ordo $n \times n$ dengan Matriks Blok $2 \times 2$ Melalui Penerapan Komplemen <i>Schur</i>	55
4.5	Bentuk Umum Matriks $RSFPLR_{circfr}$ Berordo $n \times n$	74
<b>BAB V PENUTUP</b>		<b>94</b>
5.1	Kesimpulan	94
5.2	Saran	95
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>		<b>96</b>
<b>DAFTAR RIWAYAT HIDUP</b>		<b>98</b>

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB I PENDAHULUAN

### Latar Belakang

Matriks merupakan sebuah cabang dari ilmu aljabar linear yang memiliki peranan yang sangat penting di dalam matematika. Matriks merupakan suatu himpunan bilangan yang tersusun dalam bentuk segi empat. Dimana bilangan – bilangan tersebut disebut sebagai anggota matriks. Selain itu, matriks juga dapat didefinisikan sebagai himpunan elemen – elemen yang membentuk susunan baris dan kolom [1]. Matriks memiliki berbagai jenis, termasuk salah satunya yang disebut matriks sirkulan. Matriks sirkulan merupakan matriks bujur sangkar dimana setiap elemen dalam barisnya identik dengan baris sebelumnya, tetapi dipindahkan satu posisi ke kanan untuk membentuk baris berikutnya. Terdapat beberapa jenis matriks sirkulan diantaranya yaitu matriks  $FLDcirc_r$  [2], matriks  $FLScirc_r$  [3], [4], matriks  $RLMfcirc_r$  (Row Last- Minus First Left Circulant), matriks  $RSFPLRcirc_r$  (Row Skew First-Plus Last Right Circulant) [5], [6], matriks  $RLPrFLcirc_r$  (Row Last-Plus-rFirst Left Circulant)[7], matriks  $RFMLRcirc_r$  (Row First – Minus Last Right Circulant), matriks  $RFPrLRcirc_r$  (Row First-Plus-rLast Right Circulant) [7], dan matriks  $RSLPFLcirc_r$  (Row Skew-Last-Plus-First Left Circulant) [8].

Terdapat beberapa penelitian mengenai matriks sirkulan, sebagai contoh penelitian [7] yang membahas mengenai determinan eksplisit pada matriks sirkulan  $RFPrLrR$  dan matriks sirkulan  $RLFPrFrL$ , yang melibatkan empat jenis bilangan terkenal, seperti Fibonacci (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,...), Lucas (2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, ...), Pell (0, 1, 2, 5, 12, 29, 70, 169, 408, 985,...), dan Pellucas (2, 2, 6, 16, 42, 110, 290, 756, 1974,...). Penelitian ini berhasil menghasilkan determinan yang berbeda untuk matriks-matriks tersebut. Selanjutnya penelitian [8] juga membahas tentang invers matriks pada matriks  $RSFPLRcircfr (0,b,...,b)$  berordo  $n \times n$  dimana  $n \geq 4$ , penelitian ini melibatkan penggunaan operasi baris elementer dan penelitian pada bentuk khusus dari matriks tersebut.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pada tahun 2018, penelitian yang dilakukan oleh [9] membahas mengenai invers dari matriks sirkulan simetris atas *skew field* dengan bentuk umumnya sebagai berikut:

$$W_{n \times n} = \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & w_2 & \cdots & w_{n-2} & w_{n-1} \\ w_1 & w_2 & w_3 & \cdots & w_{n-1} & w_0 \\ w_2 & w_3 & w_4 & \cdots & w_0 & w_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ w_{n-2} & w_{n-1} & w_0 & \cdots & w_{n-4} & w_{n-3} \\ w_{n-1} & w_0 & w_1 & \cdots & w_{n-3} & w_{n-2} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Dari penelitian tersebut diperoleh hasil setiap matriks sirkulan simetris atas *skew field* memiliki invers sehingga berlaku  $WW^{-1} = W^{-1}W = I$ .

Selanjutnya, pada tahun 2019 penelitian yang dilakukan oleh [2] membahas mengenai invers matriks blok  $2 \times 2$  dalam aplikasi matriks  $FLDcirc_r$  bentuk khusus.

Dengan bentuk khususnya sebagai berikut:

$$p_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ ra & -ra & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ra & ra & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Sehingga penelitian tersebut menghasilkan invers dari matriks blok  $2 \times 2$  dalam aplikasi matriks  $FLDcirc_r$  untuk  $p_n$  sebagai berikut:

$$p_{n-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & (ra)^{-1} & (ra)^{-1} \\ a^{-1} & 0 & 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & (ra)^{-1} \\ a^{-1} & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pada tahun yang sama, terdapat penelitian lain yang dilakukan oleh [3] yang membahas mengenai determinan dan invers matriks blok  $2 \times 2$  dalam aplikasi matriks  $FLScircr$  bentuk khusus dengan bentuk umumnya adalah sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ra_{n-1} & a_2 - a_{n-1} & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ra_{n-2} & ra_{n-1} - a_{n-1} & a_0 - a_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ ra_2 & ra_3 - a_2 & ra_4 - a_3 & \cdots & a_0 - a_{n-1} & a_1 \\ ra_1 & ra_2 - a_1 & ra_4 - a_3 & \cdots & ra_{n-1} - a_{n-2} & a_0 - a_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Hasil dari penelitian tersebut adalah bahwa matriks taksingular dapat dicari determinan dan inversnya dengan cara mempartisi (memblok) matriks tersebut menjadi matriks yang lebih kecil dengan salah satu dari submatriks  $P$  memiliki determinan yang tidak sama dengan nol.

Selanjutnya, pada tahun 2020 penelitian juga dilakukan oleh [5] yang membahas mengenai Invers matriks  $RSFPLRcircfr (0, b, \dots, b)$  berordo  $n \times n$  ( $n \geq 4$ ) dengan menggunakan metode operasi baris elementer (OBE). Dengan bentuk khususnya yaitu sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & b & b & \cdots & b & b & b \\ -b & b & b & \cdots & b & b & b \\ -b & 0 & b & \cdots & b & b & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -b & 0 & 0 & 0 & b & b & b \\ -b & 0 & 0 & 0 & 0 & b & b \\ -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Dari hasil penelitian diatas diperoleh bentuk umum invers matriksnya sebagai berikut:

$$A_n^{-1} = [a_{ij}]; \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

Dengan

$$A_{ij} = \begin{cases} b^{-1}, & \text{jika } i = j \text{ atau } (i = n, j = 1) \\ -b^{-1}, & \text{jika } (j = i + 1, i = 1, 2, \dots, n - 1) \text{ atau } (i = n, j = 2), \\ 0, & \text{untuk } i, j \text{ lainnya} \end{cases}$$

Kemudian, pada tahun 2022 penelitian juga dilakukan oleh [10] yang membahas mengenai invers matriks  $RSLPFLlircfr$  bentuk khusus  $(0, \dots, 0, b)$  berordo  $n \times n$  dengan  $n \geq 3$  menggunakan matriks blok  $2 \times 2$ . Dengan bentuk umumnya sebagai berikut:



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$R_n = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2b & -b \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2b & -b & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 2b & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2b & -b & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 2b & -b & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

Dari penelitian diatas diperoleh hasil inversnya sebagai berikut:

$$R_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{n-4}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{n-3}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{n-2}}{(1+2^{(n-1)})b} \\ \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{n-3}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{n-2}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 \\ \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^3}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{n-2}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 & -2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & -2^{n-6} & -2^{n-5} & -2^{n-4} \\ \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 & \dots & -2^{n-5} & -2^{n-4} & -2^{n-3} \\ \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 & -2 & \dots & -2^{n-4} & -2^{n-3} & -2^{n-2} \\ \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} \end{bmatrix}$$

$$R_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{1}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{n-4}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{n-3}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{n-2}}{(1+2^{(n-1)})b} \\ \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{n-3}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{n-2}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 \\ \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^2}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^3}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{n-2}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 & -2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & -2^{n-6} & -2^{n-5} & -2^{n-4} \\ \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 & \dots & -2^{n-5} & -2^{n-4} & -2^{n-3} \\ \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & -1 & -2 & \dots & -2^{n-4} & -2^{n-3} & -2^{n-2} \\ \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \dots & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} & \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{(n-1)})b} \end{bmatrix}$$

Di samping penelitian-penelitian yang disebutkan, terdapat juga penelitian lain yang membahas mengenai invers menggunakan metode blok yang dilakukan oleh peneliti [11] yang membahas mengenai invers matriks  $RFPRLRcirc_r$   $(a, 0, \dots, 0)$  ordo  $n \times n$  dengan  $n \geq 3$  menggunakan matriks blok  $2 \times 2$  dengan bentuk khususnya sebagai berikut:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_n = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a \\ ra & -a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1.6}$$

Dari penelitian diatas diperoleh hasil inversnya yaitu sebagai berikut:

$$A_n^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{r-1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ r & 1 & -1 & \dots & -1 & 1 & -1 \\ \frac{r}{a} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \dots & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \\ r+1 & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \dots & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & \frac{1}{a} & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ \frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{a} & -\frac{1}{a} \\ -\frac{r}{a} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix} \begin{matrix} n \text{ ganjil} \\ n \text{ genap} \end{matrix}$$

Dengan merujuk pada penelitian sebelumnya, penulis tertarik menggunakan metode blok untuk mencari invers matriks *RSFPLRcircfr* dengan mengganti  $a_0 = b, a_1 = b, a_2 = 0, a_3 - a_{n-1} = 0$ . Sebelumnya, matriks *RSFPLRcircfr* telah dibahas menggunakan metode yang berbeda, yakni OBE (Operasi Baris Elementer). Pada penelitian ini fokus untuk mencari bentuk umum invers matriks



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus ordo  $n \times n$ , Sehingga diperoleh bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} b & b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & b & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & b & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & b & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & b & b \\ -b & -b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & b \end{bmatrix}, b \neq 0 \in R \tag{1.7}$$

dengan judul penelitian “**Invers Matriks  $RSFPLR_{circfr}$  Bentuk Khusus Ordo  $n \times n$  ( $n \geq 4$ ) Dengan Menggunakan Metode Blok**”.

**1.2 Rumusan Masalah**

Dari penjelasan latar belakang yang telah disampaikan, muncul perumusan masalah tentang bagaimana menentukan Invers Matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk Khusus Ordo  $n \times n$  ( $n \geq 4$ ) dengan menggunakan metode blok?

**1.3 Batasan Masalah**

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Matriks yang dibahas adalah matriks  $RSFPLR_{circfr}$   $n \times n$  ( $n \geq 4$ ) sesuai pada Persamaan (1.7);
2. Memblok matriks  $RSFPLR_{circfr}$  berukuran  $4 \times 4$  hingga  $10 \times 10$  dengan menggunakan aturan matriks  $2 \times 2$ ;
3. Penelitian ini hanya fokus mengenai pemblokkan matriks  $RSFPLR_{circfr}$  menggunakan cara 1 dan cara 2;

**1.4 Tujuan Masalah**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum invers dari matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus ordo  $n \times n$  ( $n \geq 4$ ) dengan menggunakan metode blok.

**1.5 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian diatas, maka manfaat yang dapat diambil yaitu:



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

a.

Bagi penulis

b.

Adapun manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah memperdalam pemahaman penulis mengenai matriks dan dapat mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji suatu permasalahan aljabar linear khususnya dalam menentukan invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$ .

a.

Bagi lembaga pendidikan

b.

Sebagai bahan referensi dalam memecahkan permasalahan yang berkaitan dengan masalah yang dikaji oleh penelitian ini, yaitu menentukan invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$ .

**1.6 Sistematika Penelitian**

Sistematika penulisan proposal tugas akhir ini mencakup tiga bab yaitu:

**BAB I PENDAHULUAN**

Pada bab ini berisikan latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

**BAB II LANDASAN TEORI**

Pada bab ini berisikan teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks *circulant*, matriks  $RSFPLR_{circfr}$ , matriks blok, komplemen *schur*, dan invers.

**BAB III METODE PENELITIAN**

Pada bab ini berisikan tentang bagaimana langkah-langkah atau proses yang dilakukan penulis untuk mendapatkan hasil yang sesuai dengan yang diinginkan.

**BAB IV PEMBAHASAN**

Pada bab ini berisikan penjelasan – penjelasan cara menentukan invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  ordo  $n \times n$  dengan  $n \geq 4$  menggunakan matriks blok  $2 \times 2$ .

**BAB V PENUTUP**

Pada bab ini berisikan kesimpulan dan saran dari semua pembahasan dan hasil yang telah dilakukan oleh peneliti.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

Pada bab II ini akan membahas beberapa materi pendukung yang dapat membantu penulis agar dapat menyelesaikan permasalahan yang akan dibahas pada bab selanjutnya. Adapun materi pendukungnya adalah pengertian matriks dan operasi matriks, matriks *circulant*, Determinan, matriks *RSFPLRcircfr*, matriks blok, komplemen *schur*, dan invers.

#### 2.1 Matriks dan Operasi Matriks

Suatu matriks (*matrix*) adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan – bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut sebagai entri matriks [12]. Nama matriks biasanya ditulis dengan menggunakan huruf kapital seperti  $A, B, C, D$  dan lain sebagainya, Sementara elemen-elemen matriks dituliskan dengan menggunakan huruf kecil sesuai dengan posisi elemennya seperti  $a_{11}, a_{12}, a_{13}$ , dan seterusnya. Ukuran matriks sering disebut sebagai ordo, yang dihitung dengan mengalikan jumlah baris dan jumlah kolom. sebagai contoh  $A_{mn}$ .  $A_{mn}$  menunjukkan bahwa matriks  $A$  memiliki  $m$  sebagai baris dan  $n$  sebagai kolom. Sehingga dapat ditulis bentuk umum matriksnya sebagai berikut [13]:

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

#### Penjumlahan dan pengurangan

Jika  $A$  dan  $B$  adalah matriks – matriks dengan ukuran yang sama, maka jumlah  $A + B$  adalah matriks yang diperoleh dengan menjumlahkan entri – entri pada  $B$  dengan entri – entri yang bersesuaian pada  $A$  dan selisih (*difference*)  $A - B$  adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan entri – entri pada  $A$  dengan entri – entri yang bersesuaian pada  $B$ . Matriks dengan ukuran yang berbeda tidak dapat dijumlahkan atau dikurangkan.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Adapun rumus penjumlahan dan pengurangan matriks sebagai berikut,

Penjumlahan

Diketahui matriks  $A$  dan matriks  $B$  berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

Maka,

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

**Contoh 2.1:**

Tentukan hasil penjumlahan dari matriks  $A$  dan  $B$  berikut ini:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 6 & 8 \\ 4 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 8 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$A + B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 6 & 5 \\ 3 & 8 & 7 & 9 \\ 7 & 6 & 8 & 4 \\ 2 & 8 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Pengurangan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

Maka,

$$A - B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & \dots & a_{1n} - b_{1n} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} & \dots & a_{2n} - b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} - b_{m1} & a_{m2} - b_{m2} & \dots & a_{mn} - b_{mn} \end{bmatrix}$$

**Contoh 2.2:**

Tentukan hasil pengurangan dari matriks  $A$  dan  $B$  berikut ini:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 6 & 8 \\ 4 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 8 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$A - B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -4 & -5 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 1 & -2 & -8 & 4 \\ -2 & 6 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

Perkalian matriks

Jika  $A$  adalah matriks  $m \times r$  dan  $B$  adalah matriks  $r \times n$  maka hasil kali (*product*)  $AB$  adalah matriks  $m \times n$  yang entri – entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri pada baris  $i$  dan kolom  $j$  dari  $AB$ , pisahkanlah baris  $i$  dari matriks  $A$  dan kolom  $j$  dari matriks  $B$ . Kalikan entri – entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

**Contoh 2.3:**

Tentukan hasil perkalian dari matriks  $A$  dan  $B$  berikut ini:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian:

$$AB = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 13 \\ 11 & 16 & 6 \\ 8 & 14 & 11 \end{bmatrix}$$

Kelipatan skalar

Jika  $A$  adalah matriks sebarang dan  $C$  adalah skalar sebarang, maka hasil kalinya (product)  $cA$  adalah matriks yang diperoleh dari perkalian setiap entri pada matriks  $A$  dengan bilangan  $C$ . Matriks  $cA$  disebut sebagai kelipatan skalar (*skalar multiple*) dari  $A$ .

Misalkan suatu matriks  $A$  dan  $c$  adalah skalar sebarang, maka hasil kali adalah sebagai berikut:

Suatu bilangan  $c$  akan dikalikan dengan matriks  $A$ .

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Maka,

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m2} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix}$$

Jika  $A = [a_{ij}]$ , maka perkalian  $cA$  dapat dinotasikan dengan  $c(A) = c(A)_{ij}$ .

**Contoh 2.4:**

Tentukan hasil perkalian skalar dari matriks berikut ini dengan suatu bilangan yaitu

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & -2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 & 10 \\ 6 & 10 & 14 & 0 \\ 2 & 0 & 8 & -4 \\ 8 & 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Matriks *circulant***

Matriks *circulant* adalah matriks berordo  $n \times n$  yang dibentuk dari  $n$  vektor dan hanya memiliki satu input pada baris pertama. Setiap entri dari baris sebelumnya bergeser satu posisi ke kanan yang menghasilkan baris berikutnya dan entri sepanjang diagonal matriksnya sama [14]. Untuk setiap  $c_0, c_1, c_2, \dots, c_{n-1} \in \mathbb{R}$ , matriks *circulant*  $(A_{i,j})_{n \times n}$  yang dinotasikan dengan  $\text{circ}(c_0, c_1, c_2, \dots, c_{n-1})$  dapat dituliskan sebagai berikut [15]:

$$(A_{i,j})_{n \times n} = A = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \dots & c_{n-1} \\ c_{n-1} & c_0 & c_1 & \dots & c_{n-2} \\ c_{n-2} & c_{n-1} & c_0 & \dots & c_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_0 \end{bmatrix}$$

**Contoh 2.5:**

Berdasarkan bentuk umum *circulant*, berikut ini adalah contoh matriks *circulant*  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 2$ , dan  $a_4 - a_{n-1} = 5$  dengan matriks berordo  $5 \times 5$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

**Determinan**

Misalkan  $A$  adalah suatu matriks bujur sangkar. Fungsi determinan (*determinan function*) dinotasikan dengan  $\det$  dan kita mendefenisikan  $\det(A)$  sebagai jumlah dari semua hasil kali elementer bertanda dari  $A$ . Angka  $\det(A)$  disebut determinan dari  $A$  (*determinan of A*) [12].

**Teorema 2.1** Misalkan  $A$  adalah suatu matriks bujur sangkar.

- (a) Jika  $A$  memiliki satu baris atau satu kolom bilangan nol, maka  $\det(A) = 0$
- (b)  $\det(A) = \det(A^T)$ .

**Teorema 2.2** Jika  $A$  adalah matriks segitiga  $n \times n$  (segitiga atas, segitiga bawah, atau diagonal) maka  $\det(A)$  adalah hasil kali dari entri – entri pada diagonal utama matriks tersebut:

yaitu  $\det(A) = a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Teorema 2.3** Jika  $A$  adalah suatu matriks bujur sangkar dengan dua baris atau dua kolom yang proposional, maka  $\det(A) = 0$

**2.4 Matriks RSFPLRcircfr**

Suatu matriks dikatakan matriks *circulant RSFPLRcircfr (Row Skew First-Plus Last Right Circulant)* dengan baris pertamanya adalah  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  mempunyai bentuk umum matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ -a_{n-1} & a_0 + a_{n-1} & a_1 & \dots & a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -a_2 & -a_3 + a_2 & \dots & a_0 + a_{n-1} & a_1 \\ -a_1 & -a_2 + a_1 & \dots & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} \end{bmatrix}$$

Dapat ditulis dengan  $A = RSFPLRcircfr(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  [16].

Ada juga peneliti yang memperbesar bentuk umum matriks sirkulan *RSFPLRcircfr (Row Skew First-Plus Last Right Circulant)* adalah matriks bujur sangkar dengan baris pertamanya adalah  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  yang dinotasikan dengan *RSFPLRcircfr*  $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$  dengan bentuk umum sebagai berikut [5]:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ -a_{n-1} & a_0 + a_{n-1} & a_1 & \dots & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} \\ -a_{n-2} & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} & \dots & a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_3 & -a_4 + a_3 & -a_5 + a_3 & \dots & a_0 + a_{n-1} & a_1 & a_2 \\ -a_2 & -a_3 + a_2 & -a_3 + a_3 & \dots & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} & a_1 \\ -a_1 & -a_2 + a_1 & -a_3 + a_2 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} + a_{n-2} & a_0 + a_{n-1} \end{bmatrix}$$

**2.5 Matriks Blok**

Matriks blok merupakan matriks yang diperoleh dengan membagi matriks menjadi submatriks yang lebih kecil, dengan menyisipkan garis horizontal diantara baris – baris dan garis vertikal diantara kolom – kolom matriks. Matriks blok bertujuan untuk menyederhanakan matriks yang berukuran besar menjadi kecil agar lebih mudah dioperasikan untuk tujuan tertentu, khususnya dalam mencari determinan dan invers matriks.

Matriks blok yang akan dibahas ialah matriks persegi yang dipartisi atas dua baris dan dua kolom sub-sub matriks yang disebut sebagai matriks blok. Bentuk umum dari matriks blok  $2 \times 2$  yaitu sebagai berikut [17]:



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Misalkan  $P$  adalah suatu matriks  $m \times n$ .

$$P = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1(n-k)} & a_{1(n-(k-1))} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m-(k-1)1} & \cdots & a_{(m-k)(n-k)} & a_{m(k-1)(n-(k-1))} & \cdots & a_{(m-k)n} \\ a_{(m-(k-1))} & \cdots & a_{m-(k-1)(k-1)} & a_{(m-(k-1))(n-(k-1))} & \cdots & a_{(m-(k-1))n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{m(n-k)} & a_{m(n-(k-1))} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Kemudian matriks tersebut di blok dengan menyisipkan garis vertikal dan garis horizontal agar membentuk matriks pada Persamaan (2.1) seperti berikut ini:

$$P = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & \cdots & a_{1(n-k)} & a_{1(n-(k-1))} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m-(k-1)1} & \cdots & a_{(m-k)(n-k)} & a_{m(k-1)(n-(k-1))} & \cdots & a_{(m-k)n} \\ a_{(m-(k-1))} & \cdots & a_{m-(k-1)(k-1)} & a_{(m-(k-1))(n-(k-1))} & \cdots & a_{(m-(k-1))n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{m(n-k)} & a_{m(n-(k-1))} & \cdots & a_{mn} \end{array} \right] \quad (2.1)$$

Sehingga menghasilkan beberapa submatriks, dengan memisalkan:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1(n-k)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m(k-1)1} & \cdots & a_{(m-k)(n-k)} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a_{1(n-(k-1))} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m(k-1)(n-(k-1))} & \cdots & a_{(m-k)n} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} a_{(m-(k-1))} & \cdots & a_{(m-(k-1)(k-1))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{m(n-k)} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} a_{(m-(k-1))(n-(k-1))} & \cdots & a_{(m-(k-1))n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m(n-(k-1))} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Maka :

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

**Contoh 2.6**

Tentukan cara memblok matriks  $RSFPLRcircfr$  berikut menjadi matriks blok  $3 \times 2$ .

Diketahui  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 0$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Matriks diatas merupakan matriks berordo  $3 \times 3$  dimana terdapat 2 selang baris dan dua selang kolom sehingga ada 4 kemungkinan cara memblok atau mempartisi matriks tersebut yaitu:

Cara 1:

$$P = \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ \hline -2 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

Cara 2:

$$P = \left[ \begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ \hline -2 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

Cara 3:

$$P = \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ \hline -2 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

Cara 4:

$$P = \left[ \begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ \hline -2 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

**2.6 Komplemen schur**

Komplemen *schur* adalah salah satu metode atau cara dalam analisis matriks yang banyak menggunakan pertidaksamaan matriks. Dalam bidang teori matriks, komplemen *schur* biasanya digunakan pada matriks bujur sangkar yang berukuran besar dimana matriks tersebut telah di blok terlebih dahulu.

Diberikan matriks [18] :

Jika *A* adalah matriks yang bersifat *invertible*, maka didapatkan komplemen *schur* dari *A* yaitu  $D - CA^{-1} - B$ ;

Jika *B* adalah matriks yang bersifat *invertible*, maka didapatkan komplemen *schur* dari *B* yaitu  $C - DB^{-1} - A$ ;

Jika *C* adalah matriks yang bersifat *invertible*, maka didapatkan komplemen *schur* dari *C* yaitu  $B - AC^{-1} - D$ ;

Jika *D* adalah matriks yang bersifat *invertible*, maka didapatkan komplemen *schur* dari *D* yaitu  $A - BD^{-1}C$ .



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Invers matriks**

Jika suatu matriks berbentuk persegi misalkan  $A$  dan terdapat pula matriks  $B$  dimana keduanya mempunyai ukuran yang sama lalu diperoleh  $AB = BA = I$ , maka matriks  $A$  memiliki sifat yang dapat dibalik (*invertible*) dan matriks  $B$  dapat disebut juga sebagai invers atau kebalikan dari matriks  $A$ . Sehingga dapat dijabarkan dengan  $B = A^{-1}$ , namun jika hasil dari matriks  $B$  tidak dapat ditemukan atau didefinisikan, maka matriks  $A$  dapat disebut sebagai matriks singular [12].

**Contoh 2.7**

Buktikan invers dengan menggunakan matriks identitas.

Misalkan  $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  adalah invers dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$$\text{Maka } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I.$$

$$\text{dan } BA = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I.$$

**Teorema 2.4** [19] Jika  $P$  adalah suatu matriks persegi, maka:

- i. Untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix}$  akan memiliki invers jika dan hanya jika  $A$  dan  $D$  memiliki invers, sehingga  $P^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & D^{-1} \end{bmatrix}$ ;
- Untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} 0 & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$  akan memiliki invers jika dan hanya jika  $B$  dan  $C$  memiliki invers, sehingga  $P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & B^{-1} \\ C^{-1} & 0 \end{bmatrix}$ .

**Teorema 2.5** [19] Jika  $P$  adalah suatu matriks persegi, maka:

- Untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & D \end{bmatrix}$  akan memiliki invers jika dan hanya jika  $A$  dan  $D$  memiliki invers, sehingga  $P^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -D^{-1}CA^{-1} & D^{-1} \end{bmatrix}$ ;
- Untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & D \end{bmatrix}$  akan memiliki invers jika dan hanya jika  $A$  dan  $D$  memiliki invers, sehingga  $P^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}BD^{-1} \\ 0 & D^{-1} \end{bmatrix}$ .

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Teorema 2.6** [19] Misalkan  $P$  adalah suatu matriks persegi, maka:

Diasumsikan submatriks  $A$  dalam matriks  $P$  merupakan matriks tak singular. Maka matriks  $P$  memiliki invers jika dan hanya jika komplemen *schur* dari submatriks  $A$  memiliki invers dan  $(D - CA^{-1}B)$  juga memiliki invers sehingga didapat:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} & -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1} \\ -(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix}$$

Diasumsikan submatriks  $D$  dalam matriks  $P$  merupakan matriks tak singular. Maka matriks  $P$  memiliki invers jika dan hanya jika komplemen *schur* dari submatriks  $A$  memiliki invers dan  $(A - BD^{-1}C)$  juga memiliki invers sehingga didapat:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} (A - BD^{-1}C)^{-1} & -(A - BD^{-1}C)^{-1}BD^{-1} \\ -D^{-1}C(A - BD^{-1}C)^{-1} & D^{-1} + D^{-1}C(A - BD^{-1}C)^{-1}BD^{-1} \end{bmatrix}$$

iii. Diasumsikan submatriks  $B$  dalam matriks  $P$  merupakan matriks tak singular. Maka matriks  $P$  memiliki invers jika dan hanya jika komplemen *schur* dari submatriks  $A$  memiliki invers dan  $(C - DB^{-1}A)$  juga memiliki invers sehingga didapat:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} -(C - DB^{-1}A)^{-1}DB^{-1} & (C - DB^{-1}A)^{-1} \\ B^{-1} + B^{-1}A(C - DB^{-1}A)^{-1}DB^{-1} & -B^{-1}A(C - DB^{-1}A)^{-1} \end{bmatrix}$$

Diasumsikan submatriks  $C$  dalam matriks  $P$  merupakan matriks tak singular. Maka matriks  $P$  memiliki invers jika dan hanya jika komplemen *schur* dari submatriks  $A$  memiliki invers dan  $(B - AC^{-1}D)$  juga memiliki invers sehingga didapat:

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} -C^{-1}D(B - AC^{-1}D)^{-1} & C^{-1} + C^{-1}D(B - AC^{-1}D)^{-1}AC^{-1} \\ (B - AC^{-1}D)^{-1} & -(B - AC^{-1}D)^{-1}AC^{-1} \end{bmatrix}$$

**Teorema 2.7** [19] Jika  $P$  adalah matriks persegi, maka:

Untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} 0 & B \\ C & D \end{bmatrix}$  akan memiliki invers jika dan hanya jika  $B$  dan  $C$  memiliki invers, sehingga  $P^{-1} = \begin{bmatrix} -C^{-1}DB^{-1} & C^{-1} \\ B^{-1} & 0 \end{bmatrix}$ ;



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Untuk matriks  $P = \begin{bmatrix} 0 & B \\ C & D \end{bmatrix}$  akan memiliki invers jika dan hanya jika  $B$  dan

$C$  memiliki invers, sehingga  $P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & C^{-1} \\ B^{-1} & -B^{-1}AC^{-1} \end{bmatrix}$ .

**Contoh 2.7** Tentukan invers matriks dari Contoh 2.6 di atas.

Penyelesaian:

Berdasarkan cara 1 maka dapat dimisalkan,

$$A = \left[ \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, C = [-2 \quad -2] \text{ dan } D = [1]$$

Blok matriks  $A$  hingga menjadi matriks  $2 \times 2$

$$A = \left[ \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} K & L \\ M & N \end{bmatrix}$$

Misalkan  $K = 1, L = 2, M = 0,$  dan  $N = 1$

Berdasarkan Teorema 2.5(ii) untuk memperoleh invers  $A$  maka dimisalkan dengan

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} E' & F' \\ G' & H' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^{-1} & -K^{-1}LN^{-1} \\ 0 & N^{-1} \end{bmatrix}$$

$$E' = K^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H' = N^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F' = -K^{-1} \cdot L \cdot N^{-1} = \left[ -\frac{1}{1} \right] [2] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = [-2]$$

Maka  $A^{-1} = \begin{bmatrix} E' & F' \\ G' & H' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Selanjutnya menentukan invers matriks  $P$  dengan memisalkan  $L^{-1} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$

dengan menggunakan Teorema 2.6 bagian (i).

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} & -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1} \\ -(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$H' = (D - CA^{-1}B)^{-1} = \left( [1] - [-2 \quad -2] \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \left[ -\frac{1}{3} \right]$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$G' = -(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} = -H'CA^{-1}$$

$$= \left( - \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$F' = -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1} = -A^{-1}BH'$$

$$= \left( \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$E' = A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} = A^{-1} + A^{-1}BH'CA^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh  $P^{-1} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -4 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

Untuk cara selanjutnya dilakukan hal yang sama.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB III METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan sebuah analisis literatur yang menggunakan referensi dari berbagai sumber seperti buku, jurnal, dan situs web dari internet. Pada penelitian ini untuk mendapatkan hasil yang sesuai dengan diinginkan, Maka penulis perlu membatasi dan menggunakan beberapa langkah sebagai berikut:

Diberikan suatu matriks  $RSFPLRcircfr$  dari Persamaan (1.7) berordo  $n \times n$  ( $n \geq 4$ );

Memblok matriks pada Persamaan (1.7)  $RSFPLRcircfr$  yang berordo  $4 \times 4$  hingga berordo  $10 \times 10$  dengan menggunakan aturan matriks blok  $2 \times 2$  yang masing-masing mempunyai submatriks dan dapat dimisalkan dengan  $A, B, C,$  dan  $D$ ;

3. Menentukan invers submatriks  $A, B, C,$  dan  $D$  yang *invertible* pada Persamaan (1.7) dari matriks  $RSFPLRcircfr$  yang berordo  $4 \times 4$  hingga berordo  $10 \times 10$  dengan cara melakukan pengeblokan kembali pada submatriks yang berukuran besar secara berulang – ulang hingga menjadi matriks berukuran  $2 \times 2$  agar dapat menerapkan komplemen *schur* berdasarkan Teorema 2.5 bagian (i) dan (ii), Teorema 2.6 bagian (i) dan (ii); Menentukan invers dari matriks  $RSFPLRcircfr$  pada Persamaan (1.7) yang berordo  $4 \times 4$  hingga berordo  $10 \times 10$  dengan menggunakan matriks blok  $2 \times 2$  melalui penerapan komplemen *schur* berdasarkan Teorema 2.6 bagian (i) dan (iii);

Mengamati dan menduga bentuk umum dari invers matriks  $RSFPLRcircfr$  dari Persamaan (1.7) yang berordo  $4 \times 4$  hingga berordo  $10 \times 10$ ;

Melakukan pembuktian terhadap bentuk umum invers matriks  $RSFPLRcircfr$  dari Persamaan (1.7) dengan menunjukkan bahwa  $A_n A_n^{-1} = A_n^{-1} A_n = I$ ;

Mengaplikasikan bentuk umum invers dari matriks  $RSFPLRcircfr$  pada Persamaan (1.7) kedalam contoh soal.



## BAB V PENUTUP

### Kesimpulan

Penelitian ini berhasil mengembangkan metode blok untuk menghitung invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  bentuk khusus ordo  $n \times n$  dengan  $n \geq 4$ . Metode yang dikembangkan terbukti efektif dan valid, yang juga diperkuat dengan aplikasi contoh-contoh. Melalui tiga tahap utama pembentukan blok, penerapan komplemen *Schur* pada submatriks yang *invertible*, dan penentuan bentuk umum invers. Penelitian ini menghasilkan teorema baru terkait invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  dalam bentuk khusus. Berikut teorema baru terkait invers matriks  $RSFPLR_{circfr}$  pada Persamaan (1.7) dalam bentuk khusus  $n \times n$  dengan  $n \geq 4$  menggunakan matriks blok  $2 \times 2$  adalah sebagai berikut:

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$(A_n)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \dots & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & \dots & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ -\frac{1}{b} & 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \dots & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{1}{b} & \dots & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} \\ -\frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \dots & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & \dots & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} \\ -\frac{1}{b} & 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \dots & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{1}{b} & \dots & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} \\ -\frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix} \begin{matrix} n \text{ ganjil} \\ n \text{ genap} \end{matrix}$$

**Saran**

Peneliti berikutnya disarankan untuk membandingkan metode blok yang diusulkan dengan metode lain, seperti metode adjoin atau metode lainnya. Sebagai saran untuk penelitian selanjutnya, dapat melakukan pengembangan metode ini untuk menangani matriks *circulant* yang lebih kompleks. Penelitian juga bisa menggunakan analisis matematis seperti MATLAB atau Python, atau teknologi kecerdasan buatan (AI).



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR PUSTAKA

H. Anton, *Elementary Linear Algebra*. Interaksara, 2000.

Rahayu Kariadinata, “Aljabar Linier Elementer, Edisi Kedelapan,” vol. 5406, no. November, pp. 334–344, 2013.

Z. Hasanah *et al.*, “Determinan Dan Invers Matriks Blok Dalam Aplikasi Matriks Bentuk Khusus,” vol. 12, no. November, pp. 2579–5406, 2019.

A. N. Rahma, K. Swandayani, and C. C. Marzuki, “Determinan Matriks FLScircr Bentuk Khusus  $n \times n, n \geq 3$  Menggunakan Metode Salihu,” *Jurnal Fourier*, vol. 8, no. 1, pp. 27–34, 2019, doi: 10.14421/fourier.2019.81.27-34.

A. N. R. Rahmawati, Nour Fitri, “Invers Matriks RSFPLRcircfr  $(0, b, \dots, b)$ ,” *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, p. 113, 2020, doi: 10.24014/jsms.v6i1.9260.

[6] X. Cui and N. Jiang, “On Nonsingularity of RSFPLR Circulant Matrices,” *Journal of Advances in Mathematics and Computer Science*, vol. 33, no. 5, pp. 1–7, 2019, doi: 10.9734/jamcs/2019/v33i530191.

[7] T. Xu, Z. Jiang, and Z. Jiang, “Explicit determinants of the RFPrLrR circulant and RLPrFrL circulant matrices involving some famous numbers,” *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2014, 2014, doi: 10.1155/2014/647030.

A. N. Rahma, V. Wulanda, and C. Marzuki, “Inverse RSLPFLcircfr  $(0, \frac{1}{b}, 0)$  Matrix of Order to the Power of Positive Integer Using Adjoin Method,” no. 1.

J. M. Murni *et al.*, “Azizah, Thresye, Nurul Huda,” vol. 12, no. 1, 2018.

[8] Rahel Edrian, “Invers Matriks RSLPFLcircfr Bentuk Khusus  $(b, 0, \dots, 0)$  Berordo  $n \times n$  Dengan  $n \geq 3$  Menggunakan Matriks Blok  $2 \times 2$ ,” 2022.

[9] Hafis Fikri, “Invers Matriks RFPrLrcircr  $(a, a, 0, \dots, 0)$  Ordo  $n \times n$  Dengan  $n \geq 3$  Menggunakan Matriks Blok  $2 \times 2$ ,” 2023.

[10] Howard Anton-Chris Rorres, *Aljabar Linear Elementer*, Delapan. Erlangga, 2004.

[11] F. M. S. M. Fransiskus Fran, “Beberapa Sifat Kronecker Product,” *Bimaster* :



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

*Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, vol. 8, no. 4, pp. 745–750, 2019, doi: 10.26418/bbimst.v8i4.35999.

[4] D. Mamula, N. Achmad, and R. Resmawan, “Matriks Circulant Kompleks Bentuk Khusus  $3 \times 3$  Berpangkat Bilangan Bulat,” *Jurnal Matematika Integratif*, vol. 17, no. 2, p. 109, 2022, doi: 10.24198/jmi.v17.n2.34441.109-118.

[5] K. R. Kannan, N. Elumalai, and M. Kavitha, “On s-normal Circulant and con-s-normal Circulant Matrices,” *International Journal of Scientific Research in Mathematical and Statistical Sciences*, vol. 5, no. 5, pp. 173–178, 2018, doi: 10.26438/ijrmss/v5i5.173178.

[6] X. Jiang and K. Hong, “Exact determinants of some special circulant matrices involving four kinds of famous numbers,” *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2014, 2014, doi: 10.1155/2014/273680.

[17] F. F. Ilhamsyah, Helmi, “Determinan dan Invers Matriks Blok  $2 \times 2$ ,” *Buletin Ilmiah Matematika Statistika dan Terapannya (Bimaster)*, vol. 06, pp. 193–202, 2017.

[18] M. Redivo-Zaglia, “Pseudo-Schur complements and their properties,” *Applied numerical mathematics*, vol. 50, no. 3–4, pp. 511–519, 2004.

[19] T. -T. Lu dan S.-H. Shiou, “Inverses of  $2 \times 2$  block matrices,” *computers & mathematics with application*, vol. 43, no. 1–2, pp. 119–129, 2002.

