

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK
KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT
POSITIF ORDO GANJIL****TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika



UIN SUSKA RIAU



oleh:

NADILA PUTRI
12040527153

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2024**

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN**DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK
KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT
POSITIF ORDO GANJIL****TUGAS AKHIR**

oleh:

NADILA PUTRI
12050427153Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 04 Juli 2024

Ketua Program Studi

Wartonb, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Corry Corazon Marzuki, M.Si.
NIP.19860320201503 2 003

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF ORDO GANJIL

TUGAS AKHIR

oleh:

NADILA PUTRI
12050427153

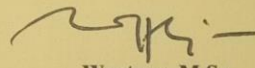
Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 04 Juli 2024

Pekanbaru, 04 Juli 2024
Mengesahkan

Ketua Program Studi



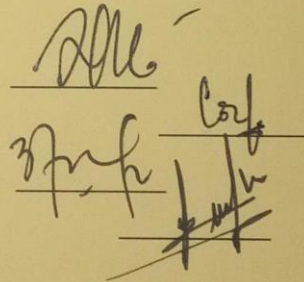
Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.
Sekretaris : Corry Corazon Marzuki, M.Si.
Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.
Anggota II : Rahmawati, M.Sc.



iii



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 04 Juli 2024
Yang membuat pernyataan,



NADILA PUTRI
12050427153



LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim.

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT. Nikmat dan karunia-Mu telah memberi saya kekuatan dan membekali saya dengan ilmu pengetahuan serta kesabaran untuk dapat sampai di titik ini sehingga Tugas Akhir yang sederhana ini dapat terselesaikan. Saya persembahkan karya sederhana ini kepada orang-orang yang sangat saya sayangi.

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tidak akan pernah ada habisnya kepada kedua orang tua saya, Bapak Heriman dan Ibu Fitri Yanti yang selalu memberikan kasih sayang, dukungan, ridho dan cinta kasih yang tiada terhingga yang tidak mungkin dapat kubalas hanya dengan selembar kertas yang bertuliskan kata “persembahan”. Semoga ini dapat menjadi langkah awal saya untuk dapat membuat ayah dan ibu bahagia, karena saya sadar selama ini belum bisa berbuat lebih. Untuk ayah dan ibu, terimakasih banyak.

Serta untuk kedua adik saya, Muhammad Iqbal dan Azzahra Syaquilla Putri. Terimakasih telah membuat kakak ingin cepat menyelesaikan studi ini untuk bisa membantu kedua orang tua kita, terlebih kepada Zahra walaupun ia hanyalah anak kecil yang masih berusia 5 tahun namun memiliki pemikiran yang lebih dewasa dari seusianya dan dapat menjadi support system untuk kakaknya ini. Terimakasih banyak.

Selanjutnya kepada dosen pembimbing saya, Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si yang telah banyak mambantu dan membimbing saya hingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Serta kepada sahabat saya Amelia Wulandari dan Azra Hazirah, terimakasih telah berjuang bersama untuk menyelesaikan perkuliahan ini dan tetap saling menguatkan. Dan terakhir terimakasih kepada seseorang yang namanya tidak dapat saya sebutkan, terimakasih telah menjadi tempat untuk saya bercerita dan mengadu. Terimakasih banyak.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF ORDO GANJIL

NADILA PUTRI
12050427153

Tanggal Sidang : 04 Juli 2024
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil. Untuk mencari bentuk umum determinannya, terlebih dahulu dilakukan pendugaan pada bentuk umum matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil, dengan cara melihat pola yang dihasilkan pada A_3^n , A_5^n , A_7^n , A_9^n , A_{11}^n . Kemudian bentuk umum yang didapat, akan dibuktikan menggunakan induksi matematika. Setelah terbukti benar, maka dapat langsung dicari bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil dengan melakukan pembuktian langsung menggunakan metode ekspansi kofaktor. Dan terakhir akan dilakukan pengaplikasian pada soal.

Kata Kunci : Determinan Matriks, Ekspansi Kofaktor, Induksi Matematika, Matriks *Centrosymmetric*.

UIN SUSKA RIAU

DETERMINANTS OF CENTROSYMMETRIC MATRIX SPECIAL SHAPES WITH INTEGER POWERS ODD ORDER POSITIVE

NADILA PUTRI
12050427153

Date of Final Exam : 04 July 2024
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This study discusses the general form of the determinants of the centrosymmetric matrix of special forms with positive integers of the odd order. To find the general form of the determinant, first an estimate is carried out on the general form of the centrosymmetric matrix of special shapes with positive integers of the odd order, by looking at the patterns generated in A_3^n , A_5^n , A_7^n , A_9^n , A_{11}^n . Then the general form obtained will be proven using mathematical induction. After being proven correct, the general form of the centrosymmetric matrix determinant of a special form with a positive integer power of the odd order can be immediately searched by conducting direct proof using the cofactor expansion method. And finally, it will be applied to the questions.

Keywords : *Centrosymmetric Matrix, Cofactor Expansion Method , Mathematical Induction, Matrix Determinants.*

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Bismillahirrahmanirrahim, segala puji bagi Allah Subahanahu wa ta'ala. yang telah memberikan kesempatan penulis untuk mengemban amanah dalam menuntut ilmu. Shalawat dan salam senantiasa tertuju pada Rasulullah SAW. yang telah membawa umat-Nya menuju cahaya ilahi. Atas berkat rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **“Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif Ordo Ganjil”** diajukan untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Penyusunan dan penyelesaian laporan Tugas Akhir ini, tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung yang memberikan penulis arahan, bimbingan, bantuan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih terutama kepada Ayah dan Ibu selaku kedua orang tua penulis yang selalu memberikan semangat, kasih sayang, do'a dan dukungan baik dari dukungan mental dan material untuk menyelesaikan Laporan Tugas Akhir ini. Selanjutnya ucapan terimakasih kepada:

Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau

Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si selaku dosen pembimbing akademik sekaligus dosen pembimbing dalam menyelesaikan Tugas Akhir penulis yang telah memberikan bantuan, dukungan, motivasi serta meluangkan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

waktunya untuk memberikan bimbingan dan arahan mengenai tugas akhir penulis.

Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku dosen penguji I yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun kepada penulis.

Ibu Rahmawati, M.Sc selaku dosen penguji II yang telah memberikan saran dan kritikan yang membangun kepada penulis.

Bapak dan Ibu dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau yang telah mendidik dan memberikan ilmunya selama perkuliahan.

Teman-teman Angkatan 2020 dan terkhusus sahabat-sahabat penulis yang senantiasa menemani dan memberikan dukungan kepada penulis

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 04 Juli 2024

NADILA PUTRI
12050424032

UIN SUSKA RIAU



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penelitian	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Matriks dan Operasinya.....	5
2.2 Matriks <i>Centrosymmetric</i>	5
2.3 Determinan Matriks	8
2.4 Ekspansi Kofaktor	10
2.5 Induksi Matematika	11
BAB III METODE PENELITIAN	14
BAB IV PEMBAHASAN	15
4.1 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_3^n	15
4.2 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_5^n	16
4.3 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_7^n	18
4.4 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_9^n	21
4.5 Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_{11}^n	24

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



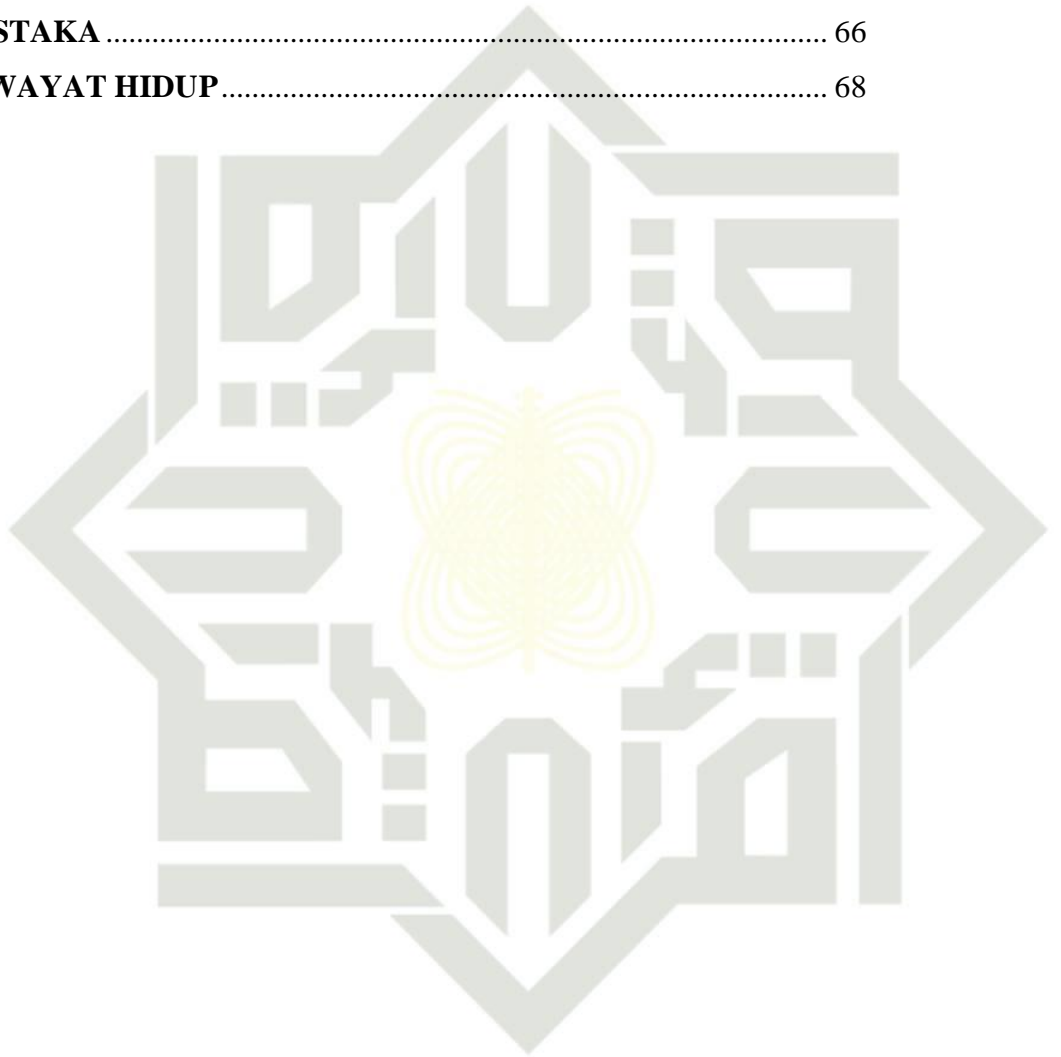
4.6	Bentuk Umum Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_m^n	27
4.7	Bentuk Umum Determinan Matriks <i>Centrosymmetric</i> A_m^n	56
BAB V PENUTUP		64
5.1	Kesimpulan	64
5.2	Saran	65
DAFTAR PUSTAKA		66
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		68

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

Latar Belakang

Materi pada aljabar linier yang menjadi topik utama dalam studi matematika adalah teori matriks. Matriks merupakan susunan angka yang terdiri dari baris dan kolom sehingga menjadi suatu bangun persegi maupun persegi panjang. Menurut [1], angka-angka yang berada dalam susunan ini disebut *entri* matriks. Sedangkan ukuran matriks dikatakan ordo yang berisi banyaknya baris \times kolom [2].

Terdapat bentuk matriks yang memiliki keistimewaan dalam teori matriks, diantaranya matriks nol yang seluruh entrinya bernilai nol, matriks diagonal yang memiliki entri yang bukan nol pada diagonal utamanya, matriks segitiga atas/bawah yang memiliki entri bernilai nol pada diagonal bawah/atasnya, matriks *centrosymmetric* yang simetri pada pertengahan matriksnya [3], dan lain sebagainya.

Determinan merupakan salah satu kajian yang terdapat pada matriks, perhitungan determinan pada matriks berukuran kecil ($n \leq 3$) bisa diselesaikan hanya dengan menggunakan defisini determinan saja. Namun untuk perhitungan matriks yang lebih besar dapat di selesaikan dengan beberapa metode, diantaranya metode ekspansi kofaktor, metode reduksi baris, Aturan Sarrus, metode khusus seperti metode kondensasi chio dan kondensasi dodgson serta Metode Salihu [5].

Penelitian terdahulu banyak yang telah membahas mengenai determinan suatu matriks diantaranya, seperti yang dilakukan oleh [6] tahun 2020 yang menghasilkan $|A^n| = a^{3n}$ sebagai bentuk umum determinannya. Kemudian penelitian yang dilakukan oleh [7] dan memperoleh kesimpulan yaitu Metode Salihu dapat menjadi alternatif lain untuk mencari determinan $n \times n$ ($n \geq 3$), dan menghasilkan skema baru yang lebih mudah dipahami.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh [8] pada tahun 2021 yang membahas tentang determinan dari matriks *centrosymmetric* ordo 3×3 dengan bentuk khusus dari matriksnya dapat dilihat berikut ini:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}$$

dan $|A_3^n| = a^{3n}$ sebagai bentuk umum determinannya. Kemudian yang dilakukan oleh [9] yang juga membahas determinan dari matriks *centrosymmetric* dengan ordo 4×4 dan bentuk khusus dari matriksnya dapat dilihat sebagai berikut:

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}$$

yang menghasilkan $|A_4^n| = a^{4n}$ sebagai bentuk umum determinannya.

Berlandaskan beberapa penelitian terdahulu yang dijelaskan sebelumnya, penulis tertarik melanjutkan penelitian yang dilakukan oleh [8] dengan judul penelitian “Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif Ordo Ganjil” dan bentuk khususnya yaitu:

$$A_m = \begin{bmatrix} a & a & a & a & \dots & a & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & \dots & a & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & \dots & a & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & \dots & a & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & a & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & a & \dots & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & a & \dots & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & a & \dots & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a & a & \dots & a & a & a & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } a \in R \quad (1.1)$$

Perbedaan penelitian yang penulis lakukan dengan penelitian yang dilakukan oleh [8] terdapat pada ordo matriks nya, dimana pada penelitian yang dilakukan oleh [8] menggunakan matriks *centrosymmetric* ordo 3×3 dan pada penelitian ini penulis menggunakan matriks *centrosymmetric* ordo $m \times m$.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Rumusan Masalah

Berlandaskan latar belakang diatas, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah “Bagaimana bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil?”.

Batasan Masalah

Batasan masalah dari penelitian ini adalah :

Matriks yang digunakan pada penelitian ini ialah seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (1.1).

Metode ekspansi kofaktor digunakan pada penelitian ini untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ordo ganjil.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini ialah mendapatkan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo ganjil.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa manfaat, diantaranya:

1. Menambah pemahaman penulis tentang suatu matriks, terutama pada determinan suatu matriks.
- Penelitian ini juga bermanfaat bagi pembaca untuk menjadi referensi pada penelitian berikutnya tentang determinan suatu matriks bentuk khusus terutama matriks *centrosymmetric*.

1.6 Sistematika Penelitian

Pokok-pokok permasalahan pada Proposal ini dapat diuraikan sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Dasar-dasar penelitian dibahas dalam bab ini, termasuk latar belakang yang menjelaskan mengenai beberapa penelitian terdahulu terkait matriks dan lainnya.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

Hal-hal yang menjadi pedoman dalam penelitian ini seperti matriks, matriks *centrosymmetric*, determinan matriks, ekspansi kofaktor, dan juga induksi matematika dibahas pada bab ini.

BAB III METODE PENELITIAN

Tahapan-tahapan penelitian yang dilakukan penulis untuk menentukan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo $m \times m$ terdapat pada bab ini.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi penjabaran dari tahapan-tahapan penelitian yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, yaitu penjabaran mengenai langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo $m \times m$.

BAB V KESIMPULAN

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian yang telah dilakukan oleh penulis.



BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Matriks dan Operasinya

Definisi 2.1 [1] Susunan angka yang terdiri dari baris dan kolom sehingga menjadi suatu bangun persegi maupun persegi panjang disebut dengan matriks. Ukuran dalam suatu matriks dinyatakan dengan banyaknya baris dan kolom pada matriks tersebut atau dapat dilambangkan dengan $m \times n$ dan angka-angka yang terdapat dalam matriks dikatakan entri matriks. Entri yang terletak pada baris ke- i dan kolom ke- j dinyatakan dengan $a_{i,j}$. Sehingga matriks dapat dinotasikan seperti berikut:

$$[a_{i,j}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Definisi 2.2 [10] Misalkan A matriks $m \times k$ dan B matriks $k \times n$ sehingga perkalian matriks A dan B dapat dilambangkan dengan AB . Perkalian A dan B menghasilkan matriks $C = [c_{ij}]$ dengan $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj}$ yang berukuran $m \times n$ dengan c_{ij} dihasilkan dari hasil kali pada baris ke- i matriks A dan kolom ke- j matriks B .

Definisi 2.3 [11] Misalkan A berupa matriks persegi, perpangkatan dari A dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$A^0 = I$$

$$A^n = \underbrace{A \times A \times A \times \dots \times A}_{n \text{ faktor}}, (n > 0)$$

2.2 Matriks Centrosymmetric

Teori matriks telah banyak mengalami perkembangan, terdapat banyak matriks bentruk khusus diantaranya matriks nol, matriks diagonal, matriks identitas, matriks segituga atas/bawah, matriks *centrosymmetric* dan lainnya [3].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai matriks *centrosymmetric*, yang dapat dilihat pada definisi berikut:

Definisi 2.4 [4] Matriks *centrosymmetric* ialah matriks yang simetri pada pertengahan matriksnya. Suatu matriks dikatakan matriks *centrosymmetric* jika $a_{ij} = a_{n-i+1, n-j+1}$ dengan $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$, sehingga bentuk umum matriks *centrosymmetric* dapat ditulis sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{2n} & \dots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \dots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}$$

Definisi 2.5 [12] Misalkan S merupakan matriks $n \times n$, matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi $S^R = S$ dan S^R didefinisikan dengan $S^R = J_n S J_n$ dengan S^R adalah rotasi dari matriks S dan J_n adalah matriks contra-identitas yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Contoh 2.1

Diberikan matriks S yang merupakan matriks $n \times n$ dengan ordo 5×5 dan 7×7 dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$S_5 = \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix}$$

$$S_7 = \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Buktikan matriks tersebut merupakan matriks *centrosymmetric*.

Penyelesaian.

$$S_5^R = J_5 S_5 J_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_5^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & a & a \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ a & a & a & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_5^R = \begin{bmatrix} a & a & a & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & a & a & a \end{bmatrix}$$

$$S_5^R = S$$

dan

$$S_7^R = J_7 S_7 J_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S_7^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$S^R = S = \begin{bmatrix} a & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & a \end{bmatrix}$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa matriks S ordo 5×5 dan 7×7 dengan bentuk khusus ini merupakan matriks *centrosymmetric*.

2.3 Determinan Matriks

Definisi 2.6 [1] Fungsi dari determinan dilambangkan dengan *det* dan misalkan A adalah matriks persegi maka dapat didefinisikan $det(A)$ sebagai jumlah dari seluruh hasil kali elementer dari A dan $det(A)$ merupakan determinan dari A .

Teorema 2.1 [1] Misalkan A berupa matriks persegi, maka berlaku:

- a. Jika terdapat satu baris atau satu kolom yang bernilai nol pada A , maka $det(A) = 0$.
- b. $det(A) = det(A^T)$.

Contoh 2.2

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ adalah matriks persegi 3×3 dengan satu kolomnya bernilai 0 maka buktikan bahwa Teorema 2.1 bagian a berlaku.

Penyelesaian.

Diketahui: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, ditanya: $det(A) = ?$

$$det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \\ 1 & 3 \end{matrix}$$

$$det(A) = (3 \times 2 \times 0 + 1 \times 0 \times 1 + 0 \times 6 \times 3) - (1 \times 6 \times 0 + 3 \times 0 \times 3 + 0 \times 2 \times 1)$$

$$det(A) = (0 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = 0$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dapat dilihat bahwa determinan dari A adalah 0, sehingga terbukti bahwa Teorema 2.1 bagian a berlaku.

Contoh 2.3

Diberikan $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ dan $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ adalah matriks 3×3 , buktikan

bahwa Teorema 2.1 bagian b berlaku.

Penyelesaian.

Diketahui: 1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

2. $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

Ditanya: buktikan $\det(A) = \det(A^T)$.

$$\begin{aligned} \det(A) &= \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \\ 0 & 3 \end{matrix} \\ &= (3 \times 2 \times 5 + 1 \times 1 \times 0 + 0 \times 6 \times 3) - (1 \times 6 \times 5 + 3 \times 1 \times 3 + 0 \times 2 \times 0) \\ &= (30 + 0 + 0) - (30 + 9 + 0) \\ &= 30 - 39 \\ &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \det(A^T) &= \begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{matrix} \\ &= (3 \times 2 \times 5 + 6 \times 3 \times 0 + 0 \times 1 \times 1) - (6 \times 1 \times 5 + 3 \times 3 \times 1 + 0 \times 2 \times 0) \\ &= (30 + 0 + 0) - (30 + 9 + 0) \\ &= 30 - 39 = 9 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dapat dilihat bahwa $\det(A) = \det(A^T)$, sehingga terbukti bahwa Teorema 2.1 bagian b berlaku.

Jika suatu matriks memiliki determinan nol maka matriks tersebut dikatakan matriks *singular* dan jika determinannya tidak nol maka matriks tersebut dikatakan matriks *non singular* [13].

2.4 Ekspansi Kofaktor

Definisi 2.7 [1] Asumsikan A adalah matriks persegi, maka minor dari a_{ij} dilambangkan dengan M_{ij} dan M_{ij} merupakan determinan dari submatriks yang tersisa setelah menghapus baris ke- i dan kolom ke- j . Sedangkan kofaktor dari a_{ij} dinyatakan sebagai C_{ij} dengan $(-1)^{i+j}M_{ij}$.

Contoh 2.4 Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

Minor dari a_{11} adalah

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -13$$

Kofaktor dari a_{11} adalah

$$C_{11} = (-1)^{1+1}M_{11} = (-1)^2(-13) = -13$$

Begitu juga dengan minor dari a_{33}

$$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -23$$

dengan kofaktornya

$$C_{32} = (-1)^{3+2}M_{11} = (-1)^5(-23) = 23$$

Berdasarkan contoh diatas, dapat diketahui bahwa minor dan kofaktor pada C_{ij} hanya berbeda pada tandanya, dimana $C_{ij} = \pm M_{ij}$. Untuk mengetahui tanda yang akan digunakan + atau - dapat dilihat sebagai berikut [1].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + & \dots \\ - & + & - & + & - & \dots \\ + & - & + & - & + & \dots \\ - & + & - & + & - & \dots \\ + & - & + & - & + & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Sebagai contoh, $C_{11} = M_{11}$, $C_{12} = -M_{12}$, $C_{13} = M_{13}$, $C_{14} = -M_{14}$ dan begitu seterusnya.

Teorema 2.2 [14] Misalkan A matriks persegi, determinan dari A dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada sepanjang baris ke- i atau kolom ke- j dengan kofaktornya dan menjumlahkan hasil kali yang didapatkan, dengan $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$.

- a. Ekspansi kofaktor sepanjang baris ke- i .

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \dots + a_{in}C_{in}$$

- b. Ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke- j .

$$\det(A) = a_{j1}C_{j1} + a_{j2}C_{j2} + \dots + a_{jn}C_{jn}$$

Contoh 2.5

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, hitunglah determinannya menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama dari A .

Penyelesaian.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\det(A) = 1(-13) - 0(-26) + 7(18) = 113$$

Jadi, determinan dari matriks A adalah 113.

2.5 Induksi Matematika

Definisi 2.8 [15] Metode yang digunakan untuk pembuktian suatu teorema dalam matematika dikatakan dengan induksi matematika.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Prinsip induksi sederhana berbunyi [10]:

Misalkan $p(n)$ merupakan proposisi bilangan bulat dan akan dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan positif n . Agar dapat membuktikannya, harus ditunjukkan bahwa:

$$p(1) \text{ benar.}$$

Jika $p(k)$ benar, maka $p(k + 1)$ juga benar untuk setiap $k \geq 1$.

Langkah ke-1 dinamakan sebagai basis induksi dan langkah ke-2 sebagai Langkah induksi. Jika langkah 1 dan 2 terbukti benar, maka $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif n .

Contoh 2.6

Misalkan $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. Tunjukkan bahwa $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$ untuk setiap bilangan asli n .

Penyelesaian.

Diketahui: $p(n) : A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$

1. Basis Induksi

Akan dibuktikan $p(1)$ benar.

$$p(n) : A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$$

$$p(1) : A^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^1 \\ 0 & 2^1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Jadi, terbukti bahwa $p(1)$ benar.

Langkah Induksi

Asumsikan $p(k)$ benar untuk setiap bilangan asli k , yaitu:

$$p(k) : A^k = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^k \\ 0 & 2^k \end{bmatrix}$$

Akan ditunjukkan $p(k + 1)$ juga benar:

$$p(k + 1) : A^{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^{k+1} \\ 0 & 2^{k+1} \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Akan dibuktikan sebagai berikut:

$$A^{k+1} = A^k \times A$$

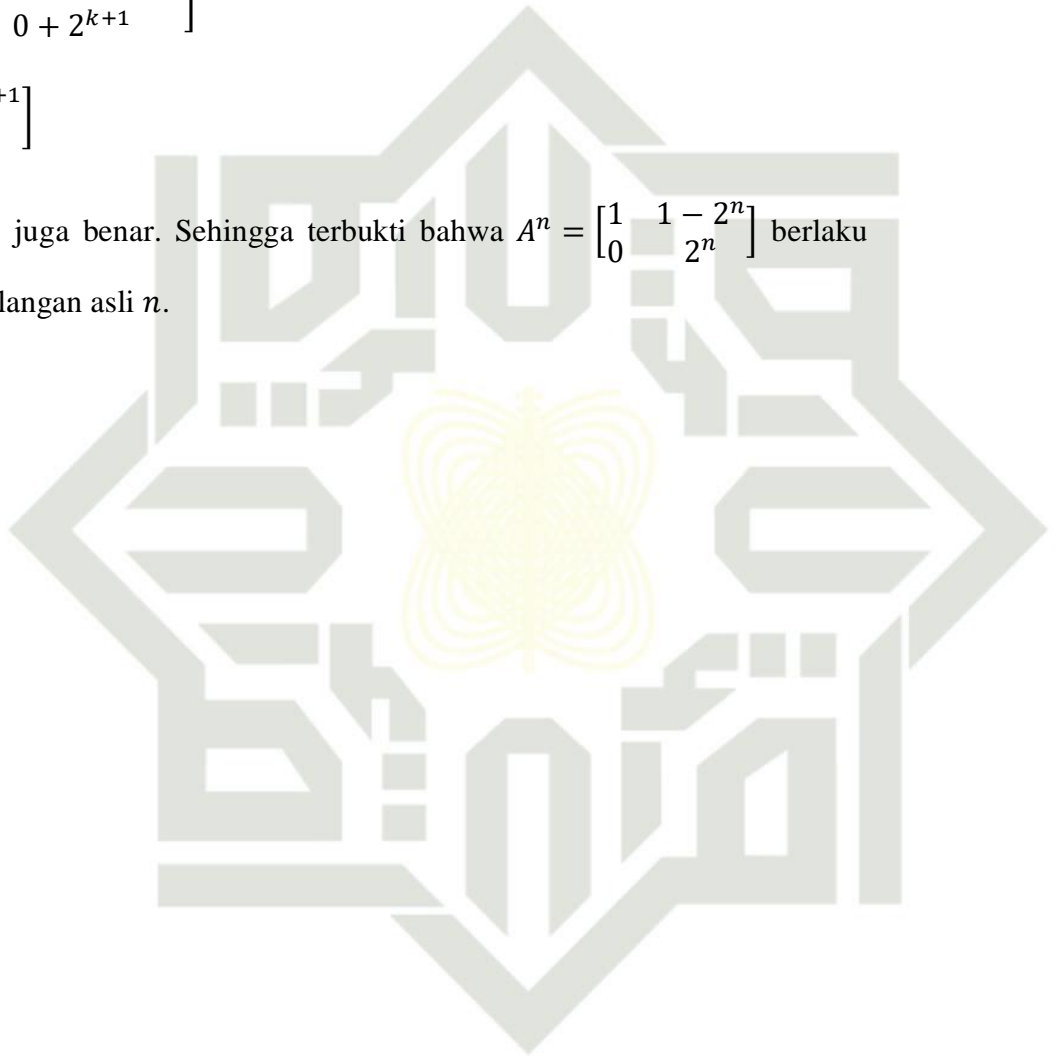
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^k \\ 0 & 2^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 + 0 & (-1) + 2 - 2^{k+1} \\ 0 + 0 & 0 + 2^{k+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^{k+1} \\ 0 & 2^{k+1} \end{bmatrix}$$

Jadi, $p(k + 1)$ juga benar. Sehingga terbukti bahwa $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 1 - 2^n \\ 0 & 2^n \end{bmatrix}$ berlaku

untuk setiap bilangan asli n .





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai langkah-langkah untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif ordo $m \times m$. Langkah-langkahnya dapat dilihat sebagai berikut:

1. Diberikan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo ganjil seperti pada Persamaan (1.1) dengan m dimulai dari 3, 5, 7, 9 dan 11.
2. Menentukan matriks *centrosymmetric* $A_3^n, A_5^n, A_7^n, A_9^n, A_{11}^n$
3. Menduga bentuk umum dari matriks *centrosymmetric* A_m^n .
4. Membuktikan bentuk umum matriks *centrosymmetric* A_m^n menggunakan induksi matematika.
5. Mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* A_m^n menggunakan metode ekspansi kofaktor.
6. Mengaplikasikan bentuk umum determinan yang di dapat ke dalam contoh soal.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian dari hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa bentuk umum matriks *centrosymmetric* A_m^n dengan m ganjil adalah sebagai berikut:

$$A_m^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & \frac{n(n+1)(n+2)}{3!} a^n & \dots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)(n+3) \dots (n + \frac{m-5}{2})}{(\frac{m-3}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1)(n+2)(n+3) \dots (n + \frac{m-3}{2})}{(\frac{m-1}{2})!} \right) a^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^n & \left(\frac{n(n+1)}{2!} \right) a^n & \dots & \left(\frac{n(n+1)(n+2) \dots (n + \frac{m-7}{2})}{(\frac{m-5}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1)(n+2)(n+3) \dots (n + \frac{m-5}{2})}{(\frac{m-3}{2})!} \right) a^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & na^n & \dots & \left(\frac{n(n+1) \dots (n + \frac{m-9}{2})}{(\frac{m-7}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1)(n+2) \dots (n + \frac{m-7}{2})}{(\frac{m-5}{2})!} \right) a^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \left(\frac{n(n+1) \dots (n + \frac{m-11}{2})}{(\frac{m-9}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1) \dots (n + \frac{m-9}{2})}{(\frac{m-7}{2})!} \right) a^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & a^n & na^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & a^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & na^n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \left(\frac{n(n+1) \dots (n + \frac{m-9}{2})}{(\frac{m-7}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1) \dots (n + \frac{m-11}{2})}{(\frac{m-9}{2})!} \right) a^n & \dots & a^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2) \dots (n + \frac{m-7}{2})}{(\frac{m-5}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1) \dots (n + \frac{m-9}{2})}{(\frac{m-7}{2})!} \right) a^n & \dots & na^n & a^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2)(n+3) \dots (n + \frac{m-5}{2})}{(\frac{m-3}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1)(n+2) \dots (n + \frac{m-7}{2})}{(\frac{m-5}{2})!} \right) a^n & \dots & \left(\frac{n(n+1)}{2!} \right) a^n & na^n & a^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \left(\frac{n(n+1)(n+2)(n+3) \dots (n + \frac{m-3}{2})}{(\frac{m-1}{2})!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1)(n+2)(n+3) \dots (n + \frac{m-5}{2})}{(\frac{m-3}{2})!} \right) a^n & \dots & \left(\frac{n(n+1)(n+2)}{3!} \right) a^n & \left(\frac{n(n+1)}{2!} \right) a^n & na^n & a^n \end{bmatrix}$$

Dilindungi Undang-Undang
 cipta milik UIN Suska Riau
 State Islamic University of Sultra
 mengutip sebagian atau seluruh karya tulis tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 gubahan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau
 gubahan tidak merugikan kepentingan umum dan sebagainya.
 mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau

Atau dapat juga ditulis sebagai berikut:

$$A_m^n = \begin{cases} a^n & , \quad i = j \\ \frac{(k+1)(k+2)(k+3) \dots (k+j-i-1)(k+j-i)}{(j-i)!} a^n & , \quad j > i ; j = 2, 3, \dots, \frac{m+1}{2} \text{ atau } j < i ; j = \frac{m+3}{2}, \frac{m+5}{2}, \dots, m \\ 0 & , \quad \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* A_m^n adalah a^{mn} .

5.2 Saran

Pada penelitian ini membahas mengenai bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* ordo $m \times m$ dengan m ganjil. Oleh karena itu, penulis menyarankan bagi pembaca yang ingin melanjutkan skripsi ini agar dapat meneliti lebih lanjut untuk mencari bentuk umum matriks *centrosymmetric* ordo $m \times m$ dengan m genap.

DAFTAR PUSTAKA

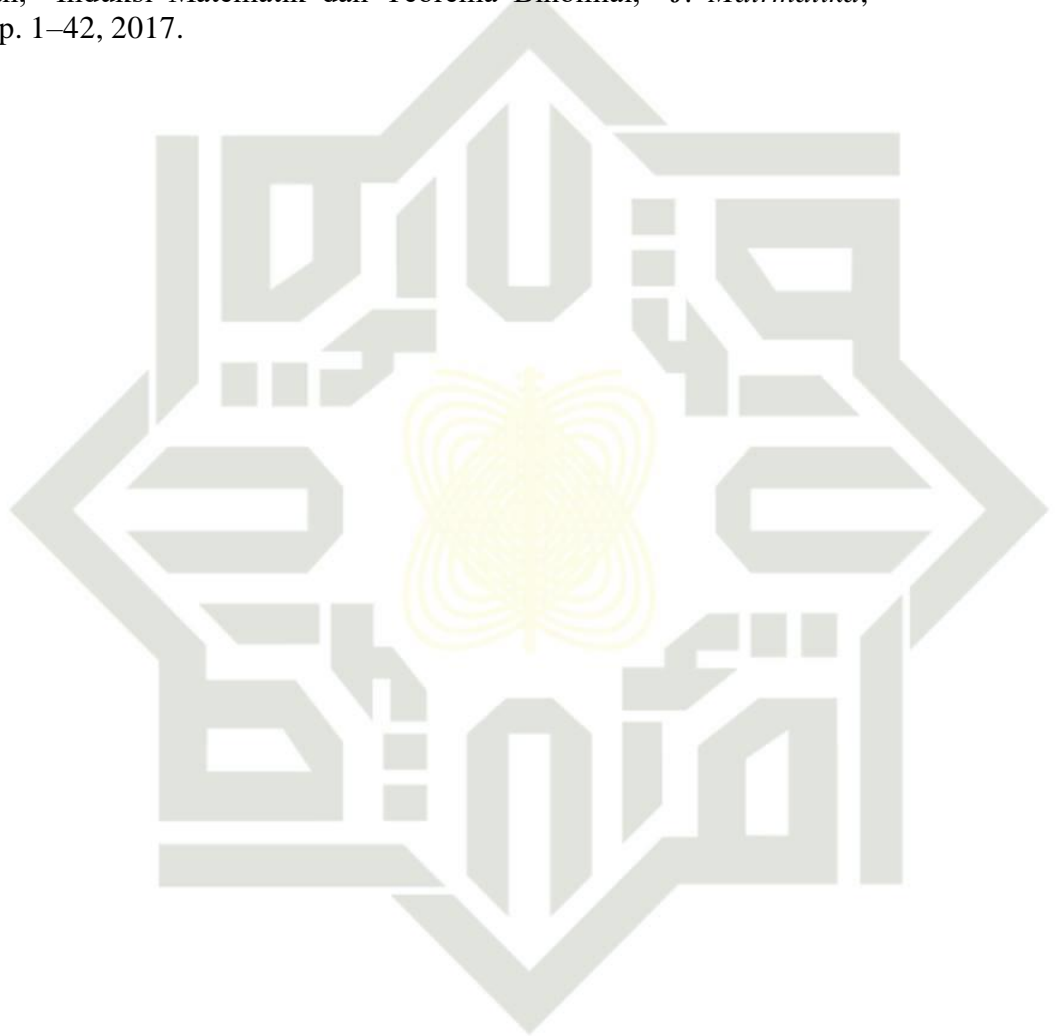
- H. Anton and C. Rorres, *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Edisi Kedelapan*. Jakarta: Erlangga, 2004.
- Rasmawati, L. Yahya, A. R. Nuha, and Resmawan, “Determinan Suatu Matriks Toeplitz K-Tridiagonal Menggunakan Metode Reduksi Baris Dan Ekspansi Kofaktor,” vol. 9, no. 1, pp. 6–16, 2021.
- H. Mursyidah, “Algoritma Polinomial Minimum Untuk Membentuk Matriks Diagonal dari Matriks Persegi,” vol. 6, no. 2, pp. 282–293, 2017.
- B. P. Tomasouw, “Karakteristik Matriks Centro-Simetris,” *BAREKENG J. Ilmu Mat. dan Terap.*, vol. 10, no. 2, pp. 69–76, 2016.
- W. P. Sari, N. N. Bakar, and Yanita, “Menghitung Determinan Matriks Blok Menggunakan Ekspansi Laplace Dan Komplemen Schur,” vol. IX, no. 2, pp. 138–145, 2020.
- [6] A. N. Rahma, R. Rahmawati, and R. H. Vitho, “Determinan Matriks Segitiga Atas Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Kofaktor,” *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 6, no. 2, 2020.
- [7] A. Bahota, Aziskhan, and M. M, “Menghitung Determinan Matriks $n \times n$ ($n > 3$) Menggunakan Metode Salihu,” vol. 3, no. 3, pp. 63–77, 2014.
- [8] A. N. Rahma, S. M. Jauza, and Rahmawati, “Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Orda 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Meode Kofaktor,” *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 6, no. 2, pp. 89–96, 2020.
- A. N. Rahma, E. Erizona, and R. Rahmawati, “Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif,” *J. Fundam. Math. Appl.*, vol. 4, no. 1, pp. 7–16, 2021.
- [10] R. Munir, *Matematika Diskrit Edisi Keenam*. Bandung: Informatika Bandung, 2016.
- [11] F. Aryani, C. Anam, and C. C. Marzuki, “Trace Matriks Kompleks Berbentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat,” vol. 6, no. 1, pp. 122–132, 2020.
- [12] A. N. Rahma, R. H. Vitho, R. Rahmawati, and E. Saftri, “Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo $N \times N$ ($N \geq 3$) Menggunakan Adjoin,” *J. Lebesgue J. Ilm. Pendidik. Mat. Mat. dan Stat.*, vol. 4, no. 1, pp.

199–210, 2023.

T. A. Nurman, “Bentuk Umum Determinan Matriks Toeplitz Tridiagonal,” pp. 33–40, 2016.

F. Aryani and C. C. Marzuki, “Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor,” vol. 4, no. 2, pp. 82–88, 2018.

Sukirman, “Induksi Matematik dan Teorema Binomial,” *J. Matmatika*, vol. 1, pp. 1–42, 2017.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada 25 Agustus 2002 di Pekanbaru, Riau. Menjadi anak pertama dari pasangan suami istri yaitu Ibu Fitri Yanti dan Bapak Heriman dari 3 (tiga) bersaudara. Penulis menyelesaikan Pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SD Negeri 21 Pekanbaru pada tahun 2014. Pada tahun 2017 menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMP Muhammadiyah 2 Pekanbaru. Kemudian pada tahun 2020 menyelesaikan Pendidikan Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) di SMK Negeri 3 Pekanbaru. Pada tahun yang sama, penulis melanjutkan Pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Sarif Kasim Riau dengan Program Studi Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada bulan Januari tahun 2023 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Bank BRI Unit Sudirman KC Lancang Kuning Pekanbaru dengan judul **“Analisis Sistem Antrian Layanan Teller Menggunakan Metode Multi Channel Single Phase”** yang dibimbing oleh Ibu Sri Basriati, M.Sc., dan diseminarkan pada tanggal 21 Juni 2023. Pada tahun yang sama, penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Pangkalan Makmur, Kecamatan Dayun, Kabupaten Siak, Provinsi Riau.

Pada tahun 2023 juga penulis memulai penyusunan Tugas Akhir dengan judul **“Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif Ordo Ganjil”** yang dibimbing oleh Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. Penulis melaksanakan Seminar Proposal pada tanggal 04 Januari 2024 dan melaksanakan Sidang Tugas Akhir pada tanggal 04 Juli 2024.