



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

TEOREMA GERGONNE LUAR PADA SEGITIGA SIKLIK

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
 untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
 pada Program Studi Matematika

oleh:



M. FEDERIC
11950414390



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2024

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

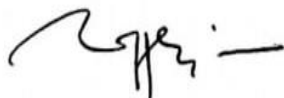
LEMBAR PERSETUJUAN**TEOREMA GERGONNE LUAR PADA SEGITIGA SIKLIK****TUGAS AKHIR**

oleh:

M. Federic
11950414390

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 04 Juli 2024

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing



Zukrianto, M.Si.
NIP. 19861103 201801 1 001

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

TEOREMA GERGONNE LUAR PADA SEGITIGA SIKLIK

TUGAS AKHIR

oleh:

M. FEDERIC

11950414390

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 04 Juli 2024

Pekanbaru, 04 Juli 2024
Mengesahkan

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003



Dr. Hartono, M.Pd.

NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Mohammad Soleh, M.Sc.

Sekretaris : Zukrianto, M.Si.

Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.

Anggota II : Ade Novia Rahma, M.Mat.





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 04 Juli 2024

Membuat pernyataan,



M. FEDERIC
11950414390

UIN SUSKA RIAU

LEMBAR PERSEMBAHAN

Puji syukur sebanyak-banyaknya saya ucapkan kepada Allah swt, yang telah memberikan yang terbaik untuk hamba-Nya. Semua yang telah terjadi merupakan yang terbaik yang telah Engkau berikan kepada hamba.

Terima kasih ya Allah, terima kasih ya Rasulullah.

Sebuah karya kecil ini ku persembahkan untuk.

●●Orang Tua Tercinta●●

Terima kasih pa atas doa dan restu mu, aku bisa sampai pada tahap ini. Terima kasih selama ini karena sudah banyak berjuang untuk aku. Terima kasih atas doa dan restu mama juga aku berhasil sampai saat ini. Maaf jika selama ini aku banyak membuat mama sedih. Terima kasih banyak kepada kedua orang tuaku, aku tau ini tidak akan cukup untuk membalas kasih sayang yang kalian berikan padaku semasa aku hidup.

●●Keluarga●●

Terima kasih telah mendukungku dan menjadi teman bermain dan belajarku. Terima kasih adik-adikku.

●●Dosen Pembimbing Tugas Akhir●●

Terima kasih banyak kepada Bapak Zukrianto yang telah banyak meluangkan waktu kepada kami, memberikan motivasi dan membimbing serta memberikan ilmunya kepada kami selama proses pembuatan Tugas Akhir ini.

●●Sahabat dan Teman-Teman Tersayang●●

Terima kasih banyak kawan-kawan PK dan MT 19 yang selalu memberikan semangat dan dukungan serta doanya untukku. Semoga kita semua dapat menjadi orang yang sukses.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



TEOREMA GERGONNE LUAR PADA SEGITIGA SIKLIK

M. FEDERIC
11950414390

Tanggal Sidang : 04 Juli 2024
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Teorema Gergonne merupakan suatu teorema yang berlaku pada sebuah segitiga yang membahas tentang garis yang dibentuk dari titik-titik puncak segitiga lalu dihubungkan dengan titik singgung lingkaran pada sisi dihadapannya yang konkuren di satu titik. Pada segitiga memiliki tiga lingkaran singgung luar yang menyinggung tiap sisi segitiga sehingga terbentuk tiga titik Gergonne pada tiap sisi segitiga. Proses ini dimulai dengan melakukan pengkontruksian dengan menggunakan Teorema Ceva dengan bantuan aplikasi Geogebra dan mencari hubungan antara segitiga asal dengan segitiga gergonne menggunakan titik koordinat. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah pembuktian dari kekongkurenan titik Gergonne dengan menggunakan Teorema Ceva dan mendapatkan hubungan antara segitiga Gergonne dengan segitiga asalnya.

Kata Kunci : *Geogebra, konkurensi, Titik Gergonne, Titik koordinat, Segitiga*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

TEOREMA GERGONNE LUAR PADA SEGITIGA SIKLIK

M. FEDERIC
11950414390

Date of Final Exam : 04 Juli 2024
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

Gergonne's Theorem is a theorem that applies to a triangle that discusses lines formed from the vertices of a triangle and then connected to the tangent points of a circle on the side in front of it that is concurrent at one point. In a triangle, there are three outer tangent circles that touch each side of the triangle so that three Gergonne points are formed on each side of the triangle. This process begins by constructing using Ceva's Theorem with help on the Geogebra application and looking for relationships between the original triangle and the Gergonne triangle using coordinate points. The results obtained from this study are proof of the concurrency of the Gergonne point using the Ceva Theorem and obtain the relationship between the Gergonne triangle and its origin triangle.

Keywords : *Geogebra, Concurrency, Gergonne Point, Coordinate points, triangle*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alaamiin. Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhanahu wa ta'ala yang telah memberikan rahmat, karunia serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul **“Teorema Cergonne Luar Pada Segitiga Siklik”**.

Dalam penyelesaian Tugas Akhir ini, tidak terlepas dari bantuan banyak pihak. Penulis banyak mendapatkan bantuan, motivasi, serta dukungan yang tidak terhingga dari kedua orang tua yaitu Afrizal Heriadi dan Mira Sussamawati. Kemudian penulis juga mengucapkan terima kasih yang tidak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Bapak Zukrianto, M.Si. selaku pembimbing Tugas Akhir yang selalu memberikan bimbingan, bantuan, saran, motivasi, dukungan serta ilmunya dalam Tugas Akhir ini sekaligus Pembimbing Akademik.
6. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku penguji I dan ibu Ade Novia Rahma, M.Mat selaku penguji II yang telah memberikan kiritik dan saran pada Tugas Akhir ini.
7. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khususnya Program Studi Matematika.
8. Kedua orang tuaku yang tercinta, ayahanda Afrizal Heriadi dan ibunda Mira Sussamawati serta adikku Farel, Moza Zaahira dan Marcello yang senantiasa



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

melimpahkan kasih, sayang, perhatian, motivasi dan doa tulus serta tak lupa materi yang tak terhingga.

Teman- teman penulis khususnya MT'19, PK, Frans Jaya, Ariessandy, Delfinus Praseptia, Roy dan Alfino Sandef yang selalu memberi semangat dan juga motivasi kepada penulis.

Semua pihak yang telah membantu penulis secara langsung maupun tidak langsung yang selalu memberikan nasihat-nasihat kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari penulisan Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini agar menjadi lebih baik lagi. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak terutama bagi pembaca.

Aamiin Ya Rabbal'alamin

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 04 Juli 2024

M. FEDERIC
11950414390

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUALiii	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
BAB 1 PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Sistematika Penulisan	5
BAB II LANDASAN TEORI.....	7
2.1 Segitiga	7
2.2 Lingkaran	7
2.3 Lingkaran Singgung Suatu Segitiga	8
2.4 Persamaan Garis Lurus	11
2.4.1 Persamaan Garis Lurus Melalui Dua Titik.....	12
2.4.2 Rotasi Titik.....	12
2.5 Rumus Perbandingan	14
2.6 Titik Gergonne.....	15
2.7 Teorema Ceva.....	16
BAB III METODE PENELITIAN	23
3.1 Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Siklik	23

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3.1.1	Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Sama Sisi	23
3.1.2	Penkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Sama Kaki.....	24
3.2	Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik	25
3.2.1	Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik Pada Segitiga Sama Sisi	25
3.2.2	Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik Pada Segitiga Sama Kaki.....	25
3.3	Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Asalnya Pada Segitiga Siklik.....	26
3.3.1	Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Siklik Sama Sisi.....	26
3.3.2	Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Siklik Sama Kaki	27
BAB IV	PEMBAHASAN	29
4.1	Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Siklik	29
4.1.1	Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Sama Sisi	29
4.1.2	Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Sama Kaki....	34
4.2	Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik	39
4.2.1	Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik Pada Segitiga Sama Sisi	39
4.2.2	Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik Pada Segitiga Sama Kaki.....	43
4.3	Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Asalnya	47
4.3.1	Menentukan Panjang Sisi Segitiga Gergonne dari Segitiga Sama Sisi	47
4.3.2	Menentukan Panjang Sisi Segitiga Gergonne dari Segitiga Sama Kaki.....	53
4.4	Pembuktian Dengan Aplikasi Geogebra.....	70
BAB V	PENUTUP	73
5.1	Kesimpulan	73
5.2	Saran	74
	DAFTAR PUSTAKA	75



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Gambar 4. 10 Segitiga Ge_1, Ge_2 dan Ge_3 Dari Segitiga Sama Sisi ABC.....	34
Gambar 4. 11 Segitiga Siklik Sama Kaki.....	34
Gambar 4. 12 Perpanjangan Garis Pada Segitiga Sama Kaki	35
Gambar 4. 13 Garis Bantu Pada Perpanjangan Sisi Segitiga Sama Kaki	35
Gambar 4. 14 Garis Bagi Sudut Pada Segitiga Sama Kaki.....	36
Gambar 4. 15 Titik Perpotongan Garis Bagi Sudut Segitiga Sama Kaki.....	36
Gambar 4. 16 Garis Tegak Lurus Pada Perpotongan Garis Bagi Sudut	37
Gambar 4. 17 Lingkaran yang Menyinggung Sisi-sisi Segitiga Sama Kaki.....	37
Gambar 4. 18 Titik Ge_1 Pada Segitiga Sama Kaki.....	38
Gambar 4. 19 Titik-titik Gergonne Luar Pada Segitiga Sama Kaki	38
Gambar 4. 20 Segitiga Ge_1, Ge_2 dan Ge_3 Dari Segitiga Sama Kaki ABC.....	39
Gambar 4. 21 Perpotongan Titik Ge_1 Pada Segitiga Sama Sisi	39
Gambar 4. 22 Perpotongan Titik Gergonne dengan Tinggi h_1 dan h_2	40
Gambar 4. 23 Perpotongan Ge_1 Pada Segitiga Sama Kaki	43
Gambar 4. 24 Perpotongan Titik Gergonne dengan Tinggi h_1 dan h_2	44
Gambar 4. 25 Segitiga Gergonne Ge_1, Ge_2 dan Ge_3 dengan Segitiga Sama Sisi	47
Gambar 4. 26 Segitiga Gergonne Sama Kaki dengan Segitiga Asalnya.....	54
Gambar 4. 27 Pembuktian Panjang Sisi Segitiga Gergonne	70
Gambar 4.28 Pembuktian Panjang Sisi Segitiga Gergonne Sama Kaki	70

BAB 1

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, konsep-konsep yang berkaitan satu dengan yang lainnya dalam jumlah banyak dan terbagi ke dalam 3 bagian yaitu aljabar, analisis dan geometri [1]. Geometri merupakan salah satu bagian dalam matematika yang membahas tentang titik, garis, bidang, ruang serta sifat-sifat, ukuran-ukuran dan keterkaitan satu dengan yang lain. Bila dibandingkan dengan bidang yang lain, geometri merupakan salah satu bidang yang sulit dipahami [2].

Geometri merupakan suatu sistem dalam matematika yang dimulai dengan sebuah konsep yang diawali dengan titik. Kemudian titik digunakan untuk membentuk garis dan garis akan menyusun suatu bidang. Pada bidang kita akan dapat mengkontruksi berbagai macam bangun datar dan segi banyak. Segi banyak juga dapat digunakan untuk menyusun berbagai macam bangun ruang [3].

Teorema yang berlaku pada geometri bidang adalah teorema Gergonne. Titik Gergonne merupakan tiga titik singgung pada segitiga yang mana apabila ditarik garis dari ketiga titik sudut segitiga terhadap titik singgung lingkaran dalam pada sisi segitiga tersebut, maka ketiga garisnya akan berpotongan pada satu titik. Selanjutnya jika terdapat lingkaran singgung luar segitiga dengan titik pusat lingkaran singgung luar segitiga dapat dibentuk titik Gergonne diluar segitiga yang berasal dari lingkaran singgung luar terhadap segitiga. Sehingga dapat dibentuk tiga titik Gergonne lainnya dari tiga lingkaran singgung luar terhadap sisi segitiga [4].

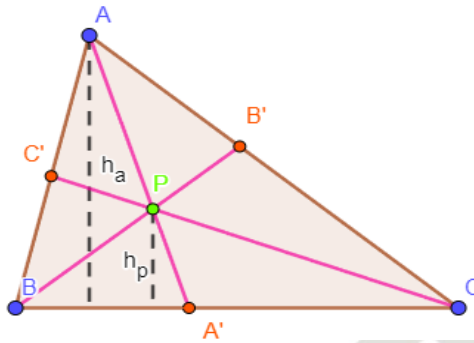
Penelitian terhadap teorema Gergonne telah banyak dilakukan. Pada penelitian yang ditulis oleh [4], telah meneliti tentang pembuktian konkurensi titik Gergonne seperti pada Gambar 1.1, Gambar 1.2 dan Gambar 1.3.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

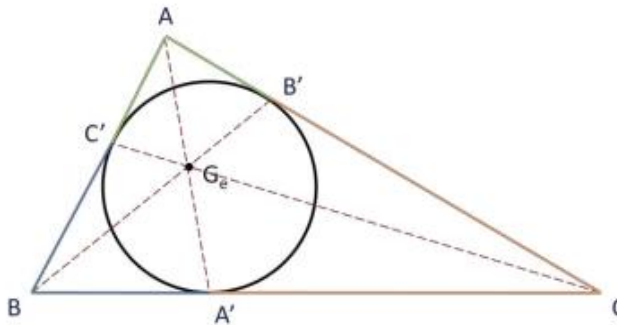
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

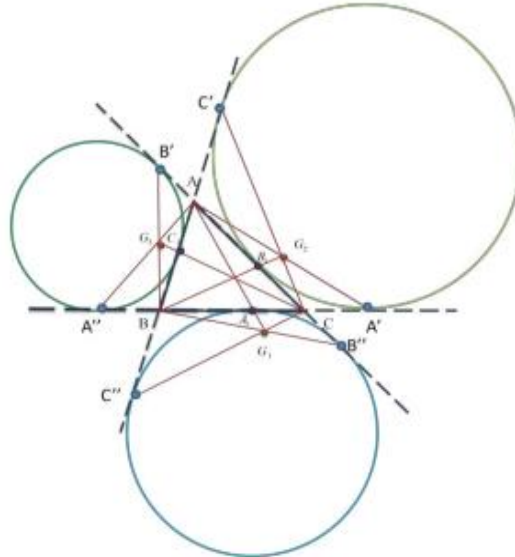
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 1. 1 Konkurensi Titik Gergonne menggunakan Teorema Ceva



Gambar 1. 2 Konkurensi Titik Gergonne Menggunakan Garis Singgung Lingkaran di Dalam ΔABC



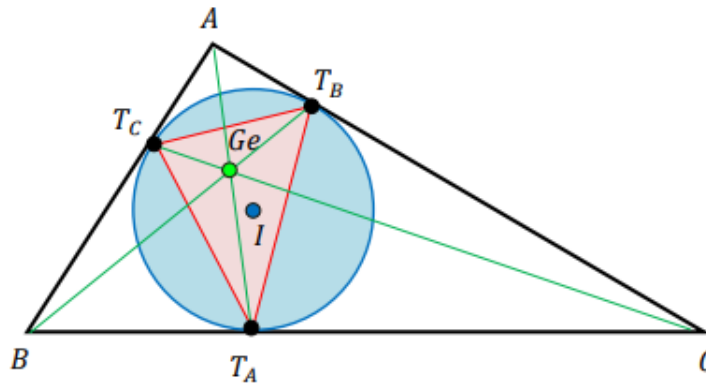
Gambar 1. 3 Titik Gergonne di Luar ΔABC

Pada penelitian ini membahas konkurensi titik Gergonne dalam segitiga menggunakan berbagai macam cara yaitu dengan menggunakan teorema Ceva dan menggunakan garis singgung pada lingkaran. Kemudian juga dibuktikan konkurensi titik Gergonne pada lingkaran singgung luar segitiga.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

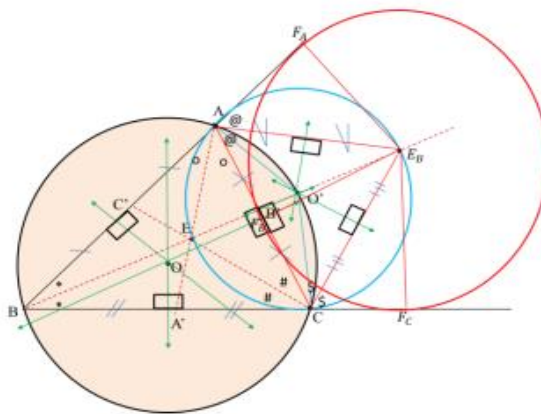
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan penelitian yang ditulis oleh [5], yang telah melakukan penelitian tentang hubungan segitiga Gergonne dengan segitiga asalnya, yaitu segitiga sebarang yang memuat lingkaran dalam segitiga yang dinamakan dengan segitiga Gergonne seperti pada Gambar 1.4.



Gambar 1. 4 Segitiga Gergonne

Berdasarkan penelitian yang ditulis [6] telah melakukan penelitian yang membahas tentang alternatif menentukan lingkaran segitiga dengan menggunakan lingkaran luar segitiga seperti pada Gambar 1.5

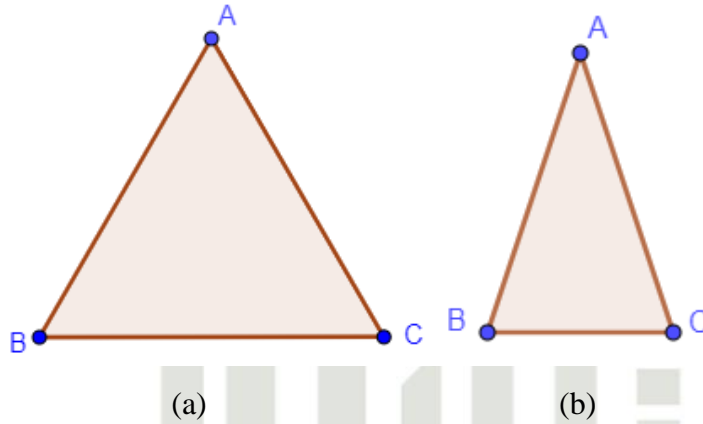


Gambar 1. 5 Lingkaran Singgung Luar ΔABC

Dan penelitian ini juga menunjukkan konkurensi titik Gergonne pada lingkaran singgung luar segitiga dengan menggunakan segitiga kongruen dan garis singgung lingkaran.

Berdasarkan latar belakang diatas, penulis tertarik untuk membahas lebih lanjut penelitian mengenai teorema Gergonne luar pada segitiga siklik. Dengan

Segitiga yang digunakan yaitu segitiga sama sisi, segitiga sama kaki, segitiga siku-siku, dan segitiga sembarang seperti pada Gambar 1.6.



Gambar 1. 6 (a) Segitiga Sama Sisi dan (b) Segitiga Sama Kaki

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana cara mengkontruksi kekonkurenan 3 buah titik Gergonne sehingga berpotongan pada satu titik pada segitiga siklik dengan menggunakan aplikasi Geogebra?
2. Membuktikan kekonkurenan titik Gergonne menggunakan Teorema Ceva?
3. Menentukan hubungan segitiga Gergonne dengan segitiga asalnya?

1.3 Batasan Masalah

Untuk membatasi ruang lingkup pada penelitian ini, maka peneliti memberikan beberapa batasan masalah pada penelitian ini yaitu:

Penelitian ini dilakukan pada jenis segitiga siklik, yaitu segitiga sama sisi dan segitiga sama kaki.

Menentukan hubungan segitiga Gergonne dengan segitiga asalnya menggunakan konsep koordinat titik dan rotasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

Untuk mendapatkan cara mengontruksi kekonkurenan titik Gergonne pada segitiga siklik menggunakan aplikasi Geogebra

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Membuktikan kekonkurenan pada segitiga siklik sama sisi dan segitiga siklik sama kaki.

Menentukan hubungan segitiga Gergonne dengan segitiga asalnya.

Manfaat Penelitian

Berdasarkan pada rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dipaparkan sebelumnya, maka manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah:

Bagi penulis

Manfaat yang didapat penulis dari penelitian ini adalah dapat memperdalam pemahaman penulis tentang geometri terutama pada Teorema Gergonne, dan dapat mengembangkan ilmu matematika yang telah dipelajari untuk menyelesaikan permasalahan geometri khususnya Teorema Gergonne pada berbagai macam bentuk segitiga.

2. Bagi Pembaca

Penulis berharap penelitian ini dapat dijadikan sebagai referensi untuk mendapatkan solusi dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan mengkontruksi Teorema Gergonne pada segitiga.

1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori yang digunakan dalam penelitian seperti segitiga, lingkaran, titik koordinat, Teorema Gergonne dan Teorema Ceva.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Berisi tentang langkah-langkah dalam mengkontruksi titik Gergonne menggunakan aplikasi Geogebra dan pembuktian kekonkurensi titik Gergonne pada segitiga menggunakan Teorema Ceva.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

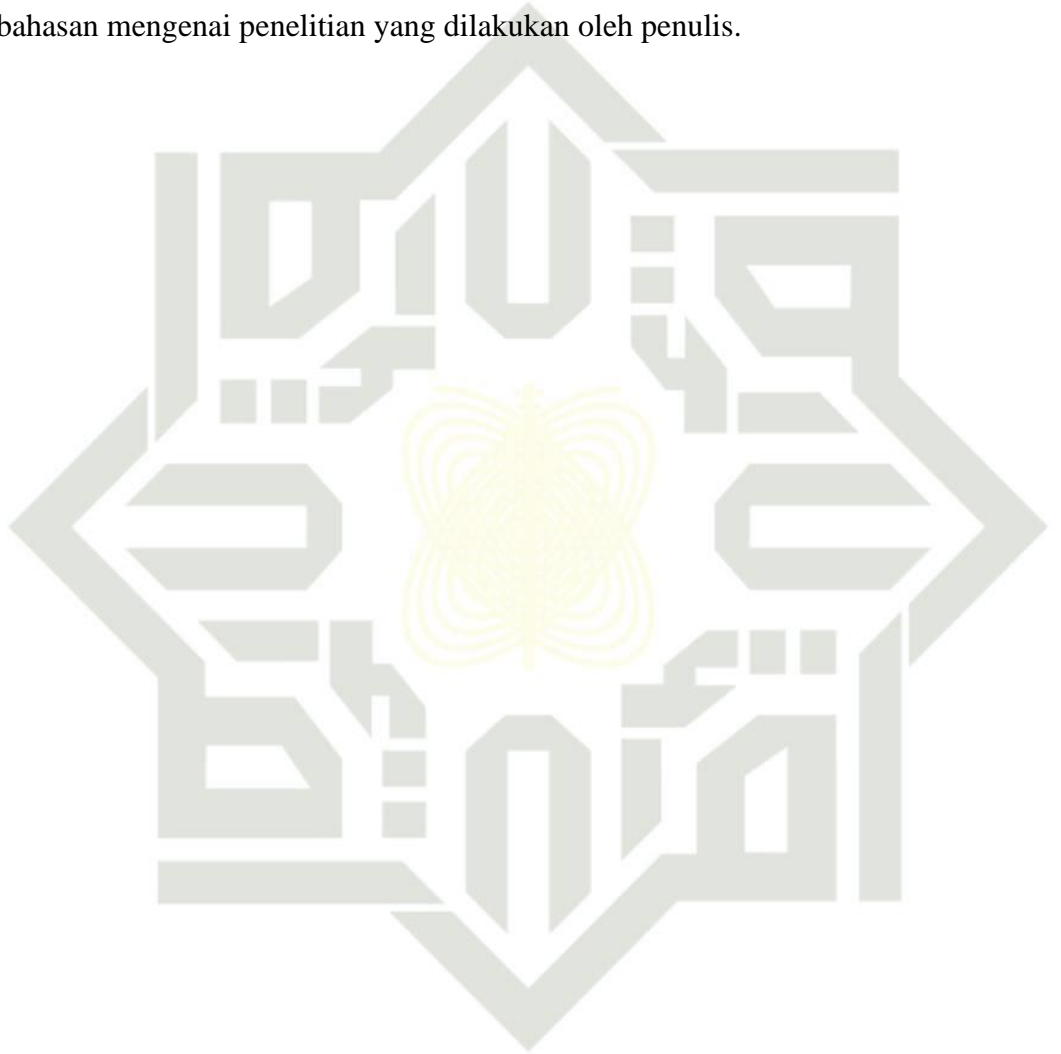
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB IV PEMBAHASAN

Merupakan hasil dari pembahasan mengenai penelitian tentang teorema Gergonne pada segitiga.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran-saran dari seluruh pembahasan mengenai penelitian yang dilakukan oleh penulis.



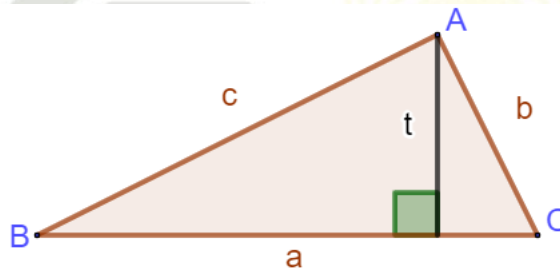
UIN SUSKA RIAU

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan menjelaskan tentang teori-teori mengenai penyelesaian tugas akhir ini, yang meliputi segitiga, lingkaran, lingkaran singgung suatu segitiga, Titik Gergonne dan Teorema Ceva.

2.1 Segitiga

Segitiga adalah bangun datar yang terdiri dari tiga ruas garis yang setiap ruas garis bertemu ujungnya [7]. Sedangkan Segitiga siklik adalah segitiga yang ketiga titik sudutnya terletak pada keliling lingkaran. Ruas garis yang terbentuk pada segitiga dinamakan dengan sisi segitiga \overline{AC} , \overline{BC} , dan \overline{AB} , sedangkan ujung-ujung ruas garis yang bertemu disebut titik sudut $\angle ACB$, $\angle CAB$, dan $\angle CBA$. Seperti pada Gambar 2.1



Gambar 2. 1 Segitiga ABC

Teorema 2.1 [7] Luas Segitiga

Luas segitiga adalah setengah dari sisi alas dikalikan dengan tinggi dari segitiga tersebut.

Bukti: Berdasarkan Gambar 2.1, diketahui a merupakan alas dari segitiga dan t merupakan tinggi dari segitiga maka dapat diperoleh bahwa rumus luas segitiga adalah:

$$L_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

2.2 Lingkaran

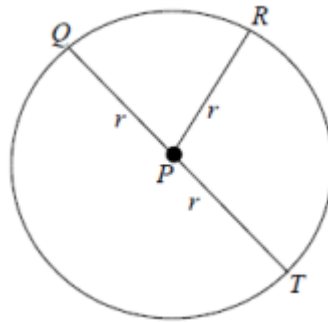
Lingkaran merupakan suatu objek dalam geometri. Sebuah lingkaran memiliki pusat O Dan jari-jari r serta himpunan titik-titik P yang dimana jarak antara titik O Ke titik P adalah r [8].

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Definisi 2.1. [9] Misalkan P adalah sebuah titik dari sebuah bidang yang diberikan, dan misalkan r adalah bilangan bulat positif. Lingkaran dengan pusat P dan jari-jari r adalah himpunan semua titik dari bidang tersebut yang mempunyai jarak dari P adalah sama dengan r .

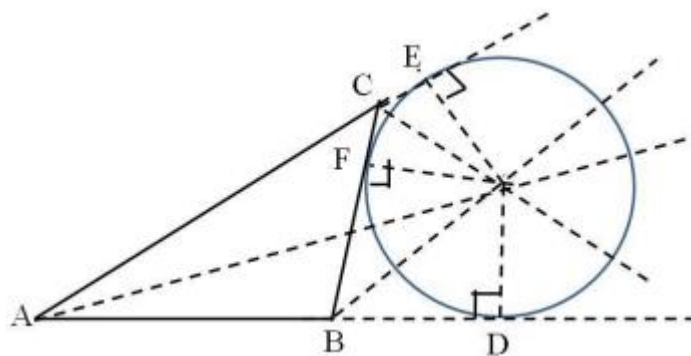


Gambar 2. 2 Lingkaran dengan titik pusat P

2.3 Lingkaran Singgung Suatu Segitiga

Lingkaran singgung luar biasanya juga disebut dengan lingkaran luar (excircles) merupakan lingkaran yang menyinggung sisi luar pada segitiga sedangkan segitiga adalah suatu bentuk bangun datar yang terdiri dari tiga garis lurus dan memiliki tiga sudut [10].

Definisi 2.2. Lingkaran singgung pada suatu segitiga ABC adalah lingkaran yang menyinggung sebuah sisi segitiga dan perpanjangan dua sisi lainnya [11].



Gambar 2. 3 Lingkaran Singgung Luar Segitiga

Lingkaran singgung yang menyinggung sisi BC pada ΔABC disebut lingkaran singgung pada sisi BC . Lingkaran singgung pada ΔABC ada tiga yaitu, Lingkaran singgung pada sisi AC yang dimana lingkarannya menyinggung sisi AC , Lingkaran singgung pada sisi AB dan Lingkaran singgung pada sisi BC [9].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

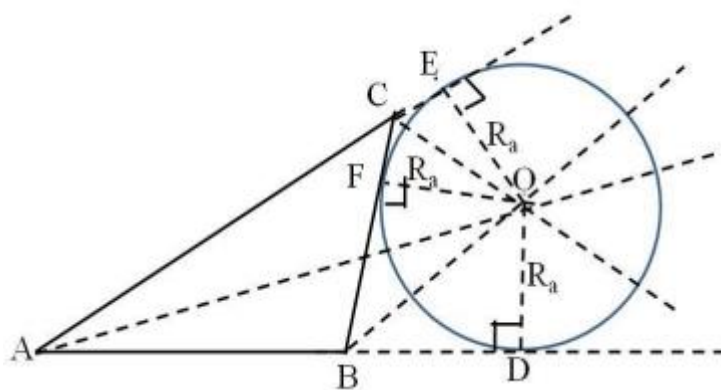
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Cara menentukan panjang jari-jari lingkaran singgung pada sisi BC

Teorema 2.2 Misalkan ABC suatu segitiga sembarang, maka panjang jari-jari lingkaran singgung pada sisi BC adalah

$$R_a = \frac{L}{S - a}$$

Bukti: Misalkan R_a menyatakan panjang jari-jari lingkaran singgung pada sisi BC pada gambar 2.4, dan ΔAOD kongruen dengan ΔAOE , ΔBOD kongruen dengan ΔBOF , dan ΔCOE kongruen dengan ΔCOF . Sehingga didapatkan



Gambar 2. 4 Lingkaran Singgung Luar Segitiga dengan Jari-jari R_a

$$\text{Panjang } AD = \text{Panjang } AE$$

$$\text{Panjang } BF = \text{Panjang } BD$$

$$\text{Panjang } CF = \text{Panjang } CE$$

Kemudian misalkan panjang BC , AC , dan AB adalah a , b , dan c maka

$$\text{Panjang } BF = \text{Panjang } BD = x$$

maka

$$\text{Panjang } CF = \text{Panjang } BC - \text{Panjang } BF = a - x$$

Karena

$$\text{Panjang } AD = \text{Panjang } AE$$

Maka

$$\text{Panjang } AB + \text{Panjang } BD = \text{Panjang } AC + \text{Panjang } CE$$

Jadi

$$c + x = b + a - x$$

$$2x = a + b + c$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$x = \frac{1}{2}(a + b - c)$$

sehingga

$$\begin{aligned} \text{Panjang } AD &= \text{Panjang } AB + \text{Panjang } BD \\ &= c + \frac{1}{2}(a + b - c) \\ &= \frac{1}{2}(a + b + c) = s \end{aligned}$$

Selanjutnya, perhatikan Gambar 2.4

$$\begin{aligned} L_{\square ABOC} &= \text{luas } \triangle ABO + \text{luas } \triangle ACO \\ &= \frac{1}{2} \times AB \times OD + \frac{1}{2} \times AC \times OC \\ &= \frac{1}{2} c R_a + \frac{1}{2} b R_a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\square ABOC} &= \text{luas } \triangle ABC + \text{luas } \triangle BCO \\ &= L + \frac{1}{2} \times BC \times OF \\ &= L + \frac{1}{2} a R_a \end{aligned}$$

Dari persamaan diatas akan diperoleh

$$\frac{1}{2} \cdot c R_a + \frac{1}{2} \cdot b R_a = L + \frac{1}{2} \cdot a R_a$$

$$\frac{1}{2} \cdot c R_a + \frac{1}{2} \cdot b R_a - \frac{1}{2} \cdot a R_a = L$$

$$R_a \left(\frac{1}{2} c + \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a \right) = L$$

$$R_a \left(\frac{1}{2} (c + b - a) \right) = L$$

$$R_a \left(\frac{1}{2} (a + b + c) - a \right) = L$$

$$R_a (s - a) = L$$

$$R_a = \frac{L}{(s - a)}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan cara yang sama akan diperoleh

1. Panjang jari-jari lingkaran singgung AC adalah $R_b = \frac{L}{(s-b)}$
2. Panjang jari-jari lingkaran singgung AC adalah $R_b = \frac{L}{(s-c)}$

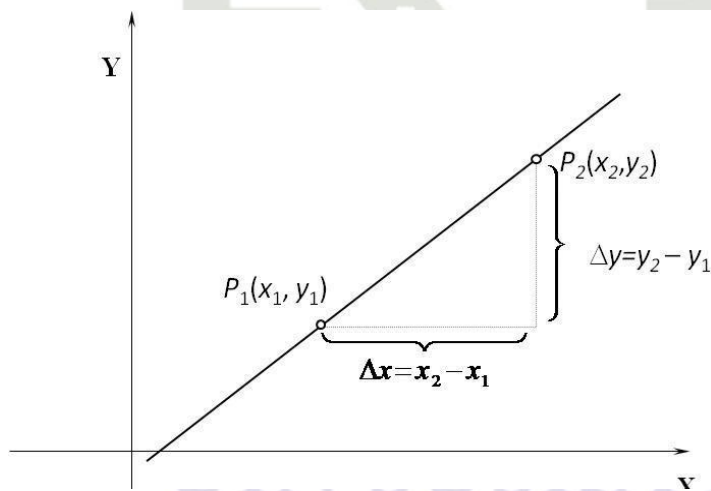
2.4 Persamaan Garis Lurus

Persamaan garis lurus biasanya ditulis dalam bentuk $y = ax + b$ atau $y = mx + n$, atau dengan menggunakan konsep fungsi yang persamaannya ditulis dalam bentuk $f(x) = mx + n$. Garis lurus memiliki salah satu karakteristik yaitu kemiringan [12]. Yang mana kemiringan tersebut didefinisikan sebagai berikut

$$\text{kemiringan} = \frac{\text{Perubahan Tegak}}{\text{Perubahan mendatar}}$$

Perubahan tegak biasanya didefinisikan dengan Δx dan perubahan mendatar didefinisikan dengan Δy dan apabila kemiringan dilambangkan dengan m , maka $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Maka kemiringan garis lurus yang melalui $P_1(x_1, y_1)$ dan $P_2(x_2, y_2)$ [12], dapat didefinisikan sebagai berikut

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Gambar 2. 5 Kemiringan Garis Lurus Melalui titik P_1 dan P_2

Pada Gambar 2.5 garis yang melalui titik $P_1(x_1, y_1)$ dan mempunyai kemiringan m . Jika diambil sembarang titik $P(x, y)$ untuk x berbeda dengan x_1 maka kemiringan P_1P adalah

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

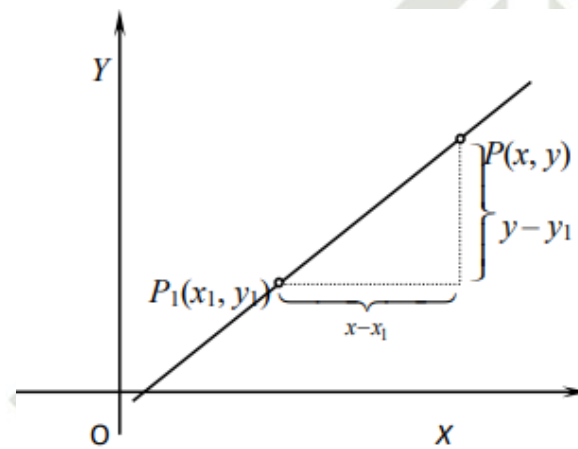
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Pada Gambar 2.5 dan Gambar 2.6 kemiringan garis akan sama dengan m jika dan hanya jika titik P berada pada garis yang diberikan [12]. Jadi, jika $P(x, y)$ berada pada garis yang diberikan maka harus dipenuhi kesamaan

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \tag{2.1}$$



Gambar 2. 6 Kemiringan Garis

2.4.1 Persamaan Garis Lurus Melalui Dua Titik

Jika diketahui dua buah titik yang berbeda maka garis yang melalui dua titik tersebut mempunyai persamaan garis. Misalkan sebuah garis melalui titik $P_1(x_1, y_1)$ dan $P_2(x_2, y_2)$, $x_1 \neq x_2$ maka garis P_1P_2 mempunyai kemiringan

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Maka jika diganti kemiringan tersebut ke Persamaan (2.1) diperoleh hubungan:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \tag{2.2}$$

2.4.2 Rotasi Titik

Rotasi titik adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh a terhadap suatu titik tertentu. Jika arah dari rotasi diputar searah jarum jam maka besar dari sudut rotasi bernilai negatif ($-a$),

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

sebaliknya jika arah dari rotasi diputar berlawanan arah dari jarum jam maka besar sudut rotasi bernilai positif (a) [13].

unsur-unsur Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh:

- Titik pusat rotasi
- Besar sudut rotasi
- Arah sudut rotasi

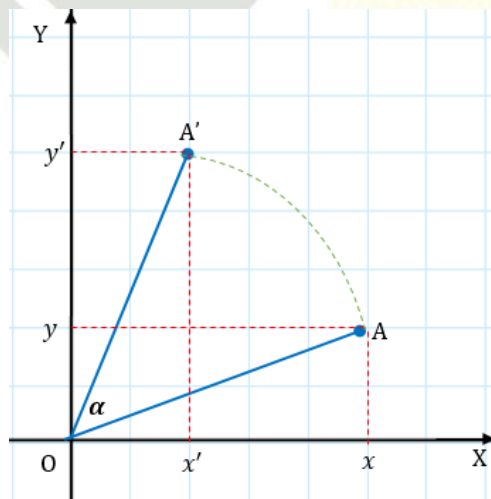
Jenis-jenis rotasi pada bidang datar dapat dibagi menjadi 2 macam yaitu:

Rotasi terhadap titik pusat $(0, 0)$, misalkan Misalkan terdapat sebuah titik $A(x, y)$ akan dirotasikan sebesar α dengan pusat $(0, 0)$ dan akan menghasilkan titik $A'(x', y')$ dan dapat dituliskan sebagai berikut

$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[0(0,0),a]}} A'(x', y')$$

Titik (x, y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat $(0, 0)$ menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Gambar 2. 7 Rotasi titik A terhadap titik pusat O(0,0)

Rotasi terhadap titik pusat (a, b) , misalkan terdapat sebuah titik $A(x, y)$ akan dirotasikan sebesar α dengan pusat (a, b) dan akan menghasilkan titik (x', y') dan dapat dituliskan sebagai berikut

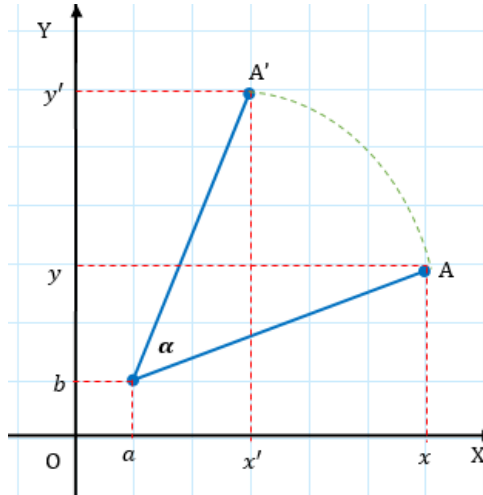
$$A(x, y) \xrightarrow{R_{[(a,b),a]}} A'(x', y')$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Titik (x, y) dirotasikan sebesar α terhadap titik pusat (a, b) menghasilkan bayangan titik (x', y') dengan aturan

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$



Gambar 2. 8 Rotasi titik A terhadap titik pusat $O(a, b)$

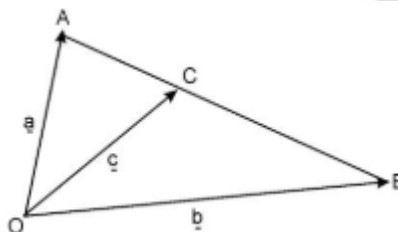
2.5 Rumus Perbandingan

Jika titik $A, B,$ dan C terletak pada satu garis lurus, C berada diantara garis AB dengan perbandingan k , apabila $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CB}$ [14].



Gambar 2. 9 Titik A, B, dan C Terletak pada satu garis

Perhatikan Gambar 2.10 Misalkan vektor-vektor letak (posisi) dari titik A, B dan C terhadap titik O berturut-turut adalah a, b dan c . Apabila $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CB}$ atau $\overrightarrow{AC} : \overrightarrow{CB} = k : 1$, kita akan menyatakan vektor c dengan a dan b sebagai berikut:



Gambar 2. 10 Vektor A, B, dan C Terhadap O

Oleh karena $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = c - a$ dan $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = b - c$ maka dari $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CB}$ akan menjadi

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

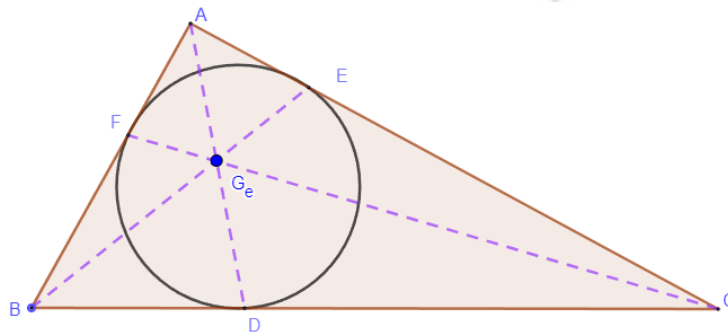
$$\begin{aligned}
 c - a &= k(b - c) \\
 c - a &= kb - kc \\
 c + kc &= a + kb \\
 (1 + k)c &= a + kb \\
 c &= \frac{a + kb}{1 + k}
 \end{aligned}$$

Jika $k = \frac{q}{p}$, maka $\overrightarrow{AC} : \overrightarrow{CB} = q : p$, sehingga rumus perbandingan tersebut menjadi:

$$c = \frac{pa + qb}{p + q}$$

2.6 Titik Gergonne

Titik Gergonne pada segitiga adalah perpotongan dari ketiga garis yang menghubungkan ketiga sudut segitiga ke titik singgung antara lingkaran dalam dan sisi segitiga [9]. Pada suatu segitiga dapat dibuat titik pusat lingkaran dalam segitiga dengan cara menentukan titik perpotongan bisektor dari ketiga sudut segitiga (*incenter*), selanjutnya, lingkaran dalam (*incircle*) dapat dibentuk dengan cara menyinggung ketiga sisi segitiga sehingga didapatkan tiga titik singgung dan jika dibuat garis dari ketiga sudut segitiga terhadap titik singgung dihadapannya, maka akan didapatkan garis-garis yang berpotongan pada satu titik (*concurrent*) disebut titik Gergonne di dalam segitiga dan titik Gergonne juga dapat dibentuk di luar segitiga dengan menggunakan lingkaran yang menyinggung satu sisi segitiga dan perpanjangan dua sisi lainnya [15]. Jadi titik Gergonne adalah titik yang berpotongan pada garis-garis dari sudut segitiga terhadap sisi singgung lingkaran dalam.



Gambar 2. 11 Titik Gergonne



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Teorema 2.3 (Teorema Gergonne) di dalam segitiga, garis yang dibentuk dari titik-titik puncak ΔABC yang dihubungkan dengan titik singgung lingkaran dalam pada sisi dihadapannya adalah konkuren.

Bukti: Konkurensi titik Gergonne dapat dibuktikan dengan empat cara yaitu menggunakan garis singgung lingkaran, semiperimeter segitiga, segitiga kongruen, dan lingkaran kosentrik. Berikut dibahas cara membuktikan konkurensi titik gergonne menggunakan garis singgung lingkaran.

Menggunakan garis singgung pada lingkaran

Pada Gambar 2.11, akan dibuktikan bahwa AA' , BB' , dan CC' konkuren pada titik Gergonne. Dengan menggunakan sifat garis singgung pada ΔABC terdapat beberapa garis singgung dalam lingkaran yang memiliki panjang yang sama yaitu:

$$B'A = AC'$$

$$BA' = C'B$$

$$A'C = CB'$$

Dengan mengalikan persamaan diatas

$$B'A \cdot BA' \cdot A'C = AC' \cdot C'B \cdot CB'$$

Kemudian dengan menggunakan teorema Ceva maka akan diperoleh

$$\frac{AC'}{C'B} \cdot \frac{BA'}{A'C} \cdot \frac{CB'}{B'A} = \frac{AC'}{B'A} \cdot \frac{BA'}{C'B} \cdot \frac{CB'}{A'C}$$

$$\frac{AC'}{C'B} \cdot \frac{BA'}{A'C} \cdot \frac{CB'}{B'A} = 1$$

Karena persamaan diatas memenuhi syarat dari teorema Ceva, maka dapat disimpulkan bahwa titik Gergone dari ΔABC konkuren.

2.7 Teorema Ceva

Teorema Ceva merupakan salah suatu cara untuk membuktikan kolinearitas pada segitiga. Teorema ceva terbagi menjadi 2 kasus yaitu Teorema Ceva yang berada di dalam segitiga dan Teorema Ceva yang berada di luar segitiga sebagai berikut [9].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

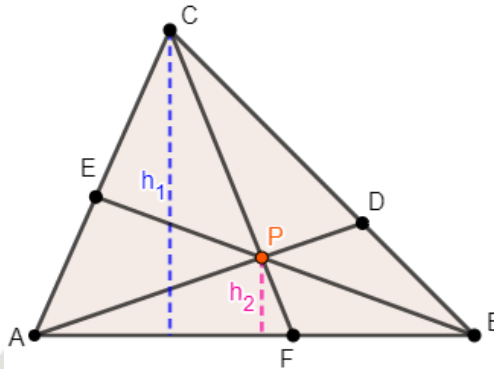
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Teorema 2.4 Teorema Ceva Kasus I

Jika D , E , dan F , masing-masing adalah titik pada sisi BC , CA , dan AB , pada segitiga ABC . Maka garis AD , BE , dan CF , adalah konkuren (bertemu pada satu titik) jika dan hanya jika:

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1 \quad (2.2)$$

Perhatikan Gambar 2.12 sebagai berikut.



Gambar 2. 12 Perpotongan Garis AD , BE , dan CF Pada Titik P

Bukti: Misalkan ketiga garis AD , BE , dan CF konkuren (bertemu pada satu titik) Katakan titik P . Misalkan pula $L\Delta ABC$ menyatakan luas segitiga, maka dapat dibuktikan persamaan

(\Rightarrow) Akan dilakukan pembuktian dari kiri ke kanan. Misalkan garis AD , BE , dan CF berpotongan di titik P . Akan dibuktikan dengan cara:

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

Misalkan ΔAFC dan ΔFBC memiliki tinggi h_1 dengan alasnya adalah AF dan FB sehingga didapatkan

$$L\Delta AFC = \frac{1}{2} AF h_1$$

$$L\Delta FBC = \frac{1}{2} FB h_1$$

Selanjutnya perhatikan Gambar 2.7 pada ΔAFP dan ΔFBP dengan AF dan FB sebagai alasnya. Lalu misalkan h_2 sebagai tinggi dari kedua segitiga tersebut. Maka diperoleh:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$L\Delta AFP = \frac{1}{2} AFh_2$$

$$L\Delta FBP = \frac{1}{2} FBh_2$$

Maka perhatikan ΔAPC dan ΔBPC

$$L\Delta APC = L\Delta AFC - L\Delta AFP$$

$$L\Delta BPC = L\Delta FBC - L\Delta FBP$$

Maka diperoleh perbandingan luas ΔAPC dan ΔBPC

$$\begin{aligned} \frac{L\Delta APC}{L\Delta BPC} &= \frac{L\Delta AFC - L\Delta AFP}{L\Delta FBC - L\Delta FBP} \\ &= \frac{\frac{1}{2} AFh_1 - \frac{1}{2} AFh_2}{\frac{1}{2} FBh_1 - \frac{1}{2} FBh_2} \\ &= \frac{\frac{1}{2} AF(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2} FB(h_1 - h_2)} \\ \frac{L\Delta APC}{L\Delta BPC} &= \frac{AF}{FB} \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh

$$\frac{L\Delta BPA}{L\Delta CPA} = \frac{BD}{DC} \tag{2.4}$$

$$\frac{L\Delta CPB}{L\Delta APB} = \frac{CE}{EA} \tag{2.5}$$

Berdasarkan pada Persamaan (2.2), (2.3) dan (2.4)

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = \frac{L\Delta APC}{L\Delta BPC} \cdot \frac{L\Delta BPA}{L\Delta CPA} \cdot \frac{L\Delta CPB}{L\Delta APB} = 1$$

Berdasarkan hasil yang diperoleh, maka dapat disimpulkan bahwa pembuktian dengan menggunakan Teorema Ceva dari kiri ke kanan terbukti.

(⇒) Selanjutnya akan dilakukan pembuktian dari kanan ke kiri

Misalkan

$$\frac{AF'}{F'B} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1 \tag{2.6}$$

Akan dibuktikan bahwa AD , BE , dan CF berpotongan pada titik P .



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Kemudian pada pembuktian ini dengan menggunakan sebuah konsep yaitu konsep ketunggalan. Misalkan AD dan BE konkuren pada titik P , lalu kontruksi perpanjangan sisi CP sehingga memotong garis yang berada di hadapannya yaitu sisi AB dengan titik F' bukan F .

Maka didapatkan:

$$\frac{AF'}{F'B} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

Berdasarkan pada Persamaan (2.1) dan (2.5)

$$\frac{AF}{FB} = \frac{DC}{BD} \cdot \frac{EA}{CE} \tag{2.7}$$

$$\frac{AF'}{F'B} = \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \tag{2.8}$$

Selanjutnya substitusikan Persamaan (2.6) dan (2.7), sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} \frac{AF}{FB} &= \frac{AF'}{F'B} \\ \frac{AF}{FB} + 1 &= \frac{AF'}{F'B} + 1 \\ \frac{AF + FB}{FB} &= \frac{AF' + F'B}{F'B} \\ \frac{AB}{FB} &= \frac{AB}{F'B} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Berdasarkan persamaan yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa persamaannya memiliki penyebut yang berbeda dan pembilang yang sama. Sehingga harus didapatkan penyebut yang sama supaya $F'B = FB$. Yang dimana $F'B$ adalah suatu garis yang melewati dua titik yaitu F' dan B , sedangkan FB merupakan suatu garis yang melewati titik F dan B . Maka akan disimpulkan bahwa terdapat satu garis yang ditarik dari *vertex* C ke F akan berpotongan pada garis AD dan BE konkuren di titik P yaitu garis CF . Sehingga terbukti bahwa ketiga garis tersebut berpotongan pada satu titik yaitu P .

Teorema 2.5 Teorema Ceva Kasus II

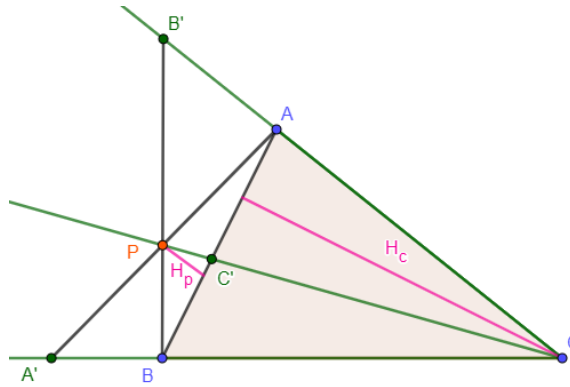
Jika titik A' , B' , dan C' masing-masing adalah titik pada perpanjangan sisi BC , CA , dan AB maka garis AA' , BB' , dan CC' adalah konkuren (bertemu pada satu titik) jika dan hanya jika:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} = 1 \quad (2.10)$$

Perhatikan Gambar 2.8 sebagai berikut.



Gambar 2. 13 Perpotongan Garis AA', BB', dan CC' Pada Titik P

Bukti: Misalkan ketiga garis AA', BB', dan CC' konkuren pada titik P dan luas segitiga dinyatakan dengan $L\Delta ABC$, maka akan dibuktikan persamaan diatas sebagai berikut.

(\Rightarrow) Akan dilakukan pembuktian garis AA', BB', dan CC' berpotongan di titik P. Akan dibuktikan dengan cara:

$$\frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} = 1$$

Misalkan $\Delta ACC'$ dan $\Delta C'CB$ memiliki tinggi h_c dengan alasnya adalah AC' dan BC' sehingga didapatkan

$$L\Delta ACC' = \frac{1}{2} AC' h_c$$

$$L\Delta C'CB = \frac{1}{2} BC' h_c$$

Selanjutnya perhatikan Gambar 2.8 pada $\Delta C'PA$ dan $\Delta C'PB$ dengan AC' dan BC' sebagai alasnya. Lalu misalkan h_p sebagai tinggi dari kedua segitiga tersebut. Maka diperoleh:

$$L\Delta C'PA = \frac{1}{2} AC' h_p$$

$$L\Delta C'PB = \frac{1}{2} BC' h_p$$

Lalu perhatikan ΔPAC dan ΔPBC

$$L\Delta PAC = L\Delta ACC' + L\Delta C'PA$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$L\Delta PBC = L\Delta C'CB + L\Delta C'PB$$

Maka diperoleh perbandingan luas ΔPAC dan ΔPBC

$$\begin{aligned} \frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC} &= \frac{L\Delta ACC' + L\Delta C'PA}{L\Delta C'CB + L\Delta C'PB} \\ &= \frac{\frac{1}{2}AC'h_c + \frac{1}{2}AC'h_p}{\frac{1}{2}BC'h_c + \frac{1}{2}BC'h_p} \\ &= \frac{\frac{1}{2}AC'(h_c + h_p)}{\frac{1}{2}BC'(h_c + h_p)} \\ \frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC} &= \frac{AC'}{BC'} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh

$$\frac{L\Delta PAB}{L\Delta PAC} = \frac{BA'}{CA'} \tag{2.12}$$

$$\frac{L\Delta PBC}{L\Delta PAB} = \frac{CB'}{AB'} \tag{2.13}$$

Berdasarkan pada Persamaan (2.10), (2.11) dan (2.12)

$$\begin{aligned} \frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} &= \frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC} \cdot \frac{L\Delta PAB}{L\Delta PAC} \cdot \frac{L\Delta PBC}{L\Delta PAB} \\ \frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ \frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} &= 1 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil yang diperoleh, maka dapat disimpulkan bahwa pembuktian dengan menggunakan Teorema Ceva terbukti.

(\Leftarrow) Selanjutnya akan dilakukan pembuktian dari kanan ke kiri

Misalkan

$$\frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} = 1$$

Akan dibuktikan bahwa AA' , BB' , dan CC' berpotongan pada titik P .

Kemudian lakukan pembuktian ini dengan menggunakan konsep ketunggalan.

Misalkan AA' , dan BB' konkuren pada titik P , akan dikonstruksi perpanjangan



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

sebuah garis CP sehingga memotong sisi yang berada di hadapannya yaitu sisi AB dengan titik D bukan C' .

Maka dapat diperoleh

$$\frac{AD}{BD} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} = 1 \tag{2.14}$$

Berdasarkan pada Persamaan (2.9) dan (2.13) maka dapat dilihat bahwa

$$\frac{AC'}{BC'} = \frac{CA'}{BA'} \cdot \frac{AB'}{CB'} \tag{2.15}$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{CA'}{BA'} \cdot \frac{AB'}{CB'} \tag{2.16}$$

Selanjutnya substitusikan persamaan diatas, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{AC'}{BC'} &= \frac{AD}{BD} \\ \frac{AC'}{BC'} + 1 &= \frac{AD}{BD} + 1 \\ \frac{AC' + BC'}{BC'} &= \frac{AD + BD}{BD} \\ \frac{AB}{BC'} &= \frac{AB}{BD} \end{aligned} \tag{2.17}$$

Berdasarkan persamaan yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa persamaannya memiliki penyebut yang berbeda dan pembilang yang sama. Sehingga harus didapatkan penyebut yang sama agar $BC' = BD$. Yang dimana BC' ialah sebuah garis yang melewati dua buah titik yaitu B dan C' , sedangkan BD ialah garis yang melewati titik B dan D . Maka akan disimpulkan bahwa sebuah garis yang ditarik dari *vertex* C ke C' yang berpotongan pada garis AA' dan BB' konkuren pada titik P yaitu garis CC' . Sehingga terbukti bahwa ketiga garis berpotongan di sebuah titik yaitu P .

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah metode eksperimen dengan menggunakan aplikasi Geogebra. Geogebra adalah *software* geometri dinamis yang membantu membentuk titik, garis dan semua bentuk lengkungan. Aplikasi Geogebra juga dapat memvisualisasikan objek-objek geometri yang bersifat abstrak secara cepat, akurat dan efisien [16]. Adapun langkah-langkah yang dibuat dalam meneliti Teorema Gergonne pada segitiga siklik sebagai berikut:

3.2 Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Siklik

3.2.1 Pengkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Sama Sisi

1. Diberikan Segitiga siklik sama sisi ABC seperti pada Gambar 1.6(a).
2. Selanjutnya dengan aplikasi geogebra akan dibuat perpanjangan garis pada masing-masing sisi segitiga.
3. Setelah itu tambahkan garis bantu pada perpanjangan sisi AB pada segitiga.
4. Lalu tambahkan garis bagi sudut pada setiap sudut segitiga yaitu $\angle DAB$ dan $\angle EBA$ menggunakan *Angle Bisector*.
5. Tambahkan titik baru yaitu titik J pada perpotongan garis bagi sudut tersebut menggunakan *Intersect*.

Selanjutnya dengan menggunakan *Perpendicular line* buatlah garis tegak lurus pada titik J menuju sisi AB dan pada perpanjang garis pada sisi AB , Sehingga didapat titik M, N dan S pada perpotongan garis tegak lurus tersebut.

Selanjutnya buatlah lingkaran dengan menggunakan titik J sebagai pusatnya serta menyinggung titik M, N dan S dengan menggunakan *Circle Through* sehingga didapat lingkaran singgung segitiga.

Setelah itu buatlah garis dari titik M dan N menuju sudut segitiga yang berhadapan dari titik tersebut yaitu A dan B dengan menggunakan *segment* dan buat garis dari titik C ke titik S menggunakan *Ray*, sehingga terbentuk

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

tiga garis yang berpotongan pada satu titik. Yang dimana perpotongan tiga garis tersebut merupakan titik Gergonne.

Selanjutnya lakukan dengan cara yang sama pada sisi segitiga lainnya. Sehingga didapat titik Gergonne lainnya.

Maka akan didapatkan tiga buah titik Gergonne, yang dimana jika tiga buah titik Gergonne tersebut dihubungkan akan membentuk segitiga Gergonne.

3.1.2 Penkontruksian Titik Gergonne Pada Segitiga Sama Kaki

Diberikan Segitiga siklik sama kaki ABC seperti pada Gambar 1.6(b)

Selanjutnya dengan aplikasi geogebra akan dibuat perpanjangan garis pada masing-masing sisi segitiga.

Setelah itu tambahkan garis bantu pada perpanjangan sisi AB pada segitiga.

4. Lalu tambahkan garis bagi sudut pada setiap sudut segitiga yaitu $\angle DAB$ dan $\angle EBA$ dengan menggunakan *Angle Bisector*.

5. Tambahkan titik J pada perpotongan garis bagi sudut tersebut menggunakan *Intersect*.

6. Selanjutnya dengan menggunakan *Perpendicular Line* buat garis tegak lurus pada titik J menuju sisi AB dan pada perpanjangan garis pada sisi AB , Sehingga didapat titik M, N dan S pada perpotongan garis tegak lurus tersebut.

Selanjutnya buatlah lingkaran dengan menggunakan titik J sebagai pusatnya serta menyinggung titik M, N dan S menggunakan *Circle Through* sehingga didapat lingkaran singgung segitiga.

Setelah itu buatlah garis dari titik M dan N menuju sudut segitiga yang berhadapan dari titik tersebut yaitu A dan B dengan menggunakan *Segment* dan buat garis dari titik C ke titik S menggunakan *Ray*, sehingga terbentuk tiga garis yang berpotongan pada satu titik. Yang dimana perpotongan tiga garis tersebut merupakan titik Gergonne.

Selanjutnya lakukan dengan cara yang sama pada sisi segitiga lainnya. Sehingga didapat titik Gergonne lainnya.

Maka akan didapatkan tiga buah titik Gergonne, yang dimana jika tiga buah titik Gergonne tersebut dihubungkan akan membentuk segitiga Gergonne.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3.3 Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik

3.2.1 Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik Pada Segitiga Sama Sisi

Diberikan segitiga sama sisi ABC dengan perpanjangan garis disetiap sisi dan titik M, N , dan S yang masing-masing merupakan perpanjangan garis dari sisi-sisi segitiga sehingga terbentuk garis AN, BM , dan CS .

Berdasarkan dari langkah pertama akan didapatkan teorema Ceva dari AN, BM , dan CS yaitu:

$$\frac{AS}{SB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1$$

3. Setelah itu lakukan pembuktian dari kiri ke kanan pada langkah ke 2. Dengan memisalkan h_1 sebagai tinggi dari $\triangle ASC$ dan $\triangle BSC$ dan h_2 sebagai tinggi dari $\triangle ASGe_1$ dan $\triangle BSGe_1$.
4. Kemudian dengan menggunakan konsep perbandingan luas dan teorema Ceva dari $\triangle AGE_1C$ dan $\triangle BGe_1C$ maka akan didapatkan hasil bahwa garis AN, BM , dan CS konkuren (bertemu pada satu titik).
5. Setelah mendapatkan pembuktian diatas lanjutkan dengan melakukan pembuktian dari kanan ke kiri menggunakan konsep ketunggalan. Misalkan AN dan BM konkuren pada titik X , lalu kontruksikan perpanjangan garis CX sehingga memotong sisi yang berada di hadapannya yaitu sisi AB dengan titik S' bukan S . Sehingga diperoleh

$$\frac{AS'}{S'B} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1$$

Lakukan perbandingan persamaan dari kiri ke kanan dengan persamaan kanan ke ke kiri sehingga hasil yang didapatkan terbukti.

3.2.2 Pembuktian Titik Gergonne Berpotongan di Satu Titik Pada Segitiga Sama Kaki

Diberikan segitiga sama Kaki ABC dengan perpanjangan garis disetiap sisi dan titik M, N , dan S yang masing-masing merupakan perpanjangan garis dari sisi-sisi segitiga sehingga terbentuk garis AM, BN , dan CS .



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan dari langkah pertama akan didapatkan teorema Ceva dari AM , BN , dan CS bertemu pada satu titik jika dan hanya jika:

$$\frac{AS}{SB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CN}{NA} = 1$$

Selanjutnya akan dilakukan pembuktian pada langkah ke 2. Dengan memisalkan h_1 sebagai tinggi dari $\triangle ASC$ dan $\triangle BSC$ dan h_2 sebagai tinggi dari $\triangle ASGe_1$ dan $\triangle BSGe_1$.

Kemudian dengan menggunakan konsep perbandingan luas dan teorema Ceva dari $\triangle AGE_1C$ dan $\triangle BGe_1C$ maka akan didapatkan hasil bahwa garis AM , BN , dan CS konkuren (bertemu pada satu titik).

Setelah mendapat pembuktian diatas lanjutkan dengan melakukan pembuktian dari kanan ke kiri menggunakan konsep ketunggalan. Misalkan AN dan BN konkuren pada titik X , lalu kontruksilah perpanjangan garis CX sehingga memotong sisi yang berada di hadapannya yaitu sisi AB dengan titik S' bukan S . Sehingga diperoleh

$$\frac{AS'}{S'B} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CN}{NA} = 1$$

6 Lakukan perbandingan persamaan dari kiri ke kanan dengan persamaan kanan ke ke kiri sehingga hasil yang didapatkan terbukti.

3.4 Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Asalnya Pada Segitiga Siklik

3.3.1 Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Siklik Sama Sisi

Diberikan sebuah segitiga sama sisi ABC dengan koordinat titik $B (0,0)$ dan $C (a, 0)$ yang panjang sisi segitiganya adalah a .

Selanjutnya cari koordinat titik A dengan menggunakan Teorema *Phytagoras*.

Selanjutnya tentukan titik tengah dari sisi-sisi segitiga yaitu sisi AB , BC , dan CA .

Setelah itu cari titik Gergonne pada sisi AB yaitu Ge_1 yang dapat diperoleh melalui perpotongan garis CS dengan garis BM atau garis AN .



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Lalu, cari persamaan dari garis CS dan AN dengan menggunakan persamaan garis yang melalui 2 titik. Yang dimana pada garis AN , titik N dapat dicari dengan merotasi titik S sebesar 120° berlawanan arah jarum jam.

Setelah mendapatkan kedua persamaan garis tersebut, substitusikanlah persamaan garis CS ke persamaan garis AN . Sehingga didapat nilai x .

Lalu, substitusikan nilai x tersebut ke salah satu persamaan garis.

Setelah di substitusikan akan didapat nilai y , yang dimana nilai x dan y merupakan koordinat dari Ge_1 .

Lakukan langkah-langkah diatas pada sisi-sisi segitiga lainnya sehingga didapatkan titik Ge_2 dan Ge_3 .

Setelah didapatkan titik-titik Gergonne pada segitiga sama sisi, lalu cari panjang dari sisi-sisi segitiga gergonnnya.

3.3.2 Menentukan Hubungan Segitiga Gergonne dengan Segitiga Siklik Sama Kaki

1. Diberikan sebuah segitiga sama kaki ABC dengan koordinat titik $B (0,0)$ dan $C (b, 0)$ yang panjang sisi $AB = AC = a$ dan $BC = b$
2. Selanjutnya cari koordinat titik A dan dengan menggunakan Teorema *Phytagoras*.

Lalu cari koordinat titik N dengan menggunakan lingkaran singgung suatu segitiga dan titik M menggunakan rumus perbandingan.

Setelah itu cari titik Gergonne pada sisi AB yaitu Ge_1 yang dapat diperoleh melalui perpotongan garis BM dengan garis AN .

Lalu, cari persamaan dari garis AN dan BM dengan menggunakan persamaan garis yang melalui 2 titik. Yang dimana pada garis AN , titik N dapat dicari dengan merotasi titik S sebesar 120° berlawanan arah jarum jam.

Setelah mendapatkan kedua persamaan garis tersebut, substitusikanlah persamaan garis AN ke persamaan garis BM . Sehingga didapat nilai x .

Lalu, substitusikan nilai x tersebut ke salah satu persamaan garis.

Setelah di substitusikan akan didapat nilai y , yang dimana nilai x dan y merupakan koordinat dari Ge_1 .

Lakukan langkah-langkah diatas pada sisi-sisi segitiga lainnya sehingga didapatkan titik Ge_2 dan Ge_3 .

Setelah didapatkan titik-titik Gergonne pada segitiga sama sisi, lalu cari panjang dari sisi-sisi segitiga gergonnanya.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB V PENUTUP

Kesimpulan

Pada penjelasan bab sebelumnya, dapat disimpulkan cara mengkontruksi kekonkurenan titik Gergonne pada segitiga siklik dengan menggunakan aplikasi Geogebra dan kekonkurenan dari Gergonne luarnya dapat dibuktikan dengan menggunakan Teorema Ceva serta hubungan antara panjang sisi segitiga gergonne dengan segitiga asalnya. Adapun beberapa teorema yang diperoleh adalah:

Teorema 4.1 Diketahui segitiga sama sisi ABC dengan S merupakan titik pada sisi AB , M dan N pada perpanjangan garis CA dan CB . Garis AN , BM , dan CS konkuren (bertemu pada satu titik) di Ge_1 jika dan hanya jika

$$\frac{AS}{SB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1$$

2. **Akibat 4.1** Segitiga Gergonne merupakan segitiga yang terbentuk dengan menghubungkan 3 buah titik Gergonne.

3. **Teorema 4.2** Diketahui segitiga sama kaki ABC dengan S merupakan titik pada sisi AB , M dan N pada perpanjangan garis CA dan CB . Garis AN , BM , dan CS konkuren (bertemu pada satu titik) di Ge_1 jika dan hanya jika

$$\frac{AS}{SB} \cdot \frac{BN}{NC} \cdot \frac{CM}{MA} = 1$$

4. **Teorema 4.3** Diberikan segitiga sama sisi ABC dengan panjang sisi a . Panjang sisi segitiga Gergonnenya adalah $\frac{8}{10}a$.

5. **Teorema 4.4** Diberikan segitiga sama kaki ABC dengan panjang sisi $AB = AC = a$ dan $BC = b$, maka panjang sisi-sisi segitiga Gergonnenya adalah

$$Ge_1Ge_2 = \frac{4ab^2}{4a^2 + b^2}$$

dan

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$Ge_1Ge_3 = Ge_2Ge_3$$

$$= \sqrt{\frac{64a^4b^4 + 32a^3b^5 + 4a^2b^6}{256a^6 + 144a^4b^2 + 128a^5b + 64a^3b^3 + 24a^2b^4 + 8ab^5 + b^6} + \left(\frac{a^2b^8 - 32a^4b^6 + 16a^5b^5 + 320a^6b^4 - 256a^7b^3 - 960a^8b^2 + 512a^9b + 1024a^{10} \cdot 4a^2 - b^2}{\frac{1}{4}b^{10} + 3ab^9 + 8a^3b^7 + 11a^2b^8 - 80a^5b^5} \right) - 20a^4b^6 - 368a^6b^4 + 512a^8b^2 - 256a^7b^3 + 4096a^{10}}$$

Saran

Pada penelitian ini penulis hanya membahas tentang Teorema Gergonne pada segitiga sama sisi dan segitiga sama kaki dengan menggunakan titik koordinat dan rotasi. Bagi pembaca yang tertarik pada pembahasan ini, disarankan untuk membahas Teorema Gergonne pada bentuk segitiga lainnya atau pada sebarang segi-n lainnya.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- L. Andriliani, A. Amaliyah, V. Putry Prikustini, and V. Daffah, “Analisis Pembelajaran Matematika Pada Materi Geometri,” *SIBATIK J. J. Ilm. Bid. Sos. Ekon. Budaya, Teknol. dan Pendidik*, vol. 1, no. 7, pp. 1169–1178, 2022.
- I. L. Nur’aini, E. Harahap, F. H. Badruzzaman, and D. Darmawan, “Pembelajaran Matematika Geometri Secara Realistis Dengan GeoGebra,” *Matematika*, vol. 16, no. 2, 2017.
- E. Ratnawati, “Pengaruh Penggunaan Metode Pembelajaran Kooperatif Bernuansa Etnomatematika terhadap Hasil Belajar Siswa dalam Materi Geometri Ruang pada Siswa Kelas IX,” *Circ. J. Pendidik. Mat*, vol. 2, no. 01, pp. 60–69, 2022.
- O. Sinica, “Konkurensi Titik Gergonne,” vol. 18, no. 2, pp. 33–37, 2016.
- [5] S. Asalnya, “Hubungan Segitiga Gergonne Dengan Segitiga Asalnya,” pp. 1–10.
- [6] N. Azizah and S. Gemawati, “Alternatif Menentukan Lingkaran Singgung Luar Segitiga dan Titik Gergonne,” pp. 978–979, 2014.
- [7] Meilantifa, H. M. D. Soewardini, M. T. Budiarto, and J. T. Manoy, *Geometri Datar*. 2018.
- [8] G. M. Muhammad, “Sistem lingkaran,” *Karya Tulis, Inst. Teknol. Bandung*, no. March 2015, 2017.
- Mashadi, “Buku Geometri Lanjut,” 2018.
- [9] A. Penggunaan *et al.*, “1 , 2 , 3 123,” vol. 09, pp. 1–10, 2023.
- [10] P. Januarti, M. Mashadi, and S. Gemawati, “Lingkaran Singgung Luar Segiempat Konveks,” *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 1, no. 2, p. 34, 2015.
- [11] Mashadi, *Geometri Edisi Kedua*. Pekanbaru: Unri Press, 2017.
- [12] Istiqomah, *Modul Pembelajaran SMA Matematika Umum*. 2020.
- [13] O. Dasarnya, D. Sukirman “Vektor dan Operasi Dasarnya,” pp. 1–48.
- [14] Zukrianto; Mashadi; Sri Gemawati, “A Nonconvex Quadrilateral And Semi Gergonne Point On It : Some Result And Analysis,” vol. 6, no. 2, pp. 111–124, 2016.

D. R. Asngari, “Penggunaan Geogebra dalam Pembelajaran Geometri,”
Semin. Nas. Mat. dan Pendidik. Mat. UNY, pp. 299–302, 2015.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Payakumbuh, pada tanggal 09 Oktober 2001. Sebagai anak pertama dari 4 bersaudara pasangan Bapak Afrizal Heriadi dan ibu Mira Sussamawati. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 53 Payakumbu pada tahun 2013, pada 2016 menyelesaikan pendidikan sekolah menengah pertama di SMP Negeri 2 Payakumbuh dan menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 3 Payakumbuh pada tahun 2019 dengan jurusan IPA. Pada tahun 2019 penulis melanjutkan pendidikan keperguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di fakultas Sains dan Teknologi dengan program studi Matematika.

Pada tahun 2022 penulis melaksanak seminar kerja praktek dengan judul **“Pengaruh Luas Areal Perkebunan Terhadap Jumlah Produksi Kelapa Di Provinsi Riau Menggunakan Analisis Regresi Linier Sederhana”** dengan dosen pembimbing bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc. Pada tahun 2024 penulis dinyatakan lulus ujian sarjana dengan judul Tugas Akhir **“Teorema Gergonne Luar Pada Segitiga Siklik”** yang dibimbing oleh bapak Zukrianto, M.Si. Segala kritik, saran dan pertanyaan untuk penulis dapat disampaikan melalui alamat email federic2001@gmail.com, terima kasih.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.