BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 Pengembangan Model SEIR Menjadi SEPIR Pada Penyakit Kanker Kulit

4.1.1 Model SEPIR Pada Penyakit Kanker Kulit

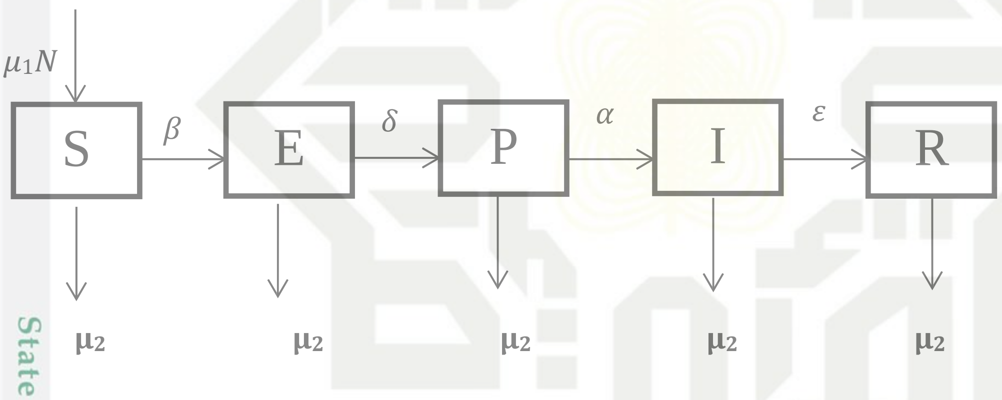
Pada penelitian ini, model SEPIR pada penyakit kanker kulit dibagi menjadi lima kelas. Yang mana kelas-kelas tersebut yaitu, Kelas *Susceptible* (S), Kelas *Exposed* (E), Kelas Pra (P), Kelas *Infected* (I) dan Kelas *Recovered* (R). Kemudian, pada Kelas S ini menyatakan kelas yang rentan (sehat tapi dapat terinfeksi) oleh penyakit kanker kulit, pada Kelas E pula menyatakan kelas yang menunjukkan gejala awal dari kanker kulit tetapi belum terinfeksi penyakit kanker kulit, Kelas P menyatakan kelas yang memiliki gejala solar keratosis yang akan berakibat menjadi kanker kulit, Kelas I menyatakan kelas terinfeksi penyakit kanker kulit sedangkan Kelas R menyatakan kelas sembuh dari penyakit kanker kulit tersebut.

Dalam penelitian ini terdapat beberapa asumsi yang akan digunakan untuk memodelkan penyakit kanker kulit, yaitu:

1. Populasi penduduk bersifat tertutup dengan asumsi bahwa pertambahan ataupun pengurangan jumlah penduduk melalui emigrasi dan imigrasi tidak diperhatikan. Emigrasi disini diartikan sebagai perpindahan populasi penduduk yang keluar dari wilayah aslinya sedangkan imigrasi merupakan perpindahan populasi penduduk dari luar wilayah tersebut dan masuk ke wilayah yang baru.
2. Penyakit yang dibicarakan hanya penyakit kanker kulit sedangkan penyakit lain tidak diasumsikan.
3. Diasumsikan laju kelahiran dan laju kematian sama disetiap kelas nya.
4. Pada masa inkubasi (masa laten) penyakit kanker kulit ini disebut juga masa pembentukkan kanker kulit yang mana dimulai dari individu yang memiliki gejala namun belum terinfeksi (E) kemudian menjadi individu yang sudah memasuki gejala pra kanker (P).

5. Perkembangan sel kanker akan terjadi pada masa laten (E) dan pada masa tersebut sel-sel yang memiliki gejala awal tersebut tidak akan menularkan ke sel yang lainnya, namun akan terus berkembang di satu sel. Kemudian, pada saat sel berkembang menjadi sel masa pra kanker maka sel individu saat itu akan menularkan ke sel-sel lainnya.
6. Tidak ada kematian akibat penyakit kanker kulit ini dan ukuran populasi total adalah konstanta N. Dengan artian bahwasannya penyakit kanker kulit ini dapat disembuhkan melalui pengobatan.

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, maka akan diperoleh model SEPIR pada penyakit kanker kulit dalam bentuk skema yang dapat dilihat pada Gambar 4.1 di bawah ini.



Gambar 4.1 Skema Model Matematika SEPIR pada Kanker Kulit Akibat Paparan Sinar Ultraviolet

Adapun penjelasan dari Gambar 4.1 dapat dilihat pada Tabel 4.1 dibawah ini.

Tabel 4.1 Variabel dan Parameter yang Digunakan Pada Model

Variabel/Parameter	Definisi/keterangan
S	Jumlah individu yang rentan terhadap penyakit kanker kulit
E	Jumlah individu yang mengalami gejala awal namun belum terinfeksi
P	Jumlah individu yang memiliki gejala solar keratosis

Tabel 4.2 Variabel dan Parameter yang Digunakan Pada Model (lanjutan)

I	Jumlah individu terinfeksi kanker kulit
R	Jumlah individu yang sembuh karena kanker kulit
μ_1	Laju kelahiran
μ_2	Laju kematian secara alami
β	Laju individu rentan menjadi individu yang memiliki gejala awal namun belum terinfeksi kanker kulit
α	Laju individu yang memiliki gejala awal namun belum terinfeksi kanker kulit menjadi pra kanker
γ	Laju individu yang terinfeksi kanker kulit
ε	Laju kesembuhan tiap individu yang terinfeksi kanker kulit
N	Jumlah populasi secara keseluruhan

Sumber: Syafruddin Side, dkk (2021)

Berdasarkan hubungan antara asumsi-asumsi dan parameter tersebut diketahui bahwasannya $\mu_1 = \mu_2$ yang dapat dilihat pada Gambar 4.1 dan dapat dijabarkan pada persamaan diferensial berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu_1 N - \mu_2 S - \beta S\\ \frac{dE}{dt} &= \beta S - \mu_2 E - \alpha E\\ \frac{dP}{dt} &= \alpha E - \mu_2 P - \gamma P\\ \frac{dI}{dt} &= \gamma P - \mu_2 I - \varepsilon I\\ \frac{dR}{dt} &= \varepsilon I - \mu_2 R\end{aligned} \tag{4.1}$$

Dengan $N(t) = S(t) + E(t) + P(t) + I(t) + R(t)$ adalah total populasi.

Kemudian, Persamaan (4.1) dapat disederhanakan menggunakan penskalaan dengan menyederhanakan notasi, dimisalkan:

$s = \frac{S}{N}$ $\quad ,S = sN$

$e = \frac{E}{N}$ $\quad ,E = eN$

$p = \frac{P}{N}$ $\quad ,P = pN$

$i = \frac{I}{N}$ $\quad ,I = iN$

$r = \frac{R}{N}$ $\quad ,R = rN$

Dengan $s(t) + e(t) + p(t) + i(t) + r(t) = 1$

Sehingga sistem Persamaan (4.1) disederhanakan menggunakan penskalaan diatas sebagai berikut.

a. $\frac{ds}{dt} = \mu_1 N - \mu_2 (sN) - \beta(sN)$

$\frac{ds}{dt} = \mu_1 - \mu_2 s - \beta s$

b. $\frac{de}{dt} = \beta(sN) - \mu_2 (eN) - \alpha(eN)$

$\frac{de}{dt} = \beta s - \mu_2 e - \alpha e$

c. $\frac{dp}{dt} = \alpha(eN) - \mu_2 (pN) - \gamma(pN)$

$\frac{dP}{dt} = \alpha e - \mu_2 p - \gamma p$

d. $\frac{dr}{dt} = \varepsilon(iN) - \mu_2 (rN)$

$\frac{dr}{dt} = \varepsilon i - \mu_2 r$

Dari penjabaran penyederhanaan sistem Persamaan (4.1), didapatlah sistem Persamaan (4.2) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu_1 - \mu_2 s - \beta s, \\
\frac{de}{dt} &= \beta s - \mu_2 e - \alpha e, \\
\frac{dp}{dt} &= \alpha e - \mu_2 p - \gamma p, \\
\frac{di}{dt} &= \gamma p - \mu_2 i - \varepsilon i, \\
\frac{dr}{dt} &= \varepsilon i - \mu_2 r .
\end{aligned} \qquad (4.2)$$

4.2 Analisis Model Matematika SEPIR Pada Penyakit Kanker Kulit Akibat Paparan Sinar Ultraviolet

Titik Ekuilibrium terjadi pada saat $\frac{ds}{dt}, \frac{de}{dt}, \frac{dp}{dt}, \frac{di}{dt}, \frac{dr}{dt} = 0$. Sistem persamaan (4.2) memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit yang dinotasikan dengan E_0 dan titik ekuilibrium endemik yang dinotasikan dengan E_s.

4.2.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit atau Titik Bebas Penyakit ($\boldsymbol{I = 0, i = 0}$)

Untuk mengetahui titik ekuilibrium bebas penyakit maka diasumsikan $e = p = 0$ dan $i = 0$ yang berarti bahwa tidak ada individu yang terinfeksi. Kemudian, $e = p = 0$ yang berarti bahwa tidak ada pula penanganan yang diberikan ketika individu memiliki gejala pada penyakit tersebut.

Maka dapat diketahui titik kesetimbangan bebas penyakit nya sebagai berikut.

Jika $i = e = p = 0$ maka dari persamaan (4.2) diperoleh lah,

1. $\frac{ds}{dt} = \mu_1 - \mu_2 s - \beta s$

   $0 = \mu_1 - \mu_2 s - \beta s$
2. $\frac{dr}{dt} = \varepsilon i - \mu_2 r$

   $\varepsilon i - \mu_2 r = 0$

   $-\mu_2 r = 0$

   $r^* = 0$

Dari penyelesaian diatas, maka diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit nya yaitu $E_0 = (s^*, e^*, p^*, i^*, r^*) = (\frac{\mu_1}{\mu_2}, 0,0,0,0)$

4.2.2 Titik Ekuilibrium Endemik

Untuk mengetahui titik ekuilibrium endemik dapat dimisalkan $E_1(s^*, e^*, p^*, i^*, r^*)$ maka diasumsikan $s^*, e^*, p^*, i^*, r^* \neq 0$, sehingga dari persamaan (4.2) diperoleh sebagai berikut.

1. $\mu_1 - \mu_2 s - \beta s = 0$

   $-\mu_2 s - \beta s = -\mu_1$

$$-s = \frac{-\mu_1}{(\mu_2+\beta)}$$

$$s^* = \frac{\mu_1}{(\mu_2+\beta)}$$

2. $\beta s - \mu_2 e - \alpha e = 0$

$$-\mu_2 e - \alpha e = -\beta s$$

$$e^* = \frac{\beta s}{(\mu_2 + \alpha)}$$

3. $\alpha e - \mu_2 p - \gamma p = 0$

$$-\mu_2 p - \gamma p = -\alpha e$$

$$p^* = \frac{\alpha e}{(\mu_2+\gamma)}$$

4. $\gamma p - \mu_2 i - \varepsilon i = 0$

$$-\mu_2 i - \varepsilon i = -\gamma p$$

$$i^* = \frac{\gamma p}{(\mu_2+s)}$$

5. $\varepsilon i - \mu_2 r = 0$

$$-\mu_2 r = -\varepsilon i$$

$$r^* = \frac{si}{\mu_2}$$

Jadi, diperoleh titik ekuilibrium endemik yaitu $E_s = (s^*, e^*, p^*, i^*, r^*) = \left(\frac{\mu_1}{(\mu_2+\beta)}, \frac{\beta s}{(\mu_2+\alpha)}, \frac{\alpha e}{(\mu_2+\gamma)}, \frac{\gamma p}{(\mu_2+s)}, \frac{si}{\mu_2}\right)$

4.3 Penentuan Jenis Kestabilan Titik Ekuilibrium

Penentuan jenis kestabilan titik ekuilibrium dapat diperoleh dengan melakukan pelinearan.

4.3.1 Penentuan Jenis Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit (E_0)

Jenis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 diperoleh dengan melakukan pelinearan pada sistem Persamaan (4.2) disekitar E_0. Untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium pada sistem persamaan (4.2) tersebut dapat dilihat uraian dibawah ini:

Misalkan:

$$f_1(s, e, p, i, r) = \mu_1 - \mu_2 s - \beta s$$

$$f_2(s, e, p, i, r) = \beta s - \mu_2 e - \alpha e$$

$$f_3(s,e,p,i,r) = \alpha e - \mu_2 p - \gamma p$$

$$f_4(s,e,p,i,r) = \gamma p - \mu_2 i - \varepsilon i$$

$$f_5(s,e,p,i,r) = \varepsilon i - \mu_2 r$$

Kemudian masing-masing fungsi diturunkan secara parsial terhadap variabel pada fungsi tersebut, seperti dibawah ini:

1. Fungsi $f_1(s,e,p,i,r)$ diturunkan terhadap masing-masing variabel :

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial s} = \frac{\partial(\mu_1 - \mu_2 s - \beta s)}{\partial s} = -\mu_2 - \beta,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial e} = \frac{\partial(\mu_1 - \mu_2 s - \beta s)}{\partial e} = 0,$$

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial p} = \frac{\partial(\mu_1 - \mu_2 s - \beta s)}{\partial p} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial i} = \frac{\partial(\mu_1 - \mu_2 s - \beta s)}{\partial i} = 0,$$

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial r} = \frac{\partial(\mu_1 - \mu_2 s - \beta s)}{\partial r} = 0$$

2. Fungsi $f_2(s,e,p,i,r)$ diturunkan terhadap masing-masing variabel:

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial s} = \frac{\partial(\beta s - \mu_2 e - \alpha e)}{\partial s} = \beta,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial e} = \frac{\partial(\beta s - \mu_2 e - \alpha e)}{\partial e} = -\mu_2 - \alpha,$$

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial p} = \frac{\partial(\beta s - \mu_2 e - \alpha e)}{\partial p} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial i} = \frac{\partial(\beta s - \mu_2 e - \alpha e)}{\partial i} 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial r} =$$

$$\frac{\partial(\beta s - \mu_2 e - \alpha e)}{\partial r} = 0$$

3. Fungsi $f_3(s,e,p,i,r)$ diturunkan terhadap masing-masing variabel:

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial s} = \frac{\partial(\alpha e - \mu_2 p - \gamma p)}{\partial s} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial e} = \frac{\partial(\alpha e - \mu_2 p - \gamma p)}{\partial e} \alpha,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial p} =$$

$$\frac{\partial(\alpha e - \mu_2 p - \gamma p)}{\partial p} = -\mu_2 - \gamma,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial i} = \frac{\partial(\alpha e - \mu_2 p - \gamma p)}{\partial i} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial r} =$$

$$\frac{\partial(\alpha e - \mu_2 p - \gamma p)}{\partial r} = 0$$

4. Fungsi $f_4(s,e,p,i,r)$ diturunkan terhadap masing-masing variabel:

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial s} = \frac{\partial(\gamma p - \mu_2 i - si)}{\partial s} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial e} = \frac{\partial(\gamma p - \mu_2 i - si)}{\partial e} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial p} =$$

$$\frac{\partial(\gamma p - \mu_2 i - si)}{\partial p} = \gamma,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial i} = \frac{\partial(\gamma p - \mu_2 i - si)}{\partial i} = -\mu_2 - \varepsilon,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial r} =$$

$$\frac{\partial(\gamma p - \mu_2 i - si)}{\partial r} = 0$$

5. Fungsi $f_5(s,e,p,i,r)$ diturunkan terhadap masing-masing variabel

$$\frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial s} = \frac{\partial(si - \mu_2 r)}{\partial s} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial e} = \frac{\partial(si - \mu_2 r)}{\partial e} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial p} =$$

$$\frac{\partial(si - \mu_2 r)}{\partial p} = 0,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial i} = \frac{\partial(si - \mu_2 r)}{\partial i} = \varepsilon,\ \frac{\partial f(s,e,p,i,r)}{\partial r} = \frac{\partial(si - \mu_2 r)}{\partial r} = -\mu_2$$

Setelah masing-masing fungsi diturunkan secara parsial terhadap variabelnya, maka matriks $J(E_0)$ menjadi :

$$J(E_0)=\begin{bmatrix} -\mu_2-\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\mu_2-\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu_2-\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu_2-\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon & -\mu_2 \end{bmatrix}$$

Untuk mengetahui kestabilan E_0, didapatlah nilai eigen pada matriks $J(E_0)$ dengan menentukan $det(J(E_0)-\lambda I)=0$, dimana λ adalah nilai eigen dan I adalah matriks identitas.

$$det\left(\begin{bmatrix} -\mu_2-\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\mu_2-\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu_2-\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu_2-\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon & -\mu_2 \end{bmatrix}-\lambda\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)=0$$

$$det\left(\begin{bmatrix} -\mu_2-\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\mu_2-\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu_2-\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu_2-\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon & -\mu_2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}\right)=0$$

$$det\begin{bmatrix} -\mu_2-\beta-\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\mu_2-\alpha-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu_2-\gamma-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu_2-\varepsilon-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon & -\mu_2-\lambda \end{bmatrix}=0$$

Dengan cara ekspansi kofaktor maka didapatlah:

$$(-\mu_2-\beta-\lambda)((-\mu_2-\alpha-\lambda)(-\mu_2-\gamma-\lambda)(-\mu_2-\varepsilon-\lambda)(-\mu_2-\lambda))=0$$

Diperoleh nilai eigen nya yaitu $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5$ sebagai berikut.

$$\lambda_1=-(\mu_2+\beta),\lambda_2=-(\mu_2+\alpha),\lambda_3=-(\mu_2+\gamma),\lambda_4=-(\mu_2+\varepsilon),\lambda_5=-\mu_2$$

Berdasarkan Teorema 2.1, karena kelima nilai eigen tersebut bersifat negatif maka titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 bersifat stabil asimtotik.

4.3.2 Penentuan Jenis Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit (E_s)

Sama hal nya dalam menentukan jenis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit, maka yang akan dilakukan dalam penentuan jenis kestabilan titik ekuilibrium endemik penyakit sebagai berikut.

Diketahui bahwasannya titik ekuilibrium endemik yaitu $E_s = (s^*, e^*, p^*, i^*, r^*) = (\frac{\mu_1}{(\mu_2+\beta)}, \frac{\beta s}{(\mu_2+\alpha)}, \frac{\alpha e}{(\mu_2+\gamma)}, \frac{\gamma p}{(\mu_2+\varepsilon)}, \frac{\varepsilon i}{\mu_2})$ maka akan ditentukan matriks Jacobian dari penurunan parsial pada f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 diatas.

$$J(E_s) = \begin{bmatrix} -\mu_2-\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\mu_2-\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\mu_2-\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\mu_2-\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon & -\mu_2 \end{bmatrix}$$

Karena memiliki matriks Jacobian yang sama dan penyelesaian yang akan sama dengan penentuan jenis titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 , maka jenis kestabilan titik ekuilibrium endemik E_s diperoleh nilai eigen yang sama juga yaitu

$$\lambda_1 = -(\mu_2 + \beta)$$

$$\lambda_2 = -(\mu_2 + \alpha)$$

$$\lambda_3 = -(\mu_2 + \gamma)$$

$$\lambda_4 = -(\mu_2 + \varepsilon)$$

$$\lambda_5 = -\mu_2$$

Berdasarkan menurut Teorema 2.1 dapat disimpulkan bahwa titik kesetimbangan endemik penyakit $E_s = (s^*, e^*, p^*, i^*, r^*) = (\frac{\mu_1}{(\mu_2+\beta)}, \frac{\beta s}{(\mu_2+\alpha)}, \frac{\alpha e}{(\mu_2+\gamma)}, \frac{\gamma p}{(\mu_2+\varepsilon)}, \frac{\varepsilon i}{\mu_2})$ stabil asimtotik.

4.4 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar ini diperoleh dengan menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian yang dihitung pada titik ekuilibrium bebas penyakit.

Perhatikan Persamaan (4.3) berikut.

$$(-\mu_2 - \beta)(-\mu_2 - \alpha)(-\mu_2 - \gamma)(-\mu_2 - \varepsilon)(-\mu_2) = 0 \tag{4.3}$$

Maka dapat dicari nilai reproduksi dasar dari Persamaan (4.3) diperoleh dari bagian konstantanya sehingga diperoleh:

$$(-\mu_2-\beta)(-\mu_2-\alpha)(-\mu_2-\gamma)(-\mu_2-\varepsilon)(-\mu_2)=0$$

$$(\mu_2{}^5+\mu_2{}^4\varepsilon+\mu_2{}^4\gamma+\mu_2{}^3\gamma\varepsilon+\mu_2{}^4\alpha+\mu_2{}^3\alpha\varepsilon+\mu_2{}^3\alpha\gamma+\mu_2{}^2\alpha\gamma\varepsilon+$$
$$\mu_2{}^4\beta\ +\ \mu_2{}^3\beta\varepsilon+\mu_2{}^3\beta\gamma+\mu_2{}^2\beta\gamma\varepsilon+\mu_2{}^3\beta\alpha+\mu_2{}^2\beta\alpha\varepsilon+\mu_2{}^2\beta\alpha\gamma+$$
$$\mu_2\beta\alpha\gamma\varepsilon)=0$$

Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar R_0 nya sebagai berikut.

$$R_0=\mu_2\beta\alpha\gamma\varepsilon+(\beta\alpha\gamma+\beta\alpha\varepsilon+\beta\gamma\varepsilon+\alpha\gamma\varepsilon)\mu_2{}^2+(\beta\alpha+\beta\gamma+\beta\varepsilon+$$
$$\alpha\gamma+\alpha\varepsilon+\gamma\varepsilon)\,\mu_2{}^3+(\beta+\alpha+\gamma+\varepsilon)\mu_2{}^4+\mu_2{}^5 \qquad (4.4)$$

4.5 Simulasi Model

Simulasi ini dilakukan dengan meninjau keadaan endemik dan keadaan bebas penyakit kanker kulit, maka akan diberikan data pada Tabel 4.2 berikut.

Tabel 4. 3 Data Awal

Variabel	Nilai	Sumber
N	8819500	Jurnal [6]
S	8818990	Jurnal [6]
E	98	Asumsi
P	95	Asumsi
I	188	Jurnal [6]
R	129	Jurnal [6]

Sumber: Syafruddin Side, dkk (2021)

Parameter-parameter yang akan digunakan dalam model ini dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut.

Tabel 4. 4 Parameter Model SEPIR Pada Penyakit Kanker Kulit

Variabel	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3	Parameter 4
μ_1	0,083	0,083	0,083	0,083
μ_2	0,083	0,083	0,083	0,083
β	0,000022	0,000022	0,000022	0,000022
α	0,98	0,98	0,98	0,98
γ	0,97	0,97	0,97	0,97
ε	0,1	0,5	0,9	0,7

Sumber: Syafruddin Side, dkk(2021)

Kemudian, parameter yang diperoleh tersebut kemudian disubtitusikan ke Persamaan (4.2) sehingga diperoleh formulasi model SEPIR untuk kasus/masalah penyakit kanker kulit sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= \mu_1 - \mu_2 s - \beta s \\
\frac{de}{dt} &= \beta s - \mu_2 e - \alpha e \\
\frac{dp}{dt} &= \alpha e - \mu_2 p - \gamma p \\
\frac{di}{dt} &= \gamma p - \mu_2 i - \varepsilon i \\
\frac{dr}{dt} &= \varepsilon i - \mu_2 r
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Maka, dapat disubtitusi nilai parameternya menjadi:

$$\begin{aligned}
\frac{ds}{dt} &= 0{,}083 - 0{,}083s - 0{,}000022s \\
\frac{de}{dt} &= 0{,}000022s - 0{,}083e - 0{,}98e \\
\frac{dp}{dt} &= 0{,}98e - 0{,}083p - 0{,}97p \\
\frac{di}{dt} &= 0{,}97p - 0{,}083i - \varepsilon i \\
\frac{dr}{dt} &= \varepsilon i - 0{,}083r
\end{aligned}$$

Maka, dapat ditentukan nilai parameter nya dengan mensubtitusikan nilai setiap variabel di setiap parameternya pada Persamaan (4.4).

4.6 Keadaan Bebas Penyakit Kanker kulit

4.6.1 Parameter 1

$$R_0 = \mu_2\beta\alpha\gamma\varepsilon + (\beta\alpha\gamma + \beta\alpha\varepsilon + \beta\gamma\varepsilon + \alpha\gamma\varepsilon)\mu_2^2 + (\beta\alpha + \beta\gamma + \beta\varepsilon + \alpha\gamma + \alpha\varepsilon + \gamma\varepsilon)\mu_2^3 + (\beta + \alpha + \gamma + \varepsilon)\mu_2^4 + \mu_2^5$$

$$R_0 = ((0{,}083)(0{,}000022)(0{,}98)(0{,}97)(0{,}1) + ((0{,}000022)(0{,}98)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}98)(0{,}1) + (0{,}000022)(0{,}97)(0{,}1) + (0{,}98)(0{,}97)(0{,}1))(0{,}083)^2 + ((0{,}000022)(0{,}98) + (0{,}000022)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}1) + (0{,}98)(0.97) + (0{,}98)(0{,}1) + (0{,}97)(0{,}1))(0{,}083)^3 + ((0{,}000022) + (0{,}98) + (0{,}97) + (0{,}1))(0{,}083)^4 + (0{,}083)^5)$$

$$R_0 = 0{,}001314230881$$

Maka, R_0 pada parameter 1 adalah $0{,}001314230881 < 1$

4.6.2 Parameter 2

$$R_0 = \mu_2\beta\alpha\gamma\varepsilon + (\beta\alpha\gamma + \beta\alpha\varepsilon + \beta\gamma\varepsilon + \alpha\gamma\varepsilon)\mu_2^2 + (\beta\alpha + \beta\gamma + \beta\varepsilon + \alpha\gamma + \alpha\varepsilon + \gamma\varepsilon)\mu_2^3 + (\beta + \alpha + \gamma + \varepsilon)\mu_2^4 + \mu_2^5$$

$$R_0 = ((0{,}083)(0{,}000022)(0{,}98)(0{,}97)(0{,}5) + ((0{,}00022)(0{,}98)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}98)(0{,}5) + (0{,}000022)(0{,}97)(0{,}5) + (0{,}98)(0{,}97)(0{,}5))(0{,}083)^2 + ((0{,}000022)(0{,}98) + (0{,}000022)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}5) + (0{,}98)(0{,}97) + (0{,}98)(0{,}5) + (0{,}97)(0{,}5))(0{,}083)^3 + ((0{,}000022 + 0{,}98 + 0{,}97 + 0{,}5))0{,}083^4 + (0{,}083)^5)$$

$$R_0 = 0{,}004496778275443$$

Maka, R_0 pada parameter 2 adalah $0{,}004496778275443 < 1$

4.6.3 Parameter 3

$$R_0 = \mu_2\beta\alpha\gamma\varepsilon + (\beta\alpha\gamma + \beta\alpha\varepsilon + \beta\gamma\varepsilon + \alpha\gamma\varepsilon)\mu_2^2 + (\beta\alpha + \beta\gamma + \beta\varepsilon + \alpha\gamma + \alpha\varepsilon + \gamma\varepsilon)\mu_2^3 + (\beta + \alpha + \gamma + \varepsilon)\mu_2^4 + \mu_2^5$$

$$R_0 = ((0{,}083)(0{,}000022)(0{,}98)(0{,}97)(0{,}9) + ((0{,}00022)(0{,}98)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}98)(0{,}9) + (0{,}000022)(0{,}97)(0{,}9) + (0{,}98)(0{,}97)(0{,}9))(0{,}083)^2 + ((0{,}000022)(0{,}98) + (0{,}000022)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}9) + (0{,}98)(0{,}97) + (0{,}98)(0{,}9) + (0{,}97)(0{,}9))(0{,}083)^3 + ((0{,}000022 + 0{,}98 + 0{,}97 + 0{,}9))0{,}083^4 + (0{,}083)^5)$$

$$R_0 = 0{,}007582046389073$$

Maka, R_0 pada parameter 3 adalah $0{,}007582046389073 < 1$

4.6.4 Parameter 4

$$R_0 = \mu_2\beta\alpha\gamma\varepsilon + (\beta\alpha\gamma + \beta\alpha\varepsilon + \beta\gamma\varepsilon + \alpha\gamma\varepsilon)\mu_2^2 + (\beta\alpha + \beta\gamma + \beta\varepsilon + \alpha\gamma + \alpha\varepsilon + \gamma\varepsilon)\mu_2^3 + (\beta + \alpha + \gamma + \varepsilon)\mu_2^4 + \mu_2^5$$

$$R_0 = ((0{,}083)(0{,}000022)(0{,}98)(0{,}97)(0{,}7)+((0{,}00022)(0{,}98)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}98)(0{,}7) + (0{,}000022)(0{,}97)(0{,}7) + (0{,}98)(0{,}97)(0{,}7))(0{,}083)^2+((0{,}000022)(0{,}98) +$$

$(0{,}000022)(0{,}97) + (0{,}000022)(0{,}7) + (0{,}98)(0{,}97) + (0{,}98)(0{,}7) + (0{,}97)(0{,}7))(0{,}083)^3 + ((0{,}000022 + 0{,}98 + 0{,}97 + 0{,}7))0{,}083^4 + (0{,}083)^5)$

$R_0 = 0{,}006039412332243$

Maka, R_0 pada parameter 4 adalah $0{,}006039412332243 < 1$

Jadi, dari penjabaran tersebut ada 4 parameter dengan masing-masing nilai bilangan reproduksi dasar R_0 yaitu sebagai berikut.

Parameter 1 $\quad R_0 = 0{,}001314230881$

Parameter 2 $\quad R_0 = 0{,}004496778275443$

Parameter 3 $\quad R_0 = 0{,}007582046389073$

Parameter 4 $\quad R_0 = 0{,}006039412332243$

Karena parameter-parameter tersebut memiliki $R_0 < 1$, maka menurut Teorema 2 dapat diartikan bahwa endemik penyakit kanker kulit tidak akan terjadi dan lama kelamaan penyakit tersebut akan menghilang dari populasi.

4.7 Keadaan Endemik Penyakit Kanker Kulit

Untuk melihat keadaan endemik penyakit kanker kulit, akan dipilih nilai parameter $\alpha, \gamma > 1$ dan nilai parameter lainnya sama pada Tabel 4.3, yang mana setiap nilai parameternya diasumsikan pada Tabel 4.4 sebagai berikut.

Tabel 4.5 Parameter Model SEPIR Dalam Keadaan Endemik Penyakit Kanker Kulit

Variabel	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3	Parameter 4
μ_1	0,083	0,083	0,083	0,083
μ_2	0,083	0,083	0,083	0,083
β	0.000022	0.000022	0.000022	0.000022
α	500	500	500	500
γ	0.5	0.5	0.7	0.9
ε	0,1	0,5	0,9	0,7

Dengan cara yang sama dalam mencari nilai R_0 pada keadaan bebas penyakit maka diperoleh nilai R_0 untuk endemik penyakit nya sebagai berikut.

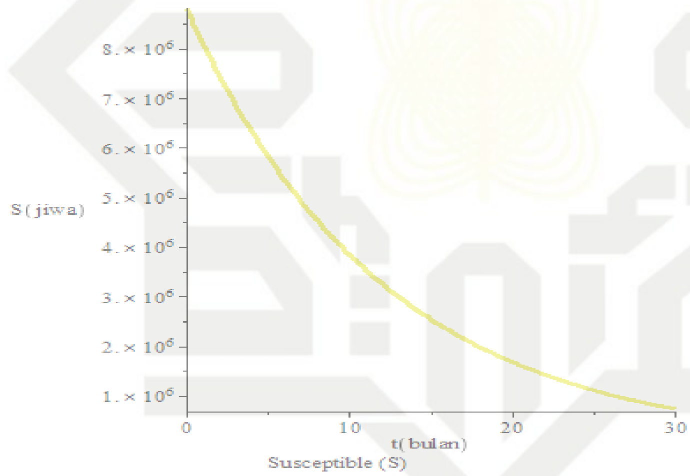
Parameter 1	$R_0 = 1{,}08$
Parameter 2	$R_0 = 4{,}02$
Parameter 3	$R_0 = 5{,}48$
Parameter 4	$R_0 = 6{,}95$

Diketahui nilai R_0 untuk parameter $\alpha > 1$ dan $\gamma < 1$ besar dari 1, maka menurut Teorema 2.2 dapat diartikan bahwasannya endemik penyakit kanker kulit telah terjadi pada populasi tersebut.

4.8 Simulasi Menggunakan Aplikasi Maple18 Untuk $R_0 < 1$

Dengan memperhatikan nilai parameter ε, dimana parameter ε ini menyatakan laju kesembuhan tiap individu yang terinfeksi karena adanya pengobatan. Maka akan dilakukan simulasi sebagai berikut.

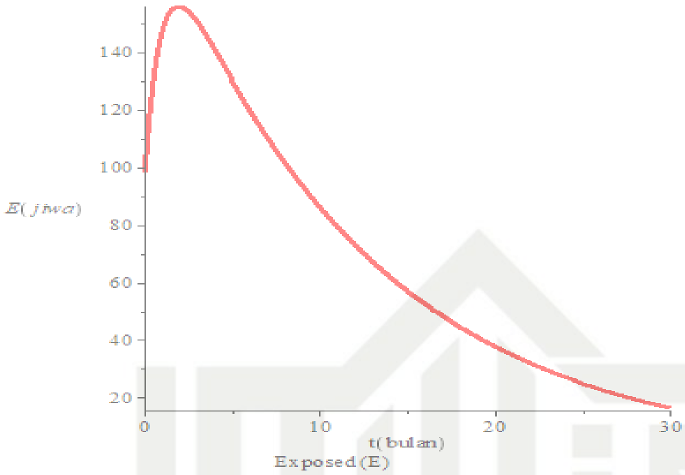
4.8.1 Simulasi Untuk Populasi *Susceptible*



Gambar 4.2 Simulasi Untuk Populasi *Susceptible* Dengan $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.9$ dan 0.7

Dari Gambar 4.2 dapat dijelaskan bahwasannya populasi atau jumlah individu rentan *(susceptible)* terhadap penyakit kanker kulit dengan laju kesembuhan $\varepsilon = 0.1$, 0.5, 0.9 dan 0.7 mengalami penurunan dari titik awalnya yaitu 8818990 jiwa pada bulan ke-0 dan menghilang pada bulan ke-30. Kemudian, pada populasi *susceptible* tersebut tidak dipengaruhi oleh parameter laju kesembuhan ε.

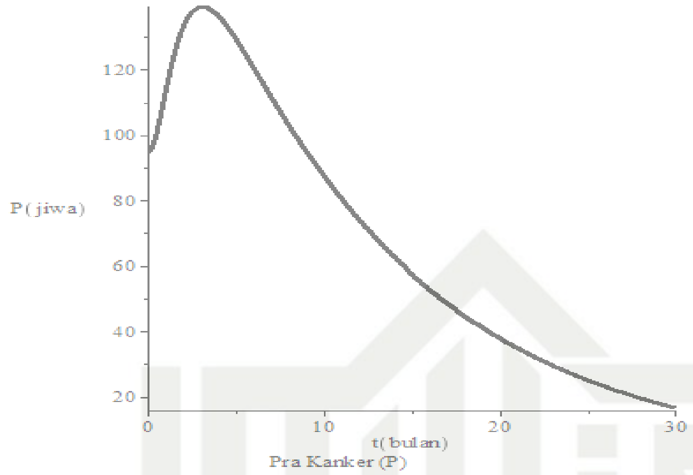
4.8.2 Simulasi Untuk Populasi *Exposed*



Gambar 4.3 Simulasi Untuk Populasi *Exposed* Dengan $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.9$ dan 0.7

Pada Gambar 4.3 dapat dilihat bahwasannya jumlah populasi individu yang menunjukkan gejala awal pada penyakit kanker kulit akibat paparan sinar ultraviolet tersebut *(exposed)* mengalami peningkatan dari bulan ke-0 nya yaitu 98 jiwa kemudian mengalami penurunan yang sangat drastis pada bulan ke-30. Kemudian, pada populasi tersebut laju kesembuhan ε tidak mempengaruhi.

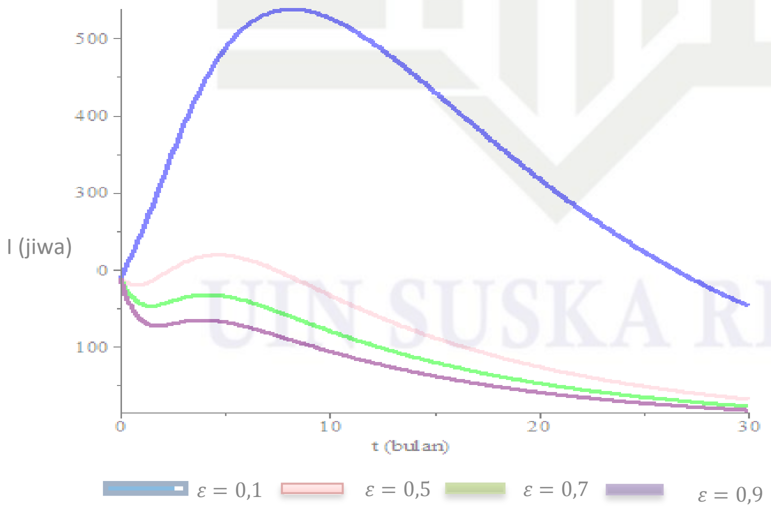
4.8.3 Simulasi Untuk Populasi Pra Kanker



Gambar 4.4 Simulasi Untuk Populasi Pra Kanker Dengan $\varepsilon = 0.1, 0.5, 0.9$ dan 0.7

Dapat dilihat pada Gambar 4.4 bahwasannya jumlah populasi pada individu yang telah mengalami gejala yang berat menuju pra kanker yang disebut Pra kanker (P) pada kanker kulit mengalami kenaikkan dari titik awalnya yaitu 95 jiwa dan kemudian mengalami penurunan pada bulan ke-30. Kemudian, pada populasi pra kanker tersebut tidak dipengaruhi oleh parameter laju kesembuhan ε.

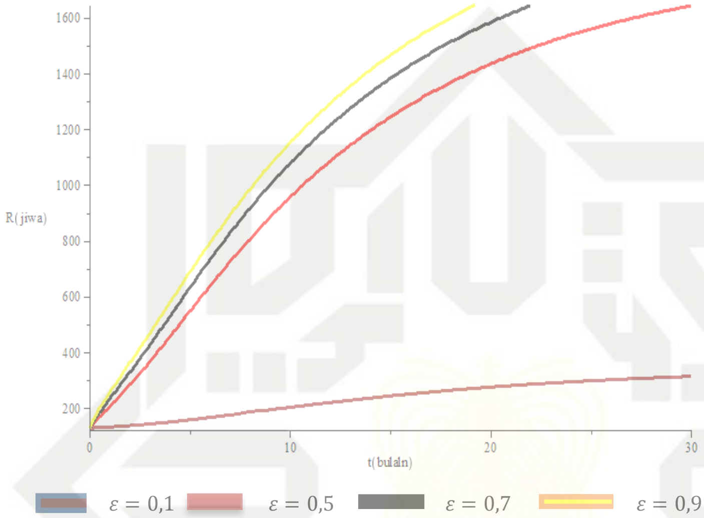
4.8.4 Simulasi Untuk Populasi *Infected*



Gambar 4.5 Simulasi Untuk Populasi *Infected*

Dapat dilihat pada Gambar 4.5 bahwasannya jumlah populasi individu yang sudah terinfeksi (*infected*) mengalami peningkatan dari bulan ke-0 dengan titik awalnya yaitu 188 jiwa dengan melihat masing-masing laju kesembuhannya ε yang mana semakin besar ε nya maka populasi terinfeksi semakin kecil.

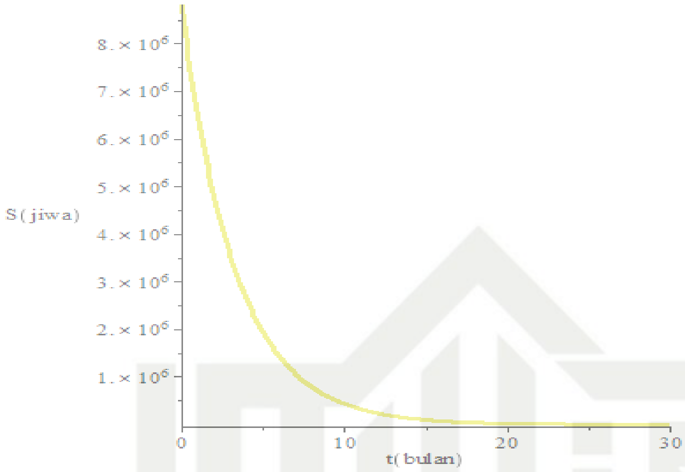
4.8.5 Simulasi Untuk Populasi *Recovered*



Gambar 4. 6 Simulasi Untuk Populasi *Recovered*

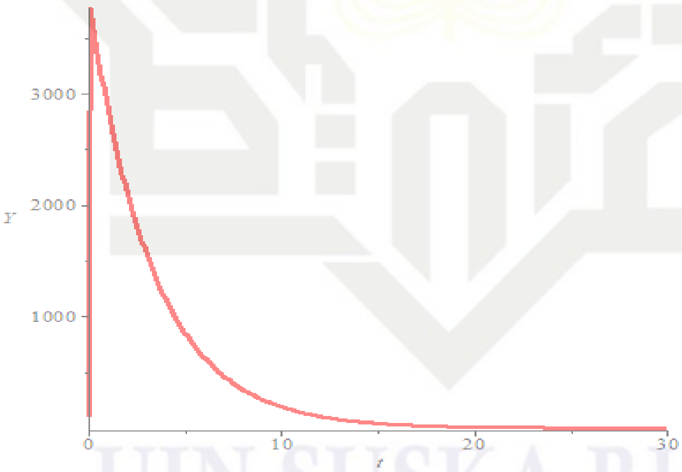
Dapat dilihat dari Gambar 4.6 bahwasannya populasi individu yang sudah sembuh *(recovered)* dari penyakit kanker kulit akibat paparan sinar ultraviolet ini mengalami peningkatan secara drastis dari bulan ke-0 hingga bulan ke-30 yaitu dengan titik awalnya 129 jiwa dengan masing-masing laju kesembuhannya ε. Maka semakin besar nilai laju kesembuhannya ε, maka semakin banyak pula populasi yang sembuh di wilayah tersebut.

4.9 Simulasi Menggunakan Aplikasi Maple18 Untuk $R_0 > 1$



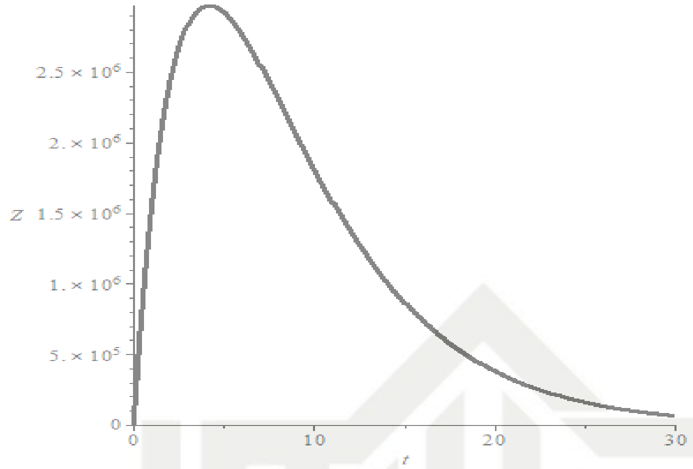
Gambar 4.7 Simulasi Untuk Populasi *Susceptible* Dengan $s = 0.1, 0,5, 0.7, 0.9$

Dapat dilihat pada Gambar 4.7 bahwasannya populasi yang rentan S dari setiap laju kesembuhannya mengalami peningkatan dari bulan ke-0 sampai bulan ke-30 populasi tersebut menurun. Pada populasi tersebut laju kesembuhan s tidak mempengaruhi pada penyebaran kanker kulit di populasi tersebut.



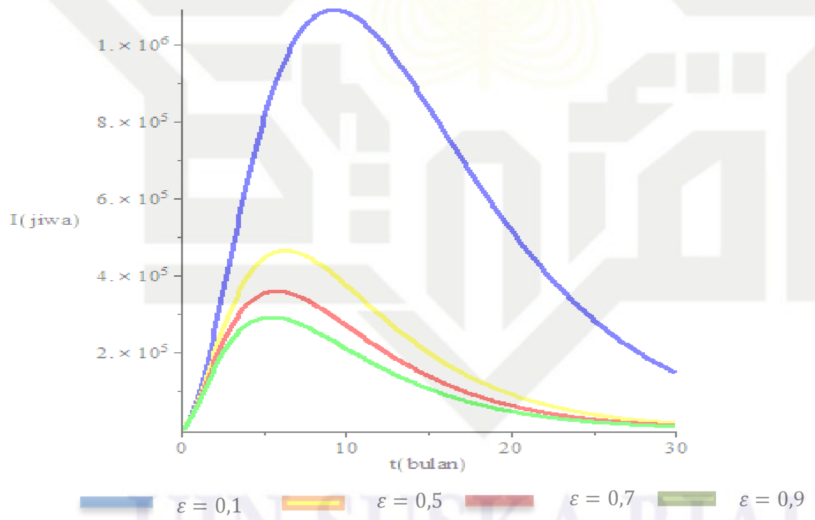
Gambar 4.8 Simulasi Untuk Populasi *Exposed* Dengan $s = 0.1, 0,5, 0.7, 0.9$

Dapat dilihat pada Gambar 4.8 bahwasannya setiap bulan populasi yang memiliki gejala awal E akan terus ada dan berkembang disetiap bulannya dan akan menghilang pada bulan ke-30. Pada populasi tersebut laju kesembuhan s tidak mempengaruhi pada penyebaran kanker kulit di populasi tersebut.



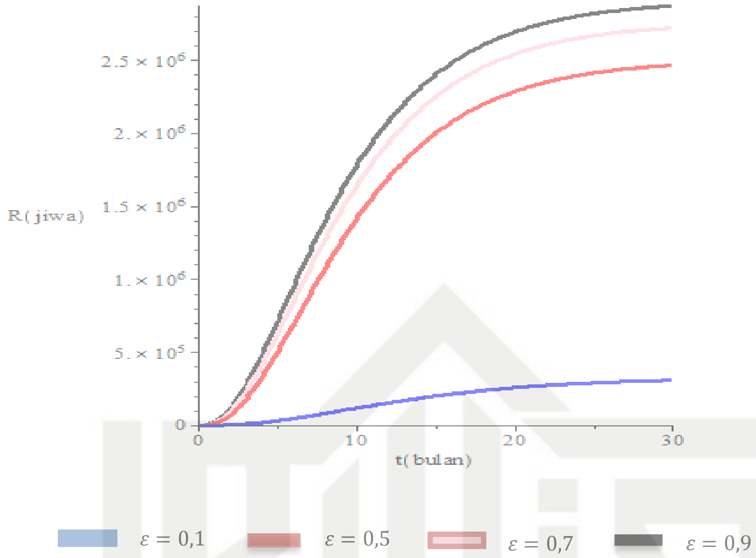
Gambar 4.9 Simulasi Untuk Populasi Pra Kanker Dengan s = 0. 1, 0, 5, 0. 7, 0. 9

Dapat dilihat dari Gambar 4.9 bahwasannya penyakit kanker kulit mewabah pada populasi Pra Kanker dengan peningkatan yang tinggi kemudian menurun pada bulan ke-30. Pada populasi tersebut laju kesembuhan s tidak mempengaruhi pada penyebaran kanker kulit di populasi tersebut.



Gambar 4.10 Simulasi Untuk Populasi *Infected*

Pada Gambar 4.10 dapat dilihat bahwasannya penyakit kanker kulit terus berkembang atau mewabah pada populasi yang terinfeksi penyakit tersebut dengan masing-masing laju kesembuhannya dan menghilang pada bulan ke-30.



Gambar 4. 11 Simulasi Untuk Populasi *Recovered*

Pada Gambar 4.11 dapat dilihat populasi yang sembuh dari penyakit kanker kulit terus meningkat dari bulan ke-0 sampai bulan ke-30, yang mana semakin besar nilai laju kesembuhannya s maka tingkat kesembuhan dari penyakit tersebut semakin besar.