

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

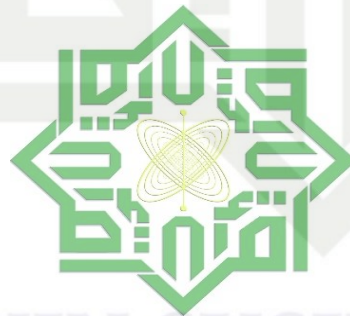
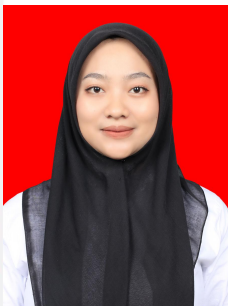
MODEL SVIR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI PADA POPULASI TERBUKA DENGAN PEMBERIAN VAKSIN

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

PUTRI GUSTIA WIDIANTI
12050426406



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2024

LEMBAR PERSETUJUAN

MODEL SVIR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI PADA POPULASI TERBUKA DENGAN PEMBERIAN VAKSIN

TUGAS AKHIR

oleh:

PUTRI GUSTIA WIDIANTI
12050426406

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 28 Juni 2024

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Irma Suryani, M.Sc.

NIP. 19850302 202321 2 003

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL SVIR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI PADA POPULASI TERBUKA DENGAN PEMBERIAN VAKSIN

TUGAS AKHIR

oleh:

PUTRI GUSTIA WIDIANTI
12050426406


Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 28 Juni 2024

Pekanbaru, 28 Juni 2024
Mengesahkan

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003



Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

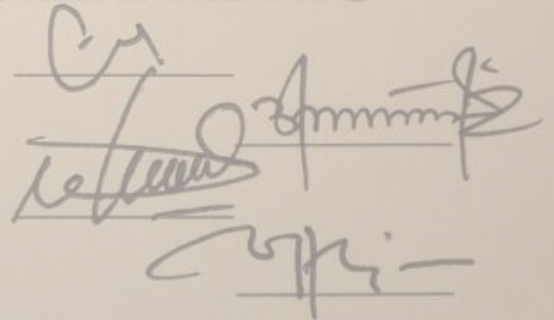
DEWAN PENGUJI

Ketua : Nilwan Andiraja, M.Sc.

Sekretaris : Irma Suryani, M.Sc.

Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.

Anggota II : Wartono, M.Sc.



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 28 Juni 2024
Yang membuat pernyataan,



PUTRI GUSTIA W
12050426406

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Al-Baqarah: 286 “ Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan batas kemampuannya. Dia mendapatkan (pahala) dari (kebajikan) yang dikerjakannya dan mendapat (siksa) dari (kejahatan) yang diperbuatnya.”

Tiada lembar yang paling indah dalam skripsi ini kecuali lembar persembahan. Dengan mengucapkan syukur atas Rahmat dari Allah SWT dan ucapan terimakasih, skripsi ini saya persembahkan untuk:

Pertama untuk pintu surgaku Ibunda Almh. Nur Asni, yang paling saya rindukan, banyak hal yang menyakitkan saya lalui tanpa adanya sosok ibu babak belur dihajar kenyataan yang terkadang tidak sejalan. Rasa iri dan rindu yang sering kali tertampar realita. Tapi itu semua tidak mengurangi rasa bangga dan terimakasih atas kehidupan dan kebahagiaan yang ibu berikan. Perhatian, kasih sayang dan cinta yang paling besar untuk anak perempuan satu-satunya ini. Engkaulah sosok yang selalu aku rindukan bu. Al-fatihah.

Untuk cinta pertamaku, Ayahanda M. Rais. Lelaki hebat yang selalu menjadi penyemangat sebagai sandaran terkuat dari keras kehidupan. Yang tiada henti memberikan kasih sayang dengan penuh cinta. Terimakasih sudah berjuang untuk kehidupan saya, berkat do'a dan dukungan ayah saya sampai dititik ini. Sehatlah selalu dan hiduplah lebih lama lagi. Ayah harus selalu ada dalam setiap perjalanan dan pencapaian saya, *I love you more than everything.*

Selanjutnya, Saudara laki-laki satu-satunya Sandra Wahyudi, SE dan Kakak Desti sustania, S.Km serta Shabira Labiba yang selalu memberikan dukungan yang tiada henti, Ibunda Sahara Hsb, Aulia Malika, Maritsa Lakeisha dan cinta yang tiada henti memberikan dukungan, motivasi dan semangat serta kasih sayang kepada Penulis dan Indika Bobi Pratama seseorang yang terkasih dan begitu berarti yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis serta sahabat seperjuangan Desma Yunita dan Thessa Rahma donita yang tiada henti memberikan semangat serta do'a kepada penulis.

MODEL *SVIR* PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI PADA POPULASI TERBUKA DENGAN PEMBERIAN VAKSIN

PUTRI GUSTIA WIDIANTI
NIM: 12050426406

Tanggal Sidang : 28 Juni 2024
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Difteri merupakan penyakit infeksi akut yang disebabkan oleh *corynebacterium diphtheria* yang menyerang saluran pernafasan. Penelitian ini menjelaskan model matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin. Populasi dibagi menjadi empat subpopulasi, yaitu rentan terinfeksi difteri, terinfeksi difteri, vaksinasi dan individu yang sembuh dari difteri. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana bentuk model matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin serta mengetahui bagaimana titik ekuilibrium, analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar dan mengetahui bagaimana simulasi numerik yang dihasilkan pada penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin. Berdasarkan analisis model terdapat satu titik ekuilibrium bebas penyakit difteri dan satu titik ekuilibrium endemik penyakit difteri serta bilangan reproduksi dasar R_0 . Hasil uji kestabilan titik ekuilibrium menggunakan nilai eigen diperoleh bahwa jika $R_0 < 1$, maka titik ekuilibrium bebas penyakit difteri stabil asimtotik. Sedangkan, jika $R_0 > 1$, maka titik ekuilibrium endemik penyakit difteri stabil asimtotik.

Kata Kunci : Bilangan reproduksi dasar, model *SVIR* Difteri, nilai eigen, titik ekuilibrium.

SVIR MODEL OF THE SPREAD OF DIPHTHERIA DISEASE IN AN OPEN POPULATION WITH VACCINE ADMINISTRATION

PUTRI GUSTIA WIDIANTI
NIM: 12050426406

Date of Final Exam : 28 June 2024
Date of Graduation :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

Diphtheria is an acute infectious disease caused by Corynebacterium diphtheria which attacks the respiratory tract. This research explains a mathematical model of the spread of diphtheria in an open population with vaccination. The population is divided into four subpopulations, namely susceptible to diphtheria infection, infected with diphtheria, vaccinated and individuals who have recovered from diphtheria. This research aims to find out what the mathematical model for the spread of diphtheria in an open population is like by administering a vaccine, as well as finding out what the equilibrium point is, analyzing the stability of the basic reproduction number and finding out how numerical simulations are produced on the spread of diphtheria in an open population by giving a vaccine. Based on model analysis, there is one equilibrium point free from diphtheria disease and one equilibrium point endemic to diphtheria disease as well as the basic reproduction number R_0 . The results of the equilibrium point stability test using eigenvalue show that if $R_0 < 1$, then the equilibrium point free from diphtheria is asymptotically stable. Meanwhile, if $R > 1$ then the endemic equilibrium point for diphtheria is asymptotically stable.

Keywords : Basic reproduction ratio, eigen values, equilibrium point, SVIR Diphtheria model.

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Diindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Ahamdulillahirabbil'alamiin. Segala puji dan Syukur penulis ucapkan kepada Allah *subhanahu wa Ta'ala* yang telah memberikan Rahmat Kesehatan dan keselamatan sehingga penulis dapat diberi kemudahan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat dan salam juga selalu tercurah kepada Nabi Muhammad *sallallahu'alaihi wasallam*, semoga kelak diakhirat seluruh umatnya mendapat syafa'at dari beliau.

Selama melaksanakan proses penulisan Tugas akhir ini, penulis mendapatkan bimbingan, arahan, masukan, nasehat dan lain sebagainya dari berbagai pihak hingga akhir penyusunan tugas akhir penelitian ini. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan sekaligus Dosen penguji 2.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan sekaligus Ketua Sidang.
5. Ibu Irma Suryani, M.Sc. selaku Dosen Pembimbing sekaligus Dosen Penasehat Akademik yang telah memberikan petunjuk serta arahan kepada penulis dari awal proses penulisan skripsi ini hingga selesai.
6. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc. selaku Dosen penguji 1 yang telah memberikan arahan dan petunjuk kepada penulis.
7. Seluruh dosen beserta staff-staff Program Studi Matematika.
8. Seluruh karyawan dan karyawan yang ada di Bidang Kepegawaian dan

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Umum yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semua pihak yang telah memberikan bantuan serta arahan dari awal hingga selesai laporan ini yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulisan skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan karena keterbatasan yang dimiliki, untuk itu penulis mengharapkan adanya kritik dan saran yang membangun agar penulisan lebih baik dimasa yang akan datang. Akhir kata penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi rekan-rekan mahasiswa-mahasiswi dan pembaca, sekaligus dapat menambah ilmu pengetahuan.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 28 Juni 2024

PUTRI GUSTIA WIDIANTI
12050426406

UIN SUSKA RIAU

DAFTAR ISI

| | |
|--|------------------------------|
| LEMBAR PERSETUJUAN | Error! Bookmark not defined. |
| LEMBAR PENGESAHAN | Error! Bookmark not defined. |
| LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL | iii |
| LEMBAR PERNYATAAN | v |
| LEMBAR PERSEMBAHAN | vi |
| ABSTRAK | vii |
| ABSTRACT | viii |
| KATA PENGANTAR..... | ix |
| DAFTAR ISI..... | x |
| DAFTAR SIMBOL | xii |
| DAFTAR GAMBAR..... | xiii |
| DAFTAR TABEL..... | xiv |
| DAFTAR SINGKATAN..... | xv |
| DAFTAR LAMPIRAN | xvi |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang..... | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah..... | 4 |
| 1.3 Batasan Masalah | 4 |
| 1.4 Tujuan Masalah | 4 |
| 1.5 Manfaat Penelitian | 4 |
| 1.6 Sistematika Penulisan | 5 |
| BAB II LANDASAN TEORI | 6 |
| 2.1 Diferensial..... | 6 |
| 2.2 Model SIR..... | 7 |
| 2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen..... | 8 |
| 2.4 Persamaan Diferensial | 9 |
| 2.5 Sistem Persamaan Diferensial | 10 |
| 2.6 Bilangan Reproduksi Dasar | 11 |
| 2.7 Titik Ekuilibrium | 12 |

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

| | |
|--|-----------|
| BAB III METODE PENELITIAN..... | 17 |
| BAB IV PEMBAHASAN..... | 19 |
| 4.1 Asumsi Model..... | 19 |
| 4.2 Model Matematika Penyakit Difteri | 19 |
| 4.3 Titik Ekuilibrium | 20 |
| 4.3.1 Titik ekuilibrium Bebas Penyakit | 20 |
| 4.4.2 Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit | 21 |
| 4.5 Bilangan Reproduksi Dasar | 23 |
| 4.6 Analisis Kestabilan | 24 |
| 4.6.1 Analisis kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit | 24 |
| 4.6.1 Analisis kestabilan titik ekuilibrium endemik penyakit.. | 26 |
| 4.7 Simulasi Model..... | 27 |
| 4.6.1 Simulasi model titik ekuilibrium bebas penyakit..... | 27 |
| 4.6.1 Simulasi model titik ekuilibrium endemik penyakit..... | 29 |
| BAB V PENUTUP | 32 |
| 5.1 Kesimpulan..... | 32 |
| 5.2 Saran | 33 |
| DAFTAR PUSTAKA | 33 |
| Lampiran 1 Sintak Codingan..... | 35 |
| DAFTAR RIWAYAT HIDUP | 38 |

DAFTAR SIMBOL

| | |
|---------------------------|---|
| Λ (Capital Lamda) | : Laju <i>recruitment</i> pada kelas <i>susceptible</i> |
| β (Beta) | : Laju kontak individu yang terinfeksi |
| γ (Gamma) | : Laju individu yang sembuh |
| α (Alpha) | : Laju individu yang divaksin |
| θ (Theta) | : Laju kegagalan vaksin |
| μ (Mu) | : Laju emigrasi |

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



UIN SUSKA RIAU

DAFTAR GAMBAR

| | |
|--|----|
| Gambar 2.1 Diagram Kompartmen Model <i>SIR</i> | 8 |
| Gambar 4.1 Diagram Kompartmen Model <i>SVIR</i> | 19 |
| Gambar 4.2 Simulasi Bebas Penyakit Populasi <i>Susceptible</i> | 28 |
| Gambar 4.3 Simulasi Bebas Penyakit Populasi <i>Vaccinated</i> | 28 |
| Gambar 4.4 Simulasi Bebas Penyakit Populasi <i>Infected</i> | 28 |
| Gambar 4.5 Simulasi Bebas Penyakit Populasi <i>Recovered</i> | 29 |
| Gambar 4.6 Simulasi Endemik Penyakit Populasi <i>Susceptible</i> | 30 |
| Gambar 4.7 Simulasi Endemik Penyakit Populasi <i>Vaccinated</i> | 30 |
| Gambar 4.8 Simulasi Endemik Penyakit Populasi <i>Infected</i> | 31 |
| Gambar 4.9 Simulasi Endemik Penyakit Populasi <i>Recovered</i> | 31 |

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

| | |
|--|----|
| Tabel 4.1 Nilai Parameter titik ekuilibrium bebas penyakit | 27 |
| Tabel 4.2 Nilai parameter titik ekuilibrium endemik penyakit | 29 |



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SINGKATAN

| | |
|-------|---|
| WHO | : <i>World Health Organization</i> |
| SIR | : <i>Susceptible Infected Recovered</i> |
| SEIR | : <i>Susceptible Exposed Infected Recovered</i> |
| SIQR | : <i>Susceptible Infected Quarantined Recovered</i> |
| MSEIR | : <i>Maternal Antibodies Susceptible Exposed Infected Recovered</i> |
| SVIR | : <i>Susceptible Vaccinated Infected Recovered</i> |
| DBD | : Demam Berdarah Dengue |

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR LAMPIRAN

| | |
|---------------------------------|----|
| Lampiran 1 Program Matlab | 35 |
|---------------------------------|----|



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Difteri merupakan penyakit infeksi akut yang disebabkan oleh *corynebacterium diphtheria* suatu bakteri Gram positif faktulatif anaerob. Penyakit ini ditandai dengan sakit pada tenggorokan, demam, malaise dan pada pemeriksaan ditemukan pseudomembran pada tonsil, faring, laring dan rongga hidung. Difteri ditularkan melalui kontak langsung dengan penderita. Pada keadaan yang lebih berat penderita difteri dapat ditandai dengan kesulitan saat hendak menelan, sesak nafas, suara mendengkur, pembengkakan pada leher bahkan dapat menyebabkan kematian. Kematian biasanya disebabkan oleh tersumbatnya jalan nafas, terjadinya kerusakan otot jantung serta terdapat kelainan susunan saraf pusat dan ginjal[1].

Badan kesehatan dunia (*World Health Organization*) menyatakan bahwa pada tahun 2011 untuk kasus penyebaran difteri di Indonesia berada pada urutan tertinggi ke-dua se-Asia, tercatat bahwa jumlah kasus difteri mencapai angka 806 kasus. Jumlah ini meningkat dari tahun 2010 dimana pada saat itu Indonesia juga merupakan negara tertinggi kedua dengan 385 kasus, yang berarti bahwa penyakit difteri sudah menjadi masalah serius di Indonesia[2].

Berdasarkan data dari *WHO*, penyakit difteri dapat mengancam masalah kesehatan manusia. Maka dari itu, masalah penyebaran penyakit difteri harus lebih diperhatikan terlebih dikalangan lingkungan hidup, karena sumber penularan utama dari penyakit ini adalah dari lingkungan hidup seperti ruang lingkup pertemanan, rekan kerja bahkan keluarga. Salah satu cara untuk menekan laju penularan dari penyakit difteri dengan melakukan pemberian vaksin terhadap tubuh manusia. Dengan adanya vaksin maka akan berkurang para penderita yang terkena penyakit difteri[3].

Langkah yang paling ampuh untuk mencegah penyebaran penyakit difteri adalah melakukan program vaksinasi. Pemberian vaksin yang

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

berfungsi untuk meningkatkan daya tubuh seseorang terhadap penyakit, sehingga pada saat terpapar individu tersebut akan kebal atau hanya akan merasakan gejala ringan dan tidak bisa menularkan penyakit kepada individu lain. Pemberian vaksin dilakukan sebelum individu terinfeksi penyakit untuk memberikan perlindungan di masa yang akan datang[4].

Mengingat pentingnya pengetahuan yang lebih terhadap penyakit ini, maka diperlukan model matematika yang dapat membantu dalam memprediksi dan mengendalikan penyebaran penyakit difteri. Pemodelan yang dimaksud adalah *SIR* (*susceptible, infected, recovered*). Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Bentuk umum dari model ini disajikan dalam bentuk persamaan diferensial. Pada model *SIR*, populasi dibagi atas tiga kelompok, yaitu kelompok individu yang sehat namun rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*), kelompok individu yang terinfeksi penyakit (*infected*) dan kelompok individu yang telah sembuh dan kebal terhadap penyakit (*recovered*)[4].

Penelitian tentang penyebaran penyakit difteri sudah pernah dilakukan oleh Wulandari[5] pada penyebaran penyakit difteri dengan model *SIR* (*susceptible, infected, recovered*) dalam bentuk populasi yang tertutup menghasilkan bilangan reproduksi dasar yang besar dari satu berarti bahwa setiap individu yang terinfeksi dapat menularkan penyakit kepada lebih dari satu penderita baru sehingga penyebaran penyakit meluas[5]. Selanjutnya, I. Suryani. juga melakukan penelitian mengenai analisis kestabilan penyakit difteri dengan model *MSEIR* (*maternal antibodies, susceptible, exposed, infected* dan *recovered*) dengan *saturated insidece rate* menghasilkan titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal yang berarti bahwa untuk waktu yang cukup lama penyakit difteri akan punah dan titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik lokal yang berarti bahwa untuk waktu yang cukup lama penyakit difteri akan tetap ada di dalam populasi[6]. K. Putra Melakukan penelitian juga mengenai penyebaran penyakit difteri dengan model *SIQR* (*susceptible, infected, quarantined, dan recovered*) menghasilkan dua titik ekuilibrium dengan melakukan simulasi menunjukkan

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

bahwa pemberian vaksin merupakan cara yang efektif dalam pencegahan penyakit penyakit difteri[7] dan P. Utami juga melakukan penelitian mengenai pemodelan pengaruh vaksinasi terhadap penyebaran penyakit DBD, pada penelitian ini P. Utami menghasilkan bentuk model dengan dua titik ekuilibrium dan pengaruh vaksin terhadap penyebaran penyakit sepenuhnya ditentukan oleh bilangan reproduksi dasarnya[8].

Berdasarkan beberapa penelitian diatas, pada penelitian ini akan ditambahkan kelompok individu yang diberi vaksin dengan populasi terbuka. Pemberian vaksin dianggap berpengaruh terhadap penyebaran penyakit difteri dan banyaknya hasil dari penyebaran penyakit difteri, penggunaan model ini tentunya berpengaruh juga terhadap populasinya, disini penulis menggunakan populasi terbuka dimana terdapat imigrasi ataupun perpindahan individu dari suatu tempat ke tempat yang lain. Tentu akan mempengaruhi jumlah individu yang tertular ataupun yang menularkan. Sehingga model yang digunakan pada penelitian ini adalah *SVIR* (*susceptible, vaccinated, infected, and Recovered*) yang merupakan pengemabangan dari model penelitian sebelumnya milik Wulandari yang hanya terdapat tiga kelompok indivu yaitu *SIR* (*susceptible, infected, recovered*).

Maka pada penelitian kali ini penulis tertarik ingin mencoba melakukan penelitian dengan judul “**Model SVIR Penyebaran Penyakit Difteri pada Populasi Terbuka dengan Pemberian Vaksin**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dapat ditentukan rumusan masalah pada penelitian ini yaitu untuk mengetahui bagaimana bentuk model matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin serta megetahui bagaimana titik ekuiliberium, analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar dan mengetahui bagaimana simulasi numerik yang dihasilkan pada penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Untuk mencegah permasalahan yang dibahas meluas maka penelitian hanya membahas mengenai pemodelan matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan adanya pemberian vaksin.

1.4 Tujuan penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, maka dapat ditentukan tujuan penelitian ini yaitu untuk mengetahui bagaimana bentuk model matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin serta mengetahui bagaimana titik ekuilibrium, analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar dan mengetahui bagaimana simulasi numerik yang dihasilkan pada penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin.

1.5 Manfaat penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat membantu pihak pemerintah ataupun pihak-pihak yang bergerak dibidang kesehatan untuk mencegah penyebaran penyakit difteri semakin meluas dan apakah berpengaruh atau tidak dengan adanya pemberian vaksin. Penelitian ini juga diharapkan dapat menambah ilmu pengetahuan mengenai perkembangan model matematika penyebaran penyakit dan dapat digunakan sebagai referensi untuk pembelajaran ataupun penelitian selanjutnya.

1.6 Sistematika penulisan

Sistematika penulisan laporan tugas akhir ini terdapat pokok-pokok permasalahan yang diuraikan menjadi beberapa bagian bagian yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi Tugas akhir yang meliputi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penelitian.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisikan semua teori yang akan dijadikan sebagai landasan teori untuk pengembangan penulisan Tugas Akhir ini.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tahapan-tahapan yang dilakukan oleh penulis untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang tahapan-tahapan dilakukan oleh penulis untuk mendapatkan hasil seperti yang disampaikan pada rumusan masalah.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian yang dilakukan oleh penulis.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Defenisi difteri

Difteri merupakan penyakit infeksi akut yang disebabkan oleh *corynebacterium diphtheria* suatu bakteri Gram positif faktulatif anaerob. Penyakit ini ditandai dengan sakit tenggorokan, demam, malaise dan pada pemeriksaan ditemukan pseudomembran pada tonsil, faring, laring dan rongga hidung. Difteri ditularkan melalui kontak langsung dengan penderita. Untuk mengetahui penderita sudah terinfeksi difteri dapat diketahui dengan melihat tanda-tanda ataupun gejala yang dialami[9]. Berikut gejala dan tanda-tanda penderita difteri:

- a. Mengalami infeksi pada faring, laring, trakea atau kombinasinya
- b. Muncul selaput bewarna putih keabu-abuan(pseudomembran) yang tidak mudah lepas pada tenggorokan, amandel, rongga mulut atau hidung
- c. Mengalami pembengkakan pada kelenjar limfa di leher(*bullneck*)
- d. Mengalami demam tinggi
- e. Mengeluarkan bunyi saat hendak menarik nafas serta kesulitan saat bernafas.

Masa penularan difteri dari penderita yang menunjukkan gejala adalah dua sampai dengan empat minggu. Bagi penderita yang menerima pengobatan dengan antibiotik massa menularnya hanya satu sampai dengan dua minggu. Namun pada penderita yang terinfeksi difteri tetapi tidak mengalami gejala masa penularannya bisa mencapai enam bulan. Biasanya orang yang lingkungannya dekat dengan penderita difteri biasanya sangat rentan tertular penyakit ini seperti keluarga, teman dekat, teman sekolah ataupun rekan kerja. Penularaan penyakit ini bisa terjadi saat penderita batuk ataupun bersin. Selain itu, debu dan muntahan juga bisa menjadi sumber penularan[9].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Salah satu faktor yang mempengaruhi terjadinya penyakit difteri adalah status imunisasi. Jika pemberian vaksin ini tidak optimal maka proses pembentukan kekebalan tubuh akan rentan terhadap penyakit difteri.

Kegagalan tersebut disebabkan oleh beberapa hal yaitu:

- a. Dosis vaksin yang diberikan kurang tepat
- b. Masa berlaku vaksin yang diberikan sudah melewati tanggal yang seharusnya vaksin tersebut digunakan
- c. Metode penyimpanan vaksin yang mempengaruhi potensi vaksin

Vaksin yang digunakan untuk menekan lajunya pertumbuhan difteri adalah toxoid difteri yang diperkenalkan pada tahun 1940an, dengan adanya pemberian vaksin ini tercatat pada tahun 1980-2000 total kasus difteri menurun hingga 90% [10].

2.2 Model SIR

Model matematika adalah salah satu teknik untuk mempresentasikan suatu sistem yang kompleks kedalam model matematika. Dengan kata lain, pemodelan matematika merupakan suatu konstruksi matematis yang didesain untuk mempelajari fenomena tertentu di dunia nyata [11].

Model *SIR* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1927 oleh Kermack dan McKendrick. Model ini berbentuk sistem autonom persamaan diferensial. Terdapat dua jenis model *SIR* yaitu model epidemik *SIR* dan endemik *SIR*. Pada model epidemik *SIR* digunakan untuk menggambarkan penyebaran suatu penyakit yang bersifat epidemik sedangkan pada model endemik *SIR* juga digunakan untuk mengetahui penggambaran penyebaran penyakit yang bersifat endemik. Model *SIR* sudah dikembangkan oleh beberapa ilmuwan yang memiliki ketertarikan terhadap model ini untuk mempelajari bagaimana penyebaran penyakit pada kasus-kasus tertentu [5].

Model *SIR* merupakan model matematika yang menggambarkan dinamika penyebaran pada suatu penyakit menular. Pada model ini, populasi manusia dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu:

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Jumlah individu yang rentan(*Susceptible*)
2. Jumlah kelompok individu yang terinfeksi(*Infective*)
3. Jumlah individu yang sembuh(*Recovered*)



Gambar 2.1 Kompartemen model SIR

Sehingga diperoleh untuk model *SIR* sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI,$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I,$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I.$$

Parameter-parameter yang digunakan adalah:

β : laju transisi individu yang rentan ke individu yang terinfeksi

γ : laju transisi individu terinfeksi ke individu sembuh

2.3 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Nilai eigen merupakan nilai karakteristik suatu matriks yang menggambarkan matriks tersebut dalam perkalian dengan suatu vektor.

Definisi 2.1

Jika adalah matriks $n \times n$, maka vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen dari A jika Ax sama dengan perkalian suatu skalar λ dari x [12], itu adalah

$$Ax = \lambda x \tag{2.1}$$

Untuk beberapa skalar λ . Skalar disebut dengan nilai eigen dari A , dan x dikatakan sebagai vektor eigen yang bersesuaian dengan λ .

Untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks A , perhatikan Persamaan (2.1) maka dapat dituliskan sebagai berikut:

$$(\lambda I - A)x = 0 \tag{2.2}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan I merupakan matriks identitas. Untuk mendapatkan nilai eigen dari A . Persamaan (2.2) harus memiliki solusi tak nol untuk x jika dan hanya jika

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (2.3)$$

sehingga Persamaan (2.3) disebut persamaan karakteristik dari matriks A . Ketika $\det(\lambda I - A) = 0$ ketika diperluas, maka persamaan karakteristik A akan membentuk Persamaan berikut:

$$\lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \dots + c_n = 0 \quad (2.4)$$

dari Persamaan (2.4) pada ruas kiri merupakan polinomial berderajat n dengan koefisien dari λ^n adalah 1. Polinomial ini disebut sebagai polinomial karakteristik dari A sebagai berikut:

$$p(\lambda) = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \dots + c_n \quad (2.5)$$

2.4 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan suatu persamaan yang memuat turunan yang terdiri dari satu atau lebih variabel dependen terhadap satu atau lebih variabel independen[13].

2.4.1 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa adalah suatu persamaan yang memuat turunan atas satu atau lebih variabel dependen terhadap satu variabel independen[14].

Contoh 2.1

$$\frac{dy}{dx} = x + 10$$

Berdasarkan orde dari suatu persamaan diferensial, PDB dibagi menjadi dua yaitu:

- a. PDB orde satu

Yaitu persamaan diferensial biasa dengan orde (turunan tingkat tertinggi) yang muncul pada persamaan adalah satu.

Contoh 2.2

$$x \frac{dy}{dx} - y^2 = 0$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- b. PDB orde tinggi
Yaitu PDB dengan orde (turunan tingkat tertinggi) yang muncul pada persamaan lebih dari satu.

Contoh 2.3

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 4\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

2.5 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial merupakan kumpulan dari dua atau lebih dari persamaan diferensial. Secara matematis dapat dibentuk sistem persamaan diferensial, sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t),$$

dengan

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}, \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \begin{pmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

dengan x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel tak bebas dan merupakan variabel bebas. Jika pada $f(x, t)$, variabel t tidak dinyatakan secara eksplisit, maka pada Sistem Persamaan (2.1) disebut dengan sistem otonomus dan dapat ditulis dengan

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

dengan

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n). \end{pmatrix}$$

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sistem persamaan diferensial diklasifikasikan menjadi dua, yaitu:

1. Persamaan diferensial linear

Contoh 2.5

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 16y = 0$$

2. Persamaan diferensial nonlinear

Contoh 2.6

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \sin y = 0$$

2.6 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi adalah jumlah infeksi baru yang dihasilkan dari satu individu yang terinfeksi pada suatu populasi. Bilangan reproduksi dasar dinotasikan dengan R_0 . Bilangan reproduksi dasar juga dikenal dengan istilah nilai ambang batas epidemik.

$$R_0 = 2$$

Berarti bahwa satu individu yang terinfeksi dapat menghasilkan atau menularkan 2 individu yang baru terinfeksi

Konsep dasar bilangan reproduksi sebagai berikut:

- a. Jika $R_0 < 1$, berarti bahwa jumlah individu yang terinfeksi akan menurun pada setiap generasi selanjutnya dan penyakit akan menghilang.
- b. Jika $R_0 > 1$, berarti bahwa jumlah individu yang terinfeksi akan meningkat pada setiap generasi, sehingga penyakit juga akan meningkat dan mewabah.

Bilangan reproduksi dasar atau yang biasa disebut dengan nilai ambang batas epidemik dapat ditentukan dengan matriks *Next Generation* yang dikonstruksikan dari kelompok individu yang terpapar ataupun yang terinfeksi[16].

Untuk menentukan bilangan reproduksi dasar maka dapat dilakukan dengan mengikuti langkah-langkah berikut ini:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Misalkan n adalah jumlah kelompok individu yang terinfeksi dalam sebuah populasi dan $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah mungkin kelas yang terinfeksi dari individu. Dengan linearisasi disekitar titik bebas penyakit, maka diperoleh persamaan.

$$\frac{dx}{dt} = (T - U)x, \quad (2.6)$$

dengan T matriks transmisi infeksi baru dalam populasi U matriks transisi perpindahan individu antar kelompok individu.

2. *The Next Generation* matriks diperoleh dengan formula

$$K = TU^{-1}$$

Bilangan reproduksi dasar merupakan nilai eigen terbesar (*radius spektral*) dari matriks K .

2.7 Titik Kesetimbangan (titik ekuilibrium)

Suatu sistem persamaan diferensial dikatakan setimbang jika persamaan tersebut tidak mengalami perubahan konstan. Pada model ini, terdapat dua titik ekuilibrium pada model matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit. Titik ekuilibrium bebas penyakit merupakan dimana kondisi tidak ada lagi penyakit yang menyerang, dengan kata lain tidak ada lagi yang terinfeksi penyakit difteri dan titik ekuilibrium endemik penyakit merupakan keadaan dimana penyakit selalu ada dimasyarakat dengan kata lain akan selalu ada Masyarakat yang terserang penyakit.

Analisis kestabilan dilakukan untuk mengetahui bagaimana informasi yang menggambarkan perilaku sistem pada titik ekuilibrium. Keadaan setimbang tersebut dikatakan stabil jika solusi yang dekat dengan titik ekuilibrium menuju titik ekuilibrium tersebut. Berikut ini diberikan definisi tentang titik ekuilibrium dan kestabilannya:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Definisi 2.2 [13] Titik $\bar{x} \in R^n$ merupakan titik ekuilibrium jika $f(\bar{x}) = 0$

Contoh 2.7

Diberikan Sistem Persamaan diferensial yaitu:

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1x_2 + x_1 \\ x_1^2 + x_2 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Tentukan titik ekuilibrium dari sistem persamaan diferensial tersebut.

Penyelesaian.

Titik ekuilibrium dapat ditentukan jika $f(x) = 0$, sehingga sistem tersebut menjadi

$$x_1x_2 + x_1 = 0$$

atau dapat ditulis menjadi

$$x_1(x_2 + 1) = 0 \quad (2.7)$$

Berdasarkan Persamaan (2.7) diperoleh $\bar{x}_1 = 0$ atau $\bar{x}_2 = -1$,

$$\text{Jika } \bar{x}_1 = 0$$

$$x_1^2 + x_2 = 0 \quad (2.8)$$

maka diperoleh $\bar{x}_2 = 0$ sehingga didapat titik ekuilibrium $E_1 = (0,0)^T$.

$$\text{Jika } \bar{x}_2 = -1 \text{ dan menurut Persamaan (2.8)}$$

$$x_1^2 + x_2 = 0$$

maka diperoleh $\bar{x}_1 = 1$ sehingga didapat titik ekuilibrium $E_2 = (1, -1)^T$.

Selanjutnya akan dijelaskan definisi kestabilan di titik ekuilibrium.

Definisi 2.3 Titik ekuilibrium x yang memenuhi $f(x) = 0$ Jika:

1. Stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$, sedemikian sehingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t, x_0) - \bar{x}\| < \delta$ yang mengakibatkan $\|x(t, x_0) - \bar{x}\| < \varepsilon$, untuk setiap $t \geq 0$
2. Stabil asimtotik jika \bar{x} stabil dan terdapat $\delta_1 > 0$, sehingga $\|x(t, x_0) - \bar{x}\| < \delta_1$ yang mengakibatkan $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0) - \bar{x}\| = 0$
3. Tidak stabil jika titik ekuilibrium tidak terpenuhi (1)

Kestabilan titik ekuilibrium x dapat ditentukan dengan memperhatikan nilai-nilai eigen, yaitu $\delta_i = 1, 2, \dots, n$ yang dapat diperoleh dari persamaan karakteristik.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Definisi 2.4 misalkan diberikan SPD linier sebagai berikut:

$$\dot{x} = Ax \quad (2.9)$$

dengan

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Maka persamaan karakteristik SPD pada Persamaan (2.3), yaitu $(A - \lambda I)x = 0$, dapat ditulis menjadi:

$$a\lambda^2 - b\lambda + c = 0 \quad (2.10)$$

Maka dari Persamaan (2.15) diperoleh nilai-nilai eigen sebagai berikut

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2.11)$$

Kestabilan dari titik ekuilibrium dapat ditentukan berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian. Kriteria kestabilan titik ekuilibrium dapat disajikan pada Teorema berikut:

Teorema 2.2 Diberikan persamaan diferensial $\dot{x} = Ax$ dengan A adalah matriks berukuran $n \times n$ memiliki k nilai eigen yang berbeda $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ dengan $k \leq n$ [5].

- a. Titik ekuilibrium \dot{x} dikatakan stabil asimtotik, jika hanya jika $R_e(\lambda_i) < 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$
- b. Titik ekuilibrium \dot{x} dikatakan stabil, jika hanya jika $R_e(\lambda_i) \leq 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$
- c. Titik ekuilibrium \dot{x} dikatakan tidak stabil, jika hanya jika $R_e(\lambda_i) > 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, k$

Contoh 2.8

Di berikan Persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = -2x_1 + x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 2x_1 - 3x_2$$

Carilah titik ekuilibrium dan kestabilan titik ekuilibriumnya!

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian:

Dari Contoh soal 2.8 diperoleh titik ekuilibrium: $(x_1^*, x_2^*) = (0,0)$.

Selanjutnya, Jacobian matriksnya,

$$Jf(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

dengan $f_1(x_1, x_2) = -2x_1 + x_2$ dan $f_2(x_1, x_2) = 2x_1 - 3x_2$, kemudian ditentukan terlebih dahulu turunan dari masing masing fungsi terhadap variabelnya, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial f_1(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 1$$

$$\frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 2$$

$$\frac{\partial f_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} = -3$$

Urutan yang telah diperoleh kemudian dibentuk ke dalam matriks jacobian sebagai berikut;

$$Jf(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

Kemudian akan di cari nilai eigen,

$$\det(\partial I - Jf(x_1, x_2)) = 0,$$

$$\det \left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \right) = 0,$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \right) = 0,$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + 2 & -1 \\ -2 & \lambda + 3 \end{bmatrix} = 0.$$

Sehingga didapatkan persamaan karakteristiknya sebagai berikut:

$$(\lambda + 2)(\lambda + 3) - (-2)(-1) = 0,$$

$$(\lambda + 2)(\lambda + 3) - 2 = 0,$$

$$\lambda^2 + 3\lambda + 2\lambda + 6 - 2 = 0,$$

$$(\lambda + 4)(\lambda + 1) = 0,$$

$$\lambda_1 = -4,$$

$$\lambda_2 = -1.$$

Dapat dilihat nilai eigen $[\lambda_1, \lambda_2]$ dari matriks jacobian $Jf(x_1, x_2)$ mempunyai bagian real negatif. Berdasarkan Teorema 2.2 maka titik ekuilibrium $(x_1^*, x_2^*) = (0,0)$ adalah stabil asimtotik.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Data penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari jurnal-jurnal sebelumnya yang merupakan referensi dari penelitian ini.

Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan penulis untuk menyelesaikan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat Asumsi dan Membentuk Model

Selanjutnya, pada tahap ini peneliti membuat asumsi, menentukan parameter dan variabel yang akan digunakan untuk pembentukan diagram kompartemen model matematika penyakit Difteri dengan populasi terbuka dengan pemberian vaksin.

i) Asumsi

- (1) Populasi bersifat terbuka, dimana dalam populasi terjadi proses migrasi, perubahan pada jumlah populasi disebabkan oleh kelahiran, kematian dan migrasi.
- (2) Imigrasi diasumsikan terjadi dikelas *susceptible*, dan imigran yang masuk ke populasi dipastikan tidak terinfeksi penyakit difteri. Sedangkan emigrasi terjadi di setiap kelas *susceptible*, *Infected*, *vaccinated*, dan *recovered*.

Selanjutnya, pada tahap ini peneliti mencari titik ekuilibriumnya yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik.

2. Mencari Bilangan Reproduksi Dasar

Selanjutnya, pada tahap ini peneliti mencari reproduksi dasar R_0 . Bilangan reproduksi dasar digunakan sebagai ambang batas untuk menentukan batas antara hilang dan adanya suatu penyakit dalam suatu populasi.

3. Melakukan Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit dan Endemik Penyakit

Selanjutnya, pada tahap ini dilakukan analisis pada titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik yang telah didapat sebelumnya untuk mengetahui apakah stabil, stabil asimtotik, atau tidak.

4. Memasukkan Nilai Parameter dan Melakukan Simulasi Model

Pada tahap ini sebelum peneliti melakukan simulasi model dilakukan terlebih dahulu menentukan dan memasukkan parameternya lalu lakukan simulasi numeriknya untuk membuktikan teorema eksistensi titik ekuilibrium dan kestabilannya dengan menggunakan aplikasi Matlab 2015.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan model matematika penyebaran penyakit difteri pada populasi terbuka dengan pemberian vaksin ini, dapat disimpulkan bahwa laju penyebaran penyakit difteri sangat dipengaruhi oleh besarnya laju vaksin yang diterima oleh individu. Sifat populasi yang terbuka juga berpengaruh jumlah populasi pada masing masing subpopulasi. Nilai rasio reproduksi dasar bisa dijadikan acuan dalam mengontrol laju penyebaran penyakit difteri. Untuk

$$R = \frac{\beta \Delta N ((\mu+m)-\gamma)}{(\mu+m)-\alpha + \left(\frac{\theta \alpha}{(\mu+m)-\theta} \right)}, \text{ jika } R < 1, \text{ maka titik ekuilibrium bebas penyakit}$$

(S, V, I, R) stabil asimtotik lokal, artinya populasi akan bebas dari penyakit difteri. Sedangkan jika $R > 1$, maka titik ekuilibrium endemik penyakit (S^*, V^*, I^*, R^*) stabil asimtotik lokal, artinya pada keadaan ini dalam populasi akan selalu terdapat penyakit difteri.

5.2 Saran

Pada tugas akhir ini, tidak dilakukan pengelompokan umur dalam penelitian menggunakan model epidemik *SVIR*. Oleh karena itu masih terbuka kemungkinan bagi peneliti lain selanjutnya untuk melanjutkan penelitian ini menggunakan model epidemik *SVIR* dengan pengelompokan umur sehingga hasil yang diperoleh akan dapat lebih maksimal.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. Arini, S. Kulsum, A. Citra, M. Stikes Dan H. T. Surabaya, "Status Kelengkapan Imunisasi Difteri pada Kejadian Difteri di Wilayah Surabaya", *Jurnal Ilmiah Keperawatan Stikes Hang Tuah Surabaya*, Vol. 15 No. 2, 2020.
- [2] N. E. Pracoyo, "Faktor Penyebab Terjadinya Kejadian Luar Biasa (KLB) Difteri pada Anak Di Indonesia", *Jurnal Ekologi Kesehatan*, Vol. 19 No. 3, Pp. 184–195, 2020.
- [3] Irwan. "Epidemiologi-Penyakit-Menular", *Cv Absolut Media*, 2017.
- [4] G. Puspita Dan M. Kharis, "Pemodelan Matematika pada Penyebaran Penyakit Difteri dengan Pengaruh Karantina dan Vaksinasi", *Journal of Mathematics Universitas Negeri Semarang*, Vol. 7 No. 4, 2016. Available: <Http://Journal.Unnes.Ac.Id/Sju/Index.Php/Ujm>
- [5] N. Wulandari, "Analisis Model Epidemik MSEIR pada Penyebaran Penyakit Difteri", *Journal of Mathematics Universitas Jember* Vol. 3 No. 1, 2019.
- [6] I. Suryani, "Analisis Kestabilan Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri dengan Saturated Incidence Rate", *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol. 2 No. 1, 2016.
- [7] K. P. Putra And M. Rosha, "Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri dengan Pengaruh Vaksinasi", *Journal of Mathematics UNP*, Vol. 7 No. 4, Pp. 84–93, 2022.
- [8] N. P. Utami, "Pemodelan Pengaruh Vaksinasi Terhadap Penyebaran Demam Berdarah Dengue (DBD)", *Jurnal Sains Matematika dan Statistika Unib*, Vol. 2 No. 1, 2022.
- [9] S. A. Fitri, "Model SIQR Dengan Vaksin dan Karantina pada Penyakit Difteri", *Journal Of Mathematics Unila*, Vol. 2 No. 1, 2021.
- [10] O. Karinina "Analisis Perilaku Model Penyebaran Campak SIR dengan Struktur Umur". *Journal Of Mathematics Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang*. Vol 26 No 6, 2021.
- [11] Anton-Chris-Rorres "Elementary-Linear-Algebra-Applications-Version-Howard". Edisi-1. New York, 2013.
- [12] Nikenasih B-Eminugroho Rs "Persamaan Diferensial Orde 1." *J. Journal Of Mathematics Universitas Negeri Yogyakarta* Vol 13 No 6, 2021.
- [13] M. Martcheva, "An Introduction To Mathematical Epidemiology." [Online]. Available: <Http://Www.Springer.Com/Series/1214>, 2015.

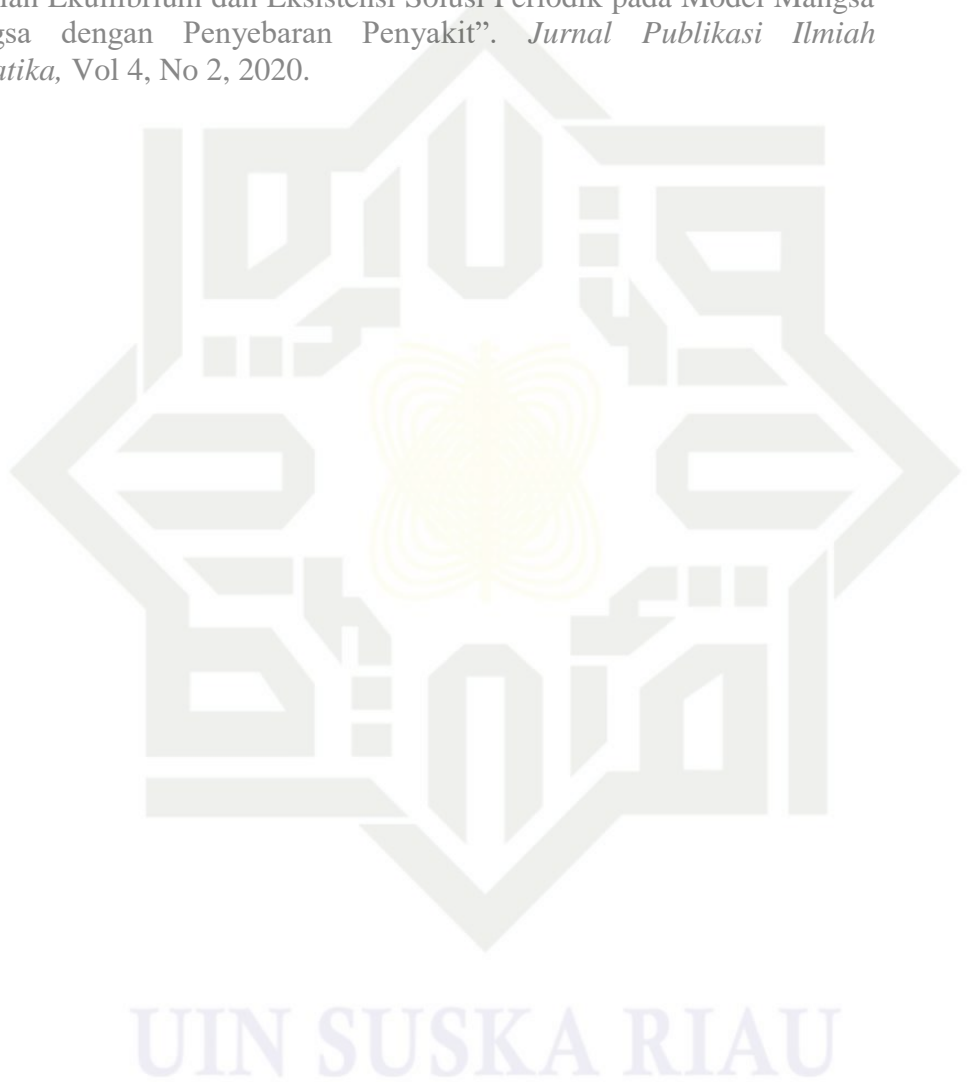
Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

O. Diekmann, J. A. P. Heesterbeek, and M. G. Roberts, “The Construction Of Next-Generation Matrices For Compartmental Epidemic Models”, *J R Soc Interface*, Vol. 7 No. 47, 2010.

L. Perko, “Texts In Applied Mathematics 7 Differential Equations And Dynamical Systems Springer”. New York, 2013.

D. Suandi, F. Illahi dan Erna Putri Utami dan P. Piksi Ganesha, “Analisis Kestabilan Ekuilibrium dan Eksistensi Solusi Periodik pada Model Mangsa Pemangsa dengan Penyebaran Penyakit”. *Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, Vol 4, No 2, 2020.



Lampiran 1

Program Matlab Bebas Penyakit

```

Sintak bebas penyakit
%Nilai awal
S0 = 0,1;
V0 = 0,4;
I0 = 0,3;
R0 = 0,2;
% Tentukan rentang waktu
tspan = [0 100];
% Fungsi odefunc yang mengimplementasikan persamaan differensial
odefunc = @(t,y) [
    1 - 0.00613*y(1) - 0.7*y(1)*y(3) - 0.006*y(1) + 0.02*y(2);
    0.006*y(1) - 0.00613*y(2) - 0.02*y(1); %dV/dt
    0.7*y(1)*y(3) - 0.00613*y(3) - 0.23*y(3); %dI/dt
    0.23*y(3) - 0.00613*y(4); %dR/dt
];

%Kondisi awal
y0 =[S0; V0; I0; R0];

%Selesaikan persamaan diferensial
[t,y] = ode45(odefunc, tspan, y0);

%Plot hasil
figure;

%Plot S
subplot (3, 2, 1);
plot(t, y(:, 1));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi S');
title('Grafik S(t)');

%Plot V
subplot (3, 2, 2);
plot(t, y(:, 2));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi V');
title('Grafik V(t)');

%Plot I
subplot (3, 2, 3);
plot(t, y(:, 3));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi I');
title('Grafik I(t)');

%Plot R
subplot (3, 2, 4);

```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

plot(t, y(:, 4));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi R');
title('Grafik R(t)');
  
```

Program Matlab Endemik Penyakit

```

%Nilai awal
S0 = 0,1;
V0 = 0,4;
I0 = 0,3;
R0 = 0,2;

%tentukan rentang waktu
tspan = [0 100];

%fungsi odefunc yang mengimplementasikan persamaan differensial
odefunc = @(t,y) [
    1 - 0.235*y(1) - 0.7*y(1)*y(3) - 0.006*y(1) + 0.02*y(2); %dS/dt
    0.006*y(1) - 0.235*y(2) - 0.02*y(1); %dV/dt
    0.7*y(1)*y(3) - 0.235*y(3) - 0.23*y(3); %dI/dt
    0.23*y(3) - 0.235*y(4); %dR/dt
];

%Kondisi awal
y0 = [S0; V0; I0; R0];

%Selesaikan persamaan diferensial
[t,y] = ode45(odefunc, tspan, y0);

%Plot hasil
figure;

%Plot S
subplot (3, 2, 1);
plot(t, y(:, 1));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi S');
title('Grafik S(t)');

%Plot V
subplot (3, 2, 2);
plot(t, y(:, 2));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi V');
title('Grafik V(t)');

%Plot I
subplot (3, 2, 3);
plot(t, y(:, 3));
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi I');
title('Grafik I(t)');

%Plot R
  
```

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```
subplot (3, 2, 4);  
plot(t, y(:, 4));  
xlabel('Waktu');  
ylabel('Populasi R');  
title('Grafik R(t)');
```

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang


DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Putri Gustia Widiyanti dengan panggilan Putri ialah penulis skripsi ini. Penulis dilahirkan di Batang Peranap Kabupaten Indragiri Hulu Provinsi Riau pada tanggal 02 Agustus 2002 merupakan putri dari Bapak M.Rais dan Ibu Nur Asni(Almh) sebagai anak kedua dari dua bersaudara. Penulis menempuh pendidikan Sekolah Dasar pada tahun 2008 di SDN 01 Pematang dan lulus pada tahun 2014. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan sekolah menengah pertama di SMPN 1 Batang Peranap dan lulus tiga tahun kemudia ditahun 2017. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan sekolah menengah atas di SMAN 1 Peranap dan lulus pada tahun 2020.

Penulis melanjutkan pendidikannya di perguruan tinggi negeri di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dengan Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, pada saat semester enam penulis melakukan Kerja Praktet di Balai Pemasarakatan (Bapas) Kelas II Pekanbaru dengan Dosen Pembimbing kerja praktek adalah Bapak Zukrianto, M.Si. Selanjutnya disemester tujuh penulis melaksanagn KKN di Desa Sidomukti Kab. Pelalawan setelah melaksanakan KKN penulis melakukan ujian Seminar Proposal dengan Dosen Pembimbingnya adalah Ibu Irma Suryani, M.Sc. Selanjutnya semester 8 Penulis melaksanakan sidang akhir untuk memperoleh gelar S.Si dan penulis lulus pada tahun 2024.

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.