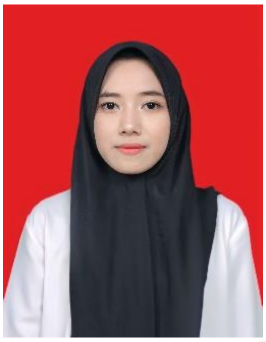
DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO 4×4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN EKSPANSI KOFAKTOR

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

Oleh :

<u>PERA PETI NORPALIAN</u>
11950423346



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2024

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO 4 × 4BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN EKSPANSI KOFAKTOR

TUGAS AKHIR

oleh:

PERA PETI NORPALIAN
11950423346

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 26 Januari 2024

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Rahmawati, M. Sc.**
NIP. 19730818 200604 1 003	NIP. 19800202 202321 2 057

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO 4×4BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN EKSPANSI KOFAKTOR

TUGAS AKHIR

oleh:

PERA PETI NORPALIAN
11950423346

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 26 Januari 2024

Pekanbaru, 26 Januari 2024
Mengesahkan

Dekan	**Ketua Program Studi**
Dr. Hartono, M.Pd	**Wartono, M.Sc.**
NIP. 19640301 199203 1 003	**NIP. 19730818 200604 1 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua : **Wartono, M.Sc**
Sekretaris : **Rahmawati, M.Sc**
Anggota I : **Fitri Aryani, M.Sc**
Anggota II : **Corry Corazon Marzuki, M.Si**

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Pera Peti Norpalian
NIM	: 11950423346
Tempat/Tgl.Lahir	: Keresek, 26 Januari 2000
Fakultas/Pascasarjana	: Sains Dan Teknologi
Prodi	: Matematika

Judul Jurnal :

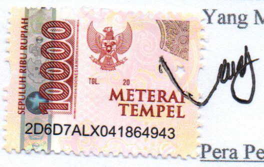
Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Ekspansi Kofaktor

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Jurnal dengan judul sebagaimana di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena Jurnal saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Jurnal saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah surat pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga

Pekanbaru, 14 Januari 2024
Yang Membuat Pernyataan



Pera Peti Norpalian
NIM : 11950423346

****pilih salah satu sesuai jenis karya tulis***

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillahirabbil'alamiin segala puji bagi AllahSWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga Tugas Akhir ini diselesaikan dengan baik. Tak lupa shalawat serta salam kita ucapkan kepada Nabi Muhammad SAW. Kupersembahkan sebuah karya kecil ini untuk:

Kedua orang tua

Terimakasih kepada kedua orang tuaku yang senantiasa melimpahkan kasih sayangnya dari kecil hingga aku jadi seperti sekarang. Terimakasih kepada mamaku atas segala semangat, nasehat dan semua yang telah dia berikan keadaku. Terimakasih kepada ayahku juga yang tidak kenal lelah, hujan, panas demi keluarganya. Rasanya terimakasih tidak cukup untuk mengungkapkannya.

abang & kakak

Untuk abang & kakak, terimakasih telah menjadi tempat berkelu kesah, memberi nasehat dan motivasiku dalam setiap langkahku.

Dosen pembimbing

Terimakasih kepada Ibu Rahmawati, M,Sc yang telah membimbing dan mengarahkan hingga selesainya tugas akhir ini.

Teman-teman

Terimakasih kepada teman-teman yang telah menemaniku selama ini, yang telah berbagi suka dan duka.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO 4×4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN EKSPANSI KOFAKTOR

PERA PETI NORPALIAN
11950423346

Tanggal Sidang : 26 Januari 2024
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan determinan suatu matriks *centrosymmetric* A_4^n, $n \in Z^+$. Terdapat beberapa langkah-langkah yang harus dilakukan, pertama menentukan pola berpangkat matriks *centrosymmetric* bentuk khusus A_4^2 sampai A_4^{10} untuk menduga bentuk umum A_4^n, lalu bentuk umum A_4^n diselesaikan menggunakan induksi matematika, selanjutnya menentukan bentuk umum $|A_4^n|$ dengan metode ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama. Hasil akhir dari penelitian ini diperoleh bentuk umum A_4^n merupakan matriks *centrosymmetric* dan bentuk umum $|A_4^n|$, yang terakhir A_4^n dan $|A_4^n|$ akan diaplikasikan kedalam bentuk contoh soal.

Kata Kunci : Determinan, Ekspansi Kofaktor, Induksi Matematika, Matriks *Centrosymmetric*, Perkalian Matriks

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DETERMINAN MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO 4 × 4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN EKSPANSI KOFAKTOR

PERA PETI NORPALIAN
11950423346

Tanggal Sidang : 26 Januari 2024
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

This research aims to determine the determinants of a centrosymmetric matrix A_4^n, $n \in Z^+$. *There are several steps that must be taken, first determine the rank pattern of the centrosymmetric matrix of special forms* A_4^2 *to* A_4^{10} *to estimate the unique form of* A_4^n, *then the general form of* A_4^n *is solved using mathematical induction, then determine the general form of* $|A_4^n|$ *using the cofactor expansion method along the first column. The final result of this research is that the unum form* A_4^n *is a centrosymmetric matrix and the unnum form* $|A_4^n|$, *the last of which is* A_4^n and $|A_4^n|$ *will be applied in the form of example questions.*

Keywords : Cofactor Expantions, Determinans, Mathemathical Induction, Matrices *Centrosymmetric*, Matrix Multiplication.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil 'Alaamiin. Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul **"Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Ekspansi Kofaktor".**

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini tidak terlepas dari bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua penulis, Ayahanda Safarudin dan Ibunda Jorahana, serta saudara penulis yang senantiasa mendo'akan, memberi support, perhatian, motivasi dan semangat yang tak terhingga. Serta tak lupa kepada berbagai pihak yang telah mendukung, memotivasi, menasehati dan membimbing dalam penyelesaian Tugas Akhir ini:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Rahmawati, M.Sc selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan arahan, masukan dan petunjuk dari awal proses hingga selesainya Tugas Akhir ini.
6. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Penguji I yang telah memberikan kritik dan saran pada Tugas Akhir ini
7. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si selaku Penguji II yang telah memberikan

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

kritik dan saran pada Tugas Akhir ini.

8. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan dukungan, bantuan dan motivasi kepada penulis.
9. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khusunya Program Studi Matematika.
10. Seluruh teman-teman seperjuangan di Program Studi Matematika khususnya angkatan 2019.
11. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyusunan Tugas Akhir ini yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa penulisan Tugas Akhir ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari berbagai pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir yang lebih baik kedepannya. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak terutama bagi pembaca. *Aamiin Ya Rabbal'Alamin.*

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 26 Januari 2024

<u>PERA PETI NORPALIAN</u>
11950423346

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR ISI

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
UIN SUSKA RIAU

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Determinan memiliki peranan penting dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matriks dan banyak digunakan dalam ilmu matematika maupun terapan [1]. Nilai determinan matriks dapat menentukan invers matriks, jika nilai determinan matriks tidak nol maka matriks tersebut mempunyai invers, namum jika nilai determinannya nol maka matriks tersebut tidak mempunyai invers [2]. Nilai determinan juga dapat menyelesaikan sistem persamaan linear [3]. Untuk menghitung nilai determinan suatu matriks dapat menggunakan beberapa metode, diantaranya Metode Sarrus, metode ekspansi kofaktor [4], Metode CHIO [5], Metode Eliminasi Gauss [6], metode dekomposisi [7].

Pembahasan mengenai determinan suatu matriks telah banyak diteliti oleh peneliti sebelumnya, salah satunya mengenai determinan matriks *centrosymmetric*. Penelitian yang dilakukan oleh [8] membahas mengenai matriks *centrosymmetric*. Didalam penelitiannya menjelaskan bahwa matriks *centrosymmetric* merupakan salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pusat matriks. Bentuk umum dari matriks *centrosymmetric* adalah sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}, \text{ dengan } a_{ij} \in R. \tag{1.1}$$

Penelitian yang dilakukan oleh [9] membahas mengenai determinan Matriks Hankel dengan bentuk khusus matriks yang digunakan adalah

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{bmatrix}, \text{dengan } \ a \in R$$

lalu diperoleh bentuk umum dari determinan Matriks Hankel dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_3^n = \begin{bmatrix} (-1)^n \left(\dfrac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} \right)}{a^n} \right) & 0 & (-1)^n \left(\dfrac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} \right)}{a^n} \right) \\ 0 & \dfrac{1}{a^n} & 0 \\ (-1)^n \left(\dfrac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} \right)}{a^n} \right) & 0 & (-1)^n \left(\dfrac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} \right)}{a^n} \right) \end{bmatrix}, n \geq 1.$$

Pada tahun 2020 sebuah penelitian yang dilakukan oleh [10] tentang determinan matriks segitiga atas dengan bentuk khusus matriks yang digunakan adalah

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R$$

dan diperoleh bentuk umum dari determinan matriks segitiga atas dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A^n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n\right)a^n \\ 0 & a^n & na^n \\ 0 & 0 & a^n \end{bmatrix}.$$

Di tahun yang sama pada penelitian sebelumnya diteliti oleh [11] membahas tentang determinan matriks *centrosymmetric* dengan bentuk khusus yang digunakan adalah

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
UIN SUSKA RIAU

$$A_n = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}, \forall a \in R$$

didapatkan bentuk umum dari determinan matriks *centrosymmetric* dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a^n & na^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & na^n & a^n \end{bmatrix}.$$

Penelitian yang diteliti oleh [12] membahas mengenai invers matriks *centrosymmetric* dengan bentuk khusus matriks yang digunakan adalah

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R$$

diperoleh bentuk umum dari invers matriks *centrosymmetric* dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_4^{-n} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n} \end{bmatrix}, & n \ ganjil \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n} \end{bmatrix}, & n \ genap \end{cases}.$$

Dilihat dari penelitian-penelitian sebelumnya, penulis tertarik untuk melakukan penelitian mengenai matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

4×4 dengani judul “Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Metode Ekspansi Kofaktor”. Dengan bentuk khusus sebagai berikut:

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix} a,b,c \in R; \quad a,b,c \neq 0. \tag{1.2}$$

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, perumusan masalah yang akan di bahas adalah bagaimana bentuk umum determinan dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan ekspansi kofaktor pada Persamaan (1.2).

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada Proposal Tugas Akhir ini diantaranya :

1. Penelitian ini berkaitan dengan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $\mathbf{4 \times 4}$ pada Persamaan (1.2).
2. Untuk menduga bentuk umum $\boldsymbol{A_4^n}$ dilakukan dengan perpangkatan matriks pada Persamaan (1.2) dengan $\mathbf{2 \le n \le 10, n \in Z^+}$.
3. Untuk membuktikan bentuk umum dari matriks $\boldsymbol{A_4^n}$ dengan menggunakan induksi matematika.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 pada Persamaan (1.2) berpangkat bilangan bulat positif menggunakan ekspansi kofaktor.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitiani ini adalah:

1. Bagi penulis sebagai sarana pengaplikasian ilmu yang telah didapatkan

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

pada masa kuliah khususnya dalam menyelesaikan determinan matriks *centrosymmetric*.

2. Dapat dijadikan referensi tambahan atau bahan rujukan serta sarana dalam mengembangkan ilmu pengetahuan bagi pembaca yang ingin meneliti lebih lanjut mengenai determinan matriks *centrosymmetric*.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Proposal Tugas Akhir ini terdiri dari beberapa bab yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bagian pendahuluan dijelaskan tentang latar belakang pemilihan judul, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini terdiri atas teori-teori tentang permasalahan yang dapat dijadikan acuan dan dasar pengembangan penelitian antara lain membahas tentang matriks, operasi matriks, determinan matriks dan induksi matematika.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah untuk menyelesaikan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan ekspansi kofaktor.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisikan penjelasan mengenai cara menentukan bentuk umum determinan pada matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulsn dan saran dari apa yang telah dibahas dalam bab pembahasan.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Matriks *Centrosymmetric*

Definisi 2.1 [1] Matriks *centrosymmetric* merupakan suatu matriks yang memiliki struktur simetris pada pertengahan matriks. Diberikan $A = \left(a_{ij}\right)_{n\times n} \in R^{n\times n}$ adalah matriks *centrosymmetric* jika $a_{ij} = a_{n-i+1.n-j+1}$, $1 \leq i \leq n. 1 \leq j \leq n$ atau dapat ditulis

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}.$$

Contoh 2.1 Diberikan suatu matriks $A_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix}$, tunjukkan bahwa matiks A_4 merupakan matriks *centrosymmetric*.

Penyelesaian :

Untuk menunjukkan A_4 merupakan matriks *centrosymmetric* dengan merujuk pada Definisi 2.1

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{4-1+1,4-1+1} = a_{44} & \quad a_{21} &= a_{4-2+1,4-1+1} = a_{34} \\ a_{12} &= a_{4-1+1,4-2+1} = a_{43} & \quad a_{22} &= a_{4-2+1,4-2+1} = a_{33} \\ a_{13} &= a_{4-1+1,4-3+1} = a_{42} & \quad a_{23} &= a_{4-2+1,4-3+1} = a_{32} \\ a_{14} &= a_{4-1+1,4-4+1} = a_{41} & \quad a_{24} &= a_{4-2+1,4-4+1} = a_{31} \end{aligned}.$$

Sehinggah A_4 merupakan suatu matriks *centrosymmetric*.

UIN SUSKA RIAU

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Definisi 2.2 [13] (Matriks *contra-identitas*)

Matriks persegi J_n disebut *contra-identitas* jika berbentuk

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \iddots & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \iddots & \iddots & \vdots \\ 0 & 1 & \iddots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Definisi 2.3 [13] Diberikan $A \in M_n$. Rotasi matriks A dilambangkan A^R dan didefinisikan sebagai berikut :

$$A^R = J_n A J_n.$$

Definisi 2.4 [13] Diberikan matriks S berordo $n \times n$. Matriks S disebut matriks *centrosymmetric* jika memenuhi

$$S^R = S.$$

Definisi 2.4 menjelaskan bahwa matriks dikatakan *centrosymmetric* jika entri dari rotasi S^R berukuran $n \times n$ sama dengan entri matriks S berukuran $n \times n$.

Contoh 2.2 Diberikan suatu matriks $A_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix}$, tunjukkan bahwa matriks tersebut merupakan matriks *centrosymmetric*

Penyelesaian :

$$A_4^R = J_4 A_4 J_4$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$=\begin{bmatrix} 0 & c & b & a \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ a & b & c & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix}$$

$$= A_4 .$$

Contoh 2.2 tersebut memperlihatkan bahwa matriks simetris juga merupakan matriks *centrosymmetric*. Namun hal ini tidak berlaku untuk umum ataupun sebaliknya. Definisi 2.5 berikut ini akan menjelaskan bentuk umum dari matriks *centrosymmetric* berukuran ganjil dan genap.

Definisi 2.5 [14] Menggunakan partisi matriks, sifat simetris pusat suatu matriks *centrosymmetric* sebagai berikut :

1. Untuk kasus $n = 2m$, merupakan matriks *centrosymmetric* yang dapat ditulis sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} B & J_m C J_m \\ C & J_m B J_m \end{bmatrix}$$

dengan masing-masing matriks blok B dan C merupakan matriks $m \times m$.

2. Untuk kasus $n = 2m + 1$, merupakan matriks *centrosymmetric* yang dapat dipartisi menjadi bentuk berikut ini

$$A = \begin{bmatrix} B & J_m b & J_m C J_m \\ a^T & \alpha & a^T J_m \\ C & b & J_m B J_m \end{bmatrix}$$

dengan $B.C \in R^{m\times m}$, $a.b \in R^{m\times 1}$ dan α sebuah skalar.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Contoh 2.3

Diberikan suatu matriks $A_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix}$, tunjukkan matriks A_4 merupakan matriks *centrosymmetric*.

Penyelesaian :

Melihat Definisi 2.3 bagian 1, karena $n = 4$ maka $m = 2$, sehingga matriks bloknya adalah

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$$

$$J_m B J_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & 0 \\ b & a \end{bmatrix}$$

$$J_m C J_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$A_4 = \left[\begin{array}{cc|cc} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{array}\right]$$

Jadi, matriks A_4 dapat dinyatakan sebagai $A_4 = \begin{bmatrix} B & J_m C J_m \\ C & J_m B J_m \end{bmatrix}$.

Contoh 2.4

Diberikan suatu matriks $A_5 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$, akan ditunjukkan matriks A_5 merupakan matriks *centrosymmetric*.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian :

Melihat Definisi 2.3 bagian 2, karena $n = 5$ maka $m = 2$, sehingga matriks blok-bloknya adalah

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}, a^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}, \alpha = 9$$

$$J_m b = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \quad J_m a^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_m B J_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$J_m C J_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$A_5 = \left[\begin{array}{cc|c|cc} 2 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 2 \end{array}\right]$$

Jadi, matriks A_5 dapat dinyatakan sebagai $A_5 = \begin{bmatrix} B & J_m b & J_m C J_m \\ a^T & \alpha & a^T J_m \\ C & b & J_m B J_m \end{bmatrix}$.

2.2 Perpangkatan Matriks

Definisi 2.6 [15] Jika A adalah matriks bujursangkar, maka definisi dari pangkat integer taknegatif dari A adalah

$$A^0 = I, \qquad A^n = \underbrace{AA\ldots A}_{n \text{ faktor}} \; (n > 0)$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Selanjutnya, jika A dibalik, maka definisi dari pangkat integer negatif dari A adalah

$$A^{-n} = (A^{-1})^n = \underbrace{A^{-1}A^{-1}\dots A^{-1}}_{n\ \ faktor}.$$

2.3 Determinan Matriks

Definisi 2.7 [15] Jika A adalah suatu matriks bujursangkar, maka *minor* dari entri a_{ij} dinyatakan sebagai M_{ij} dan di defenisikan sebagai determinan dari submatriks yang tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari A. Bilangan $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dinyatakan sebagai C_{ij} dan disebut kofaktor dari entri a_{ij}.

Teorema 2.1 [15] Jika diketahui matriks persegi panjang A yang berordo $n \times n$, maka determinan matriks A dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri dalam suatu baris atau kolom dengan kofaktor-kofaktornya dan menambahkan hasil perkaliannya, yaitu untuk setiap $1 \le i \le n$ dan $1 \le j \le n$, maka $|A| = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \dots + a_{in}C_{in}$ (ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-i) dan $|A| = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \dots + a_{nj}C_{nj}$ (ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-j).

Contoh 2.5 Diberikan suatu matriks $A_4 = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 6 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, carilah determinan dari matriks A_4 tersebut

Penyelesaian :

Determinan dari matriks A_4 dengan metode ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama yaitu

$$|A_4| = 3\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 3\left(5\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + 6\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 5 & 0 \end{vmatrix}\right)$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= 3\big(5(15) - 0(0) + 6(0)\big)$$

$$= 3(75)$$

$$= 225$$

2.4 Determinan dari Matriks Berpangkat

Penelitian yang diteliti oleh [16] membahas mengenai determinan matriks *centrosymmetric* dengan bentuk khusus ordo $\mathbf{4 \times 4}$ berpangkat bilangan bulat positif. Untuk menentukan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $\mathbf{4 \times 4}$ berpangkat bilangani bulat positif, langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Diberikan suatu matriks *centrosymmetric* A_4 bentuk khusus ordo $\mathbf{4 \times 4}$ sebagai berikut:

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R. \tag{2.1}$$

2. Menentukan perpangkatan matriks A_4^2 sampai A_4^{10}

$$A_4^2 = \begin{bmatrix} a^2 & a^2 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & a^2 & a^2 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

$$A_4^3 = \begin{bmatrix} a^3 & a^3 & 2a^3 & 0 \\ 0 & 0 & a^3 & 0 \\ 0 & a^3 & 0 & 0 \\ 0 & 2a^3 & a^3 & a^3 \end{bmatrix} \quad A_4^4 = \begin{bmatrix} a^4 & 2a^4 & 2a^4 & 0 \\ 0 & a^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^4 & 0 \\ 0 & 2a^4 & 2a^4 & a^4 \end{bmatrix} \quad A_4^5 = \begin{bmatrix} a^5 & 2a^5 & 3a^5 & 0 \\ 0 & 0 & a^5 & 0 \\ 0 & a^5 & 0 & 0 \\ 0 & 3a^5 & 2a^5 & a^5 \end{bmatrix}$$

$$A_4^6 = \begin{bmatrix} a^6 & 3a^6 & 3a^6 & 0 \\ 0 & a^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^6 & 0 \\ 0 & 3a^6 & 3a^6 & a^6 \end{bmatrix} \quad A_4^7 = \begin{bmatrix} a^7 & 3a^7 & 4a^7 & 0 \\ 0 & 0 & a^7 & 0 \\ 0 & a^7 & 0 & 0 \\ 0 & 4a^7 & 3a^7 & a^7 \end{bmatrix} \quad A_4^8 = \begin{bmatrix} a^8 & 4a^8 & 4a^8 & 0 \\ 0 & a^8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^8 & 0 \\ 0 & 4a^8 & 4a^8 & a^8 \end{bmatrix}$$

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$A_4^9=\begin{bmatrix} a^9 & 4a^9 & 5a^9 & 0\\ 0 & 0 & a^9 & 0\\ 0 & a^9 & 0 & 0\\ 0 & 5a^9 & 4a^9 & a^9\end{bmatrix}\quad A_4^{10}=\begin{bmatrix} a^{10} & 5a^{10} & 5a^{10} & 0\\ 0 & a^{10} & 0 & 0\\ 0 & 0 & a^{10} & 0\\ 0 & 5a^{10} & 5a^{10} & a^{10}\end{bmatrix}.$$

3. Menduga bentuk umum matriks $\boldsymbol{A_4^n}$ berpangkat bilangan bulat positif

$$A_4^n=\begin{bmatrix} a^n & \frac{n-1}{2}a^n & \frac{n+1}{2}a^n & 0\\ 0 & 0 & a^n & 0\\ 0 & a^n & 0 & 0\\ 0 & \frac{n+1}{2}a^n & \frac{n-1}{2}a^n & a^n\end{bmatrix} \quad \textit{untuk n ganjil.} \qquad (2.3)$$

$$A_4^n=\begin{bmatrix} a^n & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & 0\\ 0 & 0 & a^n & 0\\ 0 & a^n & 0 & 0\\ 0 & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & a^n\end{bmatrix} \quad \textit{untuk n genap.} \qquad (2.4)$$

4. Membuktikan bentuk umum matriks $\boldsymbol{A_4^n}$, dapat kita lihat pada Contoh 2.5.
5. Membuktikan bentuk umum $|\boldsymbol{A_4^n}|$ menggunakan pembuktian langsung.

Dengan melihat melihat Contoh 2.5 maka didapatkan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus Persamaan (2.1) yang diberikan dalam Teorema berikut:

Teorema 2.2 Jika diberikan matriks *centrosimmetric*

$$A_4=\begin{bmatrix} a & 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a & 0\\ 0 & a & 0 & 0\\ 0 & a & 0 & a\end{bmatrix}, \forall a\in R, \text{maka}$$

$$|A_4^n| = -a^{4n} \qquad \textit{,untuk n ganjil}$$

$$|A_4^n| = a^{4n} \qquad \textit{, untuk n genap}$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Bukti :

Dengan mengunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama akan dibuktikan $\left|A_4^n\right| = -a^{4n}$, karena telah didapatkan bentuk umum $\boldsymbol{A_4^n}$ pada Persamaan (2.3) untuk $\boldsymbol{n}$ ganjil yang akan digunakan untuk membuktikan bentuk umum perpangkatan determinan menggunakan pembuktian langsung dengan kofaktor sepanjang baris pertama sebagai berikut :

$$\left|A_4^n\right| = a^n \begin{vmatrix} 0 & a^n & 0 \\ a^n & 0 & 0 \\ \frac{n+1}{2}a^n & \frac{n-1}{2}a^n & a^n \end{vmatrix} - \left(\frac{n-1}{2}a^n\right)\begin{vmatrix} 0 & a^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n-1}{2}a^n & a^n \end{vmatrix} + \left(\frac{n+1}{2}a^n\right)\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & \frac{n+1}{2}a^n & a^n \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 0 & 0 & a^n \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & \frac{n+1}{2}a^n & \frac{n-1}{2}a^n \end{vmatrix}$$

$$= a^n(-a^{3n}) - \frac{n-1}{2}a^n(0) + \frac{n+1}{2}a^n(0) - 0(0)$$

$$= -a^{4n}$$

Sehingga terbukti $\left|A_4^n\right| = -a^{4n}$, untuk n ganjil.

Selanjutnya akan dibuktikan $\left|A_4^n\right| = a^{4n}$ untuk n genap. Karena telah didapatkan bentuk umum $\boldsymbol{A_4^n}$ pada Persamaan (2.4) akan dicari bentuk umum determinan mengunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama sebagai berikut:

$$\left|A_4^n\right| = a^n \begin{vmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & a^n \end{vmatrix} - \left(\frac{n}{2}a^n\right)\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^n & 0 \\ 0 & \frac{n}{2}a^n & a^n \end{vmatrix} + \left(\frac{n}{2}a^n\right)\begin{vmatrix} 0 & a^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{2}a^n & a^n \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 0 & a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n \\ 0 & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n \end{vmatrix}$$

$$= a^n(a^{3n}) - \frac{n}{2}a^n(0) + \frac{n}{2}a^n(0) - 0(0)$$

$$= a^{4n}$$

Berdasarkan pembuktian diatas Teorema 2.2 terbukti.

2.5 Notasi Sigma

Menurut [17] notasi sigma ($\sum$) pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Euler pada tahun 1755. Notasi sigma ini digunakan untuk penjumlahan dari sejumlah elemen dalam suatu deret atau rangkaian. Dalam menyelesaikan persoalan berbentuk notasi sigma, akan digunakan beberapa sifat-sifat sebagai berikut. Untuk setiap bilangan bulat a, b dan n berlaku:

i. $\sum_{k=1}^{n} 1 = n$

ii. $\sum_{k=a}^{b} cf(k) = c\sum_{k=a}^{b} f(k)$

iii. $\sum_{k=a}^{b} \left(f(k) + g(k)\right) = \sum_{k=a}^{b} f(k) + \sum_{k=a}^{b} g(k)$

iv. $\sum_{k=1}^{m-1} f(k) + \sum_{k=m}^{n} f(k) = \sum_{k=1}^{n} f(k)$

v. $\sum_{k=m}^{n} f(k) = \sum_{k=m+p}^{n+p} f(k-p)$

Contoh 2.6

Tunjukkan bahwa $2\sum_{k=0}^{3} 3^{k+1} + 2\sum_{k=0}^{3} 4^{k} = \sum_{k=0}^{3} 2(3^{k+1} + 4^{k})$

Penyelesaian:

Persoalan ini akan diselesaikan menggunakan notasi sigma pada bagian 2 dan 3

$$
\begin{aligned}
2\sum_{k=0}^{3} 3^{k+1} + 2\sum_{k=0}^{3} 4^{k} &= 2\left(3^{0+1} + 3^{1+1} + 3^{2+1} + 3^{3+1}\right) + 2\left(4^{0} + 4^{1} + 4^{2} + 4^{3}\right) \\
&= 2\left(3^{1} + 3^{2} + 3^{3} + 3^{4}\right) + 2\left(4^{0} + 4^{1} + 4^{2} + 4^{3}\right) \\
&= 2(3 + 9 + 27 + 81) + 2(1 + 4 + 16 + 64) \\
&= 2[(3 + 9 + 27 + 81) + (1 + 4 + 16 + 64)]
\end{aligned}
$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= \sum_{k=0}^{3} 2(3^{k+1} + 4^{k})$$

Berdasarkan pembuktian diatas maka Contoh 2.6 terbukti.

2.6 Induksi Matematika

Definisi 2.8 [18] Misalkan $p(n)$ adalah proposisi perihal bilangan bulat positif akan dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif n. Untuk membuktikan proposisi ini, cukup dengan menunjukkan bahwa:

1. $p(1)$ benar
2. Diasumsikan bahwa$p(k)$ benar, maka $p(k+1)$ juga benar untuk setiap $k \geq 1$.Sehingga $p(k)$ benar semua bilangan bulat positif k.

Langkah pertama dinamakan basis induksi, sedangkan langkah kedua dinamakan langkah induksi. Basis induksi digunakan untuk memperlihatkan bahwa pernyataan tersebut benar bila n diganti dengan 1, yang merupakan bilangan bulat positif terkecil. Sedangkan langkah induksi berisi asumsi yang menyatakan bahwa $p(n)$ benar. Asumsi tersebut dinamakan hipotesis induksi. Jika kedua langkah tersebut terbukti benar maka sudah terbukti bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif.

Basis induksi digunakan untuk memperlihatkan bahwa pernyataan tersebut benar bila n diganti dengan 1, yang merupakan bilangan bulat positif terkecil. Kemudian juga ditunjukkan bahwa implikasi $p(k) \rightarrow p(k+1)$ benar untuk semua bilangan bulat positif. Untuk membuktikan implikasi benar pada setiap bilangan bulat positif n, akan ditunjukkan bahwa $p(k+1)$ tidak mungkin salah bila $p(k)$ benar. Hal ini diselesaikan dengan cara memperlihatkan bahwa berdasarkan hipotesis $p(k)$ benar, maka $p(k+1)$juga benar.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.7 Diberikan $A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}$ $\forall a \in R$**,** tunjukkan bahwa

$$A_4^n = \begin{bmatrix} a^n & \frac{n-1}{2}a^n & \frac{n+1}{2}a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n+1}{2}a^n & \frac{n-1}{2}a^n & a^n \end{bmatrix} \qquad \textit{untuk n ganjil} \qquad (2.5)$$

dan

$$A_4^n = \begin{bmatrix} a^n & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & a^n \end{bmatrix} \qquad \textit{untuk n genap} \qquad (2.6)$$

Penyelesaian:

Penyelesaiannya menggunakan induksi matematika.

Misalkan $p(n) : A_4^n = \begin{bmatrix} a^n & \frac{n-1}{2}a^n & \frac{n+1}{2}a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n+1}{2}a^n & \frac{n-1}{2}a^n & a^n \end{bmatrix}$ untuk n ganjil.

1) Basis Induksi

Untuk $n = 1$

$$p(1) : A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}$$

Dengan melihat Persamaan (2.1), $p(1)$ benar.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2) Langkah Induksi

Asumsikan $p(k): A_4^k = \begin{bmatrix} a^k & \frac{k-1}{2}a^k & \frac{k+1}{2}a^k & 0 \\ 0 & 0 & a^k & 0 \\ 0 & a^k & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k+1}{2}a^k & \frac{k-1}{2}a^k & a^k \end{bmatrix}$ benar.

Akan ditunjukkan $p(k+2)$ juga benar.

$$p(k+2): A_4^{k+2} = \begin{bmatrix} a^{k+2} & \frac{k+1}{2}a^{k+2} & \frac{k+3}{2}a^{k+2} & 0 \\ 0 & 0 & a^{k+2} & 0 \\ 0 & a^{k+2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k+3}{2}a^{k+2} & \frac{k+1}{2}a^{k+2} & a^{k+2} \end{bmatrix} \qquad (2.7)$$

dapat dibuktikan dengan

$$A_4^{k+2} = A_4^k \cdot A_4^2$$

$$= \begin{bmatrix} a^k & \frac{k-1}{2}a^k & \frac{k+1}{2}a^k & 0 \\ 0 & 0 & a^k & 0 \\ 0 & a^k & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k+1}{2}a^k & \frac{k-1}{2}a^k & a^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^2 & a^2 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & a^2 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+2} & \frac{k+1}{2}a^{k+2} & \frac{k+3}{2}a^{k+2} & 0 \\ 0 & 0 & a^{k+2} & 0 \\ 0 & a^{k+2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k+3}{2}a^{k+2} & \frac{k+1}{2}a^{k+2} & a^{k+2} \end{bmatrix}$$

Dengan melihat Persamaan (2.7) $p(k+2)$ benar.

Dari langkah (1) dan (2) sudah diperlihatkan benar. Jadi Persamaan (2.5) terbukti.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Selanjutnya akan dibuktikan untuk n genap

Misalkan $p(n): A_4^n = \begin{bmatrix} a^n & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & 0 \\ 0 & 0 & a^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{2}a^n & \frac{n}{2}a^n & a^n \end{bmatrix}$ untuk n genap

1) Basis Induksi

Untuk $n = 2$

$$p(2): A_4^2 = A_4 \cdot A_4$$

$$= \begin{bmatrix} a & a & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & a & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & a & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & a & a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^2 & a^2 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & a^2 & a^2 \end{bmatrix}$$

dengan melihat Persamaan (2.2), $p(2)$ benar.

2) Langkah Induksi

Asumsikan $p(k): A_4^k = \begin{bmatrix} a^k & \frac{k}{2}a^k & \frac{k}{2}a^k & 0 \\ 0 & 0 & a^k & 0 \\ 0 & a^k & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k}{2}a^k & \frac{k}{2}a^k & a^k \end{bmatrix}$ benar.

Akan ditunjukkan $p(k+2)$ juga benar.

$$p(k+2): A_4^{k+2} = \begin{bmatrix} a^{k+2} & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & 0 \\ 0 & 0 & a^{k+2} & 0 \\ 0 & a^{k+2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & a^{k+2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dapat dibuktikan dengan

$$A_4^{k+2} = A_4^k \cdot A_4^2$$

$$= \begin{bmatrix} a^k & \frac{k}{2}a^k & \frac{k}{2}a^k & 0 \\ 0 & 0 & a^k & 0 \\ 0 & a^k & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k}{2}a^k & \frac{k}{2}a^k & a^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^2 & a^2 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 & 0 \\ 0 & a^2 & a^2 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{k+2} & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & 0 \\ 0 & 0 & a^{k+2} & 0 \\ 0 & a^{k+2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & \frac{k+2}{2}a^{k+2} & a^{k+2} \end{bmatrix}$$

Dengan melihat Persamaan (2.8) $p(k+2)$ benar.

Dari langkah (1) dan (2) sudah diperlihatkan benar. Jadi Persamaan (2.6) terbukti.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III
METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur atau kajian pustaka. Dan pada bab ini akan menjelaskan mengenai langkah-langkah atau tahapan-tahapan dalam proses mendapatkan bentuk umum matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $\mathbf{4} \times \mathbf{4}$ berpangkat bilangan bulat positif, adapun tahapan-tahapannya sebagai berikut:

1. Diberikan suatu matriks *centrosymmetric* bentuk khusus pada Persamaan (1.2).
2. Menghitung perpangkatan $\boldsymbol{A_4^2}$ sampai $\boldsymbol{A_4^{10}}$.
3. Menduga bentuk umum dari matriks $\boldsymbol{A_4^n}$ berpangkat bilangan bulat positif.
4. Membuktikan bentuk umum dari matriks $\boldsymbol{A_4^n}$ dengan menggunakan induksi matematika.
5. Mendapatkan bentuk umum dari $|\boldsymbol{A_4^n}|$ dengan ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama.
6. Mengaplikasikan bentuk umum $\boldsymbol{A_4^n}$ dan $|\boldsymbol{A_4^n}|$ kedalam bentuk contoh soal untuk $n = 5, 7$.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada Bab IV disimpulkan bahwa, jika diberikan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus adalah sebagai berikut :

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & c & b & a \end{bmatrix}, \text{dengan } a,b,c \in R; \quad a,b,c \neq 0.$$

Maka,

$$A_4^n = \begin{bmatrix} a^n & \sum_{r=0}^{n-1} b(a^{n-r-1}c^r) & \sum_{r=0}^{n-1} c(a^{n-r-1}c^r) & 0 \\ 0 & c^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c^n & 0 \\ 0 & \sum_{r=0}^{n-1} c(a^{n-r-1}c^r) & \sum_{r=0}^{n-1} b(a^{n-r-1}c^r) & a^n \end{bmatrix}, \text{dengan } a,b,c \in R,\ a,b,c \neq 0,\ \ n \in Z^+$$

dan bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo $\mathbf{4 \times 4}$ berpangkat bilangan bulat positif yaitu :

$$\left|A_4^n\right| = (ac)^{2n}, n \in Z^+.$$

5.2 Saran

Pada penelitian tugas akhir ini penulis membahas mengenai Determinan Matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo $\mathbf{4 \times 4}$ berpangkat bilangan bulat positif menggunakan ekspansi kofaktor dengan bilangan bilangan real. Diharapkan bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini untuk dapat membahas mengenai determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus dengan ordo yang lebih besar.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Khasana, N. dkk "Analisis Konvergensi dari Komputasi Invers Matriks Centrosymmetric," . *Pros. SNMPM UNDIP.*, 2015.

[2] R. H. Vitho, "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo n×n Menggunakan Adjoin," vol. 4, no. 1, pp. 199–210, 2022.

[3] V. Wulanda, "Invers Matriks RSLPFLCIRCFR (0, 1/b, 0) Bentuk Khusus Ordo 3× 3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin," *Skripsi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau*, 2022.

[4] F. Aryani, Rysfan, C. C. Marzuki, and S. Basriati, "Determinan Matriks FLDCircr Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor," *Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi, dan Industri 11*, no. November, pp. 682–688, 2018.

[5] R. Rahma, A. N., Safitri, E., & Rahmawati, "Determinan Matriks FLScircr Bentuk Khusus nxn, n > 3 Menggunakan Metode Kondensasi Chio," *J. Sains Mat. dan Stat. 5(1).*

[6] A. N. Rahma, R. Rahmawati, and W. Wahyuni, "Metode Eliminasi Gauss untuk Penyelesaian Sistem Kongruensi Linier," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, p. 30, 2020.

[7] R. B. Utomo, "Model Matematika Pengaruh Rasio Keuangan Teradap Persentase Laba Perusahaan Manufaktur Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Lower-Upper Gauss.," *Gammath Jurnal Ilmu Program Studi Pendidikan Matematika 2(1).*, 2017.

[8] W.F. Trench, "Characterization and properties of a matrices with generalized symmetry of skew symmetric," *Linear Algebra*, pp. 207–218, 2004.

[9] A. N. Rahma and Z. Aqilah, "Determinan Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 7, no. 1, p. 96, 2021.

[10] A. N. Rahma and R. H. Rahmawati, Rahmawati. Vitho, "Determinan Matriks segitiga atas Bentuk Khusus Ordo 3x3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 2, p. 89, 2020.

[11] A. N. Rahma, R. Rahmawati, and S. M. Jauza, "Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 2, p. 89, 2020.

[12] Eizona,E., "Invers Matriks Centrosymmetric Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin," *Skripsi Universitas Islam Negeri Sultan*

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Syarif Kasim Riau, 2020.

[13] Tomasouw, Pebo Berny., “Karakteristik Matriks Centro-Simetris,” *barekeng*, vol. 10, pp. 69–79, 2016.

[14] Z. Y. Liu, “Some properties of centrosymmetric matrices,” *Application Mathematics Computation*, vol. 141, no. 2–3, pp. 297–306, 2003.

[15] H. A. & C. Rorres, *Aljabar Linear Elementer (Kedelapan)*. Erlangga, 2004.

[16] A. N. Rahma, E. Erizona, and R. Rahmawati, “Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif,” *Jurnal Fundamental Matematika Applikasi*, vol. 4, no. 1, pp. 7–16, 2021.

[17] H. Iryanti, “Pembelajaran Barisan, Deret Bilangan dan Notasi Sigma di SMA,” 2008

[18] Rinaldi Munir, *Matematika Diskrit*, Revisi kelima Bandung: Informatika, 2005.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Siberobah Kuantan Singingi pada tanggal 26 Januari 2000, sebagai anak tengah 7 bersaudara dari pasangan Safarudin dan Ibu Jorahana dengan 3 orang kakak perempuan yang bernama Syarifah Ainiati, Nurlisan, SP dan Nur Ain, S.Sos, 2 orang kakak laki-laki yang bernama Sarupudin dan Raja Asman serta adik laki-laki bernama Muhammad Taufik Thariri. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 010 Siberobah pada tahun 2006-2012, kemudian melanjutkan Madrasah Tsanawiyah di Pondok Pesantren Nurul Islampada tahun 2012-2015 dan penulis melanjutkan pendidikan Madrasah Aliyah dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di Sekolah yang sama yaitu Pondok Pesantren Nurul Islam pada tahun 2015-2018.

Setelah menyelesaikan pendidikan di pondok pada tahun 2018, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi. pada semester VII penulis melaksanakan seminar kerja praktek dengan judul **"Peramalan Harga Kelapa Sawit Di Provinsi Riau Menggunakan Metode *Simple Moving Average*"** dengan dosen pembimbing ibu Fitri Aryani, M.Sc. penulis juga menyelesaikan tugas akhir dengan judul **"Determinan Matriks *Centrosymmetric*Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Ekspansi Kofaktor"** dengan dosen pembimbing ibu Rahmawati, M.Sc. segala kritik, saran dan pertanyaan untuk penulis dapat disampaikan melalui alamat email perapetinurpalia@gmail.com. terimaksih.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau