

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber.
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**DETERMINAN MATRIKS HANKEL BENTUK KHUSUS
ORDO 3×3 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF
MENGUNAKAN METODE KONDENSASI CHIO****TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

FITRIA MAULIDA AGUSTINI
11750425240



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU**

2024



LEMBAR PERSETUJUAN

DETERMINAN MATRIKS HANKEL BENTUK KHUSUS ORDO 3×3 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGUNAKAN METODE KONDENSASI CHIO

TUGAS AKHIR

oleh:

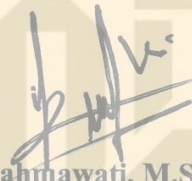
FITRIA MAULIDA AGUSTINI
11750425240

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Januari 2024

Ketua Program Studi

Pembimbing


Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003


Rahmawati, M.Sc.
NIP. 19890202 202321 2 057

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN MATRIKS HANKEL BENTUK KHUSUS ORDO 3×3 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGUNAKAN METODE KONDENSASI CHIO

TUGAS AKHIR

oleh:

FITRIA MAULIDA AGUSTINI
11750425240

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Januari 2024

Pekanbaru, 12 Januari 2024
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Dekan



Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.

Sekretaris : Rahmawati, M.Sc.

Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.

Anggota II : Ade Novia Rahma, M.Mat.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 12 Januari 2024

Yang membuat pernyataan,



FITRIA MAULIDA AGUSTINI

11750425240

UIN SUSKA RIAU

© Hak Cipta dan Hak Moral UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil' alamin, yang pertama dan yang paling utama saya ucapkan rasa Syukur atas Rahmat dan kasih sayangmu ya ALLAH yang telah memberikan aku kemudahan dalam menuntut ilmu Sehingga dapat menyelesaikan kuliah dan Tugas Akhir ini dengan sebaik-baiknya. Dan juga tidak lupa Shalawat serta salam yang selalu tercurah untuk Baginda Kekasih ALLAH Yakni Nabi Besar Muhammad SAW. Yang telah membawa manusia dari alam yang penuh kegelapan dan ke jahiliyahan menuju cahaya yang terang benderang dan penuh dengan ilmu pengetahuan.

Keluarga Besar Ayahanda Nazaruddin dan (Almh) Ibunda Jasniar dan Orang Tua Asuh (Alm) Ayahanda Sukadi Dan Ibunda Kamariah

Terimakasihku persembahkan kepada orang tua asuhku yang telah membesarkan ku dengan penuh kasih sayang dan pengorbanannya. Terimakasih kepada cinta pertamaku guru pertamaku yang telah mendukung penulis, baik secara moril maupun secara materi. Kalian adalah sumber kehidupanku, sumber kebahagiaanku, dan sumber motivasiku. Terimalah persembahan karya sederhana ini sebagai bukti kesungguhanku selama menuntut ilmu. Terimakasih kepada kakak-kakak dan adik-adikku yang telah memberi banyak support baik berupa semangat maupun materi selama ini dan terima kasih kepada semua keluarga besar yang selalu mendoakan ku.

Rahmawati, MS.c

Terimakasih banyak telah meluangkan waktunya untuk memberi bimbingan, pengarahan dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Sahabat-sahabatku

Yang tak pernah bosan memarahi, mengkritik, dan memberi semangat padaku. Terimakasih atas kebersamaan kita baik dalam dalam suka maupun duka. Tiada kata yang pantas terucap selain terimakasih atas motivasi dan semua bantuannya.

Terimakasih untuk seluruh Dosen Fakultas Sains Dan Teknologi UIN SUSKA RIAU terkhusus Program Studi Matematika

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DETERMINAN MATRIKS HANKEL BENTUK KHUSUS ORDO 3×3 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGUNAKAN METODE KONDENSASI CHIO

FITRIA MAULIDA AGUSTINI
NIM: 11750425240

Tanggal Sidang : 12 Januari 2024
Tanggal Wisuda : 2024

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan bentuk umum determinan Matriks Hankel bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif m yang dinotasikan $|A_3^m|$. Langkah awal pada penelitian ini yaitu menentukan perpangkatan A_3^2 hingga A_3^{11} dan kemudian menentukan $|A_3^2|$ hingga $|A_3^{11}|$ dengan menggunakan metode kondensasi Chio. Selanjutnya diduga bentuk umum $|A_3^m|$ dengan menggunakan induksi matematika. Sehingga diperoleh hasil akhir dari penelitian ini yaitu $|A_3^m| = -1^m a^{3m}$ dengan $m \in Z^+$.

Kata Kunci : Matriks Hankel, Matriks berpangkat, Determinan matriks, Metode Kondensasi Chio, Induksi Matematika.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU



DETERMINANTS OF THE HANKEL MATRIX SPECIAL FORM OF 3×3 ORDER WITH POSITIVE INTEGER RATES USING THE CHIO CONDENSATION METHOD

FITRIA MAULIDA AGUSTINI
NIM: 11750425240

Date of Final Exam : 12 Januari 2024
Date of Graduation : 2024

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This research aims to obtain the general form of the Hankel Matrix determinant of a special form of order 3×3 with the power of a positive integer m which is denoted $|A_3^m|$. The initial step in this research is to determine the powers A_3^2 to A_3^{11} and then determine $|(A_3)^2|$ to $|A_3^{11}|$ using the Chio condensation method. Next, the general form $|A_3^m|$ is estimated using mathematical induction. So the final results obtained from this research are $|A_3^m| = -1^m a^{3m}$ with $m \in \mathbb{Z}^+$.

Keywords : *Hankel Matrix, Rank matrix, Determinant of matrices, Chio Condensation Method, Mathematical Induction.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© H a k c i p t a m i l i k U I N S u s k a R i a u

S t a t e I s l a m i c U n i v e r s i t y o f S u l t a n S y a r i f K a s i m R i a u

UIN SUSKA RIAU

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alamin puji Syukur kepada Allah Subhanahu Wa Ta'ala karena atas Rahmat, karunia, nikmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “Determinan Matriks Hankel Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Metode Kondensasi Chio”. Shalawat beserta salam juga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad Shalallahu 'Alaihi Wasallam, semoga kita semua mendapat syafaat-Nya. Penulis tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan tugas akhir ini penulis banyak sekali mendapatkan bimbingan, arahan, dan masukan dari berbagai pihak. Penulis mengucapkan terimakasih khususnya kepada kedua orang tua tercinta yang selalu mendo'akan dan melimpah kasih sayang kepada penulis. Selain itu, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
5. Bapak Dr. Rado Yendra, M.Bg selaku Penasehat Akademik.
6. Ibu Rahmawati, S.Si., M.Sc, selaku pembimbing Tugas Akhir.
7. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc selaku ketua sidang Tugas Akhir.
8. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku penguji 1 Tugas Akhir.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

9. Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat selaku penguji 2 Tugas Akhir.
10. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
11. Kedua orang tua tercinta Ayahanda Nazaruddin dan (Almh) Ibunda Jasniar, Ibunda sambung Hasniar, dan orang tua Asuh (Alm) Ayahanda Sukadi dan Ibunda Kamariah yang telah memberikan banyak dukungan dan dorongan baik secara moril maupun materi selama menempuh Pendidikan, serta kakak-kakak dan adik-adik penulis tersayang yaitu Rodhiatul abadiyah Sp.d, Diana Astuti, dan Trilis Mayani, S.Tr.Keb, Khairijal syukri, dan Hasanuddin zaki`
12. Sahabat terbaik dan teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Kiki indah sari, Mayang nurul ihza, Astati putri, Febri ardianti, May hofa safitri, Afridayanti, Masroh, Elsy nazira, Ninda permata riau, Yulia putri marshanda, Yunita ismaya dan Angkatan 2017 yang telah banyak memberikan bantuan, masukan serta dukungan kepada penulis.
13. Semua pihak yang telah memberikan bantuan dari awal penyusunan tugas akhir hingga selesai, yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tugas akhir ini terdapat kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan tugas akhir ini. Semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua *Amin yarabbal 'alamin*.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 12 Januari 2024

FITRIA MAULIDA AGUSTINI
11750425240



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iii
LEMBAR PERNYATAAN	iv
LEMBAR PERSEMBAHAN	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR SIMBOL	xii
DAFTAR TABEL	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan masalah.....	4
1.3 Batasan masalah	4
1.4 Tujuan masalah	4
1.5 Manfaat penelitian.....	4
1.6 Sistematika penelitian	5
BAB II LANDASAN TEORI	6
2.1 Matriks Hankel.....	6
2.2 Perpangkatan Matriks.....	6
2.3 Determinan Metode Kondensasi Chio	7
2.4 Induksi Matematika.....	12
BAB III METODE PENELITIAN.....	14
BAB IV PEMBAHASAN.....	15
4.1 Perpangkatan Matriks Hankel Bentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif	15
4.2 Bentuk Umum Determinan Matriks Hankel Bentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif.....	18

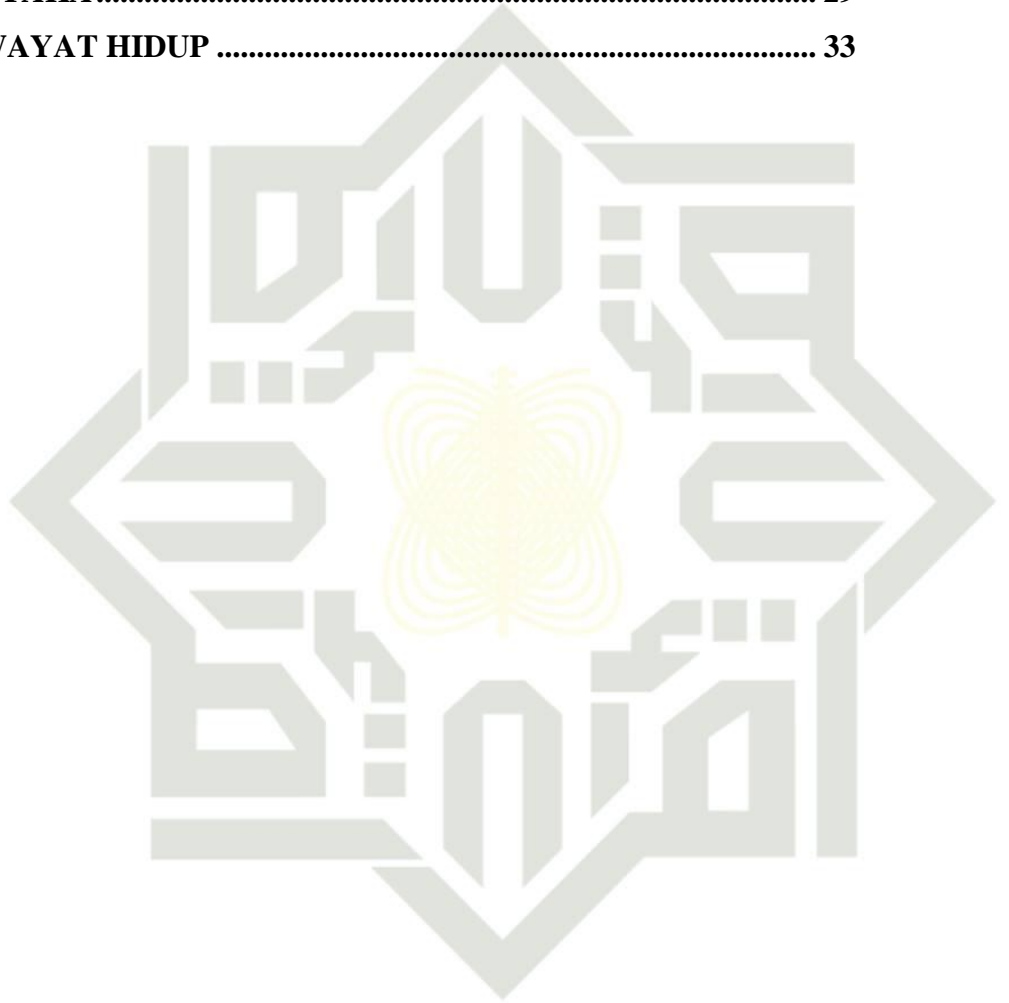
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.3 Pengaplikasian Bentuk Umum A3m Ke Dalam Beberapa Contoh Soal.....	25
PENUTUP	28
4.4 Kesimpulan	28
4.5 Saran.....	28
DAFTAR PUSTAKA	29
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	33



UIN SUSKA RIAU

DAFTAR SIMBOL

$ (A_3)^m $: Determinan Matriks
Z	: Bilangan Bulat Positif
\in	: Elemen
\forall	: Untuk Setiap
R	: Bilangan Real
ij	: Entri Baris ke i dan Entri kolom ke j

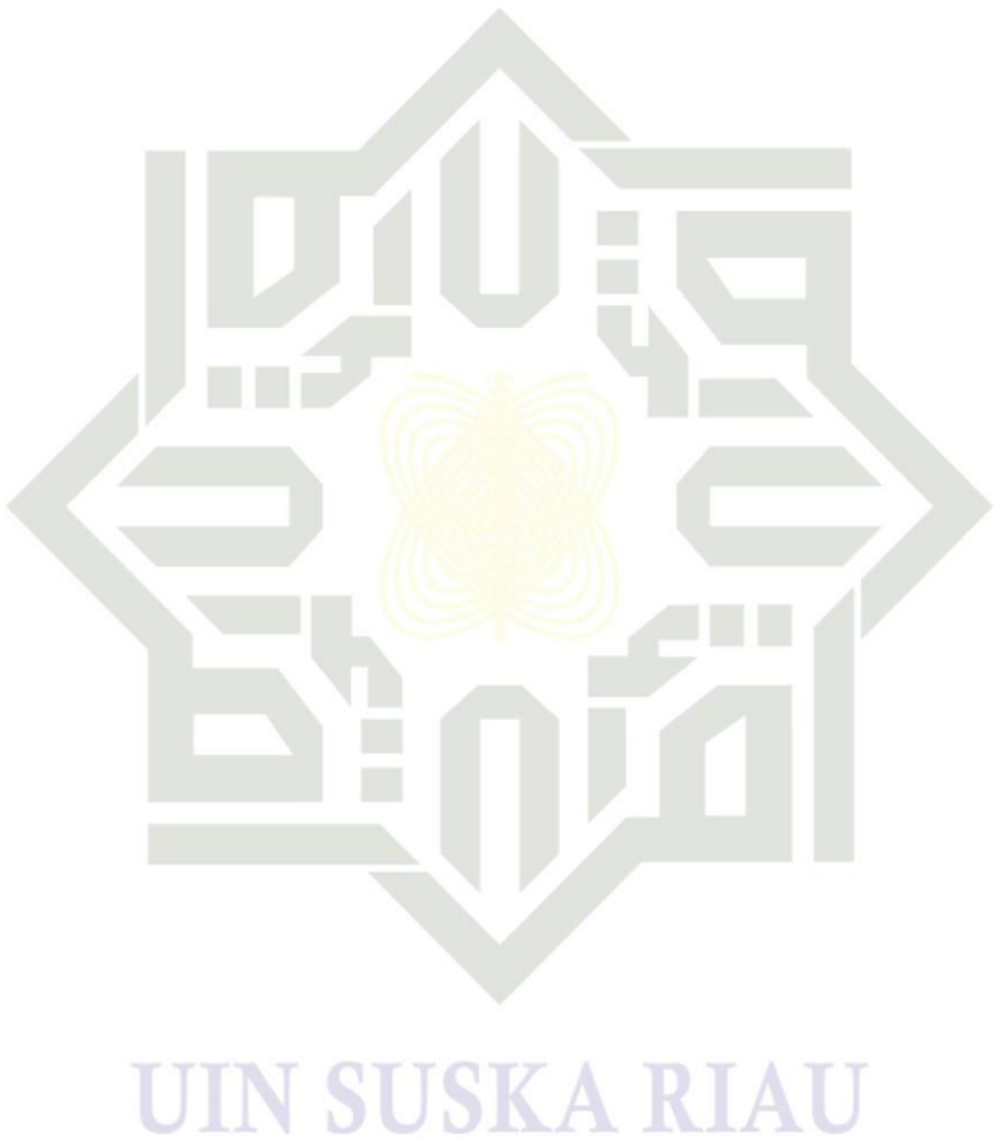


UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 $ A_3 $ hingga $ A_3^{11} $	19
---	----



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penggunaan matriks telah diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika maupun ilmu terapan. Matriks memiliki beberapa jenis, seperti matriks Toeplitz [1], Matriks Hassenberg [2], Matriks Hankel [3], matriks segitiga, dan lain-lain. Penelitian mengenai operasi matriks telah banyak dilakukan, seperti invers matriks [4], determinan matriks [3], trace matriks dan lain sebagainya. Pada penelitian ini akan dibahas mengenai determinan matriks. Dalam menentukan determinan matriks dilakukan menggunakan beberapa metode, yaitu Metode Salihu [5], metode adjoin [6], metode kondensasi Chio [7], [8], metode kofaktor, dan lain sebagainya. Pada penelitian ini akan membahas mengenai Matriks Hankel. Matriks Hankel pertama kali ditemukan oleh Herman Hankel dimana bentuk umum dari Matriks Hankel sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n & a_{n+1} \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_n & a_{n+1} & a_{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \cdots & a_{2n-4} & a_{2n-3} & a_{2n-2} \\ a_{n-1} & a_n & a_{n+1} & \cdots & a_{2n-3} & a_{2n-2} & a_{2n-1} \\ a_n & a_{n+1} & a_{n+2} & \cdots & a_{2n-2} & a_{2n-1} & a_{2n} \end{bmatrix}_{n+1} \quad (1.1)$$

Beberapa peneliti terdahulu telah banyak membahas mengenai determinan matriks. Pada tahun 2019, [7] membahas mengenai determinan matriks $FLScirc_r$ bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$ menggunakan metode kondensasi Chio. Dengan matriks sebagai berikut:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Saifur Razi Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_n = \begin{bmatrix} a & a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & a & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & \dots & a & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a & a \\ ra & a & 0 & 0 & \dots & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R, a \neq 0.$$

dan hasil bentuk umum determinan dari Matriks $FLScirc_r$ tersebut adalah:

$$|A_n| = \begin{cases} ra^n & \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ (2-r)a^n & \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Pada tahun yang sama, [9] membahas mengenai determinan matriks blok 2×2 dalam aplikasi matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus dengan menggunakan matriks sebagai berikut:

$$P_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ ra & -ra & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ra & -ra & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Diperoleh pada hasil akhir penelitian yaitu:

$$|P_n| = (-1)^{(n^2-3n+4)} r^2 a^n$$

Pada tahun 2020, [10] meneliti mengenai determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif dengan kofaktor. Dengan menggunakan matriks sebagai berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A^n = \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix}, \forall a \in R, a \neq 0.$$

Diperoleh bentuk umum determinan matriks *centrosymmetric* berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut:

$$|A_n| = a^{3n}$$

Selanjutnya pada tahun 2021, [11] meneliti mengenai determinan matriks hankel bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif, dengan matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix}, \forall a \in R, a \neq 0.$$

dan hasil bentuk umum determinan dari Matriks Hankel tersebut adalah:

$$|A_3^n| = (-1)^n a^{3n}, n \geq 1$$

Pada tahun yang sama, [12] meneliti mengenai determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif, dengan menggunakan matriks sebagai berikut:

$$A^n = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R, a \neq 0.$$

Pada hasil akhir penelitian diperoleh:

$$|(A_4)^n| = \begin{cases} -a^{4n}, & \text{untuk } n \text{ ganjil} \\ a^{4n}, & \text{untuk } n \text{ genap} \end{cases}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sehingga berdasarkan penelitian-penelitian tersebut penulis ingin membuat bentuk umum Determinan dengan menggunakan metode kondensasi Chio pada matriks Hankel berbentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a & a & a \\ a & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2+1}; \forall a \in R, a \neq 0. \tag{1.2}$$

1.2 Rumusan masalah

Rumusan masalah ada penelitian ini adalah bagaimana bentuk umum determinan Matriks Hankel pada Persamaan (1.2) berpangkat bilangan bulat positif menggunakan Metode Kondensasi Chio.

1.3 Batasan masalah

Pada penelitian ini yaitu matriks yang digunakan adalah Matriks Hankel bentuk khusus ordo 3×3 pada Persamaan (1.2) dengan $\forall a \in R, a \neq 0$, berpangkat $m \in Z^+$.

1.4 Tujuan masalah

Tujuan peneitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum determinan Matriks Hankel bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif yang sesuai dengan Persamaan (1.2) menggunakan Metode Kondensasi Chio.

1.5 Manfaat penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan sebelumnya, maka manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- a. Bagi penulis
Manfaat yang didapatkan melalui penelitian melalui adalah memperdalam pemahaman penulis tentang matriks, dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji suatu permasalahan aljabar linear khususnya dalam hal menyelesaikan determinan Matriks Hankel.
- b. Bagi Lembaga pendidik
Penulis berharap penelitian ini dapat dijadikan referensi dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan menentukan determinan Matriks Hankel.

1.6 Sistematika penelitian

Sistematika penulisan laporan Tugas Akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang diuraikan menjadi beberapa bagian yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisikan latar belakang, rumusan masalah, Batasan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks operasi matriks Metode Kondensasi Chio, determinan matriks dan induksi matematika.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah peneliti untuk menyelesaikan bentuk umum determinan matriks Hankel bentuk khusus ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan metode kondensasi chio.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini berisikan tahapan dalam menemukan bentuk umum dari Determinan Matriks Hankel ordo 3×3 bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dari bab pembahasan

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas mengenai teori-teori pendukung yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada penelitian ini.

2.1 Matriks Hankel

Definisi 2.1 [3] Matriks Hankel ke- n , $n \geq 0$ merupakan matriks persegi $(n + 1) \times (n + 1)$ yang elemen-elemen (i, j) adalah a_{i+j} dengan $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ dan $j = 0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Berdasarkan Persamaan (1.1) Matriks Hankel merupakan matriks bujur sangkar dimana pada setiap entri-entri diagonal miring dari kiri ke kanan dengan nilai elemennya adalah konstan. Perhatikan dari segi komponen Matriks Hankel simetris. Jika entri (i, j) elemen dari A dan dinotasikan sebagai a_{ij} , dengan asumsi $i \leq j$ maka $a_{ij} = a_{i+k, j-h}$, untuk semua $k = 0, 1, \dots, j - i$. [11]

Contoh 2.1 Diberikan Matriks Hankel sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

2.2 Perpangkatan Matriks

Definisi 2.2 [13] Diketahui bahwa A adalah sebuah matriks bujur sangkar, maka hasil dari perpangkatan bilangan bulat tak negatif dari A didefinisikan sebagai berikut:

$$A^0 = I, \quad A^n = \underbrace{A, A, A, \dots, A}_{n \text{ faktor}} \quad \text{untuk } n > 0$$

dengan I adalah sebuah matriks Identitas.

Tetapi, jika A dapat dibalik, maka hasil dari perpangkatan bilangan bulat negative dari A didefinisikan sebagai berikut.



$$A^{-n} = (A^{-1})^n = \underbrace{A^{-1}, A^{-1}, \dots, A^{-1}}_{n \text{ faktor}} \quad (n < 0)$$

Contoh 2.2 Jika diberikan matriks $G = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$, maka hasil perpangkatan

matriks G^3 yaitu:

$$\begin{aligned} G^3 &= G \cdot G \cdot G \\ &= \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 41 & 42 & 44 \\ 29 & 50 & 27 \\ 46 & 44 & 63 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 428 & 504 & 511 \\ 343 & 470 & 357 \\ 539 & 574 & 652 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2.3 Determinan Metode Kondensasi Chio

Sebelum membahas mengenai Determinan Metode Kondensasi Chio, maka akan dibahas terlebih dahulu mengenai determinan matriks.

Definisi 2.3 [14] Misalkan A adalah matriks bujur sangkar. Fungsi determinan dinotasikan dengan $|A|$ sebagai jumlah dari semua hasil kali elementer bertanda dari A . $|A|$ disebut determinan dari A .

Teorema 2.1 [14] Jika A dan B ialah matriks kuadrat berordo serupa, maka $|AB| = |A||B|$.

Contoh 2.3 Diberikan matriks A sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Seingga diperoleh $|A_2|$ sebagai berikut.

$$|A_2| = (a_{11})(a_{22}) - (a_{21})(a_{12})$$

Definisi 2.4 [15] Metode Kondensasi Chio merupakan metode untuk menentukan nilai determinan matriks berordo $n \times n$ dengan cara mengkonsentrasikan

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

Hak Cipta Milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Saif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

(menyusutkan) ordo determinan matriks $n \times n$ menjadi determinan matriks ordo $(n - 1) \times (n - 1)$.

Adapun Persamaan yang digunakan dalam Metode Kondensasi Chio adalah sebagai berikut:

$$|A|_{n \times n} = \frac{1}{a_{11}^{n-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{21} & a_{24} \end{vmatrix} & \dots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{31} & a_{34} \end{vmatrix} & \dots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{31} & a_{3n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{41} & a_{43} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{41} & a_{44} \end{vmatrix} & \dots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{41} & a_{4n} \end{vmatrix} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{n1} & a_{n3} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{n1} & a_{n4} \end{vmatrix} & \dots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

Teorema 2.2 [15] Dimisalkan $A = [a_{ij}]$ merupakan matriks $n \times n$ dan andaikan $a_{11} \neq 0$, Misalkan D merupakan matriks yang diperoleh dengan menggantikan a_{ij} oleh

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{1j} \\ a_{i1} & a_{ij} \end{bmatrix}, \text{ maka } |A| = \frac{1}{a_{11}^{n-2}} |D| \quad (2.2)$$

Bukti: Diambil sebarang matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \dots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \dots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dilakukan pengalihan a_{11} pada semua elemen kecuali elemen pada baris pertama. Sehingga



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$|A_{n \times n}| = \frac{1}{a_{11}^{n-1}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21}a_{11} & a_{22}a_{11} & a_{23}a_{11} & a_{24}a_{11} & \cdots & a_{2n}a_{11} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{11} & a_{33}a_{11} & a_{34}a_{11} & \cdots & a_{3n}a_{11} \\ a_{41}a_{11} & a_{42}a_{11} & a_{43}a_{11} & a_{44}a_{11} & \cdots & a_{4n}a_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}a_{11} & a_{n2}a_{11} & a_{n3}a_{11} & a_{n4}a_{11} & \cdots & a_{nn}a_{11} \end{vmatrix}$$

Maka

$$a_{11}^{n-1} |A_{n \times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21}a_{11} & a_{22}a_{11} & a_{23}a_{11} & a_{24}a_{11} & \cdots & a_{2n}a_{11} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{11} & a_{33}a_{11} & a_{34}a_{11} & \cdots & a_{3n}a_{11} \\ a_{41}a_{11} & a_{42}a_{11} & a_{43}a_{11} & a_{44}a_{11} & \cdots & a_{4n}a_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}a_{11} & a_{n2}a_{11} & a_{n3}a_{11} & a_{n4}a_{11} & \cdots & a_{nn}a_{11} \end{vmatrix}$$

Selanjutnya akan dilakukan OBE agar seluruh elemen kolom pertama menjadi nol, kecuali elemen pada baris pertama kolom pertama. Sehingga diperoleh

$$a_{11}^{n-1} |A_{n \times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21} & a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21} & a_{24}a_{11} - a_{14}a_{21} & \cdots & a_{2n}a_{11} - a_{1n}a_{21} \\ 0 & a_{32}a_{11} - a_{12}a_{31} & a_{33}a_{11} - a_{13}a_{31} & a_{34}a_{11} - a_{14}a_{31} & \cdots & a_{3n}a_{11} - a_{1n}a_{31} \\ 0 & a_{42}a_{11} - a_{12}a_{41} & a_{43}a_{11} - a_{13}a_{41} & a_{44}a_{11} - a_{14}a_{41} & \cdots & a_{4n}a_{11} - a_{1n}a_{41} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & a_{n2}a_{11} - a_{12}a_{n1} & a_{n3}a_{11} - a_{13}a_{n1} & a_{n4}a_{11} - a_{14}a_{n1} & \cdots & a_{nn}a_{11} - a_{1n}a_{n1} \end{vmatrix}$$

Kemudian akan dilakukan metode ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama.

Sehingga $a_{11}^{n-1} |A_{n \times n}| = a_{11} C_{11}$

Diperoleh

$$a_{11}^{n-1} |A_{n \times n}| = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21} & a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21} & a_{24}a_{11} - a_{14}a_{21} & \cdots & a_{2n}a_{11} - a_{1n}a_{21} \\ a_{32}a_{11} - a_{12}a_{31} & a_{33}a_{11} - a_{13}a_{31} & a_{34}a_{11} - a_{14}a_{31} & \cdots & a_{3n}a_{11} - a_{1n}a_{31} \\ a_{42}a_{11} - a_{12}a_{41} & a_{43}a_{11} - a_{13}a_{41} & a_{44}a_{11} - a_{14}a_{41} & \cdots & a_{4n}a_{11} - a_{1n}a_{41} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2}a_{11} - a_{12}a_{n1} & a_{n3}a_{11} - a_{13}a_{n1} & a_{n4}a_{11} - a_{14}a_{n1} & \cdots & a_{nn}a_{11} - a_{1n}a_{n1} \end{vmatrix}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$|A_{n \times n}| = a_{11} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$|A_{n \times n}| = \frac{a_{11}}{a_{11}^{n-1}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Sehingga Teorema 2.2 terbukti. ■

Berikut merupakan langkah-langkah umum dalam Metode Kondensasi Chio, yaitu:

1. Matriks yang digunakan ialah matriks berbentuk bujur sangkar berordo $n \times n$ dengan $n \geq 3$.
2. Harus memperhatikan elemen a_{11} pada matriks, jika $a_{11} \neq 0$ maka Metode Kondensasi Chio dapat dilakukan. Dan apabila $a_{11} = 0$ maka harus dilakukan pertukaran baris atau kolom agar elemen $a_{11} \neq 0$.
3. Dalam melakukan kondensasi dilakukan dengan mensubstitusikan elemen-elemen matriks ke dalam Persamaan Persaman (2.2) berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$|A_{n \times n}| = \frac{1}{a_{11}^{n-2}} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \dots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \dots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Setiap hasil proses kondensasi akan mengurangi satu ordo determinan matriks dari ordo determinan sebelumnya.

4. Ulangi proses kondensasi hingga didapat determinan matriks ordo 2×2 dan determinan dari matriks ordo $n \times n$ dapat dihitung lebih sederhana.

Contoh 2.4 Jika diberikan matriks $G = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ maka dengan menggunakan

Teorema 2.2 diperoleh $|G|$ yaitu.

$$\begin{aligned} |D| &= \frac{1}{a_{11}^{n-2}} |D| \\ |G| &= \frac{1}{2^{3-2}} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2^{3-2}} \begin{vmatrix} 0 & -13 \\ -16 & 2 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (-208) \\ &= -104 \end{aligned}$$

Contoh 2.5 Diberikan matriks sebagai berikut

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 6 & 5 & 8 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dapat diperhatikan bahwa nilai pada elemen $a_{11} = 0$, maka untuk menduga $|D|$ akan dilakukan penukaran baris pada B sebagai berikut:

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan mencari determinan matriks dengan menggunakan Persamaan (2.2).

$$\begin{aligned}
 |B| &= \frac{1}{(6)^{3-2}} \begin{vmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 12 & 24 \\ -17 & -50 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{6} (-600 + 408) \\
 &= \frac{(-192)}{6} \\
 &= -32
 \end{aligned}$$

2.4 Induksi Matematika

Definisi 2.7 [16] Misalkan $p(n)$ adalah pernyataan perihal bilangan bulat dan akan dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif, dengan cara menunjukkan bahwa:

1. $p(1)$ benar, wdan
2. Jika $p(k)$ benar, maka $p(k + 1)$ juga benar, untuk setiap $k \in N$. dan ditunjukkan $p(k)$ benar.

Langkah 1 disebut dengan langkah basis induksi sedangkan langkah 2 ialah langkah induksi. Jika kedua langkah terpenuhi kebenarannya maka $p(n)$ terbukti benar untuk n bilangan bulat positif.

Contoh 2.6 Jika diberikan sebuah matriks $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}, \forall a \in R, a \neq 0$.

Maka $|(A)^n| = a^{2n}$ untuk $n \in Z^+$.



Penyelesaian:

Sebelum membuktikan pernyataan pada Contoh 2.6, akan dihitung nilai determinan A terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}
 |A| &= \begin{vmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{vmatrix} \\
 &= (a)(a) - 0 \\
 &= a^2
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Untuk membuktikan pernyataan pada Contoh 2.6 akan dibuktikan dengan induksi matematika.

Misalkan $p(n): |(A)^n| = a^{2n}$

1. Basis induksi :

Untuk $n = 1$

$$p(1): |(A)^1| = a^{2(1)}$$

$$|A| = a^2$$

Berdasarkan Persamaan (2.3), $|A| = a^2$. Maka $p(1)$ bernilai benar.

2. Langkah induksi

Asumsikan untuk $n = k, p(k): |(A)^k| = a^{2k}$ benar ,

Maka akan ditunjukkan $p(k + 1) = a^{2(k+1)}$ benar.

$$\begin{aligned}
 \text{Penyelesaian: } |(A)^{k+1}| &= |(A^k)(A)| \\
 &= |A^k||A| && \text{(Berdasarkan Teorema 2.1)} \\
 &= a^{2k} \cdot a^2 \\
 &= a^{2k+2} \\
 &= a^{2(k+1)}
 \end{aligned}$$

Sehingga terbukti $p(k + 1)$ juga bernilai benar.

Berdasarkan langkah 1 dan 2 maka pernyataan pada Contoh 2.6 terbukti. ■

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
 State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



BAB III METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini, menggunakan metode studi keputusan dengan cara menyatukan penjelasan- penjelasan yang berasal dari buku dan jurnal yang berkaitan dengan penelitian ini. Berikut ialah proses yang digunakan dalam menentukan Determinan Matriks Hankel bentuk khusus ordo 3 menggunakan metode kondensasi Chio:

1. Diberikan sebuah matriks Hankel bentuk khusus A_3 pada Persamaan (1.2).
2. Menghitung nilai A_3^2 hingga A_3^{11} .
3. Menentukan $|A_3|$ hingga $|A_3^{11}|$ menggunakan metode kondensasi Chio dengan menggunakan Teorema 2.2 pada Persamaan (2.2).
4. Menduga $|A_3^m|$ dengan $m \in \mathbb{Z}^+$
5. Membuktikan bentuk umum $|A_3^m|$ dengan menggunakan induksi matematika.
6. Mengaplikasikan $|A_3^m|$ pada beberapa contoh soal dengan $m = 7, 8, \text{ dan } 11$.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

PENUTUP

4.4 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dijelaskan sebelumnya, maka diperoleh kesimpulan yaitu:

Jika A_3 merupakan sebuah Matriks Hankel bentuk khusus ordo 3×3 sebagai berikut:

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & a \\ a & a & 0 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2+1}, \forall a \in R, a \neq 0$$

Maka diperoleh $|A_3^m| = -1^m a^{3m}, m \in Z^+$

4.5 Saran

Berdasarkan penelitian ini dapat dikembangkan untuk menentukan bentuk umum trace Matriks Hankel bentuk khusus ordo $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

© Hak Cipta Milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. M. Gray, "Toeplitz and Circulant Matrices," *Department of Electrical Engineering Stanford*, vol. 2, no. 3, pp. 155–239, 2006.
- [2] K. Kaygisiz and A. Şahin, "Determinants and permanents of hessenberg matrices and generalized Lucas polynomials," *Bulletin of the Iranian Mathematical Society*, vol. 39, no. 6, pp. 1065–1078, 2013.
- [3] S.-L. Yang and Y.-N. Dong, "Hankel determinants of the Generalized Factorials," *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2018.
- [4] Rahmawati, N. Fitri, and A. N. Rahma, "Invers Matriks RSFPLRcircular $(0, b, \dots, b)$," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, p. 113, 2020, doi: 10.24014/jsms.v6i1.9260.
- [5] A. N. Rahma, K. Swandayani, and C. C. Marzuki, "Determinan Matriks FLScircular Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 3$ Menggunakan Metode Salihu," *Jurnal Fourier*, vol. 8, no. 1, pp. 27–34, 2019, doi: 10.14421/fourier.2019.81.27-34.
- [6] A. N. Rahma, R. H. Vitho, Rahmawati, and E. Saftri, "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ ($n \geq 3$) Menggunakan Adjoin," *Jurnal Lebesgue : Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Matematika dan Statistika*, vol. 4, no. 1, pp. 199–210, 2023, doi: 10.46306/lb.v4i1.212.
- [7] A. N. Rahma, E. Safitri, and Rahmawati, "Determinan Matriks FLScircular Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 3$ Menggunakan Metode Kondensasi Chio Ade," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 5, no. 1, pp. 27–34, 2019.
- [8] A. Sumitro, N. Kusumastuti, and S. M. Intisari, "Kajian Metode Kondensasi Chio Pada Determinan Matriks," *Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, vol. 04, no. 3, pp. 279–284, 2015.
- [9] A. N. Rahma, F. Aryani, M. Anggelina, and Rahmawati, "Determinan Matriks Blok 2×2 Dalam Aplikasi Matriks FLDCircular Bentuk Khusus," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 5, no. 2, pp. 34–42, 2019.
- [10] A. N. Rahma, Rahmawati, and S. M. Jauza, "Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 2, p.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

89, 2020, doi: 10.24014/jsms.v6i2.10552.

- [1] A. N. Rahma and Z. Aqilah, “Determinan Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo 3x3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif,” *Sains Matematika dan Statistika*, vol. 7, no. 1, p. 96, 2021, doi: 10.24014/jsms.v7i1.12193.
- [1] A. N. Rahma, E. Erizona, and R. Rahmawati, “Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4x4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif,” *Journal of Fundamental Mathematics and Applications (JFMA)*, vol. 4, no. 1, pp. 7–16, 2021, doi: 10.14710/jfma.v4i1.8921.
- [1] A. Howard and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, Kesebelas., vol. 6, no. August. 2016.
- [1] A. Howard and C. Rorres, *Dasar-Dasar Aljabar Linear Versi Aplikasi*, Ketujuh. Jakarta, 2004.
- [1] F. F. Abeles, “Chiò ’ s and Dodgson ’ s determinantal identities,” *Linear Algebra and its Applications*, vol. 454, pp. 130–137, 2014, doi: 10.1016/j.laa.2014.04.010.
- [16] R. Munir, *Matematika Diskrit*, Ketiga. Bandung: Informatika, 2005.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Fitria Maulida Agustini, dilahirkan pada tanggal 19 Agustus 2000 di desa Kuntu. Penulis lahir dari pasangan Ayahanda Nazaruddin dan Almarhumah Ibunda Jasniar yang merupakan putri bungsu dari empat bersaudara yakni Rodhiatul Abadiyah Sp.d, Diana Astuti, dan Trilis Mayani, S.Tr.Keb. Kemudian penulis diasuh oleh orang tua Asuh yakni Almarhum Ayahanda Sukadi dan Ibunda Kamariah di Desa Sukajadi Jumrah, Kabupaten Rokan Hilir. Penulis menyelesaikan Pendidikan formal di SDN 013 Sukajadi Jumrah pada tahun 2005-2011. Kemudian melanjutkan Pendidikan formal di SMPN 002 Jumrah pada tahun 2011-2014. Pada tahun 2014 melanjutkan Pendidikan formal di SMAN 1 Rimba Melintang hingga tahun 2017. Selanjutnya penulis melanjutkan Pendidikan Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Fakultas Sains dan Teknologi dengan jurusan Matematika.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.