

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

MODEL EPIDEMI MSEIR (*MATERNAL ANTIBODY-SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTIOUS-RECOVERED*) PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN ADANYA MIGRASI

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

SITI USWATUN KHASANAH
11750424960



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2023



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

MODEL EPIDEMI MSEIR (*MATERNAL ANTIBODY-SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTIOUS-RECOVERED*) PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN ADANYA MIGRASI

TUGAS AKHIR

oleh:

SITI USWATUN KHASANAH
11750424960

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir di Pekanbaru, pada tanggal 13 Juli 2023

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Mohammad Soleh, M.Sc.
NIP. 19751231 200910 1 052



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL EPIDEMI MSEIR (*MATERNAL ANTIBODY-SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTIOUS-RECOVERED*) PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN ADANYA MIGRASI

TUGAS AKHIR

oleh:

SITI USWATUN KHASANAH
11750424960

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 13 Juli 2023

Pekanbaru, 13 Juli 2023
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Dekan

Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI :

- Ketua : Corry Corazon Marzuki, M.Si.
Sekretaris : Mohammad Soleh, M.Sc.
Anggota I : Wartono, M.Sc.
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan dibawah ini:

Nama : Siti Uswatun Khasanah
NIM : 11750424960
Tempat/Tgl. Lahir : Kuantan Sako, 08 Februari 1999
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Tugas Akhir : Model Epidemi Mseir (*Maternal Antibody-Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered*) Pada Penyakit Campak Dengan Adanya Migrasi

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa:

1. Penulisan Skripsi ini dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Skripsi saya ini, saya menyatakan bebas plagiat.
4. Apabila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Skripsi saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 13 Juli 2023

Yang membuat pernyataan



Siti Uswatun Khasanah
NIM. 11750424960

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

“Barang siapa menempuh suatu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu, maka Allah SWT pasti memudahkan baginya jalan menuju surga”
(HR. Muslim)

Alhamdulillahirabbil’aalamiin ucapan syukur kepada Allah Subhanahu Wata’ala atas nikmat, karunia serta rahmatnya sehingga saya dapat menyelesaikan sebuah skripsi sederhana ini. Shalawat dan salam selalu terlimpahkan kepada Rasulullah Muhammad Shalallahu Alaihi Wassalaam.

Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kukasihi dan kusayangi.

Bapak dan Ibu Tercinta

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tiada terhingga ku persembahkan karya kecil ini kepada Bapak (Muradi) dan Ibu (Rukayah) Terima kasih Pak’e... Terima kasih Mak’e...

Orang terdekatku

Sebagai tanda terima kasih, ku persembahkan karya kecil ini kepada abang, kakak dan adiku (Mas Huda, Mas Irul, Kak Laila, Kak Dona dan Fido), dan saudara-saudaraku yang selalu memberiku semangat dan selalu menjadi tempatku untuk berkeluh kesah. Terima kasih...

Teman-teman

Buat kawan-kawanku yang selalu memberikan motivasi, nasehat, dukungan, yang selalu memberikan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini sekaligus pejuang skripsi (Riska, Fira, Tifa, Vicky, Nazela, Imbul, Mela, Mayang, Muslimah, Nadya, Oktavia, Rina, Arvinta, Fitri, Nia, Beta dan Kawan-kawan matematika angkatan 2017 terutama kelas C)

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku dosen pembimbing skripsiku. Terima kasih banyak kepada bapak sudah membantuku selama ini, serta menasehati, membimbing dan mengarahkanku sampai skripsi ini selesai.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

MODEL EPIDEMI MSEIR (*MATERNAL ANTIBODY-SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTIOUS-RECOVERED*) PADA PENYAKIT CAMPAK DENGAN ADANYA MIGRASI

SITI USWATUN KHASANAH
NIM: 11750424960

Tanggal Sidang : 13 Juli 2023
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Syarif Khasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penyakit campak merupakan penyakit infeksi berat dan menular. Penularan penyakit campak disebabkan oleh *Measles Virus* (MV), genus virus *Morbili* family *paramyxoviridae* yang kebanyakan menyerang anak-anak, ditandai nyeri tenggorokan, demam, batuk, dan ruam kulit. Salah satu upaya dalam pencegahannya yaitu dengan imunisasi menggunakan model matematika. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh model MSEIR dengan imunisasi dan menganalisa titik ekuilibrium dengan adanya migrasi pada model epidemi MSEIR. Data yang digunakan dalam penelitian adalah data yang diperoleh Dinas Kesehatan Kota Pekanbaru tahun 2021. Titik ekuilibrium ditentukan dengan menyelesaikan persamaan pada model MSEIR dan diuji kestabilannya dengan nilai eigen. Hasil yang diperoleh yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik dan titik ekuilibrium endemik penyakit tidak stabil. Berdasarkan data tersebut, maka suatu saat penyakit campak akan hilang.

Kata Kunci: penyakit campak, model MSEIR, Routh-Hurwitz, migrasi, stabil asimtotik, titik ekuilibrium.

MSEIR MODEL EPIDEMIC (MATERNAL ANTIBODY- SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTIOUS-RECOVERED) IN MEASES WITH MIGRATION

SITI USWATUN KHASANAH
11750424960

Date of Final Exam : 13 Juli 2023

Date of Graduation :

Mathematics Program Study
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Khasim Riau
Soebrantas Street No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

Measles is a serious infectious disease and contagious. Transmission of measles is caused by Measles Virus (MV), the genus morbili virus family paramyxoviridae which mostly attacks children, characterized by sore throat, fever, cough and skin rash. One of the efforts to prevent it is immunization using a mathematical model. The purpose of this study is to obtain the MSEIR model with immunization and analyze the equilibrium point with migration in the MSEIR epidemic model. The date used in this research is date obtained by the Pekanbaru City Health Office in 2021. The equilibrium point is determined by solving the equation in the MSEIR model and testing its stability with eigenvalues. The result obtained are an asymptotically stable disease-free equilibrium point and an unstable disease-endemic equilibrium point. Based on this date, one day measles will disappear.

Keywords: *measles, MSEIR model, Routh-Hurwitz, migration, asymptotically stable, equilibrium point.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum wa rahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alamin segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhanahu Wata'ala* yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Berkat rahmat, nikmat, kesempatan dan kesehatan sehingga penulis bisa menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "Model Epidemi MSEIR (*Maternal Antibody-Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered*) Pada Penyakit Campak dengan adanya Migrasi".

Shalawat serta salam kita hadiahkan kepada junjungan alam Nabi Besar Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalaam* karena berkat perjuangan beliau kita umat manusia dapat dibawa dari alam kegelapan ditunjukkan ke alam yang penuh dengan pengetahuan. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar sarjana Sains di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung terutama orang tua tercinta. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau sekaligus Penguji I.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc., selaku Sekretaris sekaligus Pembimbing Akademik yang telah memberikan dukungan serta arahan kepada penulis selama perkuliahan.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Shale Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

5. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc., selaku pembimbing Tugas Akhir penulis yang selalu ada dan memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
 6. Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
 7. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
 8. Kedua orang tua tercinta, Bapak Muradi dan Ibu Rokayah, yang tiada hentihentinya mendoakan, memberi dorongan moril maupun materi selama menempuh pendidikan serta kakak, abang dan saudaraku penulis yang tersayang yaitu Mas Huda, Mas Irul, Kak Laila, Kak Dona, Fido.
 9. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
 10. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Riska, Fira, Tifa, Vicky dan Angkatan 2017 kelas C.
- Tugas akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 13 Juli 2023

Siti Uswatun Khasanah



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN.....	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penelitian.....	2
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penelitian.....	3
BAB II LANDASAN TEORI.....	5
2.1 Penyakit Campak	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.2.1 Titik Ekuilibrium	7
2.2.2 Linierisasi	8
2.2.3 Nilai Eigen.....	10
2.2.4 Analisis Kestabilan	11
2.2.5 Kriteria Routh-Hurwitz	11
2.3 Model Epidemi MSEIR	12

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN	14
BAB IV PEMBAHASAN.....	17
4.1 Model Epidemi MSEIR Pada Penyakit Campak Dengan Adanya Migrasi.....	17
4.1.1 Pembentukan Model Matematika	17
4.2 Titik Ekuilibrium	20
4.2.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	20
4.2.2 Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit	20
4.3 Kestabilan Titik Ekuilibrium.....	23
4.3.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit.....	25
4.3.2 Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit.....	27
4.4 Simulasi Kasus Model MSEIR.....	34
BAB V PENUTUP	46
5.1 Kesimpulan	46
5.2 Saran	47
DAFTAR PUSTAKA.....	48
Lampiran	50
DAFTAR RIWAYAT HIDUP.....	51



DAFTAR SIMBOL

- $M(t)$: Populasi *Maternal Antibodi* (individu yang di imunisasi) pada saat t .
 $S(t)$: Populasi *Susceptible* (individu rentan terhadap penyakit) pada saat t .
 $E(t)$: Populasi *Exposed* (individu yang terpapar) *Laten* pada saat t .
 $I(t)$: Populasi *Infectious* (individu terinfeksi terhadap penyakit) pada saat t .
 $R(t)$: Populasi *Recovered* (individu yang telah sembuh terhadap penyakit) pada saat t .
 β : Laju serangan infeksi.
 μ : Laju kematian alami.
 π : Laju kelahiran.
 α : Laju kesembuhan individu terinfeksi.
 B : Laju kelahiran populasi yang dilindungi oleh imun.
 ε : Laju perpindahan kompartemen *exposed* ke *infected*.
 δ : Laju perpindahan kompartemen *maternal antibodi* ke *susceptible*.
 γ : Laju perpindahan kompartemen *infected* ke *recovered*.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik Titik Ekuilibrium	8
Gambar 2.2 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri	13
Gambar 3.1 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri	15
Gambar 3.2 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Campak.....	15
Gambar 4.1 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Campak.....	19
Gambar 4.2 Grafik $M(t)$	37
Gambar 4.3 Grafik $S(t)$	38
Gambar 4.4 Grafik $E(t)$	39
Gambar 4.5 Grafik $I(t)$	40
Gambar 4.6 Grafik $R(t)$	41

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Daftar Variabel pada Penyakit Campak	17
Tabel 4.2 Daftar Parameter pada Penyakit Campak	18
Tabel 4.3 Data Penyakit Campak	34
Tabel 4.4 Nilai Parameter	35

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	50
----------------	----



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit campak atau *Measles* merupakan penyakit infeksi berat dan menular, yang ditandai dengan nyeri tenggorokan, demam, batuk, dan ruam kulit. Penyakit ini disebabkan oleh *Measles Virus* (MV), genus virus *Morbili* family *Paramyxoviridae* yang kebanyakan menyerang anak-anak [1]. Orang yang terkena penyakit campak dapat menularkan virus campak melalui kontak langsung, udara, batuk atau bersin, dan kotoran manusia. Menurut Kementerian Kesehatan pada tahun 2018 kasus suspek campak berjumlah sekitar 11.000 [2].

Banyaknya kasus campak yang terjadi di Indonesia, maka pemerintah melakukan berbagai upaya, salah satunya yaitu program imunisasi campak. Imunisasi berguna untuk memberikan perlindungan pada anak agar tidak terkena penyakit yang menular, dan juga mendapatkan kekebalan kelompok (*herd immunity*). *Herd immunity* yaitu anak yang sudah mendapatkan imunisasi akan menghambat penularan penyakit di lingkungan masyarakat [3]. Dengan melakukan imunisasi adalah cara yang efektif dalam menekan penularan penyakit campak. Perpindahan penduduk (migrasi) dari suatu tempat ke tempat lain merupakan fenomena yang dapat terjadi di suatu tempat. Dengan adanya migrasi dapat terjadinya penularan penyakit campak yang dibawa oleh penduduk yang masuk atau keluar dari suatu tempat. Oleh karena itu, migrasi perlu diperhatikan dalam pemodelan matematika [4].

Beberapa penelitian tentang penyebaran penyakit campak diantaranya yaitu penelitian yang dilakukan [5] dengan menggunakan model matematika SEIR pada penyebaran penyakit campak dengan pengaruh vaksinasi. Penelitian ini menunjukkan bahwa pengaruh vaksinasi yang telah dilakukan belum berhasil untuk menghentikan penyebaran penyakit campak. Penelitian selanjutnya [6] dengan menggunakan model matematika SMEIUR pada penyebaran penyakit campak dengan faktor pengobatan. Penelitian ini menunjukkan bahwa untuk



menekan penyebaran penyakit campak, perlu dilakukan untuk meningkatkan laju imunisasi lanjut, laju pengobatan pada individu yang terinfeksi dan seimbang kesembuhan individu terobat. Penelitian selanjutnya oleh [7] dengan menggunakan model matematika SIR pada epidemi penyakit campak berdasarkan umur dengan pengaruh imunisasi. Penelitian ini menunjukkan bahwa pengaruh imunisasi yang mencapai 80% dapat menekan penularan penyakit dengan sangat baik. Oleh karena itu semakin kecil tingkat serangan infeksi maka semakin sedikit individu yang terserang infeksi dan semakin besar tingkat kesembuhan individu *infective* maka semakin cepat pula penyakit hilang dari populasi. Kemudian penelitian [8] dengan menggunakan model matematika MSEIR pada penyebaran penyakit difteri dengan *saturated incidence rate*.

Berdasarkan dari beberapa penelitian tersebut, penulis melihat dan memahami bahwasanya pengembangan matematika model SIR banyak digunakan untuk menentukan kestabilan suatu penyebaran penyakit yang menular salah satunya penyakit campak. Disini penulis menggunakan model pada jurnal [8] tetapi dengan penyakit yang berbeda. Penulis menggunakan model MSEIR pada penyakit campak sehingga penulis tertarik melakukan penelitian tentang penyebaran penyakit campak di Pekanbaru dengan judul penelitian “**Model Epidemi MSEIR (Maternal Antibody-Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered) pada Penyakit Campak dengan Adanya Migrasi**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang diuraikan diatas maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini sebagai berikut:

1. Bagaimana model MSEIR penyebaran penyakit campak dengan adanya pengaruh migrasi di Pekanbaru?
2. Bagaimana simulasi penyebaran penyakit campak dengan adanya pengaruh migrasi di Pekanbaru?

1.3 Batasan Masalah

Agar peneliti lebih terfokuskan dan terarah serta menghindari pembahasan yang terlalu luas maka penelitian membuat Batasan masalah. Adapun Batasan-batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- a. Skop data: Data yang digunakan adalah data campak pada tahun 2021 yang didapat dari Dinas Kesehatan Kota Pekanbaru.
- b. Skop metode: Analisis dan simulasi model dilakukan dengan mengestimasi parameter berdasarkan data dari Dinas Kesehatan Kota Pekanbaru.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan model penyebaran penyakit campak dengan adanya pengaruh migrasi di Pekanbaru.
2. Untuk mendapatkan simulasi penyebaran penyakit campak dengan adanya pengaruh migrasi di Pekanbaru.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulisan tugas akhir ini diharapkan dapat memperkenalkan suatu model matematika khususnya model matematika MSEIR, penelitian ini juga diharapkan bisa membantu pemerintah maupun pihak-pihak terkait dalam penularan campak. Model ini dapat menjadi referensi penulis lain yang akan mengambil topik yang sama dalam penelitian berikutnya.

1.6 Sistematika Penelitian

Adapun sistematika pada saat penulisan penelitian ini yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang landasan pengambilan ide penelitian yang akan dijelaskan melalui latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori dasar mengenai hal-hal yang dapat digunakan sebagai acuan dan landasan untuk mengembangkan penelitian ini. Konsep dan teori terkait perlu dijelaskan, seperti: penyakit campak, sistem persamaan diferensial, titik ekuilibrium, linierisasi, nilai eigen, kriteria routh-hurwitz, model epidemik MSEIR dan kajian terkait sebelumnya.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi tahapan-tahapan yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan penelitian mulai dari metode penelitian, teknik penggalan data sampai tahapan penelitian.

BAB IV

PEMBAHASAN

Bab ini berisi pembahasan tentang cara-cara untuk mendapatkan hasil penelitian Tugas Akhir.

BAB V

PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang menjelaskan inti dari seluruh pembahasan dan saran.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bagian ini akan dibahas teori pendukung untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini.

2.1 Penyakit Campak

Penyakit campak merupakan salah satu penyakit endemik di negara berkembang. Penyakit campak yang disebabkan oleh virus campak, dari family *paramyxoviridae*, genus *morbillivirus*. Penyakit ini diawali dengan adanya gejala awal demam, batuk, pilek yang kemudian diikuti dengan bercak merah kemerahan pada kulit dan ditularkan melalui percikan ludah dari mulut, hidung maupun tenggorokan penderita penyakit campak. Penyakit ini dapat menyerang siapa saja tanpa mengenal usia dan jenis kelamin [9].

Sumber penularan penyakit campak yaitu manusia sebagai penderita penyakit campak. Penularannya dari manusia satu ke manusia lainnya melalui percikan air liur pada batuk atau bersin. Masa dalam penularannya 4 hari sebelum timbul gejala, puncak penularannya pada saat gejala awal ialah 1-3 hari pertama sakit. Ada faktor lain yang mempengaruhi kejadian penyebaran penyakit campak. Diantaranya adalah usia, status gizi, status imunisasi, sosial ekonomi, budaya, lingkungan dan akses ke pelayanan kesehatan [10].

Imunisasi menjadi penting karena dapat melindungi dari berbagai penyakit berbahaya. Penyakit yang Dapat Dicegah Dengan Imunisasi (PD3I) masih menjadi salah satu yang menyita perhatian yaitu penyakit campak, 90% anak yang tidak kebal akan terserang penyakit campak. Manusia diperkirakan satu-satunya penyebarannya, walaupun monyet dapat terinfeksi tetapi tidak berperan dalam penyebaran penularan dapat terjadi 1-3 hari sebelum panas [11]. Hubungan status imunisasi campak dengan kejadian penyakit campak yaitu anak yang belum melakukan imunisasi campak berisiko 2 atau 3 kali lebih besar untuk menderita campak di banding anak yang mendapatkan imunisasi.

kejadian penyakit campak sangat berkaitan dengan keberhasilan program imunisasi campak. Indeks untuk menilai ukuran kesehatan masyarakat di Negara berkembang adalah imunisasi campak. Imunisasi merupakan upaya kesehatan yang terbukti paling efektif. Bila cakupan imunisasi mencapai 90%, sehingga dapat berkontribusi menurunkan angka penyebaran dan angka kematian sebesar 80% - 90% [12].

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial dengan n buah fungsi yang tidak diketahui yaitu $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, sebagaimana n adalah bilangan bulat positif lebih dari 1 atau bisa didefinisikan $n \geq 2$. Bentuk umum sistem persamaan diferensial biasa orde pertama ialah sebagai berikut [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(t, x_1, x_2, x_3) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(t, x_1, x_2, x_3) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dengan $x_1, x_2, \dots, x_n \in R$ ialah sebagai variabel-variabel terikat dan untuk $t \in R$ ialah sebagai variabel bebas. Jika $x_1, x_2, \dots, x_n \in R$ ialah sebagai variabel-variabel terikat dan untuk $t \in R$ ialah sebagai variabel bebas maka $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$, dan dimana $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt}$ ialah turunan fungsi dari x_1, x_2, \dots, x_n terhadap t dan dimana $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ ialah fungsi yang bergantung pada variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan t .

Contoh 1. Di berikan Persamaan diferensial linear

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 1 \text{ (Persamaan diferensial biasa)}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = x^2 y \text{ (Persamaan diferensial persial)}$$

2.2.1 Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium atau titik kesetimbangan merupakan titik yang pada saat $t = 1, 2, \dots, n$ stabil atau tetap, artinya titik ekuilibrium tidak berpengaruh terhadap waktu [13].

Contoh 2.

$$\frac{dx_1}{dt} = 4x_1 + x_1x_2 \quad (2.2)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 6x_2 - 8x_1 - 2x_2^2 \quad (2.3)$$

Selanjutnya akan dicari titik ekuilibrium yang menggunakan metode substitusi.

Berdasarkan Persamaan (2.2) sehingga diperoleh

$$x_1(4 + x_2) = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ dan } x_2 = -4$$

Kemudian substitusi $x_1 = 0$ ke Persamaan (2.3) diperoleh

$$6x_2 - 8(0) - 2x_2^2 = 0$$

$$6x_2 - 0 - 2x_2^2 = 0$$

$$6x_2 - 2x_2^2 = 0$$

$$x_2(6 - 2x_2) = 0$$

$$x_2 = 0 \text{ dan } x_2 = 3$$

Selanjutnya substitusi $x_2 = -4$ ke Persamaan (2.3) diperoleh

$$6(-4) - 8x_1 - (-4)^2 = 0$$

$$-24 - 8x_1 - 16 = 0$$

$$-40 - 8x_1 = 0$$

$$-8x_1 = 40$$

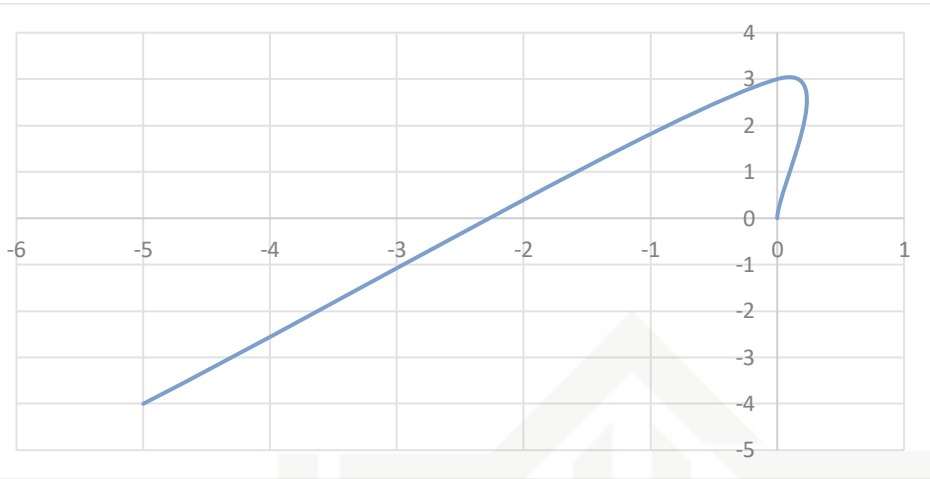
$$x_1 = -5$$

Maka diperoleh titik ekuilibrium $(0,0)$, $(0,3)$ dan $(-5, -4)$.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 2.1 Grafik titik ekuilibrium

2.2.2 Linierisasi

Linierisasi sistem persamaan merupakan proses perubahan dari suatu sistem persamaan tak linier menjadi sistem persamaan linier. Konsep ringkas linierisasi dapat ditulis sebagai berikut:

Suatu sistem nonlinier

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1, x_2) \quad (2.4)$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1, x_2)$$

Dapat dicari pendekatan linier menjadi

$$\dot{x}_1 = a_{11} x_1 + a_{12} x_2$$

$$\dot{x}_2 = a_{21} x_1 + a_{22} x_2$$

Jika disederhanakan menjadi

$$\dot{x}(t) = A x$$

Dengan:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, a_{ij} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{x=0}, i, j = 1, 2$$

Teknik linierisasi ini dapat dilakukan apabila:

1. Titik kesetimbangan dari sistem nonlinier ditetapkan pada titik asal $[x_{1e} \ x_{2e}]^T = [0 \ 0]^T$.
2. Fungsi f_1 dan f_2 dapat diferensialkan di sekitar titik asal.

**Contoh 3.**

$$\frac{dx}{dt} = 2x - 3xy$$

$$\frac{dy}{dt} = 4xy - 2y$$

Maka pada contoh 3 memiliki titik ekuilibrium (0,0).

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x, y)$$

$$\dot{x}_2(t) = f_2(x, y)$$

Dimisalkan:

$$f_1 = 2x - 3xy$$

$$f_2 = 4xy - 2y$$

Selanjutnya cari turunan parsial masing-masing terhadap x dan y

Bentuk contoh 3 adalah nonlinier. Untuk mendapatkan bentuk linierisasi maka dilakukan hal sebagai berikut:

$$\text{Untuk } f_1 = 2x - 3xy$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = 2 - 3y$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y} = -3x$$

$$\text{Untuk } f_2 = 4xy - 2y$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} = 4y$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y} = 4x - 2$$

Maka diperoleh Matriks Jacobian J adalah:

$$J = \begin{bmatrix} 2 - 3y & -3x \\ 4y & 4x - 2 \end{bmatrix}$$

Jika titik ekuilibrium (0,0) di substitusikan ke J maka

$$J(0,0) = \begin{bmatrix} 2 - 3(0) & -3(0) \\ 4(0) & 4(0) - 2 \end{bmatrix}$$

$$J(0,0) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Maka bentuk linierisasi dari contoh 3 adalah:

$$\dot{x} = J$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\dot{x} = 2x$$

$$\dot{y} = -2y$$

2.2.3 Nilai Eigen

Nilai eigen adalah nilai karakteristik pada matriks yang berukuran $n \times n$, vektor eigen yang merupakan vektor kolom tak nol yang apabila dikalikan pada suatu matriks yang berukuran $n \times n$ yang akan mendapatkan vektor yang berbeda dengan mempunyai nilai kelipatan dari vektor eigen itu sendiri. Nilai Eigen berfungsi untuk mengetahui kestabilan dari suatu system [14].

Defenisi 1 [8] Jika A adalah matriks yang berukuran $n \times n$, sehingga vektor yang tak nol x di dalam R^n merupakan vektor eigen dari matriks A dan jika Ax ialah kelipatan skalar dari x yaitu:

$$Ax = \lambda x \tag{2.5}$$

Untuk suatu skalar λ , dimana skalar λ merupakan nilai eigen dari matriks A dan x merupakan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ .

Contoh4.

Tentukan nilai eigen dari: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -7 & 6 \end{bmatrix}$

Mencari matriks $A - \lambda I$

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -7 & 6 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -7 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ 2 & -7 & 6 - \lambda \end{bmatrix}$$

Mencari determinan dari matriks $\det(A - \lambda I) = 0$

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ 2 & -7 & 6 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$= -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 7\lambda + 2$$

$$= \lambda^3 - 6\lambda^2 + 7\lambda - 2$$

$$(\lambda - 2)(\lambda^2 - 3\lambda + 1) = 0$$

Sehingga didapatlah nilai-nilai eigen dari matriks A, yaitu:

$$\lambda = 2 \quad \lambda = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \quad \lambda = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

2.2.4 Analisis Kestabilan

Pelinearan menggunakan matriks Jacobian dapat digunakan untuk mencari hasil dari analisa kestabilan sistem persamaan diferensial yang tidak linear [13].

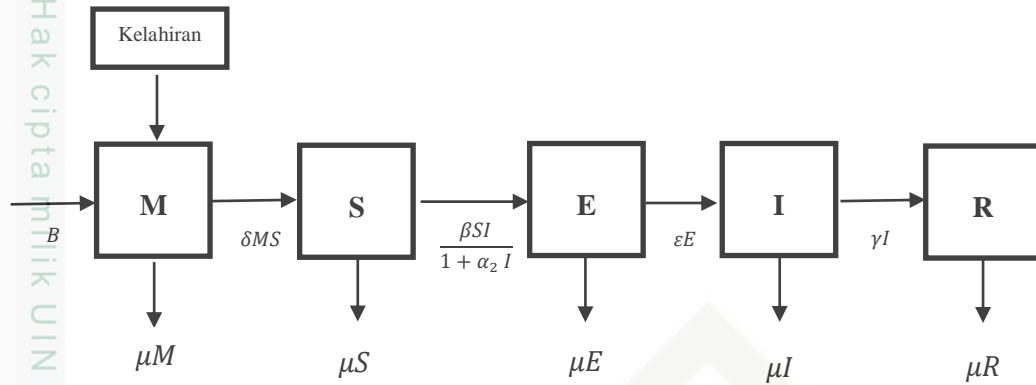
$$J(f(x^*)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x^*) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x^*) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x^*) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$J(f(x^*))$ dimana matriks Jacobian dari f di titik x^*

2.2.5 Kriteria Routh-Hurwitz

Kriteria *Routh-Hurwitz* ialah model yang digunakan agar mendapat nilai eigen polinomial yang tidak mudah dilakukan. Nilai kestabilan titik

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 2.2 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri

Berdasarkan Gambar 2.2 diperoleh model pada persamaan:

$$\frac{dM}{dt} = B - \delta MS - \mu M,$$

$$\frac{dS}{dt} = \delta MS - \frac{\beta SI}{1 + \alpha_2 I} - \mu S,$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{1 + \alpha_2 I} - \varepsilon E - \mu E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \varepsilon E - \gamma I - \mu I,$$

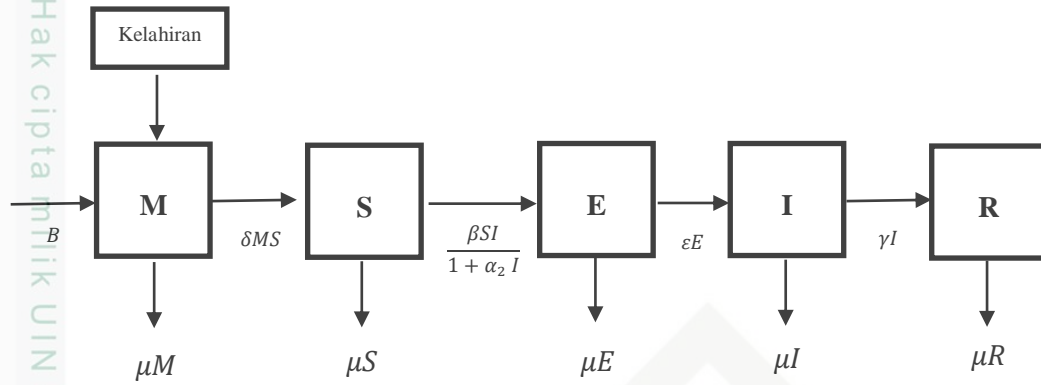
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R.$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Metodologi penelitian yang digunakan oleh penulis dalam tugas akhir ini adalah metode penelitian studi pustaka dengan mempelajari jurnal-jurnal dan modul yang berhubungan pada penyakit campak. Adapun langkah-langkah penelitian pada tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan variabel dan parameter yang akan digunakan pada model yaitu:
 - $M(t)$: Populasi *Maternal Antibodi* (individu yang di imunisasi) pada saat t .
 - $S(t)$: Populasi *Susceptible* (individu rentan terhadap penyakit) pada saat t .
 - $E(t)$: Populasi *Exposed* (individu yang terpapar) *Laten* pada saat t .
 - $I(t)$: Populasi *Infectious* (individu terinfeksi terhadap penyakit) pada saat t .
 - $R(t)$: Populasi *Recovered* (individu yang telah sembuh terhadap penyakit) pada saat t .
 - β : Laju serangan infeksi.
 - μ : Laju kematian alami.
 - π : Laju kelahiran.
 - α : Laju kesembuhan individu terinfeksi.
 - B : Laju kelahiran populasi yang dilindungi oleh imun.
 - ε : Laju perpindahan kompartemen *exposed* ke *infected*.
 - δ : Laju perpindahan kompartemen *maternal antibodi* ke *susceptible*.
 - γ : Laju perpindahan kompartemen *infected* ke *recovered*.
2. Dibentuk diagram alur model epidemik MSEIR oleh penelitian [8] sebagai berikut:



Gambar 3.1 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri

Sehingga diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dM}{dt} = B - \delta MS - \mu M,$$

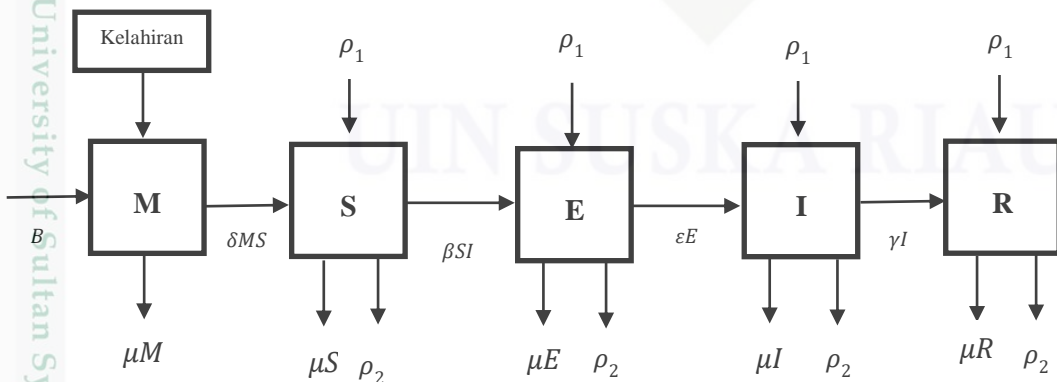
$$\frac{dS}{dt} = \delta MS - \frac{\beta SI}{1 + \alpha_2 I} - \mu S,$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{1 + \alpha_2 I} - \epsilon E - \mu E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \epsilon E - \gamma I - \mu I,$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R.$$

3. Kemudian membentuk model baru dari model matematika (2) dengan menambahkan asumsi adanya migrasi (imigrasi dan emigrasi) pada kompartemen SEIR.



Gambar 3.2 Diagram Alur Model MSEIR Penyebaran Penyakit Campak

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
4. Menentukan titik ekuilibrium dari model yang telah dibentuk pada tahap (3), titik ekuilibrium terbagi menjadi dua yaitu ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit.
5. Menganalisa sifat kestabilan dari titik ekuilibrium yang diperoleh pada tahap (4) dengan melakukan linierisasi melalui matriks jacobian, yang selanjutnya kestabilannya ditentukan dengan melihat nilai eigen.
6. Simulasikan model menggunakan aplikasi *Maple 13*.
7. Menyimpulkan hasil Analisa model menggunakan aplikasi *Maple 13*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Model matematis yang diperoleh pada penyakit campak dengan adanya migrasi menggunakan model epidemi MSEIR, yaitu:

$$\frac{dM}{dt} = \pi N + BM - \mu M - \delta MS,$$

$$\frac{dS}{dt} = \delta MS + \rho_1 S - \mu S - \rho_2 S - \beta SI,$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI + \rho_1 E - \mu E - \rho_2 E - \varepsilon E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \varepsilon E + \rho_1 I - \mu I - \rho_2 I - \gamma I,$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I + \rho_1 R - \mu R - \rho_2 R.$$

Dengan $M(t) + S(t) + E(t) + I(t) + R(t) = N$ merupakan jumlah keseluruhan populasi. Dimana M adalah populasi *maternal antibody* (individu yang di imunisasi), S adalah populasi *susceptible* (individu rentan), E adalah populasi *exposed* (individu laten), I adalah populasi *infected* (individu yang terinfeksi), R adalah populasi *recovered* (individu yang sembuh).

2. Terdapat dua titik ekuilibrium pada model MSEIR penyakit campak dengan adanya migrasi, yaitu:
 - a. Titik ekuilibrium bebas penyakit

$$E_1 = \left(\frac{\pi N}{(\mu - B)}, 0, 0, 0, 0 \right)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

b. Titik ekuilibrium endemik

$$E_1 \left(\frac{\pi N \varepsilon \beta}{(\mu + \delta - B)(\rho_1 - \gamma - \mu - \rho_2)(\rho_1 - \varepsilon - \mu - \rho_2)}, \frac{(\gamma - \rho_1 + \mu + \rho_2)(\varepsilon - \rho_1 + \mu + \rho_2)}{\varepsilon \beta}, \frac{(\mu + \rho_2 + \gamma - \rho_1)}{\varepsilon} I^*, \frac{\delta \left(\frac{-\delta \pi N \varepsilon \beta}{(B - \mu - \delta)(\gamma - \rho_1 + \mu + \rho_2)(\varepsilon - \rho_1 + \mu + \rho_2)} \right) + \rho_1 - \mu - \rho_2}{\beta}, \frac{\gamma I^*}{\mu + \rho_2 - \rho_1} \right)$$

Kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik karna terdapat nilai dari $\lambda < 0$ dan kestabilan titik ekuilibrium endemik penyakit diperoleh tidak stabil karna terdapat nilai $\lambda > 0$.

5.2 Saran

Dalam penulisan ini, penulis membahas model epidemi MSEIR terhadap penyakit campak dengan adanya migrasi. Dalam penelitian ini subpopulasi yang digunakan yaitu *Maternal Antibody (M)*, *Susceptible (S)*, *Exposed (E)*, *Infected (I)*, *Recovered (R)*. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini, penulis memberikan saran agar menambahkan subpopulasi *Hospital (H)* yaitu orang yang melakukan pengobatan di rumah sakit.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] L. Awalushaumi and Q. Aini, “*Model Dinamika Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi Dan Penerapannya di Provinsi Nusa Tenggara Barat,*” vol. 8, no. 2, pp. 112–121, 2019.
- [2] N. M. R. Riastini and I. M. Sutarga, “*Gambaran Epidemiologi Kejadian Campak Di Kabupaten Badung Provinsi Bali Tahun 2014-2019,*” *Arch. Community Heal.*, vol. 8, no. 1, p. 174, 2021, doi: 10.24843/ach.2021.v08.i01.p12.
- [3] A. Ningtiyas, Dwi wahyu; Wibowo, “*Pengaruh Kualitas Vaksin Campak Terhadap Kejadian Campak di Kabupaten Pasuruan,*” *Jurnal Berkala Epidemiologi*, vol. 3, no. 42, pp. 315–326, 2014.
- [4] M. Soleh and S. Rahma, “*Model Seir Penyakit Campak dengan Vaksinasi dan Migrasi,*” *J. Sains, Teknol. dan Ind. Model*, vol. 9, no. 2, pp. 113–123, 2012.
- [5] M. Kholisoh, Siti; St. budi, Waluya; Kharis, “*Model Epidemi Seir Pada Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Vaksinasi,*” *Unnes J. Math.*, vol. 1, no. 2, 2012, doi: 10.15294/ujm.v1i2.1740.
- [6] A. F. D. Hubu, N. Achmad, and N. Nurwan, “*Model matematika SMEIUR pada penyebaran penyakit campak dengan faktor pengobatan,*” *Jambura J. Biomath.*, vol. 1, no. 2, pp. 71–80, 2020, doi: 10.34312/jjbm.v1i2.7970.
- [7] A. N. Aziziah and Abadi, “*Model SIR pada Epidemi Penyakit Campak Berdasarkan Umur dengan Pengaruh Imunisasi,*” *J. Ilm. Mat.*, vol. 3, no. 6, pp. 52–57, 2017.
- [8] I. Suryani, “*Analisis Kestabilan Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Saturated Incidence Rate,*” *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 2016.
- [9] A. Fatmawati, L. R. Aju, and R. Malango, “*Model Dinamika Penyebaran Penyakit Campak Dengan Pengaruh Migrasi Dan Penambahan Imunisasi,*” *Euler J. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 8, no. 1, pp. 9–15, 2021, doi: 10.34312/euler.v8i1.10326.

- © Hak cipta milik UIN Suska Riau
- State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
- [10] H. Khotimah, "Hubungan Antara Usia, Status Gizi, Dan Status Imunisasi Dengan Kejadian Campak Balita," *Hub. Antara Usia, Status Gizi, Dan Status Imunisasi Dengan Kejadian Campak Balita*, pp. 23–32, 2015, [Online]. Available: <https://ejournal.latansamashiro.ac.id/index.php/OBS/article/view/118>.
- [11] S. U. Huvaidd, Y. Yulianita, and N. Mairoza, "Faktor-faktor yang Berhubungan dengan Pemberian Imunisasi Campak pada Balita," *J. Ris. Hesti Medan Akper Kesdam I/BB Medan*, vol. 4, no. 2, p. 83, 2020, doi: 10.34008/jurhesti.v4i2.139.
- [12] R. Meilani and R. E. Budiati, "Faktor-Faktor Yang Memengaruhi Kejadian Campak Di Puskesmas Purwosari Kabupaten Kudus," *Keperawatan dan Kesehat. Masy.*, vol. 2, no. 9, pp. 93–112, 2013.
- [13] Olsder. G. J. dan Woude. J.W. van der, "Mathematical Systems Theory." Edisi ke-2. Netherlands, 2003.
- [14] K. Q. Fredlina and K. T. Werthi, "Pemodelan Matematika Dengan Metode Runge Kutta Untuk Penyakit Campak Menggunakan Matlab R2010a." *Jurnal Teknologi Informasi dan Komputer*, vol. 4, n0. 2, pp. 150–155, 2018.
- [15] 1 and V Rahul Marshal² Balaram Naik, P Karunakar, 1 M Jayadev, " Analisis Model Epidemik MSEIR Pada Penyebaran Penyakit Difteri." *UPT-Teknologi Informasi dan Komunikasi*, vol. 16, no. 4. 2013.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LAMPIRAN

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

> restart : with(plots) : with(DEtools);
> with(hinalg) : unprotect(gamma) :
> delta := 0.00000015 : epsilon := 5 : beta := 0.00000047 : mu := 0.2 : Y := 0.097 : B := 0.025 : p1 := 0.1 : p2 := 0.1 : N := 994585 :
> de1 := diff(M(t), t) = mu * N + B * M(t) - mu * M(t) - delta * M(t) * S(t);
> de2 := diff(S(t), t) = delta * M(t) * S(t) + p1 * S(t) - mu * S(t) - p2 * S(t) - beta * S(t) * K(t);
> de3 := diff(E(t), t) = beta * S(t) * K(t) + p1 * E(t) - mu * E(t) - p2 * E(t) - epsilon * E(t);
> de4 := diff(K(t), t) = epsilon * E(t) + p1 * K(t) - mu * K(t) - p2 * K(t) - Y * K(t);
> de5 := diff(R(t), t) = Y * K(t) + p1 * R(t) - mu * R(t) - p2 * R(t);
> inits := [ M(0) = 75324, S(0) = 919239, E(0) = 0, K(0) = 22, R(0) = 22];
> myopts := stepsize = 0.1;
> plot1 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5], [M(t), S(t), E(t), K(t), R(t)], t = 0..60, [inits], scene = [t, M], arrows = none, myopts) : display(plot1);
> plot2 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5], [M(t), S(t), E(t), K(t), R(t)], t = 0..50, [inits], scene = [t, S], arrows = none, myopts, linecolor = red) : display(plot2);
> plot3 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5], [M(t), S(t), E(t), K(t), R(t)], t = 0..50, [inits], scene = [t, E], arrows = none, myopts, linecolor = green) : display(plot3);
> plot4 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5], [M(t), S(t), E(t), K(t), R(t)], t = 0..50, [inits], scene = [t, K], arrows = none, myopts, linecolor = blue) : display(plot4);
> plot5 := DEplot([de1, de2, de3, de4, de5], [M(t), S(t), E(t), K(t), R(t)], t = 0..50, [inits], scene = [t, R], arrows = none, myopts, linecolor = black) : display(plot5);

```

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan di Kuantan Sako, 08 februari 1999, sebagai anak kedua dari tiga bersaudaradari pasangan Bapak Muradi dan Ibu Rokayah. Penulis menyelesaikan Pendidikan Formal pada Sekolah Dasar Negeri 012 Kuantan Sako. Menyelesaikan Pendidikan Madrasah Tsanawiyah Darul ulum Sukaraja pada tahun 2014 dan menyelesaikan Pendidikan Madrasah Aliyah Darul Hikmah Pekanbaru pada tahun 2017. Setelah menyelesaikan studi di bangku Madrasah Aliyah, pada tahun yang sama penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan lulus di Fakultas Sains dan Teknologi dengan program studi Matematika.

Pada bulan Januari 2020 penulis melaksanakan Kerja Praktek di PT Perkebunan Nusantara V dengan judul “Pengaruh Tenaga Kerja dan Biaya Pemeliharaan terhadap Jumlah Produksi Tandan Buah Segar (TBS) Kelapa Sawit di PT Perkebunan Nusantara V” yang dibimbing oleh Ibu Elfira Safitri, S.SI., M.Mat. dan Ibu Nela Anggita, S.P. pada tanggal 13 Januari 2020 sampai 13 Februari 2020 dan diseminarkan pada tanggal 05 juni 2020. Pada bulan Juli-Agustus 2020 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kelurahan Binawidya, Kecamatan Tampan, Kota Pekanbaru, Riau.

Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana pada tanggal juli 2022 dengan judul tugas akhir “Model Epidemi MSEIR (*Maternal Antibody-Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered*) pada Penyakit Campak dengan Adanya Migrasi” dibawah bimbingan Bapak Mohammad Soleh, M.Sc.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.