

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

ANALISIS KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN HIV/AIDS MODEL SEIA DENGAN PRINSIP MINIMUM PONTRYAGIN

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

FIDIA SRI RAHMADANI
11950423342



State Islamic University
Sultan Syarif Kasim R

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2023

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Lampiran surat
 Nomor : Nomor 25/2021
 Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan dibawah ini.

Nama : Fidia Sri Rahmadani
 NIM : 11950423342
 Tempat/Tgl. Lahir : Lubuk Linggau, 30 November 2002
 Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi
 Prodi : Akuntansi S1
 Judul Tugas Akhir : Analisis Kendali Optimal Penyebaran HIV/AIDS Model SEIA dengan Prinsip Minimum Pontryagin

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa:

1. Penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*~~ dengan judul sebagaimana tersebut diatas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*~~ saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apabila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*~~ saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 14 Juli 2023

~~Yang Membuat Pernyataan~~



Fidia Sri Rahmadani

NIM: 11870320262

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



LEMBAR PERSETUJUAN

ANALISIS KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN HIV/AIDS MODEL SEIA DENGAN PRINSIP MINIMUM PONTRYAGIN

TUGAS AKHIR

oleh:

FIDIA SRI RAHMADANI

11950423342

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 14 Juli 2023

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.

NIP. 19840803 201101 1 005

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN HIV/AIDS MODEL SEIA DENGAN PRINSIP MINIMUM PONTRYAGIN

TUGAS AKHIR

oleh:

FIDIA SRI RAHMADANI

11950423342

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 14 Juli 2023

Pekanbaru, 14 Juli 2023

Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

Dekan

Dr. Hartono, M.Pd.

NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI:

Ketua : Wartono, M.Sc.

Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.

Anggota I : Irma Suryani, S.Si., M.Sc.

Anggota II : Elfira Safitri, S.Si., M.Mat.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber.
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Pengadaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 14 Juli 2023
Yang membuat pernyataan,

FIDIA SRI RAHMADANI
11950423342

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, segala puji syukur kepada Allah SWT yang telah memberikan nikmat yang luar biasa kepada saya, membekali saya dengan ilmu pengetahuan. Atas karunia serta kemudahan yang telah diberikan, akhirnya Tugas Akhir ini dapat saya selesaikan. Tugas Akhir ini saya persembahkan untuk orang-orang hebat yang telah setia mendampingi saya sampai titik ini :

Kedua Orang tua Tercinta

Ilham dan Adna Hidayani yang tiada henti memberikan motivasi dan kasih sayangnya dan tidak pernah putus asa untuk selalu mendoakan kakak. Doa dan keikhlasan telah mengantarkan kakak untuk mewujudkan semua impian. Terima kasih Mama dan Papa telah menjadi sandaran terkuat saya dari kerasnya dunia. Sehat selalu dan hidup lebih lama lagi untuk selalu ada disetiap perjalanan dan pencapaian kakak.

Kedua Adikku tersayang

Syarif Fadillah Ilmi dan Bilal Muzacky yang telah memberikan doa dan dukungannya yang secara tidak langsung membantu saya menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Dosen Pembimbingku

Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc, selaku dosen pembimbing yang telah banyak memberikan bimbingan, kritik dan saran, serta selalu meluangkan waktunya agar saya dapat menyelesaikan Tugas Akhir saya.

Sahabatku

Nur Lathifah, seseorang yang telah banyak kebersamai saya melewati masa-masa sulit saya. Terima kasih atas dukungan, semangat serta telah menjadi tempat berkeluh kesah, selalu ada dalam suka maupun duka, dan memberikan support moral disaat titik terendah saya.

Teman Seperjuangan

Teruntuk teman-temanku Adela, Amalya, Lisa, Putri dan Iswan yang telah memberikan saya support baik tenaga, waktu dan motivasi kepada saya selama 4 tahun dimasa perkuliahan ini.



ANALISIS KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN HIV/AIDS MODEL SEIA DENGAN PRINSIP MINIMUM PONTRYAGIN

FIDIA SRI RAHMADANI
NIM: 11950423342

Tanggal Sidang : 14 Juli 2023
Tanggal Wisuda : 2023

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Human Immunodeficiency Virus (HIV) dapat menyebabkan penyakit *Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS)* karna transfusi darah yang tercemar dan virus yang ditularkan pada saat melakukan hubungan seksual. Tingginya temuan kasus HIV/AIDS di Indonesia dapat dikurangi melalui upaya pencegahan penyebaran dari HIV/AIDS dengan memberikan kendali berupa penyuluhan masyarakat. Secara matematika, penyakit ini dapat dimodelkan kedalam Model SEIA dengan membagi individu kedalam kelas rentan, bergejala, terinfeksi HIV, dan terinfeksi AIDS. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh k endali optimal dalam upaya mencegah penyebaran dari penyakit HIV/AIDS dengan menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah Metode Runge-Kutta Orde 4. Berdasarkan hasil simulasi diunjukkan bahwa pada ketika diberikan penyuluhan terhadap kelas individu yang rentan, terjadi kenaikan pada populasi kelas tersebut. Namun pada kelas populasi lainnya mengalami penurunan secara signifikan dan kelas populasi AIDS mendekati angka 0.

Kata kunci: *Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS), Human Immunodeficiency Virus (HIV),* Kendali Optimal, Metode Runge-Kutta Orde 4, Prinsip Minimum Pontryagin

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ANALYSIS OF OPTIMAL CONTROL OF THE SPREAD OF HIV/AIDS WITH THE MINIMUM PONTRYAGIN

FIDIA SRI RAHMADANI
NIM: 11950423342

Date of Final Exam: 14 July 2023
Date of Graduation : 2023

Department of Mathematic
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

Human Immunodeficiency Virus (HIV) can cause Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS) due to contaminated blood transfusions and virus transmission during sexual intercourse. The high prevalence of HIV/AIDS cases in Indonesia can be reduced through efforts to prevent the spread of HIV/AIDS by providing community education. Mathematically, this disease can be modeled using the SEIA Model, dividing individuals into susceptible, symptomatic, HIV-infected, and AIDS-infected classes. This study aims to obtain optimal control in preventing the spread of HIV/AIDS by applying the Minimum Pontryagin's Principle, The method used in this study is the Order 4 Runge-Kutta Method. Based on the simulation results, it is shown that when education is provided to the susceptible class of individuals, there is an increase in the population of that class. However, the other population classes experience a significant decrease, and the AIDS population class approaches 0.

Keywords: *Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS), Human Immunodeficiency Virus (HIV), Optimal Control, Order 4 Runge-Kutta Method, Pontryagin's Minimum Principle.*

UIN SUSKA RIAU

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nyalah sehingga peneliti dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir yang berjudul “Analisis Kendali Optimal Penyebaran HIV/AIDS Model SEIA dengan *Prinsip Minimum Pontryagin*”. Shalawat beserta salam senantiasa kita hadiahkan untuk Nabi Besar Muhammad SAW, semoga dengan senantiasa bershalawat kepada beliau kita mendapatkan syafa’atnya di akhirat nanti.

Dalam penyusunan Tugas Akhir ini, penulis banyak mendapatkan dukungan dan arahan serta masukan dari berbagai pihak terutama kedua orang tercinta yang telah banyak memberikan doa kepada penulis. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang tidak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd, selaku Dekan Fakultas sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan selaku Pembimbing penulisan Tugas Akhir yang telah memberikan arahan dan bimbingan dengan sabar selama penulis menyelesaikan laporan Tugas Akhir ini.
5. Ibu Irma Suryani, S.Si., M.Sc. dan Ibu Elfira Safitri, S.Si., M.Mat selaku Penguji yang telah memberikan kritik dan saran pada Tugas Akhir ini.
6. Ibu Dr. Yuslenita Muda, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan bantuan, dukungan beserta motivasi kepada penulis.
7. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
8. Seluruh teman-teman Matematika Angkatan 2019 yang telah memberikan semangat kepada penulis selama di bangku perkuliahan.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu sehingga laporan Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.

Semoga semua kebaikan yang telah diberikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapatkan balasan yang setimpal dari Allah SWT. Penulis menyadari bahwa laporan Tugas Akhir ini tidak lepas dari kekurangan dan kesalahan. Untuk itu, peneliti mengharapkan kritikan dan saran dari semua pihak yang bersifat membangun demi kesempurnaan laporan Tugas Akhir ini. Penulis ucapkan terima kasih, semoga dengan adanya laporan tugas akhir ini bermanfaat bagi kita semua *aamiin*.

Pekanbaru, 14 Juli 2023

FIDIA SRI RAHMADANI
11950423342

UIN SUSKA RIAU

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN.....	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 HIV/AIDS.....	5
2.2 Persamaan Diferensial	5
2.3 Permasalahan Umum Kendali Optimal untuk Waktu kontinu .	6
2.4 Model Matematika SEIR.....	9
2.5 Model Upaya Pencegahan Penyebaran HIV/AIDS	10
2.6 Metode Runge Kutta Orde 4.....	11
BAB III METODE PENELITIAN	13
BAB IV PEMBAHASAN.....	14

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



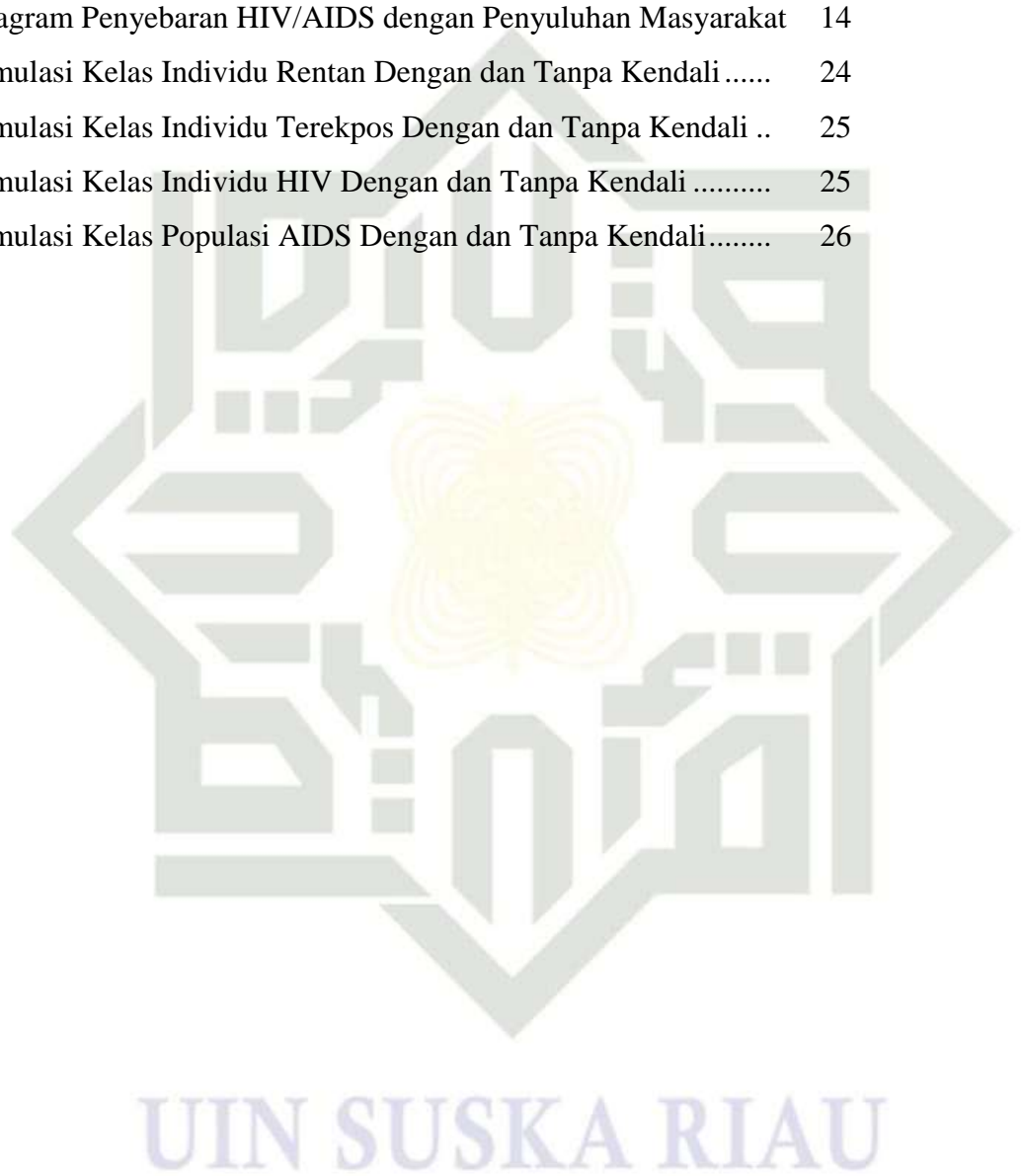
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.1 Model Penyebaran HIV/AIDS dengan Upaya Penyuluhan Masyarakat	14
4.2 Kendali Optimal Penyebaran HIV/AIDS dengan Prinsip Minimum Pontryagin.....	15
4.3 Kendali Optimal Penyebaran HIV/AIDS Metode Runge Kutta Orde 4	18
4.4 Simulasi Numerik.....	23
BAB V PENUTUP.....	27
5.1 Kesimpulan.....	27
5.2 Saran	27
DAFTAR PUSTAKA	28
LAMPIRAN.....	29
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	36

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Kompartemen SEIR	9
Gambar 2.2 Diagram transmisi penyebaran HIV/AIDS	10
Gambar 4.1 Diagram Penyebaran HIV/AIDS dengan Penyuluhan Masyarakat	14
Gambar 4.2 Simulasi Kelas Individu Rentan Dengan dan Tanpa Kendali	24
Gambar 4.3 Simulasi Kelas Individu Terekos Dengan dan Tanpa Kendali ..	25
Gambar 4.4 Simulasi Kelas Individu HIV Dengan dan Tanpa Kendali	25
Gambar 4.5 Simulasi Kelas Populasi AIDS Dengan dan Tanpa Kendali	26



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR SIMBOL

- V : Fungsi tujuan;
 t_0 : Waktu awal;
 t_f : Waktu akhir;
 N : Populasi total;
 S : Jumlah individu rentan;
 E : Jumlah individu yang terekspos;
 I : Jumlah individu terinfeksi HIV;
 A : Jumlah individu terinfeksi AIDS;
 B : Laju kelahiran alami;
 μ : Laju kematian alami;
 δ : Laju transisi kelas rentan ke kelas terekspos;
 u : Variabel kendali penyuluhan masyarakat;
 α : Laju transisi kelas terekspos ke kelas terinfeksi HIV;
 β : Laju transisi kelas HIV ke kelas terinfeksi AIDS;
 γ : Laju kematian karna AIDS;
 J : Fungsi tujuan;
 P : Koefisien populasi;
 c : Bobot biaya;
 u : Kendali berupa penyuluhan masyarakat;
 t : Waktu;
 J_s : Jumlah jarum suntik individu rentan;
 J_i : Jumlah jarum suntik individu terinfeksi;
 f : Frekuensi pengguna narkoba dengan menggunakan jarum suntik;
 p_j : Peluang infeksi jarum terinfeksi dari pengguna narkoba dengan $0 < p_j < 1$.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit Menular Seksual (PMS) pada saat ini masih menjadi tantangan dalam bidang kesehatan. PMS dapat disebabkan salah satunya karena transfusi darah yang telah tercemar dan virus yang ditularkan pada saat melakukan hubungan seksual. Salah satu jenis PMS yang mendapat perhatian khusus dari bidang Kesehatan adalah HIV/AIDS. *Human Immunodeficiency Virus* (HIV) merupakan penyebab dari penyakit *Acquired Immunodeficiency Syndrome* (AIDS). Infeksi dari HIV dapat mengakibatkan jumlah sel CD4 mengalami penurunan yang akan menyebabkan terjadinya defisiensi imunitas selular dan tingkat kerentanan terhadap berbagai infeksi dan proses neoplastik semakin meningkat [1].

Gejala HIV dapat dilihat dalam beberapa tahapan yaitu infeksi akut setelah seseorang telah terinfeksi, sistem kekebalan tubuh pada orang yang terinfeksi akan membentuk antibodi untuk melawan virus HIV. Umumnya, penderita yang telah terinfeksi tidak menyadarinya. Hal ini dikarenakan gejala yang ditunjukkan hampir mirip dengan gejala flu. Memasuki waktu beberapa bulan, infeksi berganti menjadi tahap laten dimana virus HIV akan semakin merusak kekebalan tubuh. Tahap laten yang terlambat ditangani, maka virus HIV akan mengakibatkan AIDS [2]. Sejak tahun 2005 sampai 2019, kasus HIV di Indonesia mencapai 338.363 orang, sedangkan untuk kasus AIDS pada tahun 2019 mencapai 115.601 orang. Dari tingginya temuan kasus HIV/AIDS di Indonesia, maka diperlukan upaya pencegahan penyebaran dari HIV/AIDS [3].

Pemodelan matematika seringkali digunakan untuk menjelaskan fenomena dalam bidang ilmu biologi, seperti model penyebaran penyakit menular. Upaya pencegahan penyebaran penyakit HIV/AIDS dapat dilakukan salah satunya dengan memodelkan penyakit HIV/AIDS ke dalam model matematika. Penelitian [3] melakukan simulasi pada penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan menggunakan model tipe SIA (*Susceptible, Infected, Abstained*). Berdasarkan

penelitian ini, dengan perhitungan secara numerik diperoleh populasi *abstained* mengalami peningkatan.

Kemudian penelitian [4] yang meneliti tentang penyebaran HIV/AIDS pengguna narkoba pada penggunaan jarum suntik dengan menggunakan pemodelan matematika yang dibagi menjadi 4 kompartemen yaitu S (*Susceptible*), E (*Exposed*), I (*Infected*), dan A(AIDS). Populasi jarum suntik dibagi menjadi 2 kelompok, dimana J_S adalah populasi jarum suntik pada S dan J_i adalah populasi jarum suntik pada I. Berdasarkan penelitian ini, semakin besar nilai dari peluang jarum suntik berhasil menginfeksi dan frekuensi menyuntiknya maka populasinya akan terjadi peningkatan pada populasinya.

Selanjutnya penelitian oleh [5] mengenai strategi pencegahan endemic HIV/AIDS dengan menggunakan model matematika SIA pada 2 wilayah yang menghasilkan strategi pencegahan untuk HIV/AIDS adalah dengan menurunkan rate penularan dan rate perpindahan penduduk. Penelitian yang dilakukan oleh [6] dengan menyusun pemodelan matematika dalam penyebaran HIV/AIDS dengan menambahkan treatment. Model matematika pada yang digunakan pada penelitian ini adalah model S (*Susceptible*), I (*Infected*), A(AIDS), dan T (*Treatment*). Setelah disimulasikan dengan *Maple*, diperoleh hasil bahwa semakin besar laju treatment dari populasi HIV akan memperkecil jumlah penderita. Model penyebaran HIV/AIDS pada penelitian yang telah dijelaskan diatas belum terdapat kendali yang diberikan.

Berdasarkan penelitian oleh [4] dan [5], penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian tersebut dengan memberikan kendali pada penyebaran penyakit HIV/AIDS berupa penyuluhan masyarakat pada model SEIA dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin dan Metode Runge Kutta Orde 4. Sehingga penulis mengambil judul “**Analisis Kendali Optimal Penyebaran HIV/AIDS Model SEIA Dengan Prinsip Minimum Pontryagin**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang sudah dijelaskan, maka penulis mengambil suatu rumusan masalah yaitu “Bagaimana kendali optimal yang dapat dilakukan



dengan upaya pencegahan penyebaran HIV/AIDS dengan model SEIA dan simulasi numerik?”

1.3 Batasan Masalah

Batasan pada suatu permasalahan diperlukan agar terhindar dari penyimpangan masalah dalam penyelesaian permasalahan. Batasan masalah dari penelitian ini adalah:

1. Batas waktu pada fungsi tujuan adalah waktu yang berhingga.
2. Prinsip yang digunakan adalah prinsip minimum Pontryagin.
3. Simulasi numerik ditentukan menggunakan Metode Runge Kutta Orde 4 *Sweep Forward-Backward*.
4. Pemodelan penyakit hanya menggunakan satu kendali, yaitu upaya penyuluhan masyarakat $u(t)$ yang diberikan diantara kelompok *Susceptible* dan *Exposed*.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang akan dibahas, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh kendali optimal dalam upaya pencegahan penyebaran penyakit HIV/AIDS dan mendapatkan simulasi numerik.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini bagi penulis maupun pembaca sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan yang baru mengenai sistem kendali.
2. Memberikan kontribusi bagi pembaca sebagai alternatif dalam menyelesaikan permasalahan penyebaran penyakit HIV/AIDS.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini merupakan uraian dari tiap-tiap bab yang terdiri dari pokok permasalahan yang akan dibahas secara terstruktur.

Sistematika penulisan dari penelitian ini diuraikan sebagai berikut :

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dibahas suatu permasalahan yang meliputi latar belakang masalah mengenai penyakit menular seksual, rumusan masalah dari penelitian yang dilakukan, batasan masalah dari penelitian, tujuan penelitian, manfaat dari penelitian dan sistematika penulisannya.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini membahas tentang teori pendukung mengenai pembahasan yang ada pada penelitian sehingga dapat menyelesaikan masalah yang akan dibahas.

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini membahas tentang tahapan-tahapan dalam penelitian akan dilakukan.

BAB IV

PEMBAHASAN

Pada bab ini membahas tentang tahapan untuk memperoleh hasil akhir dari penelitian

BAB III

PENUTUP

Bab ini membahas tentang kesimpulan dari hasil penelitian ini dan saran untuk peneliti.

BAB II LANDASAN TEORI

2.1 HIV/AIDS

Human Immunodeficiency Virus (HIV) adalah jenis virus yang dapat menyebabkan infeksi pada sel darah putih sehingga mengakibatkan sistem imunitas pada manusia akan mengalami penurunan. Sedangkan *Acquired Immunodeficiency Syndrome* (AIDS) merupakan kumpulan gejala penyakit yang timbul karna turunnya imunitas yang disebabkan oleh adanya infeksi HIV. Kekebalan tubuh yang mengalami penurunan dapat menyebabkan seseorang mudah mengalami berbagai penyakit infeksi (infeksi oportunistik) yang dapat berakibat fatal [3]. Penularan infeksi HIV dapat terjadi karna adanya kontak seksual, darah, dan produk darah yang didalamnya terkandung virus HIV, penularan secara vertical dari ibu hamil kepada bayi, melahirkan atau pada saat laktasi, serta penggunaan jarum bersama. Faktor transmisi HIV di Indonesia yang paling banyak adalah melalui hubungan seks tanpa alat pengaman pada kelompok heteroseksual [1].

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial parsial merupakan suatu persamaan diferensial yang memuat dua atau lebih variabel bebas. Persamaan diferensial dinyatakan dengan $y = F(x, t)$, dimana x dan t adalah variabel bebas. Berikut merupakan salah satu bentuk dari persamaan diferensial parsial [7]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.1)$$

Contoh persamaan diferensial diatas merupakan persamaan diferensial parsial orde 2, dimana x dan y merupakan variabel bebas, sedangkan u merupakan variabel terikatnya.

Contoh 2.1:

Misalkan $z = 3x^2 + 4xy - 5y^2$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tentukan $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ dan $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$!

Penyelesaian:

Dari fungsi yang diberikan, maka diperoleh turunan pertama fungsi sebagai berikut:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 6x + 4y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 4x - 10y$$

Turunan kedua fungsi sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -10$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} &= 6 - 10 \\ &= -4 \end{aligned}$$

2. Permasalahan Umum Kendali Optimal untuk Waktu kontinu

Suatu permasalahan kendali optimal untuk waktu yang kontinu dalam suatu persamaan diferensial untuk waktu t dapat dituliskan dengan memasukan fungsi u sebagai berikut [8]:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2.2)$$

Dengan $x(t) \in R^n$ merupakan vektor *state* dan $u(t) \in R^n$ adalah suatu fungsi kendali. Fungsi yang ingin dicapai yaitu meminimalkan fungsi tujuannya dengan persamaan:

$$J = S(x, t) + \int_{t_0}^{t_f} V(x, u, t) dt \quad (2.3)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dimana:

S : Fungsi model;

V : Fungsi tujuan;

t_0 : Waktu awal;

t_f : Waktu akhir.

Penelitian ini akan menggunakan prinsip minimum Pontryagin untuk mendapatkan kendali optimal. Prinsip minimum Pontryagin merupakan salah satu metode penyelesaian dari suatu persoalan kendali optimal sehingga dapat sesuai dengan fungsi tujuan. Permasalahan kendali optimal dalam pemodelan matematika diformulasikan dengan tujuan mencari kendali u dengan diketahui Persamaan diferensial dinamik (2.2) dan Fungsi tujuan (2.3).

Persamaan (2.2) memiliki kondisi batas yaitu:

$$x(t_0) = x_0, \quad x(t_f) = x_f \tag{2.4}$$

Langkah-langkah dalam mendapatkan kendali optimal dari Persamaan diferensial dinamik (2.2) dengan fungsi tujuan pada Persamaan (2.3) adalah sebagai berikut:

1. Membentuk fungsi Hamilton.

$$H(x, u, t, \lambda) = V(x, u, t) + \lambda(t)f(x, u, t) \tag{2.5}$$

2. Selanjutnya dibentuk persamaan stasioner dengan menurunkan fungsi Hamilton terhadap variabel u

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \tag{2.6}$$

Untuk mendapatkan kendali u^*

3. Kemudian dibentuk persamaan *state* dengan cara:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \tag{2.7}$$

Dan persamaan *costate*, yaitu:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \tag{2.8}$$

4. Berdasarkan Langkah 3, substitusikan λ ke dalam persamaan u^* sehingga didapat sebuah kendali yang optimal.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.2: [9]

Misalkan diberikan suatu persamaan diferensial dinamik $\dot{x}(t) = x(t) + u(t)$

Dengan keadaan awal $x(0) = 1$ dan $\lambda(1) = 0$. Dapatkan u^* dengan fungsi tujuan sebagai berikut:

$$J(u) = \int_0^1 u^2(t) dt$$

Penyelesaian:

Berdasarkan persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuannya, maka dapat dibentuk fungsi Hamilton

$$H = u^2 + \lambda(x + u)$$

Kemudian turunkan fungsi Hamilton terhadap u , maka didapatkan:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 2u + \lambda = 0 \Rightarrow u^*(t) = -\frac{1}{2}\lambda$$

Sehingga diperoleh persamaan *state* dan *costate* sebagai berikut:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = x + u$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda$$

Dari persamaan *costate* maka nilai λ diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\lambda$$

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = -dt$$

$$\int \frac{d\lambda}{\lambda} = \int -dt$$

$$\ln(\lambda) = -t$$

$$\exp(\ln(\lambda)) = \exp(-t)$$

$$\lambda = ce^{-t}$$

Berdasarkan syarat $\lambda(1) = 0$ maka $\lambda(1) = 0 \Rightarrow ce^{-1} = 0 \Rightarrow c = 0$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

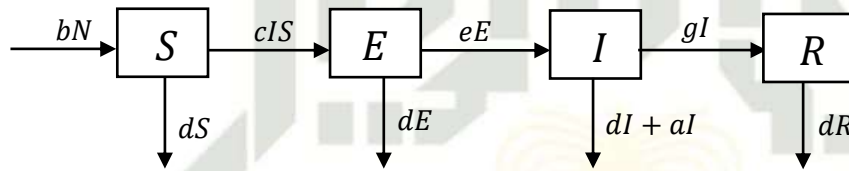
Substitusikan nilai λ ke dalam u^* . Sehingga diperoleh kendali optimalnya adalah

$$u^*(t) = -\frac{\lambda}{2} = 0$$

2.4 Model Matematika SEIR

Menurut [10], model matematika SEIR merupakan sebuah model yang digunakan dalam pemodelan perkembangan penyebaran suatu penyakit dalam sebuah populasi. Didalam model SEIR, individu ditempatkan dalam empat kompartemen berbeda yang relevan dengan epidemi, yaitu S (*Susceptible*), E (*Exposed*), I (*Infected*), R (*Recovered*).

Adapun contoh diagram alir dari model matematika SEIR adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Kompartemen SEIR

Berdasarkan diagram alir kompartemen model SEIR, maka direpresentasikan persamaan model SEIR sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= bN - cIS - dS \\ \frac{dE}{dt} &= cIS - eE \\ \frac{dI}{dt} &= eE - gI - dI + aI \\ \frac{dR}{dt} &= gI - dR \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

dengan:

- N Populasi total;
- S Populasi individu dalam kelas rentan;
- E Populasi individu laten;
- I Populasi individu dalam kelas terinfeksi;
- R Populasi individu yang sembuh;
- a Laju kematian karena penyakit;
- b Laju kelahiran alami;
- c Laju kontak individu yang rentan dengan individu yang terekspos;
- d Laju kematian alami;

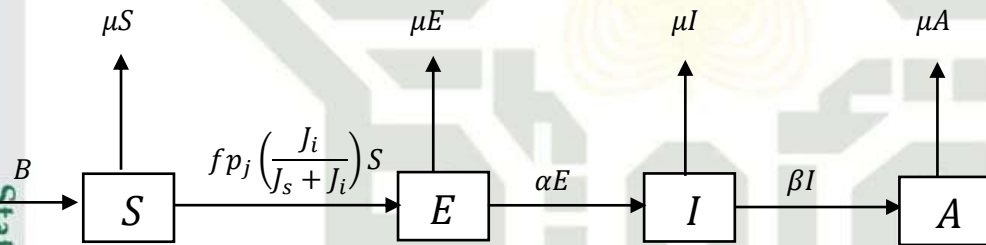
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- e. Laju penularan;
g. Laju kesembuhan.

2.5 Model Upaya Pencegahan Penyebaran HIV/AIDS

Menurut [4], bentuk penyebaran penyakit HIV/AIDS pada pengguna narkoba dari penggunaan jarum suntik dapat dimodelkan dengan model matematika yang terdiri dari empat kelas populasi yaitu S (*Susceptible*) adalah populasi individu dalam keadaan rentan, E (*Exposed*) adalah kelas kontak individu rentan yang melakukan kontak dengan individu yang terinfeksi, I (*Infected*) adalah populasi kelas individu yang terinfeksi, dan A (*AIDS*) adalah populasi kelas individu yang terkena AIDS. Pada model SEIA ini, kelompok jarum suntik dibagi menjadi 2 kelompok, dimana J_s yaitu populasi jarum suntik pada individu rentan dan J_i yaitu populasi jarum suntik pada individu yang terinfeksi. Model matematika SEIA dalam upaya pencegahan penyebaran penyakit HIV/AIDS dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.2 Diagram transmisi penyebaran HIV/AIDS

Berdasarkan Gambar 2.2 model matematika SEIA, arah panah masuk menunjukkan penambahan jumlah populasi dan arah panah keluar menunjukkan pengurangan jumlah populasi pada sebuah kelas. Model matematika penyebaran HIV/AIDS dapat dituliskan dalam bentuk persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= B - fp_j \left(\frac{J_i}{J_s + J_i} \right) S - \mu S \\
 \frac{dE}{dt} &= fp_j \left(\frac{J_i}{J_s + J_i} \right) S - (\mu + \alpha) E \\
 \frac{dI}{dt} &= \alpha E - (\mu + \beta) I \\
 \frac{dA}{dt} &= \beta I - (\mu + \gamma) A
 \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan:

S : Jumlah individu rentan;

E : Jumlah individu laten;

I : Jumlah individu terinfeksi HIV;

A : Jumlah individu terinfeksi AIDS;

J_s : Jumlah jarum suntik individu rentan;

J_i : Jumlah jarum suntik individu terinfeksi;

B : Laju kelahiran alami dari populasi pengguna narkoba $B > 0$;

μ : Laju kematian alami dari populasi pengguna narkoba $\mu > 0$;

α : Laju transisi kelas terekspos ke kelas terinfeksi HIV;

β : Laju transisi kelas HIV ke kelas terinfeksi AIDS;

f : Frekuensi pengguna narkoba dengan menggunakan jarum suntik;

p_j : Peluang infeksi jarum terinfeksi dari pengguna narkoba dengan $0 < p_j < 1$.

2.6 Metode Runge Kutta Orde 4

Metode Runge Kutta Orde 4 adalah salah satu metode numerik yang dapat digunakan dalam penyelesaian pada suatu persamaan diferensial dengan syarat awal. Metode ini merupakan pengembangan dari metode euler, sehingga tingkat ketelitian dari metode ini lebih baik.

Bentuk persamaan Metode Runge Kutta Orde 4 sebagai berikut:

$$y(i + 1) = y_i + (w_1k_1 + w_2k_2 + w_3k_3 + w_4k_4)h \tag{2.11}$$

Dengan:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= hf(t_i, y_i) \\ k_2 &= hf(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1) \\ k_3 &= hf(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2) \\ k_4 &= hf(t_i + h, y_i + k_3) \end{aligned} \right\} \tag{2.12}$$

Jenis Metode Runge Kutta Orde 4 yang digunakan dalam penelitian ini adalah Metode *Sweep Forward-Backward* yang digunakan untuk persamaan *state*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dan *costate*. Adapun langkah-langkah metode *Sweep Forward-Backward* sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awalan u^*
2. Menyelesaikan Persamaan *state* menggunakan dengan langkah maju Runge Kutta Orde 4. Persamaan umum Runge Kutta *Sweep forward* ditunjukkan pada persamaan berikut [11]:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= f(t_i, x_i, u_i) \\ k_2 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}k_1 + u_i + \frac{h}{2}\right) \\ k_3 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}k_2 + u_i + \frac{h}{2}\right) \\ k_4 &= f(t_i + h, x_i + h, u_i + h) \\ u_{i+1} &= u_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), i = 0, 1, 2, 3, \dots, N \\ x_{i+1} &= x_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), i = 0, 1, 2, 3, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

3. Menyelesaikan Persamaan *costate* menggunakan langkah mundur Runge Kutta Orde 4. Persamaan umum Runge Kutta *Sweep backward* ditunjukkan pada persamaan sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= f(t_i, \lambda_i, x_i, u_i) \\ k_2 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, \lambda_i + \frac{h}{2}k_1, x_i + \frac{h}{2}k_1 + u_i + \frac{h}{2}\right) \\ k_3 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, \lambda_i + \frac{h}{2}k_2, x_i + \frac{h}{2}k_2 + u_i + \frac{h}{2}\right) \\ k_4 &= f(t_i + h, \lambda_i + hk_3, x_i + h, u_i + h) \\ \lambda_{i+1} &= \lambda_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), i = 0, 1, 2, 3, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

4. Memperbarui nilai kendali u dengan memasukan nilai x dan λ yang baru ke dalam Persamaan u .

Metode *Sweep Forward-Backward* ini digunakan untuk menemukan solusi kendali optimal secara numerik karena secara analitik sulit untuk diselesaikan.

Metode ini diselesaikan dengan menggunakan bantuan *software* MATLAB.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Adapun langkah langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membentuk model modifikasi dari penelitian [4] dengan menambahkan parameter δ dan kendali $u(t)$ diantara kelas *Susceptible* dan *Exposed*, sehingga model matematika untuk kasus kendali optimal penyakit HIV/AIDS dapat ditunjukkan pada Persamaan berikut:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= B - (\delta - u)S - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= (\delta - u)S - (\mu + \alpha)E \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha E - (\mu + \beta)I \\ \frac{dA}{dt} &= \beta I - (\mu + \gamma)A \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

2. Menyusun sistem persamaan diferensial dinamik penyebaran penyakit setelah diberi kendali, kemudian dibentuk fungsi tujuan sebagai berikut [12]:

$$J_{min} = \int_0^{Tf} (PS(t) + cu^2(t))dt \quad (3.2)$$

3. Selanjutnya dengan menggunakan prinsip minimum Pontryagin akan dibentuk fungsi Hamilton seperti Persamaan (2.5) untuk mendapatkan kendali optimal.
4. Kemudian dari Langkah ketiga, akan dibentuk persamaan *state* pada Persamaan (2.7), persamaan *costate* pada Persamaan (2.8), dan persamaan stasioner pada Persamaan (2.6).
5. Berdasarkan Langkah keempat, diperoleh fungsi kendali optimal $u^*(t)$ dari persamaan stasioner dalam upaya pencegahan penyebaran HIV/AIDS.
6. Selanjutnya menentukan simulasi numerik dengan menggunakan Metode Runge Kutta Orde 4 *Sweep Forward-Backward*. Dimana *sweep forward* digunakan untuk persamaan *state* dan *sweep backward* digunakan untuk persamaan *costate* dengan menggunakan *software* MATLAB.
7. Membuat kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan persamaan diferensial pada penyakit HIV/AIDS dengan upaya berupa penyuluhan pada kelas rentan dengan waktu yang berhingga diperoleh fungsi kendali yang optimal sebagai berikut:

$$u^* = \frac{\lambda_2 S - \lambda_1 S}{2c}$$

Setelah dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan MATLAB, diperoleh bahwa penyebaran HIV/AIDS mengalami kenaikan pada saat diberikan upaya penyuluhan masyarakat pada kelas individu rentan. Namun pada kelas populasi lainnya terjadi penurunan secara signifikan dan kelas populasi AIDS pada bulan ke-12 mendekati angka 0.

5.2 Saran

Upaya kendali optimal pada penelitian ini berupa upaya penyuluhan masyarakat pada kelas individu rentan dan diselesaikan dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin. Oleh karena itu, pembaca dapat melanjutkan penelitian ini dengan menggunakan upaya lain dan metode yang lain agar wawasan menjadi lebih luas.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. Jane Niode, R. Sondakh, T. Sengkey dan A. Nugroho , “Kelainan Mukokutan dan Infeksi Menular Seksual Pada Pasien HIV-AIDS Di RSUP Prof.Dr.R.D.Kandou Manado,” *Media Dermato-Venerologica Indonesia*, vol. 45, no. 2, pp. 59–115, 2018.
- [2] Faisah, S. Toaha dan Kasbawati, “Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV Dengan Klasifikasi Gejala Pada Penderita,” *Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*, vol. 15, pp. 1–10, 2018.
- [3] Z. A. Leleury, F. Y. Rumlawang dan A. G. Naraha, “Analisis Stabilitas dan Simulasi Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Tipe SIA (Susceptible, Infected, Abstained),” *Pure Applied Mathematics Journal*, vol. 1, no. 1, pp. 31–40, 2020.
- [4] I. Mahuda, “Model Matematika Penyebaran HIV/AIDS Pada Pengguna Narkoba Melalui Jarum Suntik,” *Statmat: Jurnal Sains dan Matematika*, vol. 2, no. 1, p. 45, 2020.
- [5] I. Ismanto dan M. I. A. Fathoni, “Strategi Pencegahan Endemi HIV/AIDS dengan Menggunakan Pemodelan Matematika,” *MAJAMATH: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, vol. 2, no. 1, p. 32, 2019.
- [6] A. J. Zamzam, S. B. Waluya dan M. Kharis, “Pemodelan Matematika Dan Analisis Kestabilan Model Penyebaran HIV/AIDS Dengan Treatment,” *Unnes Journal Mathematics*, vol. 7, no. 2, pp. 142–154, 2018.
- [7] P. H. Gunawan, “Pengantar Persamaan Diferensial untuk Sains dan Teknologi,” Yogyakarta: Sastrabook Indonesia, 2021.
- [8] G. J. Olsder, *Mathematical System Theory*, Second., vol. 11. Netherland : Delft University Press, 2003.
- [9] S. Lenhart dan J. T. Workman, *Optimal Control Applied to Biological Models*. London: CRC Press, 2007.
- [10] M. H. A. Biswas, L. T. Paiva dan M. De Pinho, “A seir model for control of infectious diseases with constraints,” *Mathematics Biosciences Engineering*, vol. 11, no. 4, pp. 761–784, 2014.
- [11] T. Hidayat dan B. Rudianto, “Aplikasi Prinsip Maksimum Pontryagin Dan Metode Runge-Kutta Dalam Masalah Kontrol Optimal,” *Jurnal Matematika UNAND*, vol. 7, no. 2, p. 212, 2018.
- [12] A. N. D. Syukron, “Implementasi Model Matematika pada Penyebaran HIV-AIDS dengan Kontrol Optimal,” *Skripsi Universitas Islam Negeri Sunan Ampel*, 2022.

LAMPIRAN

M-File

```
function z=dengandantanpakendali
```

```
clear all;
close all;
c6;
test= -1;
tf=12;
teta=0.001;
M=99;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;
```

```
%Nilai Parameter
b=0,29397;
miu=0.00042145;
delta=0.0003;
alfa=0.054795;
beta=0.0027397;
gamma=0.0213699;
```

```
%Populasi
S=1500;
E=1000;
I=500;
A=100;
C=1;
P=1;
S0=1;
E0=1;
I0=1;
A0=1;
```

```
S=zeros(1,M+1);
E=zeros(1,M+1);
I=zeros(1,M+1);
A=zeros(1,M+1);
U=zeros(1,M+1);
l0=zeros(1,M+1);
lE=zeros(1,M+1);
lI=zeros(1,M+1);
lA=zeros(1,M+1);
```

```
S(1)=S0;
E(1)=E0;
I(1)=I0;
A(1)=A0;
```

```
while(test<0)
oldU=U;
oldS=S;
```

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

oldE=E;
oldI=I;
oldA=A;
oldlS=lS;
oldlE=lE;
oldlI=lI;
oldlA=lA;

for i=1:M
M1S=(b-(delta*S(i))+(U*S(i))-(miu*S(i)));
M1E=((delta*S(i))-(U*S(i))-(alfa*S(i))-(miu*S(i)));
M1I=((alfa*E(i))-(beta*I(i))-(miu*I(i)));
M1A=((beta*I(i))-(gamma*A(i))-(miu*A(i)));
M2S=((b-delta*(S(i)+h2*M1S))+(1/2*(U(i)+U(i+1)))-
(miu*(S(i)+h2*M1S)));
M2E=((delta*(S(i)+h2*M1S))-(1/2*(U(i)+U(i+1)))-
(alfa*(E(i)+h2*M1E))-miu*(E(i)+h2*M1E));
M2I=((alfa*(E(i)+h2*M1E)-(beta*(I(i)+h2*M1I))-
(miu*(I(i)+h2*M1I)));
M2A=((beta*(I(i)+h2*M1I)-(gamma*(A(i)+h2*M1A))-
(miu*(A(i)+h2*M1A)));
M3S=(b-(delta*(S(i)+h2*M2S))+(1/2*(U(i)+U(i+1)))-
(miu*(S(i)+h2*M2S)));
M3E=((delta*(S(i)+h2*M2S))-(1/2*(U(i)+U(i+1)))-
(alfa*(E(i)+h2*M2E))-miu*(E(i)+h2*M2E));
M3I=((alfa*(E(i)+h2*M2E)-(beta*(I(i)+h2*M2I))-
(miu*(I(i)+h2*M2I)));
M3A=((beta*(I(i)+h2*M2I)-(gamma*(A(i)+h2*M2A))-
(miu*(A(i)+h2*M2A)));
M4S=(b-(delta*(S(i)+h*M3S))+(U(i+1))-(miu*(S(i)+h*M3S)));
M4E=((delta*(S(i)+h*M3S))-(U(i+1))-(alfa*(E(i)+h*M3E))-
(miu*(E(i)+h*M3E)));
M4I=((alfa*(E(i)+h*M3E)-(beta*(I(i)+h*M3I))-
(miu*(I(i)+h*M3I)));
M4A=((beta*(I(i)+h*M3I)-(gamma*(A(i)+h*M3A))-
(miu*(A(i)+h*M3A)));
S(i+1)=S(i)+(h/6).* (M1S(i)+(2*M2S(i))+(2*M3S(i))+M4S(i));
E(i+1)=E(i)+(h/6).* (M1E(i)+(2*M2E(i))+(2*M3E(i))+M4E(i));
I(i+1)=I(i)+(h/6).* (M1I+(2*M2I(i))+(2*M3I(i))+M4I(i));
A(i+1)=A(i)+(h/6).* (M1A+(2*M2A)+(2*M3A(i))+M4A(i));

for j=M+2-i;
N1S=(-P+(lS(j)*delta)-(lS(j)*U(j)))+(lS(j)*miu)-
(lE(j)*delta)+(lE(j)*U(j)));
N1E=((lE(j)*alfa)+(lE(j)*miu)-(lI(j)*alfa));
N1I=((lI(j)*beta)+(lI(j)*miu)-(lA(j)*beta));
N1A=((lA(j)*gamma)+(lA(j)*miu));
N2S=(-P+((lS(j)-h2*N1S)*delta)-((lS(j)-
h2*N1S)*(1/2*(U(j)+U(j-1))))+((lS(j)-h2*N1S)*miu)-((lE(j)-
h2*N1E)*delta)+((lE(j)-h2*N1E)*(1/2*(U(j)+U(j-1)))));
N2E=((lE(j)-h2*N1E)*alfa)+((lE(j)-h2*N1E)*miu)-((lI(j)-
h2*N1I)*alfa));
N2I=((lI(j)-h2*N1I)*beta)+((lI(j)-h2*N1I)*miu)-((lA(j)-
h2*N1A)*beta));
N2A=((lA(j)-h2*N1A)*gamma)+((lA(j)-h2*N1A)*miu));
    
```




Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

N3S=((-P)+((1S(j)-h2*N2S)*delta)-((1S(j)-
h2*N2S)*(1/2*(U(j)+U(j-1))))+((1S(j)-h2*N2S)*miu)-((1E(j)-
h2*N2E)*delta)+((1E(j)-h2*N2E)*(1/2*(U(j)+U(j-1)))));
N3E=((1E(j)-h2*N2E)*alfa)+((1E(j)-h2*N2E)*miu)-((1I(j)-
h2*N2I)*alfa));
N3I=((1I(j)-h2*N2I)*beta)+((1I(j)-h2*N2I)*miu)-((1A(j)-
h2*N2A)*beta));
N3A=((1A(j)-h2*N2A)*gamma)+((1A(j)-h2*N2A)*miu));
N4S=((-P)+((1S(j)-h*N3S)*delta)-((1S(j)-h*N3S)*(U(j)-
1)))+((1S(j)-h*N3S)*miu)-((1E(j)-h*N3E)*delta)+((1E(j)-
h*N3E)*(U(j-1))));
N4E=((1E(j)-h*N3E)*alfa)+((1E(j)-h*N3E)*miu)-((1I(j)-
h*N3I));
N4I=((1I(j)-h*N3I)*beta)+((1I(j)-h*N3I)*miu)-((1A(j)-
h*N3A)*beta));
N4A=((1A(j)-h*N3A)*gamma)+((1A(j)-h*N3A)*miu));
1S(j-1)=(1S(j)-h/6*(N1S+(2*N2S)+(2*N3S)+N4S));
1E(j-1)=(1E(j)-h/6*(N1E+(2*N2E)+(2*N3E)+N4E));
1I(j-1)=(1I(j)-h/6*(N1I+(2*N2I)+(2*N3I)+N4I));
1A(j-1)=(1A(j)-h/6*(N1A+(2*N2A)+(2*N3A)+N4A));
end
temp=(1E(j-1)*S(j+1)-1S(j-1)*S(j+1))/2*C;
U1=0;
U=0.5*(U1+oldU);
err1=teta*sum(abs(U)-sum(abs(oldU-U)));
err2=teta*sum(abs(S)-sum(abs(oldS-S)));
err3=teta*sum(abs(E)-sum(abs(oldE-E)));
err4=teta*sum(abs(I)-sum(abs(oldI-I)));
err5=teta*sum(abs(A)-sum(abs(oldA-A)));
err6=teta*sum(abs(1S)-sum(abs(old1S-1S)));
err7=teta*sum(abs(1E)-sum(abs(old1E-1E)));
err8=teta*sum(abs(1I)-sum(abs(old1I-1I)));
err9=teta*sum(abs(1A)-sum(abs(old1A-1A)));
test=min(err1,min(err2,min(err3,min(err4,min(err5,min(err6,min(err
7,min(err8,err9))))));
fprintf('pada S(i+1)=%10.8f, lambdaS(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',S(i+1),1S(j-1),abs(oldS-
S),abs(old1S-1S));
fprintf('pada E(i+1)=%10.8f, lambdaE(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',E(i+1),1E(j-1),abs(oldE-
E),abs(old1E-1E));
fprintf('pada I(i+1)=%10.8f, lambdaI(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',I(i+1),1I(j-1),abs(oldI-
I),abs(old1I-1I));
fprintf('pada A(i+1)=%10.8f, lambdaA(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',A(i+1),1A(j-1),abs(oldA-
A),abs(old1A-1A));
e
z(1,:)=t;
z(2,:)=S;
z(3,:)=E;

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

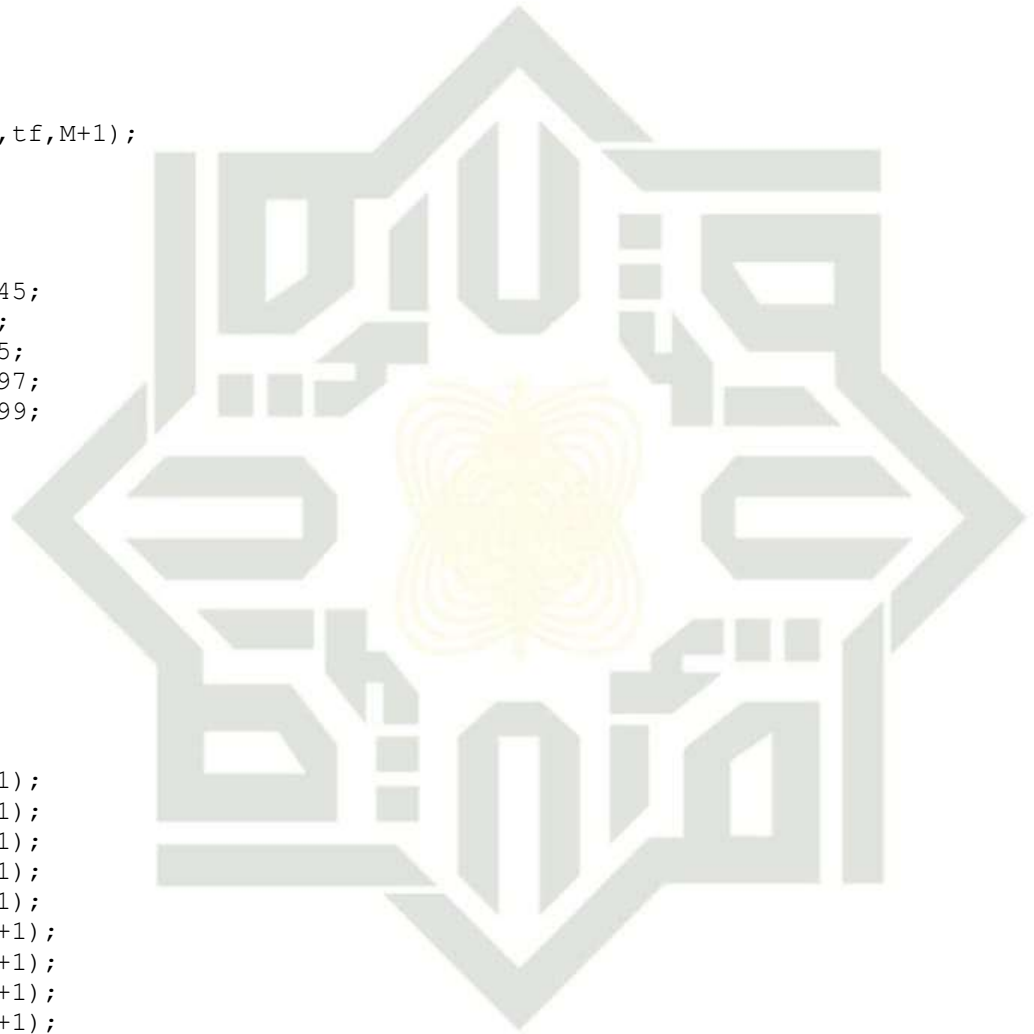
z(4,:) = I;
z(5,:) = I;
z(6,:) = A;
z(7,:) = U;
z(8,:) = 1S;
z(9,:) = 1E;
z(10,:) = 1I;
z(10,:) = A;

test = -1;
tf = 12;
teta = 0.001;
M = 9;
t = linspace(0,tf,M+1);
h = tf/M;
h2 = h/2;

b = 0.29397;
m1u = 0.00042145;
delta = 0.0003;
alfa = 0.054795;
beta = 0.0027397;
gamma = 0.013699;
V = 1500;
W = 1000;
X = 500;
Y = 100;
C = 1;
P = 1;
V0 = 1;
W0 = 1;
X0 = 1;
Y0 = 1;

Vzeros(1,M+1);
Wzeros(1,M+1);
Xzeros(1,M+1);
Yzeros(1,M+1);
xzeros(1,M+1);
lVzeros(1,M+1);
lWzeros(1,M+1);
lXzeros(1,M+1);
lYzeros(1,M+1);
V(1) = V0;
W(1) = W0;
X(1) = X0;
Y(1) = Y0;

while(test < 0)
    oldx = x;
    oldV = V;
    oldW = W;
    oldX = X;
    oldY = Y;
    oldlV = lV;
    oldlW = lW;
    
```



UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

oldlX=1X;
oldlY=1Y;

for i=1:M
    M1V=(b-(delta*V(i))+(x*V(i))-(miu*V(i)));
    M1W=((delta*V(i))-(x*V(i))-(alfa*V(i))-(miu*V(i)));
    M1X=((alfa*W(i))-(beta*X(i))-(miu*X(i)));
    M1Y=((beta*X(i))-(gamma*Y(i))-(miu*Y(i)));
    M2V=(b-(delta*(V(i)+h2*M1V))+(1/2*(x(i)+x(i+1)))-
    (miu*(V(i)+h2*M1V)));
    M2W=((delta*(V(i)+h2*M1V))-(1/2*(x(i)+x(i+1)))-
    (alfa*(W(i)+h2*M1W))-(miu*(W(i)+h2*M1W)));
    M2X=((alfa*(W(i)+h2*M1W))-(beta*(X(i)+h2*M1X))-
    (miu*(X(i)+h2*M1X)));
    M2Y=((beta*(X(i)+h2*M1X))-(gamma*(Y(i)+h2*M1Y))-
    (miu*(Y(i)+h2*M1Y)));
    M3V=(b-(delta*(V(i)+h2*M2V))+(1/2*(x(i)+x(i+1)))-
    (miu*(V(i)+h2*M2V)));
    M3W=((delta*(V(i)+h2*M2V))-(1/2*(x(i)+x(i+1)))-
    (alfa*(W(i)+h2*M2W))-(miu*(W(i)+h2*M2W)));
    M3X=((alfa*(W(i)+h2*M2W))-(beta*(X(i)+h2*M2X))-
    (miu*(X(i)+h2*M2X)));
    M3Y=((beta*(X(i)+h2*M2Y))-(gamma*(Y(i)+h2*M2Y))-
    (miu*(Y(i)+h2*M2Y)));
    M4V=(b-(delta*(V(i)+h*M3V))+(x(i+1))-(miu*(V(i)+h*M3V)));
    M4W=((delta*(V(i)+h*M3V))-(x(i+1))-(alfa*(W(i)+h*M3W))-
    (miu*(W(i)+h*M3W)));
    M4X=((alfa*(W(i)+h*M3W))-(beta*(X(i)+h*M3X))-
    (miu*(X(i)+h*M3X)));
    M4Y=((beta*(X(i)+h*M3X))-(gamma*(Y(i)+h*M3Y))-
    (miu*(Y(i)+h*M3Y)));
    V(i+1)=V(i)+(h/6).* (M1V(i)+(2*M2V(i))+(2*M3V(i))+M4V(i));
    W(i+1)=W(i)+(h/6).* (M1W(i)+(2*M2W(i))+(2*M3W(i))+M4W(i));
    X(i+1)=X(i)+(h/6).* (M1X+(2*M2X(i))+(2*M3X(i))+M4X(i));
    Y(i+1)=Y(i)+(h/6).* (M1Y+(2*M2Y)+(2*M3Y)+M4Y(i));
end
for i=1:M
    j=M+2-i;
    N1V=(-P+(1V(j)*delta)-(1V(j)*x(j)))+(1V(j)*miu)-
    (W(j)*delta)+(1W(j)*x(j)));
    N1W=((1W(j)*alfa)+(1W(j)*miu)-(1X(j)*alfa));
    N1X=((1X(j)*beta)+(1X(j)*miu)-(1Y(j)*beta));
    N1Y=((1Y(j)*gamma)+(1Y(j)*miu));
    N2V=(-P)+((1V(j)-h2*N1V)*delta)-((1V(j)-
    h2*N1V)*(1/2*(x(j)+x(j-1))))+((1V(j)-h2*N1V)*miu)-((1W(j)-
    h2*N1W)*delta)+((1W(j)-h2*N1W)*(1/2*(x(j)+x(j-1)))));
    N2W=((1W(j)-h2*N1W)*alfa)+((1W(j)-h2*N1W)*miu)-((1X(j)-
    h2*N1X)*alfa);
    N2X=((1X(j)-h2*N1X)*beta)+((1X(j)-h2*N1X)*miu)-((1Y(j)-
    h2*N1Y)*beta);
    N2Y=((1Y(j)-h2*N1Y)*gamma)+((1Y(j)-h2*N1Y)*miu);
    N3V=(-P)+((1V(j)-h2*N2V)*delta)-((1V(j)-
    h2*N2V)*(1/2*(x(j)+x(j-1))))+((1V(j)-h2*N2V)*miu)-((1W(j)-
    h2*N2W)*delta)+((1W(j)-h2*N2W)*(1/2*(x(j)+x(j-1)))));
    N3W=((1W(j)-h2*N2W)*alfa)+((1W(j)-h2*N2W)*miu)-((1X(j)-
    h2*N2X)*alfa);

```



```

N3X=((1X(j)-h2*N2X)*beta)+((1X(j)-h2*N2X)*miu)-((1Y(j)-
h2*N2Y)*beta);
N3Y=((1Y(j)-h2*N2Y)*gamma)+((1Y(j)-h2*N2Y)*miu);
N4V=((-P)+((1V(j)-h*N3V)*delta)-((1V(j)-h*N3V)*(x(j)-
1))+((1V(j)-h*N3V)*miu)-((1W(j)-h*N3W)*delta)+((1W(j)-
h*N3V)*(x(j-1)))));
N4W=((1W(j)-h*N3W)*alfa)+((1W(j)-h*N3W)*miu)-((1X(j)-
h*N3X)*alfa);
N4X=((1X(j)-h*N3X)*beta)+((1X(j)-h*N3X)*miu)-((1Y(j)-
h*N3Y)*beta);
N4Y=((1Y(j)-h*N3Y)*gamma)+((1Y(j)-h*N3Y)*miu);
1V(j-1)=1V(j)-(h/6)*(N1V+(2*N2V)+(2*N3V)+N4V);
1W(j-1)=1W(j)-(h/6)*(N1W+(2*N2W)+(2*N3W)+N4W);
1X(j-1)=1X(j)-(h/6)*(N1X+(2*N2X)+(2*N3X)+N4X);
1Y(j-1)=1Y(j)-(h/6)*(N1Y+(2*N2Y)+(2*N3Y)+N4Y);
end
temp=((1W(j-1)*V(j+1))-1V(j-1)*V(j+1))/2*C;
x1=min(0.9,max(0.1,temp));
x=0.5*(x1+oldx);
err1=teta*sum(abs(x)-sum(abs(oldx-x)));
err2=teta*sum(abs(V)-sum(abs(oldV-V)));
err3=teta*sum(abs(W)-sum(abs(oldW-W)));
err4=teta*sum(abs(X)-sum(abs(oldX-X)));
err5=teta*sum(abs(Y)-sum(abs(oldY-Y)));
err6=teta*sum(abs(1V)-sum(abs(old1V-1V)));
err7=teta*sum(abs(1W)-sum(abs(old1W-1W)));
err8=teta*sum(abs(1X)-sum(abs(old1X-1X)));
err9=teta*sum(abs(1Y)-sum(abs(old1Y-1Y)));

test=min(err1,min(err2,min(err3,min(err4,min(err5,min(err6,min(err
7,min(err8,err9)))))));
fprintf('pada V(i+1)=%10.8f, lambdaV(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',V(i+1),1V(j-1),abs(oldV-
V),abs(old1V-1V));
fprintf('pada W(i+1)=%10.8f, lambdaW(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',W(i+1),1W(j-1),abs(oldW-
W),abs(old1W-1W));
fprintf('pada X(i+1)=%10.8f, lambdaX(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',X(i+1),1X(j-1),abs(oldX-
X),abs(old1X-1X));
fprintf('pada Y(i+1)=%10.8f, lambdaY(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f,
err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f\n',Y(i+1),1Y(j-1),abs(oldY-
Y),abs(old1Y-1Y));
e8
z(1,:) =t;
z(2,:) =V;
z(3,:) =W;
z(4,:) =X;
z(5,:) =Y;
z(6,:) =x;

```

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

z(7,:) = 1V;
z(8,:) = 1W;
z(9,:) = 1X;
z(10,:) = 1Y;

figure(1)
plot(t,S,'b',t,V,'g','linewidth',1);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('S (Individu Rentan)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1 & Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Rentan');
grid off

figure(2)
plot(t,E,'b',t,W,'g','linewidth',2);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('E (Individu Terekos)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1 & Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu terekos');
grid off

figure(3)
plot(t,I,'b',t,X,'g','linewidth',3);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('I (Individu Terinfeksi HIV)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1 & Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Terinfeksi HIV');
grid off

figure(4)
plot(t,A,'b',t,Y,'g','linewidth',4);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('A (Individu Terinfeksi AIDS)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1 & Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Terinfeksi AIDS');
grid off
    
```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis lahir di Lubuk Linggau pada tanggal 30 November 2001 merupakan anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Ilham dan Ibu Adna Hidayani dengan dua orang adik bernama Syarif Fadillah Ilmi dan Bilal Muzacky. Penulis berasal dari Desa Lubuk Muda, Kecamatan Siak Kecil, Kabupaten Bengkalis, Provinsi Riau. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 01 Siak Kecil pada tahun 2006-2012. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 01 Siak Kecil pada tahun 2012-2015. Kemudian melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 01 Siak Kecil pada tahun 2015-2018. Penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim, Fakultas Sains dan Teknologi, Jurusan Matematika pada tahun 2019.