

KENDALI OPTIMAL PADA TINGKAT PENYEBARAN PENYAKIT CACAR AIR

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

AMALYA KUMALA SARI
11950423612



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2023

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

**KENDALI OPTIMAL PADA TINGKAT PENYEBARAN
PENYAKIT CACAR AIR**

TUGAS AKHIR

oleh:

AMALYA KUMALA SARI
11950423612

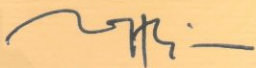
Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2023

Pekanbaru, 06 Juli 2023
Mengesahkan

Ketua Program Studi



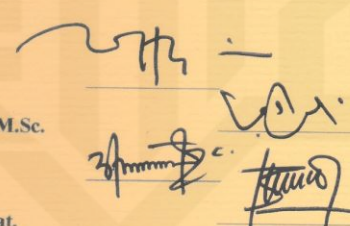
Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI

- Ketua** : Wartono, M.Sc.
Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.
Anggota I : Irma Suryani, M.Sc.
Anggota II : Elfira Safitri, S.Si., M.Mat.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

**KENDALI OPTIMAL PADA TINGKAT PENYEBARAN
PENYAKIT CACAR AIR**

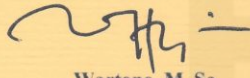
TUGAS AKHIR

oleh:

AMALYA KUMALA SARI
11950423612

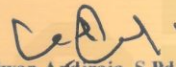
Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2023

Ketua Program Studi



Wartono, M. Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing



Nilwan Ardiraja, S.Pd., M. Sc.
NIP. 19840803 201101 1 005



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Amalya Kumala Sari
 Nim : 11950423612
 Tempat/Tgl Lahir : Tanjung Balai Karimun/ 09 Oktober 2001
 Fakultas : Sains dan Teknologi
 Prodi : Matematika
 Judul Tugas Akhir : Kendali Optimal pada Tingkat Penyebaran Penyakit Cacar Air

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Skripsi dengan judul sebagaimana tersebut diatas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Skripsi saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apabila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Skripsi saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 06 Juli 2023
 Yang membuat pernyataan,



AMALYA KUMALA SARI
11950423612

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 06 Juli 2023
Yang membuat pernyataan,

AMALYA KUMALA SARI
11950423612

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillah rabbil'alamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhannahu Wata'ala yang telah memberikan kemudahan, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

Karya sederhana ini saya persembahkan kepada

Ayah dan Ibu

Kepada Ayah Jasman dan Ibu Fitriyeni, terima kasih atas segala pengorbanan, nasihat dan doa yang tiada hentinya selama ini sehingga saya dapat menyelesaikan Pendidikan. Tanpa bantuan dan dorongan Ayah dan Ibu, saya mungkin tidak akan mampu untuk menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik. Semoga Allah membalas kebaikan dan memudahkan jalan menuju kebahagiaan dunia dan akhirat.

Kedua Adikku

Untuk adik-adikku Fajri Husein dan Azyyati Uzma Shakila, terima kasih telah menjadi penyemangat untuk bisa menyelesaikan perkuliahan ini. Semoga kita bisa menjadi anak yang membanggakan kedua orang tua.

Orang terdekat

Terima kasih juga kepada atok, nenek, om dan tante yang memberikan semangat, doa, dan motivasi untuk bisa menyelesaikan tugas akhir ini.

Dosen Pembimbing

Terima kasih kepada Bapak Nilwan Andiraja, S. Pd., M. Sc., atas bimbingan, arahan, dukungan dan telah meluangkan waktu dalam penyelesaian tugas akhir.

Teman – teman

Terima kasih kepada teman-temanku Marni, Satriani, Nadin, Anisha, Adela, Fidia, Lisa dan Putri yang selalu memberikan dukungan, pengalaman dan kebersamaan dalam perjalanan perkuliahan ini.

KENDALI OPTIMAL PADA TINGKAT PENYEBARAN PENYAKIT CACAR AIR

AMALYA KUMALA SARI
11950423612

Tanggal Sidang : 06 Juli 2023
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan kendali optimal pada model penyebaran penyakit cacar air. Prinsip minimum Pontryagin digunakan untuk memperoleh kendali optimal dengan menerapkan persamaan diferensial pada model penyakit cacar air dan membentuk persamaan Hamilton yang menghasilkan persamaan *state*, persamaan *costate*, dan kondisi stasioner sehingga dibentuk kendali dan disimulasikan menggunakan metode *Sweep Forward-Backward*. Simulasi ini menunjukkan bahwa ketika vaksinasi diterapkan pada model kelas individu yang rentan, populasi kelas tersebut akan mengalami penurunan seiring berjalannya waktu sesuai dengan waktu yang telah ditentukan. Namun, jika persamaan diferensial dinamik pada kelas individu yang rentan tidak diberi kendali maka populasi individu yang rentan akan tetap konstan hingga waktu yang telah ditentukan sehingga dari waktu ke waktu, jumlah individu yang rentan tidak berkurang dan akan terus ada.

Kata Kunci : Kendali Optimal, Penyakit Cacar Air, Prinsip Minimum Pontryagin, *Sweep Forward-Backward*, Vaksinasi

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



OPTIMAL CONTROL OF THE SPREAD RATE OF CHICKENPOX

AMALYA KUMALA SARI
11950423612

Date of Final Exam : July 06th 2023
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This final project aims to obtain optimal control in the model of chickenpox disease transmission. The minimum Pontryagin's principle is used to derive the optimal control by applying differential equations to the chickenpox disease model and forming the Hamiltonian equations that result in the state equation, costate equation, and stationary condition. From these, the control is formulated and simulated using the Sweep Forward-Backward method. This simulation shows that when vaccination is implemented as a control in the disease model for the susceptible class, the population of that class will decrease over time according to the predetermined duration. However, if the dynamic differential equation for the susceptible individuals is not subject to control, the population of susceptible individuals will remain constant until the predetermined time, resulting in a sustained presence of susceptible individuals without any decrease in their numbers over time.

Keywords: *Optimal Control, Chickenpox Disease, Minimum Pontryagin's Principle, Sweep Forward-Backward, Vaccination.*

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillah segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhannahu Wata'ala*, yang telah memberikan kemudahan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Dengan berkat rahmat, nikmat, kesempatan, dan kesehatan yang diberikan, penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “Kendali Optimal pada Tingkat Penyebaran Penyakit Cacar Air”.

Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan alam yakni Nabi Besar Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalam*, yang melalui perjuangannya, umat manusia diberikan petunjuk dari kegelapan menuju cahaya ilmu pengetahuan. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, dukungan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, motivasi dari berbagai pihak terutama kedua orang tua tercinta yang tiada hentinya mendoakan, memberikan nasehat serta dukungan moral maupun moril.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang ikut andil dalam penyelesaian Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
3. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan Ketua Sidang yang telah memberikan kritik dan saran pada Tugas Akhir ini.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc., selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan pembimbing Tugas Akhir yang selalu ada memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
5. Ibu Irma Suryani, M.Sc. dan Ibu Elfira Safitri, S.Si., M.Mat., selaku penguji yang telah memberikan kritik dan saran pada Tugas Akhir ini.
6. Bapak Zukrianto, S.Pd., M.Si., selaku Penasehat Akademik yang telah memberikan bantuan, dukungan serta motivasi kepada penulis.
7. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
8. Semua pihak yang telah memberikan bantuan baik secara langsung maupun tidak langsung, dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak menutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan serta penyajian materi. Oleh karena itu, penulis tetap mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak guna memperbaiki dan menyempurnakan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Pekanbaru, 06 Juli 2023

Amalya Kumala Sari



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR SIMBOL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian.....	2
1.5 Manfaat Penelitian.....	2
1.6 Sistematika Penelitian	2
BAB II LANDASAN TEORI	4
2.1 Penyakit Cacar Air	4
2.2 Persamaan Diferensial	4
2.3 Masalah Kendali Optimal.....	5
2.4 Prinsip Minimum Pontryagin	5
2.5 Metode Sweep Forward-Backward	6
2.6 Model Penyakit Cacar Air	7
2.7 Model Epidemi Tipe SEIT	9
BAB III METODE PENELITIAN.....	11
BAB IV PEMBAHASAN.....	12

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.1 Kendali Optimal Dalam Upaya Penyebaran Penyakit Cacar Air	12
4.2 Langkah Sweep Forward-Backward	14
4.3 Simulasi numerik.....	21
BAB V PENUTUP	23
5.1 Kesimpulan.....	23
5.2 Saran	23
DAFTAR PUSTAKA	24
LAMPIRAN.....	26
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	35



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

- S : Individu yang rentan;
- E : Individu bergejala;
- I : Individu terinfeksi;
- T : Individu yang di treatment;
- R : Individu sembuh;
- ψ : Laju kelahiran;
- ε : Proporsi individu divaksin;
- α : Laju kontak individu rentan dengan individu yang terinfeksi;
- γ : Laju kematian alami pada setiap populasi;
- β : Laju individu bergejala menjadi terinfeksi;
- δ : Laju individu yang di treatment;
- ρ : Laju perpindahan individu ke subpopulasi sembuh akibat treatment;
- μ : Laju perpindahan individu ke subpopulasi sembuh tanpa treatment;
- \dot{S} : Banyak individu *susceptible* tiap waktu;
- \dot{E} : Banyak individu *exposed* tiap waktu;
- \dot{I} : Banyak individu *infective* tiap waktu;
- \dot{T} : Banyak individu *treatment* tiap waktu;
- A : Banyak kelahiran alami;
- θ : Tingkat kematian alami;
- σ : Tingkat kematian akibat penyakit;
- p : Tingkat individu *treatment* yang kembali *susceptible*;
- ε : Tingkat individu *exposed* yang menjadi *infective*;
- $1 - \mu$: Tingkat individu yang *infective* yang menjadi *infective*;
- $\frac{\beta SI}{1+\alpha I}$: Tingkat kejadian tersaturasi (*saturated incidence rate*);
- u_1 : Kontrol pengobatan individu *exposed*;
- u_2 : Kontrol pengobatan individu *infective*.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Model SEITR	8
Gambar 2. 2 Model SEIT	9
Gambar 4. 1 Simulasi Kelas Individu Rentan Dengan dan Tanpa Kendali	22



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit menular yang tidak asing lagi salah satunya adalah penyakit cacar air. Penyakit menular ini umum terjadi pada anak-anak namun juga dapat menyerang orang dewasa terutama yang belum mendapatkan imunisasi. Cacar air juga dapat terjadi oleh faktor lingkungan yang membantu perkembangbiakan virus dan dapat menyebar melalui kontak secara langsung dengan orang yang telah terinfeksi virus, batuk, udara, bersin maupun pakaian [1]. Maka dari itu diperlukan suatu metode untuk menganalisis penyebaran penyakit cacar air [2]. Sehingga diperlukan tindakan untuk menghambat dan mengendalikan perkembangan ini. Tindakan pengendalian dapat mencakup vaksinasi bagi individu yang rentan dan pengobatan untuk bagi mereka yang sakit. Agar tindakan pengendalian menjadi efektif dan efisien, teori pengendalian harus diterapkan.

Secara umum pendekatan dengan model matematika telah dikaji bertujuan untuk mengendalikan terjadinya penyebaran penyakit cacar air. Model matematika yang digunakan untuk menganalisa penyebaran penyakit ini salah satunya ialah model SEITR (*Susceptible, Infected, Exposed, Treatment, Recovered*). Pada penelitian model matematika penyebaran penyakit cacar air yang menggunakan model SEITR sebelumnya sudah dilakukan. Berdasarkan penelitian [2], model endemik SEITR dengan memperhatikan faktor vaksinasi untuk menemukan cara efektif mencegah penularan penyakit cacar air. Hal ini diperlukan untuk menentukan stabilitas untuk mengetahui dan menginterpretasikan perilaku model.

Penelitian selanjutnya oleh [3] yang menggabungkan model *Discrete Time Markov Chain* (DTMC) dengan model *Susceptible Infected Recovered* (SIR) pada pola penyebaran cacar air. Namun pada penelitian ini belum terdapat kendali pada model penyebarannya. Kemudian penelitian [4] yang membuat suatu kontrol optimal pada model epidemi tipe SEIT dengan menggunakan prinsip minimum Potryagin namun pada model ini tidak terdapat *recovered*.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Berdasarkan pada penelitian [2], [3] dan [4], penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian tersebut dengan meminimalkan tingkat penyebaran penyakit cacar air dengan memvaksinasi pada kelas manusia rentan sesuai dengan prinsip minimum Pontryagin kemudian menambahkan metode *sweep forward-backward*. Sehingga penulis dapat mengambil judul “**Kendali Optimal Pada Tingkat Penyebaran Penyakit Cacar Air**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dapat diambil suatu rumusan masalah yaitu “Bagaimana kendali vaksinasi yang optimal pada penyebaran penyakit cacar air?”

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka batasan masalah pada penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Batasan waktu dari fungsi tujuan adalah waktu yang berhingga
2. Menggunakan prinsip minimum Pontryagin.
3. Metode *sweep forward-backward* adalah metode yang digunakan untuk mendapatkan solusi numerik.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian tugas akhir adalah untuk mendapatkan kendali vaksinasi yang optimal pada penyebaran penyakit cacar air.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah memberikan ilmu pengetahuan dan wawasan tentang pengendalian optimal pada model penyakit cacar air sehingga penelitian ini dapat memberikan kontribusi dan berguna untuk mengendalikan penyebaran penyakit cacar air.

1.6 Sistematika Penelitian

Adapun sistematika penulisan pada tugas akhir ini yang terdiri atas inti permasalahan yang diuraikan secara terstruktur, sebagai berikut:

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini terdapat gambaran umum yang terdiri dari latar belakang masalah penelitian, rumusan masalah, batasan masalah penelitian, tujuan penelitian, manfaat yang diperoleh pada penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini terdapat penjelasan pendukung berkaitan dengan pembahasan yang ada pada penelitian.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini terdapat tahapan-tahapan yang akan dilakukan pada penelitian untuk menyelesaikan masalah. Tahapan-tahapannya adalah kerangka yang digunakan sebagai acuan penelitian untuk mendapatkan tujuan yang telah ditentukan.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini terdapat penjelasan tahapan-tahapan untuk mendapatkan hasil akhir penelitian.

BAB V PENUTUP

Pada bab ini terdapat kesimpulan dan juga saran dari keseluruhan pembahasan mengenai penelitian yang telah dilakukan.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Penyakit Cacar Air

Varicella atau cacar air merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh virus *varicella zoster*. Cacar air dapat tertular melalui *droplet* atau percikan cairan saliva yang dikeluarkan oleh penderita cacar air [5]. Selain itu juga, cacar air dapat menyebar melalui kontak langsung seperti cairan atau selaput lendir dari orang yang terinfeksi cacar air atau herpes [6]. Virus *varicella zoster* masuk ke tubuh melalui mukosa saluran nafas bagian atas atau orofaring. Pada tempat terjadinya replikasi virus yang kemudian menyebar melalui pembuluh *limfe*.

Cacar air biasanya menyerang anak-anak berusia kurang dari 12 tahun dengan gejala seperti demam, kulit terasa gatal dan muncul bitnik-bintik berwarna kemerahan pada kulit yang terjadi selama sekitar 7-14 hari untuk sembuh. Penyakit cacar air ini dapat menyebabkan komplikasi seperti, infeksi pada luka cacar dan juga penyakit ini sangat rentan menyerang ibu hamil karena dapat menyebabkan komplikasi pada otak dan paru-paru [7].

2.2 Persamaan Diferensial

Menurut [8], persamaan diferensial merupakan persamaan yang menyertakan turunan satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas. Persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu, persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Jika yang tidak diketahui hanya bergantung pada satu variabel maka disebut persamaan diferensial biasa. Namun, ketika fungsi tidak diketahui bergantung lebih dari satu variabel disebut persamaan diferensial parsial.

Berikut adalah contoh Persamaan Diferensial Parsial:

$$1. \quad \frac{\partial z}{\partial x} = z + 2x \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$2. \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 + 2y$$

Pada contoh di atas merupakan contoh persamaan diferensial parsial orde 1 dan orde 2 yang mana variabel terikatnya z sedangkan variabel bebas nya adalah x dan y .

2.3 Masalah Kendali Optimal

Menurut [4], Masalah kendali optimal yaitu menentukan nilai kendali $u(t)$ yang kemudian disubstitusikan ke fungsi dinamik dan memenuhi fungsi tujuan. Suatu sistem dinamik untuk persoalan kendali sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \quad (2.1)$$

Dengan fungsi $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, variabel $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$, kendali keadaan pada waktu t yaitu $u(t)$, keadaan awal pada waktu t_0 yaitu $x(t_0) = x_0$, dan keadaan akhir pada waktu t_f yaitu $x(t_f) = x_f$. Pada persoalan ini, masalah kendali optimal adalah mencari kendali optimal $u(t)$ dengan fungsi tujuan sebagai berikut:

$$J = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(x(t), u(t), t) dt \quad (2.2)$$

2.4 Prinsip Minimum Pontryagin

Menurut [4], prinsip minimum Pontryagin merupakan suatu kendali pada sistem dinamik dari keadaan awal hingga keadaan akhir dengan meminimumkan fungsi objektif. Berikut langkah-langkah untuk penyelesaian pada persamaan sebagai berikut:

1. Berdasarkan Persamaan dinamik (2.1) dan fungsi tujuan Persamaan (2.2) dibentuk fungsi Hamilton.

$$H(x, u, t, \lambda) = V(x, u, t) + \lambda(t)f(x, u, t),$$

2. Kemudian selesaikan persamaan *state* dan *costate*.

$$\text{State: } \dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$$

$$\text{Costate: } \dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial \lambda}$$

3. Selanjutnya dibentuk persamaan stasioner

$$\frac{\partial H}{\partial u(t)} = 0$$

Sehingga didapat kendali optimal $u(t)$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4. Substitusikan $\lambda(t)$ yang diperoleh pada Langkah 2 ke persamaan $u(t)$ pada Langkah 3 untuk mendapatkan kendali yang optimal.

Contoh 2.1 :

Tentukan kendali optimal dari persoalan kendali berikut ini :

$$\text{Maks}_{\{u(t)\}} \int_0^1 (x + u) dt,$$

Dengan $\dot{x}(t) = 1 - u^2$, $x(0) = 1$, dengan syarat $\lambda(1) = 0$

Penyelesaian:

Berdasarkan persoalan di atas masalah pada contoh waktu akhir yang ditentukan dan keadaan akhir yang tidak ditentukan. Dengan teori yang dibahas sebelumnya, didapat:

Hamilton dari persoalan di atas adalah:

$$H = x + u + \lambda(1 - u^2)$$

Didapat persamaan *state* dan persamaan *costate* sebagai berikut:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 1 - u^2 \quad (2.3)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -1 \quad (2.4)$$

Dengan mengintegrasikan Persamaan (2.4) dan sifat $\lambda(1) = 0$ diperoleh $\lambda = -t + k$ dan $k = 1$ sehingga didapat $\lambda = 1 - t$.

Dari persamaan stasioner maka diperoleh $\frac{\partial H}{\partial u} = 1 - 2u\lambda = 0$ atau

$$u = \frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{2(1-t)} \quad (2.5)$$

2.5 Metode Sweep Forward-Backward

Metode *Sweep Forward-Backward* ini, untuk menyelesaikan persamaan *state* dan persamaan *costate* yang merupakan persamaan diferensial, sehingga persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan metode *Sweep Forward-Backward* secara numerik. Adapun langkah-langkah yang terdapat pada metode *sweep forward-backward*[9]:

1. Menentukan nilai awal u ,
2. Menggunakan kondisi awal $x(0) = x_0$ dan nilai awal u untuk menyelesaikan persamaan *state* (x) dengan langkah maju metode *Runge Kutta* orde 4,

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$K_1 = f(t_i, x_i, u_i),$$

$$K_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right)$$

$$K_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right)$$

$$K_4 = f(t_i + h, x_i + hK_3, u_{i+1})$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{2}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

3. Menggunakan kondisi transversal $\lambda(t) = 0$ dan nilai u serta x untuk menyelesaikan suatu persamaan *costate* (λ) dengan langkah mundur metode Runge-Kutta orde 4,

$$j = n + 2 - 1$$

$$K_1 = f(t_j, \lambda_j, x_j, u_j),$$

$$K_2 = f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right),$$

$$K_3 = f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right),$$

$$K_4 = f(t_j - h, \lambda_j - hK_3, x_{j-1}, u_{j-1}),$$

$$\lambda_{j-1} = \lambda_j - \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4).$$

4. Memperbaharui nilai kendali u dengan memasukkan nilai x dan nilai λ yang baru ke dalam persamaan u ,
5. Maka didapatkan kendali u yang baru.

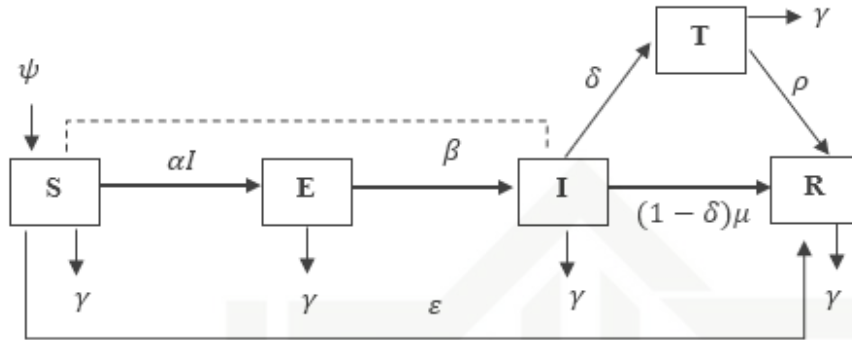
2.6 Model Penyakit Cacar Air

Pemodelan matematika yang digunakan dalam penyebaran penyakit cacar air ini adalah model matematika SEITR (*Susceptible-Exposed-Infected-Treatment-Recovered*). Model matematika yang digunakan pada penyakit cacar ini terbagi lima subpopulasi yang terdiri dari *susceptible*, *exposed*, *infected*, *treatment*, dan *recovered*. Dimana, *susceptible* merupakan manusia rentan, *exposed* merupakan manusia bergejala, *infected* merupakan manusia rentan dengan infeksi, *treatment* merupakan individu dengan melakukan penanganan, dan *recovered* merupakan manusia yang sudah sembuh dari virus.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Adapun model SEITR penyebaran penyakit menular pada penyakit cacar air sebagai berikut:



Gambar 2. 1 Model SEITR

Berdasarkan Gambar 2.1, model matematika penyebaran penyakit cacar air dapat dituliskan dengan bentuk persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \psi - \alpha SI - \varepsilon S - \gamma S \\
 \frac{dE}{dt} &= \alpha SI - (\beta + \gamma)E \\
 \frac{dI}{dt} &= \beta E - (\delta + \mu(1 - \delta) + \gamma)I \\
 \frac{dT}{dt} &= \delta I + \rho T - \gamma T \\
 \frac{dR}{dt} &= \mu(1 - \delta)I + \rho T + \varepsilon S - \gamma R
 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Dengan:

- S : Individu yang rentan
- E : Individu bergejala
- I : Individu terinfeksi
- T : Individu yang di treatment
- R : Individu sembuh
- ψ : Laju kelahiran
- ε : Proporsi individu divaksin
- α : Laju kontak individu rentan dengan individu yang terinfeksi
- γ : Laju kematian alami pada setiap populasi
- β : Laju individu bergejala menjadi terinfeksi
- δ : Laju individu yang di treatment
- ρ : Laju perpindahan individu ke subpopulasi sembuh akibat treatment

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

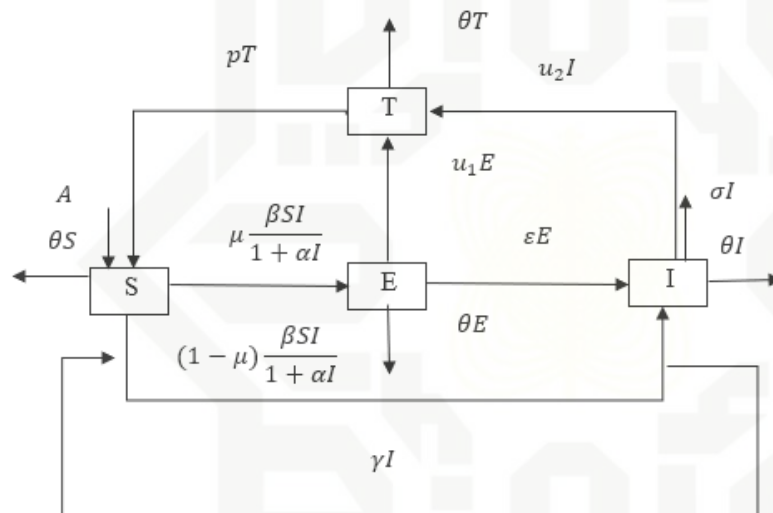
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

μ : Laju perpindahan individu ke subpopulasi sembuh tanpa treatment

2.7 Model Epidemii Tipe SEIT

Populasi pada model ini dari epidemii tipe SEIT dibagi menjadi sub-populasi yaitu populasi *susceptible*, *exposed*, *infective*, dan *treatment*. Kemudian $S(t), E(t), I(t), T(t)$ dapat ditulis S, E, I, T tanpa mengubah adanya variabel t didalamnya, sehingga diperoleh laju perubahan sub-populasi *susceptible*, *exposed*, *infective*, dan *treatment* [4].

Arus perpindahan dari beberapa sub-populasi dalam model dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 2. 2 Model SEIT

Misalkan $N(t)$ adalah populasi tiap waktu dengan $N = S + E + I + T$, maka laju perubahan populasi tiap waktu diperoleh:

$$\dot{N} = \dot{S} + \dot{E} + \dot{I} + \dot{T} = A - \theta N - \sigma I \quad (2.7)$$

Berdasarkan Persamaan (2.7) dapat dikonstruksi sistem baru, yaitu:

$$\dot{E} = \mu \frac{\beta SI}{1 + \alpha I} (N - E - I - T) - (\theta + \varepsilon + u_1) E \quad (2.8)$$

$$\dot{I} = (1 - \mu) \frac{\beta SI}{1 + \alpha I} (N - E - I - T) + \varepsilon E(t) - (\theta + \gamma + \sigma + u_2) I \quad (2.9)$$

$$\dot{T} = u_1 E + u_2 I - (p + \theta) T \quad (2.10)$$

$$\dot{N} = A - \theta N - \sigma I \quad (2.11)$$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan

- \dot{S} : Banyak individu *susceptible* tiap waktu
 \dot{E} : Banyak individu *exposed* tiap waktu
 \dot{I} : Banyak individu *infective* tiap waktu
 \dot{T} : Banyak individu *treatment* tiap waktu
 S : Banyak individu *susceptible*
 E : Banyak individu *exposed*
 I : Banyak individu *infective*
 T : Banyak individu *treatment*
 A : Banyak kelahiran alami
 θ : Tingkat kematian alami
 σ : Tingkat kematian akibat penyakit
 γ : Tingkat individu *infective* yang kembali *susceptible*
 p : Tingkat individu *treatment* yang kembali *susceptible*
 ε : Tingkat individu *exposed* yang menjadi *infective*
 μ : Tingkat individu *infective* yang menjadi *exposed*
 $1 - \mu$: Tingkat individu yang *infective* yang menjadi *infective*
 β : Tingkat transmisi
 $\frac{\beta SI}{1+\alpha I}$: Tingkat kejadian tersaturasi (*saturated incidence rate*)
 u_1 : Kontrol pengobatan individu *exposed*
 u_2 : Kontrol pengobatan individu *infective*
- Dengan $0 \leq \mu \leq 1$, dan $A, \theta, \sigma, \gamma, p, \varepsilon, \beta > 0$.

Secara matematika, permasalahan ini merupakan meminimalkan fungsi objektif berikut:

$$J(u_1, u_2) = \int_{t_0}^{T_f} \left(I(t) + \frac{c}{2} u_1^2(t) + \frac{D}{2} u_2^2(t) \right) dt \quad (2.12)$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Penelitian kajian teori ini digunakan untuk mendapatkan kendali optimal pada modelan penyakit cacar air. Berikut langkah-langkah yang memenuhi dalam penelitian ini adalah:

1. Diberikan persamaan diferensial model penyebaran penyakit cacar air tanpa fungsi tujuan pada Persamaan (2.6)
2. Dibentuk fungsi tujuan untuk model penyebaran penyakit cacar air Persamaan (2.6) sebagai berikut:

$$J = \int_0^{Tf} \left(S(t) + \frac{c}{2} \varepsilon^2(t) \right) dt$$

3. Berdasarkan prinsip minimum Pontryagin dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan persamaan diferensial dan fungsi tujuan pada langkah pertama dengan tujuan untuk mendapatkan kendali yang optimal.
4. Kemudian dibentuk persamaan *state*, persamaan *costate*, dan kondisi stasioner
5. Berdasarkan langkah ketiga diperoleh fungsi kendali $\varepsilon(t)$ yaitu kendali optimal dengan upaya vaksinasi untuk penyakit cacar air.
6. Hasil dari langkah keempat, kemudian dengan menggunakan Metode *Sweep Forward-Backward* dicari solusi numerik yang diaplikasikan pada *software* MATLAB.
7. Kesimpulan hasil akhir yang diperoleh secara keseluruhan.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, bahwa berdasarkan persamaan diferensial sistem dinamik pada kasus penyebaran penyakit cacar air dengan melibatkan upaya vaksinasi pada individu rentan pada waktu berhingga diperoleh kendali sebagai berikut:

$$\varepsilon = \frac{S(\lambda_1 - \lambda_5)}{c}$$

Berdasarkan hasil simulasi numerik diketahui bahwa kasus penyebaran penyakit cacar air pada kelas individu rentan akan mengalami penurunan jika kelas tersebut dilakukan upaya vaksinasi. Semakin meningkatnya upaya vaksinasi akan menyebabkan berkurangnya jumlah individu yang rentan. Dalam hal ini dampak kendali dapat diketahui dari waktu ke waktu, sehingga pertumbuhan populasi dapat dimonitori pada kelas individu rentan setiap waktu. Hal ini memungkinkan untuk mengetahui jumlah individu rentan telah maksimum atau tidak selama periode waktu yang telah ditentukan.

5.2 Saran

Pada penelitian kendali optimal ini, penulis menyelesaikan menggunakan prinsip minimum Pontryagin dan Metode *Sweep Forward-Backward*. Namun, pembaca diharapkan dapat melanjutkan penelitian ini dengan metode-metode lain guna memperluas wawasan dan memperkaya pengetahuan sesuai dengan kemajuan ilmu di masa depan.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. U. Rosyidah dan Z. H. F. Anam, "Laporan Kasus: Cacar Air Pada Remaja Muda Usia 14 Tahun Di Pondok Pesantren," *Proceeding Book Call Paper Thalamus Medical Research Better Health*, pp. 108–118, 2020.
- [2] Musarifa, Hikmah, dan Fardinah, "Analisis model matematika SEITR pada penyakit cacar air," *Jurnal Mathematic Theory Application*, vol. 3, no. 2, pp. 45–52, 2021.
- [3] D. Wicaksono, Respatiwan, dan Y. Susanti, "Model Discrete Time Markov Chain (DTMC) Susceptible Infected Recovered (SIR) Pada Pola Penyebaran Penyakit Cacar Air," *Prosiding Seminar Nasional Sains & Entrepreneurship*, vol. 1, no. 1, pp. 1–8, 2019.
- [4] L. T. Machfiroh, "Kontrol Optimal Pada Model Epidemi Tipe SEIT," *Buletin Ilmiah Matematika Statistika dan Terapannya*, vol. 08, no. 3, pp. 599–606, 2019.
- [5] Ni Putu Tiza Murtia Marghal dan Made Wardhana, "Karakteristik Penderita Cacar Air (Varicella) di Rumah Sakit Umum Pusat Sanglah," *Jurnal Medika Udayana*, vol. 10, no. 6, p. 51, 2021.
- [6] Q. A'yuni, A. Ruhimat, dan I. Solekhudin, "Mathematics An Epidemic Model of Varicella with Vaccination An Epidemic Model of Varicella with Vaccination," *Proceding The 1th IBSC Towards The Extended Use Of Basic Science For Enhancing Health, Environment, Energy dan Biotechnology*, pp. 51–55, 2017.
- [7] E. Warnelis Sinaga, "Tingkat Pengetahuan Ibu Hamil Tentang Bahaya Varicella Selama Kehamilan Di Kelurahan Sicanang Kecamatan Medan Belawan Tahun 2018," *Jurnal Ilmiah Kebidanan Imelda*, vol. 4, no. 2, p. 584, 2018.
- [8] J. Erni, Jusriani, dan Z. . Fiqah, "Penentuan Solusi Persamaan Differensial Biasa Menggunakan Maple," *Axiomath Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, vol. 2, no. 1, pp. 5–9, 2020.
- [9] D. E. Mahmudah, dan M. Z. Naf'an, "Kontrol Optimal Model Epidemik Host-Vector dengan Simulasi Menggunakan Forward-Backward Sweep Method Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer ASIA Malang," *Jurnal Ilmiah Teknologi dan Informasi ASIA*, vol. 8, no. 1, pp. 1–9, 2014.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

[10] N. Wardiana, A. Sani, dan L. Gubu, “The Analysis of SEIR Epidemic Models Stability on Smallpox (Varicella/ Chickenpox) with Immune System.”
<https://adoc.pub/chickenpox-with-immune-system-by.html>





LAMPIRAN

```
function z=program_seitr
test=-1;
tf=12;
teta=0.001;
M=99;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;

psi=0.0639;
alpha=0.236;
beta=0.0132;
gamma=0.896;
delta=0.996;
rho=0.001;
miu=0.011;
S=80;
E=7;
I=7;
T=6;
R=6;
C=1;
S0=1;
E0=1;
I0=1;
T0=1;
R0=1;

S=zeros(1,M+1);
E=zeros(1,M+1);
I=zeros(1,M+1);
T=zeros(1,M+1);
R=zeros(1,M+1);
U=zeros(1,M+1);
lS=zeros(1,M+1);
lE=zeros(1,M+1);
lI=zeros(1,M+1);
lT=zeros(1,M+1);
lR=zeros(1,M+1);
S(1)=S0;
E(1)=E0;
I(1)=I0;
T(1)=T0;
R(1)=R0;

while (test<0)
    oldU=U;
    oldS=S;
    oldE=E;
    oldI=I;
    oldT=T;
    oldR=R;
```

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
 Satrio Latic Jurnalis of Sultan Syarif Kasim Riau

```

old1S=1S;
old1E=1E;
old1I=1I;
old1T=1T;
old1R=1R;

for i=1:M
M1S=((psi)-(alpha*S(i)*I(i))-(U*S(i))-(gamma*S(i)));
M1E=((alpha*S(i)*I(i))-(beta*E(i))-(gamma*E(i)));
M1I=((beta*E(i))-(delta*I(i))-(
(miu*I(i))+(miu*delta*I(i))+(gamma*I(i)));
M1T=((delta*I(i))+(rho*T(i))-(gamma*T(i)));
M1R=((miu*I(i))-(miu*delta*I(i))+(rho*T(i))+(U*S(i))-
(gamma*R(i)));
M2S=((psi)-(alpha.*(S(i)+(h2*M1S)).*(I(i)+(h2.*M1I)))-
U.*(S(i)+(h2*M1S))-gamma.*(S(i)+(h2*M1S)));
M2E=(alpha.*(S(i)+h2*M1S).*(I(i)+h2*M1I)-
(beta.*(E(i)+h2*M1E))-(gamma.*(E(i)+h2*M1E)));
M2I=(beta.*(E(i)+h2*M1E)-(delta.*(I(i)+h2*M1I)-
(miu.*(I(i)+h2*M1I)+(miu*delta.*(I(i)+h2*M1I))+(gamma.*(I(i)+h2*M1
I)))));
M2T=(delta.*(I(i)+h2*M1I))+rho.*(T(i)+h2*M1T)-
(gamma.*(T(i)+h2*M1T));
M2R=(miu.*(I(i)+h2*M1I)-
(miu*delta.*(I(i)+h2*M1I))+(rho.*(T(i)+h2*M1T))+(U.*(S(i)+h2*M1S))-
(gamma.*(R(i)+h2*M1R)));
M3S=(psi-(alpha.*(S(i)+h2*M2S)).*(I(i)+h2*M2I)-
(U.*(S(i)+h2*M2S))-gamma.*(S(i)+h2*M2S));
M3E=(alpha.*(S(i)+h2*M2S).*(I(i)+h2*M2I)-
(beta.*(E(i)+h2*M2E))-(gamma.*(E(i)+h2*M2E)));
M3I=(beta.*(E(i)+h2*M2E)-(delta.*(I(i)+h2*M2I)-
(miu.*(I(i)+h2*M2I)+(miu*delta.*(I(i)+h2*M2I))+(gamma.*(I(i)+h2*M2
I)))));
M3T=(delta.*(I(i)+h2*M2I))+rho.*(T(i)+h2*M2T)-
(gamma.*(T(i)+h2*M2T));
M3R=(miu.*(I(i)+h2*M2I)-
(miu*delta.*(I(i)+h2*M2I))+(rho.*(T(i)+h2*M2T))+(U.*(S(i)+h2*M2S))-
(gamma.*(R(i)+h2*M2R)));
M4S=(psi-(alpha.*(S(i)+h*M3S))-(U.*(S(i)+h*M3S))-
gamma.*(S(i)+h*M3S));
M4E=(alpha.*(S(i)+h*M3S)).*(I(i)+h*M3I)-(beta.*(E(i)+h*M3E))-
(gamma.*(E(i)+h*M3E));
M4I=(beta.*(E(i)+h*M3E)-(delta.*(I(i)+h*M3I))-
(miu.*(I(i)+h*M3I)+(miu*delta.*(I(i)+h*M3I))+(gamma.*(I(i)+h*M3I))
);
M4T=(delta.*(I(i)+h*M3I))+rho.*(T(i)+h*M3T))-
(gamma.*(T(i)+h*M3T));
M4R=(miu.*(I(i)+h*M3I))-
(miu*delta.*(I(i)+h*M3I))+(rho.*(T(i)+h*M3T))+(U.*(S(i)+h*M3S))-
(gamma.*(R(i)+h*M3R));

S(i+1)=S(i)+(h/6).*(M1S(i)+(2*M2S(i))+(2*M3S(i))+(M4S(i)));
E(i+1)=E(i)+(h/6).*(M1E+(2*M2E(i))+(2*M3E(i))+(M4E(i)));
I(i+1)=I(i)+(h/6).*(M1I+(2*M2I)+(2*M3I(i))+(M4I(i)));
T(i+1)=T(i)+(h/6).*(M1T+(2*M2T)+(2*M3T)+(M4T(i)));
R(i+1)=R(i)+(h/6).*(M1R(i)+(2*M2R(i))+(2*M3R(i))+(M4R(i)));

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

```

end
for i=1:M
    j=M+2-i;
    N1S=(-1+(1S(j)*alpha*(I(j))+(1S(j)*(U(j))+(1S(j)*gamma-
(1E(j)*alpha*I(j)-(1R(j)*(U(j)))))));
    N1E=(-(1E(j)*beta)+(1E(j)*gamma)-(1I(j)*beta));
    N1I=(1S(j)*alpha*S(j)-
(1E(j)*alpha*I(j)+(1I(j)*delta)+(1I(j)*miu-
(1I(j)*miu*delta)+(1I(j)*gamma)-(1T(j)*delta)-
(1R(j)*miu)+(1R(j)*miu*delta)+(1R(j)*miu*delta))));
    N1T=(-(1T(j)*rho)+(1T(j)*gamma)-(1R(j)*rho));
    N1R=(-(1R(j)*gamma));
    N2S=(-1+((1S(j)-h2*N1S).*alpha).*(1/2.*(I(j)+I(j-1))+(1S(j)-
h2*N1S).*U)+((1S(j)-h2*N1S).*gamma)-((1E(j)-
h2*N1E).*alpha*I).*(1/2.*(I(j)+I(j-1))-(1R(j)-h2*N1R).*U)));
    N2E=-((1E(j)-h2*N1E).*beta)+((1E(j)-h2*N1E).*gamma)-((1I(j)-
h2*N1I).*beta);
    N2I=((1S(j)-h2*N1S).*alpha).*(1/2.*(S(j)+S(j-1)))-((1E(j)-
h2*N1E).*alpha).*(1/2.*(S(j)+S(j-1))+(1I(j)-
h2*N1I).*delta)+((1I(j)-h2*N1I).*miu)-((1I(j)-
h2*N1I).*miu*delta)+((1I(j)-h2*N1I).*gamma)-((1T(j)-
h2*N1T).*delta)-((1R(j)-h2*N1R).*miu)+((1R(j)-
h2*N1R).*miu*delta));
    N2T=-((1T(j)-h2*N1T).*rho)+((1T(j)-h2*N1T).*gamma)+((1R(j)-
h2*N1R).*rho);
    N2R=-((1R(j)-h2*N1R).*gamma);
    N3S=(-1+((1S(j)-h2*N2S).*alpha).*(1/2.*(I(j)+I(j-1))+(1S(j)-
h2*N2S).*U)+((1S(j)-h2*N2S).*gamma)-((1E(j)-
h2*N2E).*alpha*I).*(1/2.*(I(j)+I(j-1))-(1R(j)-h2*N2R).*U)));
    N3E=-((1E(j)-h2*N2E).*beta)+((1E(j)-h2*N2E).*gamma)-((1I(j)-
h2*N2I).*beta);
    N3I=((1S(j)-h2*N2S).*alpha).*(1/2.*(S(j)+S(j-1)))-((1E(j)-
h2*N2E).*alpha).*(1/2.*(S(j)+S(j-1))+(1I(j)-
h2*N2I).*delta)+((1I(j)-h2*N2I).*miu)-((1I(j)-
h2*N2I).*miu*delta)+((1I(j)-h2*N2I).*gamma)-((1T(j)-
h2*N2T).*delta)-((1R(j)-h2*N2R).*miu)+((1R(j)-
h2*N2R).*miu*delta));
    N3T=-((1T(j)-h2*N2T).*rho)+((1T(j)-h2*N2T).*gamma)+((1R(j)-
h2*N1R).*rho);
    N3R=-((1R(j)-h2*N2R).*gamma);
    N4S=-1+(1S(j)-h*N3S).*(alpha*I(j-1)+(1S(j)-h*N3S).*U)-
((1S(j)-h*N3S).*gamma)-(1I(j)-h*N3I).*(alpha*I(j-1)-((1R(j)-
h*N3R).*U)));
    N4E=-((1E(j)-h*N3E).*beta)+((1E(j)-h*N3E).*gamma)-((1I(j)-
h*N3I).*beta);
    N4I=(1S(j)-h*N3S).*(alpha*S(j-1)-(1E(j)-h*N3E).*(alpha*S(j-
1))+(1I(j)-h*N3I).*delta)+((1I(j)-h*N3I).*miu)-((1I(j)-
h*N3I).*miu*delta)+((1I(j)-h*N3I).*gamma)-((1T(j)-h*N3T).*delta)-
((1R(j)-h*N3R).*miu)+((1R(j)-h*N3R).*miu*delta));
    N4T=-((1T(j)-h*N3T).*rho)+((1T(j)-h*N3T).*gamma)-(1T(j)-
h*N3T).*rho;
    N4R=-((1R(j)-h*N3R).*gamma);

    1S(j-1)=1S(j)-(h/6).*(N1S+(2*N2S(j))+(2*N3S(j))+N4S(j));
    1E(j-1)=1E(j)-(h/6).*(N1E+(2*N2E)+(2*N3E)+N4E(j));
    1I(j-1)=1I(j)-(h/6).*(N1I+(2*N2I)+(2*N3I(j))+N4I(j));

```

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

1T(j-1)=1T(j)-(h/6).* (N1T+(2*N2T)+(2*N3T)+N4T);
1R(j-1)=1R(j)-(h/6).* (N1R+(2*N2R)+(2*N3R)+N4R);
end
temp=((1S(j-1)*S(j+1))-(1R(j-1)*S(j+1)))/C;
U1=0;
U=0.5*(U1+oldU);
err1=teta*sum(abs(U)-sum(abs(oldU-U)));
err2=teta*sum(abs(S)-sum(abs(oldS-S)));
err3=teta*sum(abs(E)-sum(abs(oldE-E)));
err4=teta*sum(abs(I)-sum(abs(oldI-I)));
err5=teta*sum(abs(T)-sum(abs(oldT-T)));
err6=teta*sum(abs(R)-sum(abs(oldR-R)));
err7=teta*sum(abs(1S)-sum(abs(old1S-1S)));
err8=teta*sum(abs(1E)-sum(abs(old1E-1E)));
err9=teta*sum(abs(1I)-sum(abs(old1I-1I)));
err10=teta*sum(abs(1T)-sum(abs(old1T-1T)));
err11=teta*sum(abs(1R)-sum(abs(old1R-1R)));

test=min(err1,min(err2,min(err3,min(err4,min(err5,min(err6,min(err7,
min(err8,min(err9,min(err10,min(err11))))))))));
fprintf('pada S(i+1)=%10.8f, lamdaS(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f, err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f, err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f, err10=%10.8f, err11=%10.8f\n', S(i+1), 1S(j-1), abs(oldS-S), abs(old1S-1S));
fprintf('pada E(i+1)=%10.8f, lamdaE(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f, err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f, err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f, err10=%10.8f, err11=%10.8f\n', E(i+1), 1E(j-1), abs(oldE-E), abs(old1E-1E));
fprintf('pada I(i+1)=%10.8f, lamdaI(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f, err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f, err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f, err10=%10.8f, err11=%10.8f\n', I(i+1), 1I(j-1), abs(oldS-I), abs(old1I-1I));
fprintf('pada T(i+1)=%10.8f, lamdaT(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f, err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f, err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f, err10=%10.8f, err11=%10.8f\n', T(i+1), 1T(j-1), abs(oldS-T), abs(old1T-1T));
fprintf('pada R(i+1)=%10.8f, lamdaR(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f, err2=%10.8f, err3=%10.8f, err4=%10.8f, err5=%10.8f, err6=%10.8f, err7=%10.8f, err8=%10.8f, err9=%10.8f, err10=%10.8f, err11=%10.8f\n', R(i+1), 1R(j-1), abs(oldS-R), abs(old1R-1R));
end
z(1,:) = t;
z(2,:) = S;
z(3,:) = E;
z(4,:) = I;
z(5,:) = T;
z(6,:) = R;
z(7,:) = 1S;
z(8,:) = 1E;
z(9,:) = 1I;
z(10,:) = 1T;
z(11,:) = 1R;

psi=0.0639;
alpha=0.236;
beta=0.0132;

```

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

gamma=0.896;
delta=0.996;
rho=0.001;
miu=0.011;
A=80;
B=7;
D=7;
F=6;
G=6;
c=1;
A0=1;
B0=1;
D0=1;
F0=1;
G0=1;

A=zeros(1,M+1);
B=zeros(1,M+1);
D=zeros(1,M+1);
F=zeros(1,M+1);
G=zeros(1,M+1);
x=zeros(1,M+1);
lA=zeros(1,M+1);
lB=zeros(1,M+1);
lD=zeros(1,M+1);
lF=zeros(1,M+1);
lG=zeros(1,M+1);
A(1)=A0;
B(1)=B0;
D(1)=D0;
F(1)=F0;
G(1)=G0;

while(test<0)
    oldx=x;
    oldA=A;
    oldB=B;
    oldD=D;
    oldF=F;
    oldG=G;
    oldlA=lA;
    oldlB=lB;
    oldlD=lD;
    oldlF=lF;
    oldlG=lG;

    for i=1:M
        M1A=(psi-(alpha*A(i)*D(i))-(U*A(i))-(gamma*A(i)));
        M1B=((alpha*A(i)*D(i))-(beta*B(i))-(gamma*B(i)));
        M1D=((beta*B(i))-(delta*D(i))-(
        (miu*D(i))+(miu*delta*D(i))+(gamma*D(i)));
        M1F=((delta*D(i))+(rho*F(i))-(gamma*F(i)));
        M1G=((miu*D(i))-(miu*delta*D(i))+(rho*F(i))+(U*A(i))-
        (gamma*G(i)));
    
```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

M2A=(psi-(alpha*(A(i)+h2*M1A))*(D(i)+h2*M1D)-
(U*(A(i)+h2*M1A)-(gamma*(A(i)+h2*M1A)));
M2B=(alpha*(A(i)+h2*M1A)*(I(i)+h2*M1D)-(beta*(G(i)+h2*M1G))-
(beta*(B(i)+h2*M1B)));
M2D=(beta*(B(i)+h2*M1B)-(delta*(D(i)+h2*M1D)-
(miu*(D(i)+h2*M1D)+(miu*delta(D(i)+h2*M1D)+(gamma*(D(i)+h2*M1D)
)));
M2F=(delta*(D(i)+h2*M1D))+rho*(F(i)+h2*M1F)-
(gamma*(F(i)+h2*M1F));
M2G=(miu*(D(i)+h2*M1D)-
(miu*delta*(D(i)+h2*M1D))+rho*(F(i)+h2*M1F)+(epsilon*(A(i)+h2*M1
A))-(gamma*(F(i)+h2*M1F)));
M3A=(psi-(alpha*(A(i)+h2*M2A))*(D(i)+h2*M2D)-
(epsilon*(A(i)+h2*M2A)-(gamma*(A(i)+h2*M2A)));
M3B=(alpha*(A(i)+h2*M2A)*(D(i)+h2*M2D)-(beta*(G(i)+h2*M2G))-
(beta*(B(i)+h2*M2B)));
M3D=(beta*(B(i)+h2*M2B)-(delta*(D(i)+h2*M2D)-
(miu*(D(i)+h2*M2D)+(miu*delta*(D(i)+h2*M2D)+(gamma*(D(i)+h2*M2D)
)));
M3F=(delta*(D(i)+h2*M2D))+rho*(F(i)+h2*M2F)-
(gamma*(R(i)+h2*M2R));
M3G=(miu*(D(i)+h2*M2D)-
(miu*delta*(D(i)+h2*M2D))+rho*(F(i)+h2*M2F)+(U*(A(i)+h2*M2A))-
(gamma*(G(i)+h2*M2G)));
M4A=(psi-(alpha*(A(i)+h*M3A))-(U*(A(i)+h*M3A))-
(gamma*(A(i)+h*M3A));
M4B=(alpha*(A(i)+h*M3S))*(D(i)+h*M3D)-(beta*(B(i)+h*M3B))-
(gamma*(B(i)+h*M3B));
M4D=(beta*(B(i)+h*M3B)-(delta*(D(i)+h*M3D))-
(miu*(D(i)+h*M3D)+(miu*delta*(D(i)+h*M3D))+((gamma*(D(i)+h*M3D)
)));
;
M4F=(delta*(D(i)+h*M3D))+rho*(F(i)+h*M3F)-
(gamma*(F(i)+h*M3F));
M4G=(miu*(D(i)+h*M3D))-
(miu*delta*(D(i)+h*M3D))+rho*(F(i)+h*M3F)+(U*(A(i)+h*M3A))-
(gamma*(G(i)+h*M3G));
A(i+1)=A(i)+(h/6)*(M1A)+(2*M2A)+(2*M3A)+(M4A);
B(i+1)=B(i)+(h/6)*(M1B)+(2*M2B)+(2*M3B)+(M4B);
D(i+1)=D(i)+(h/6)*(M1D)+(2*M2D)+(2*M3D)+(M4D);
F(i+1)=F(i)+(h/6)*(M1F)+(2*M2F)+(2*M3F)+(M4F);
G(i+1)=G(i)+(h/6)*(M1G)+(2*M2G)+(2*M3G)+(M4G);
end
for i=1:M
j=M+2-i;
N1A=-1+(1A(j)*alpha*(D(j))+(1A(j)*(U(j))+(1A(j)*gamma-
(1B(j)*alpha*D(j)-(1G(j)*(U(j))))));
N1B=-(1B(j)*beta)+(1B(j)*gamma)-(1D(j)*beta);
N1D=(1A(j)*alpha*A(j)-
(1B(j)*alpha*D(j)+(1D(j)*delta)+(1D(j)*miu-
(1D(j)*miu*delta)+(1D(j)*gamma)-(1F(j)*delta)-
(1G(j)*miu)+(1G(j)*miu*delta)+(1G(j)*miu*delta)));
N1F=-(1F(j)*miu)+(1F(j)*gamma)-(1G(j)*miu);
N1G=-(1G(j)*gamma);
N2A=-1+((1A(j)-h2*N1A)*alpha)*(1/2*(D(j)+D(j-1)))+((1A(j)-
h2*N1A)*U)+((1A(j)-h2*N1A)*gamma)-((1B(j)-
h2*N1B)*alpha*D)*(1/2*(D(j)+I(j-1))-((1G(j)-h2*N1R)*U)));

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

N2B=-((1E(j)-h2*N1E)*beta)+((1E(j)-h2*N1E)*gamma)-((1I(j)-
h2*N1I)*beta);
N2D=((1S(j)-h2*N1S)*alfa)*(1/2*(S(j)+S(j-1)))-(((1E(j)-
h2*N1E)*alfa)*(1/2*S(j)+S(j-1))+((1I(j)-h2*N1I)*delta)+((1I(j)-
h2*N1I)*miu)-((1D(j)-h2*N1D)*miu*delta)+((1D(j)-h2*N1D)*gamma)-
((1F(j)-h2*N1F)*delta)-((1G(j)-h2*N1G)*miu)+(((1G(j)-
h2*N1G)*miu*delta)))));
N2F=-((1F(j)-h2*N1F)*rho)+((1F(j)-h2*N1F)*gamma)+((1G(j)-
h2*N1F)*rho);
N2G=-((1G(j)-h2*N1G)*gamma);
N3A=-1+((1A(j)-h2*N2A)*alpha)*(1/2*(D(j)+D(j-1)))+((1A(j)-
h2*N2A)*U)+((1A(j)-h2*N2A)*gamma)-((1B(j)-
h2*N2B)*alpha*D)*(1/2*(D(j)+I(j-1))-(((1G(j)-h2*N2R)*U)))));
N3B=-((1B(j)-h2*N2B)*beta)+((1S(j)-h2*N2S)*gamma)-((1D(j)-
h2*N2D)*beta);
N3D=((1A(j)-h2*N2A)*alpha)*(1/2*(A(j)+A(j-1)))-((1B(j)-
h2*N2B)*alpha)*(1/2*(A(j)+A(j-1)))+((1D(j)-h2*N2D)*delta)+((1D(j)-
h2*N2D)*miu)-((1D(j)-h2*N2D)*miu*delta)+((1D(j)-h2*N2D)*gamma)-
((1F(j)-h2*N2F)*delta)-((1G(j)-h2*N2G)*miu)+((1G(j)-
h2*N2G)*miu*delta)));
N3F=-((1F(j)-h2*N2F)*rho)+((1F(j)-h2*N2F)*gamma)+((1G(j)-
h2*N2F)*rho);
N3G=-((1G(j)-h2*N2G)*gamma);
N4A=-1+(1A(j)-h*N3A)*(alpha*D(j-1)-((1A(j)-h*N3A)*U)-((1A(j)-
h*N3A)*gamma)-1D(j)-h*N3D)*(alpha*D(j-1)-((1G(j)-h*N3G)*U)));
N4B=-((1B(j)-h*N3B)*beta)+((1B(j)-h*N3B)*gamma)-((1D(j)-
h*N3D)*beta);
N4D=(1A(j)-h*N3A)*(alpha*A(j-1)-1B(j)-h*N3B)*(alpha*A(j-
1))+((1D(j)-h*N3D)*delta)+((1D(j)-h*N3D)*miu)-((1D(j)-
h*N3D)*miu*delta)+((1D(j)-h*N3D)*gamma)-(((1F(j)-h*N3F)*delta)-
((1G(j)-h*N3G)*miu+((1G(j)-h*N3G)*miu*delta)))));
N4F=-((1F(j)-h*N3F)*rho)+((1F(j)-h*N3F)*gamma);
N4G=-((1G(j)-h*N3G)*gamma);
1A(j-1)=1A(j)-(h/6)*(N1A+(2*N2A)+(2*N3A)+N4A);
1B(j-1)=1B(j)-(h/6)*(N1B+(2*N2B)+(2*N3B)+N4B);
1D(j-1)=1D(j)-(h/6)*(N1D+(2*N2D)+(2*N3D)+N4D);
1F(j-1)=1F(j)-(h/6)*(N1F+(2*N2F)+(2*N3F)+N4F);
1G(j-1)=1G(j)-(h/6)*(N1G+(2*N2G)+(2*N3G)+N4G);
end
temp=((A(j-1)*A(j+1))-(G(j-1)*A(j+1)))/C);
x1=min(0.9,max(0.1,temp));
x=0.5*(x1+oldx);
err1=teta*sum(abs(x-sum(abs(oldx-x))));
err2=teta*sum(abs(A)-sum(abs(oldA-A)));
err3=teta*sum(abs(B)-sum(abs(oldB-B)));
err4=teta*sum(abs(D)-sum(abs(oldD-D)));
err5=teta*sum(abs(F)-sum(abs(oldF-F)));
err6=teta*sum(abs(G)-sum(abs(oldG-G)));
err7=teta*sum(abs(1A)-sum(abs(old1A-1A)));
err8=teta*sum(abs(1B)-sum(abs(old1B-1B)));
err9=teta*sum(abs(1D)-sum(abs(old1D-1D)));
err10=teta*sum(abs(1F)-sum(abs(old1F-1F)));
err11=teta*sum(abs(1G)-sum(abs(old1G-1G)));

```

```

test=min(err1,min(err2,min(err3,min(err4,min(err5,min(err6,min(err
7,min(err8,min(err9,min(err10,min(err11))))))))));

```




Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

fprintf('pada A(i+1)=%10.8f, lamdaA(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f,err8=%10.8f,err9=%10.8f,err10=%10.8f,e
rr11=%10.8f\n',A(i+1),lA(j-1),abs(oldA-A),abs(oldlA-lA));
fprintf('pada B(i+1)=%10.8f, lamdaB(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f,err8=%10.8f,err9=%10.8f,err10=%10.8f,e
rr11=%10.8f\n',B(i+1),lB(j-1),abs(oldB-B),abs(oldlB-lB));
fprintf('pada D(i+1)=%10.8f, lamdaD(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f,err8=%10.8f,err9=%10.8f,err10=%10.8f,e
rr11=%10.8f\n',D(i+1),lD(j-1),abs(oldD-D),abs(oldlD-lD));
fprintf('pada F(i+1)=%10.8f, lamdaF(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f,err8=%10.8f,err9=%10.8f,err10=%10.8f,e
rr11=%10.8f\n',F(i+1),lF(j-1),abs(oldF-F),abs(oldlF-lF));
fprintf('pada G(i+1)=%10.8f, lamdaG(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f,err8=%10.8f,err9=%10.8f,err10=%10.8f,e
rr11=%10.8f\n',G(i+1),lG(j-1),abs(oldG-G),abs(oldlG-lG));
end
z(1,:)=t;
z(2,:)=A;
z(3,:)=B;
z(4,:)=D;
z(5,:)=F;
z(6,:)=G;
z(7,:)=x;
z(8,:)=lA;
z(9,:)=lB;
z(10,:)=lD;
z(11,:)=lF;
z(12,:)=lG;

figure(1)
plot(t,S,'b',t,A,'g','linewidth',1);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('S(Individu Rentan)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1&Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Rentan');
grid off

figure(2)
plot(t,E,'b',t,B,'g','linewidth',1);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('E(Individu Bergejala)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1&Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Bergejala');
grid off

figure(3)
plot(t,I,'b',t,D,'g','linewidth',1);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('I(Individu Terinfeksi)');

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

```

legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1&Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Terinfeksi');
grid off

figure(4)
plot(t,T,'b',t,F,'g','linewidth',1);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('T(Individu di Treatment)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1&Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu di Treatment');
grid off

figure(5)
plot(t,R,'b',t,G,'g','linewidth',1);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('R(Individu Sembuh)');
legend('Tanpa Kendali U=0','Dengan Kendali Umin=0.1&Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Sembuh');
grid off
    
```

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Tanjung Balai Karimun, Kabupaten Karimun, Provinsi Kepulauan Riau pada tanggal 09 Oktober 2001 dari Ayah yang bernama Jasman dan Ibu yang bernama Fitriyeni. Penulis merupakan anak Pertama dari tiga bersaudara. Penulis menyelesaikan Pendidikan formal Pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 001 Karimun, Kabupaten Karimun dan lulus pada tahun 2013, Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 1 Karimun, Kabupaten Karimun dan lulus pada tahun 2016 kemudian penulis melanjutkan Pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 2 Karimun dan lulus pada tahun 2019. Setelah menyelesaikan Pendidikan SMA pada tahun 2019, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada Tahun 2022 penulis melaksanakan Kerja Praktek di Dinas Pangan, Tanaman Pangan dan Hortikultura Provinsi Riau dengan judul **“Analisis Deskriptif Jumlah Ketersediaan dan Kebutuhan Jagung di Provinsi Riau”** dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S. Pd., M. Sc. Kemudian pada Juli-Agustus 2022 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Muda Setia, Kecamatan Bandar Seikijang, Kabupaten Pelalawan. Pada tanggal 06 Juli 2023 penulis menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **“Kendali Optimal pada Tingkat Penyebaran Penyakit Cacar Air”** dengan dosen pembimbing Bapak Nilwan Andiraja, S. Pd., M. Sc.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.