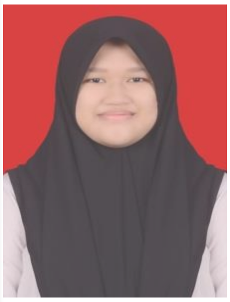
INVERS MATRIKS RLPrFrL*circ* BENTUK KHUSUS ORDO 4×4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

MIFTA ILMI ISMAIL
118850425247



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2023

LEMBAR PERSETUJUAN

INVERS MATRIKS RLPrFrL*circ* BENTUK KHUSUS ORDO 4 × 4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

oleh:

MIFTA ILMI ISMAIL
11850425247

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 27 Juni 2023

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Ade Novia Rahma, M.Mat.**
NIP. 19730818 200604 1 003	NIK. 130 517048

LEMBAR PENGESAHAN

INVERS MATRIKS RLPrFrL*circ* BENTUK KHUSUS ORDO 4×4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

oleh:

MIFTA ILMI ISMAIL
11850425247

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 27 Juni 2023

Pekanbaru, 27 Juni 2023
Mengesahkan

Dekan	**Ketua Program Studi**
Dr. Hartono, M.Pd.	**Wartono, M.Sc.**
NIP. 19640301 199203 1 003	**NIP. 19730818 200604 1 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua : Wartono, M.Sc

Sekretaris : Ade Novia Rahma, M.Mat

Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc

Anggota II : Rahmawati, M.Sc.

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan dibawah ini:

Nama	: Mifta Ilmi Ismail
NIM	: 11850425247
Tempat/Tgl. Lahir	: Kenantan/16 November 1999
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Tugas Akhir	: Invers Matriks RLPrFrL*circ* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa:

1. Penulisan Skripsi ini dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Skripsi saya ini, saya menyatakan bebas plagiat.
4. Apabila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Skripsi saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 27 Juni 2023
Yang membuat pernyataan

10000 METERAI TEMPEL 52EC7AKX552707146

Mifta Ilmi Ismail
NIM. 11850425247

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 27 Juni 2023
Yang membuat pernyataan,

MIFTA ILMI ISMAIL
11850425247

LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahhirrahmanirrahim

Alhamdulillahirabbil'alamiin

Segala puji bagi Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang telah melimpahkan rahmat dan nikmat-Nya, sehingga laporan tugas akhir ini bisa selesai dengan sebaik-baiknya. Tiada daya dan upaya yang kami lakukan selain dengan izin-Mu.

Teristimewa saya persembahkan karya ini untuk kedua sosok terpenting dalam hidup saya. Dua orang yang senantiasa menopang saya untuk bangkit dari rasa sakit hingga saya bisa berdiri sendiri. Terimakasih untuk ayah dan ibu yang tidak pernah lelah untuk selalu memberi saya semangat dalam segala proses pendidikan. Terimakasih ayah dan ibu atas sabarnya yang sangat luas untuk saya. Tiada hal yang bisa saya lakukan untuk membalas itu semua. Semoga Allah membalas dengan sebaik-baik balasan.

Terimakasih juga untuk keluarga saya yang lain atas dukungan, doa dan kepercayaannya, hingga saya benar-benar bisa menyelesaikan pendidikan S1 saya dengan baik.

Terimakasih kepada ibu Ade Novia Rahma, M.Mat selaku pembimbing tugas akhir dan pembimbing akademik saya yang selalu sabar dalam membimbing saya hingga saya bisa menyelesaikan laporan tugas akhir saya ini dengan baik. Semoga Allah membalas semua kebaikan ibu dengan sebaik-baik balasan

Terimakasih kepada dosen- dosen yang ada dijurusan matematika, atas semua ilmu yang diberikan selama saya masih duduk di bangku kuliah. Semoga semua ilmu yang telah Bapak/Ibu ajarkan bisa berguna bagi kehidupan saya kedepannya.

Tak lupa pula saya ucapkan terimakasih kepada sahabat, teman- teman yang sudah menemani, mendoakan serta membantu saya selama masa perkuliahan terutama pada masa pandemi covid.

INVERS MATRIKS RLPrFrL*circ* BENTUK KHUSUS ORDO 4 × 4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN ADJOIN

MIFTA ILMI ISMAIL
NIM : 11850425247

Tanggal Sidang : 27 Juni 2023
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4 × 4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan metode Adjoin. Dalam menentukan invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus terdapat beberapa langkah yang perlu dilakukan. Langkah Pertama memperhatikaan bentuk pola matriks RLPrFrL*circ* A_4^2 sampai A_4^{10} sehingga dapat diduga bentuk umum $\left(A_4^n\right)$ serta dibuktikan dengan induksi matematika. Langkah kedua menentukan determinan dari bentuk umum $\left(A_4^n\right)$ dengan ekspansi kofaktor. Langkah ketiga menentukan matriks kofaktor dari bentuk umum $\left(A_4^n\right)$. Terakhir, diperoleh bentuk umum invers dari matriks menggunakan adjoin.

Kata Kunci : determinan, invers, matriks RLPrFrL*circ*, matriks kofaktor, metode adjoin, ekspansi kofaktor

THE INVERSE OF RLPrFrLcirc MATRIX IN SPECIAL FROM OF 4 × 4 ORDER WITH POSITIVE INTEGER EXPONENTS USING ADJOIN

MIFTA ILMI ISMAIL
NIM : 11850425247

Date of Final Exam : 27 June 2023
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This study aims to determine the inverse matrix RLPrFrLcirc as specially form order 4×4 to the power of positive integers using the Adjoin method. In determine the as specially form RLPrFrLcirc matrix inverse, there are several steps that need to be carried out. The first step is pay attention to the shape of the RLPrFrLcirc matrix A_4^2 *to* A_4^{10} *so that the general form can be assumed* $\left(A_4^n\right)$*, and proved by mathematical induction. The second step is with the determinants of the general form* $\left(A_4^n\right)$ *usingexpansion ofnthe cofactor. The third step is determine the cofactor matrix from the general form* $\left(A_4^n\right)$*. Finally, we obtain the inverse general form of the matrix using the adjoin method.*

Keywords: determinant, inverse, RLPrFrLcirc matrix, cofactor matrix, adjoin method, mathematical induction

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil 'Alamiin. Puji Syukur penulis panjatkan kehadirat Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul "Invers Matriks RLPrFrL*circ* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". Sholawat beserta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shalallahu'Alaihi Wassalam*, semoga kita semua mendapat syafaatnya. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata (S1) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan tugas akhir ini penulis banyak sekali mendapatkan bimbingan, bantuan, arahan, masukkan dan semangat dari berbagai pihak sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Pada kesempatan ini juga penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat. selaku Pembimbing Akademik dan sekaligus Pembimbing Tugas Akhir yang telah meluangkan waktu untuk memberikan arahan, penjelasan serta petunjuk kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

6. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. dan Rahmawati, M.Sc. selaku penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya Tugas Akhir ini.
7. Bapak/Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khususnya Program Studi Matemtika yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu yang telah memberikan ilmu dan motivasi dalam pelaksaan Tugas Akhir tersebut.
8. Orang tua tercinta ibunda Asfiah Setiana dan ayahanda Budi Ismail, penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga atas do'a dan dukungan yang selalu dicurahkan serta perhatian dan kasih sayang yang tulus kepada penulis.
9. Adik tersayang Fathul Bari Ismail yang selalu menghibur dan memberi dukungan serta sering kali menjadi penyemangat bagi penulis untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.
10. Malaikat penolong Tn. Vitho yang selalu ada dalam setiap langkah penulis selama masa perkuliahan hingga menyelesaikan tugas akhir ini.
11. Sahabat- sahabat STM, teman-teman Better-B, teman-teman seperjuangan Matematika, penulis ucapkan terimakasih atas bantuan, masukan dan segala dukungan yang telah diberikan kepada penulis.
12. Semua pihak yang telah membantu penulis secara langsung maupun tidak langsung yang selalu memberikan nasihat-nasihat kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis memohon kepada Allah *subhanahu wa Ta'ala* agar usaha ini dapat menjadi amal shalih sehingga berbuah pahala. Penulis menyadari dalam penulisan tugas akhir ini masih banyak terdapat kekurangan serta kesalahan, oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 27 Juni 2023

MIFTA ILMI ISMAIL
11850425247

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Bilangan-bilangan dalam suatu jajaran berbentuk segi empat siku-siku disebut dengan matriks [1]. Teori matriks merupakan salah satu cabang ilmu aljabar linear yang menjadi pembahasan penting dalam ilmu matematika. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika maupun ilmu terapan.

Terdapat berbagai macam jenis matriks, salah satunya yaitu matriks RLPrFrL*circ*. Pada tahun 2014 terdapat sebuah penelitian tentang matriks *Row Last Plus rFirst rLeft* (RLPrFrL) circulant [2] dengan bentuk umum sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_1 & \cdots & a_{n-1} + ra_0 & ra_0 \\ a_2 & \cdots & ra_0 + ra_1 & ra_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} + ra_0 & \cdots & ra_{n-3} + ra_{n-2} & ra_{n-2} \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Terdapat beberapa pembahasan matriks *circulant*, diantaranya determinan, trace, invers dan lain sebagainya. Dalam pembahasan invers ada beberapa metode yang biasa digunakan, seperti metode adjoin yang dapat digunakan untuk penyelesaian invers matriks yang ber ordo kecil, dan metode blok untuk matriks yang ber ordo lebih besar.

Mengenai invers matriks menggunakan metode adjoin telah banyak di teliti pada penelitian sebelumnya. Pada tahun 2014, terdapat penelitian yang membahas tentang invers matriks Toeplitz dengan judul "Invers Suatu Matriks Toeplitz Menggunakan Metode Adjoin" [3]. Penelitian tersebut merumuskan formula invers dari suatu matriks toeplitz dengan bentuk khusus sebagai berikut :

$$T_n = \begin{bmatrix} 0 & x & \cdots & x \\ x & 0 & \cdots & x \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x & x & \cdots & x \end{bmatrix} \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{1.2}$$

hasil yang di peroleh pada penelitian tersebut adalah rumus invers dari matriks toepplitz berorde n pada Persamaan (1.3) adalah

$$T_n^{-1} = t_{ij} = \begin{cases} \frac{-(n-2)}{(n-1)x} & ;\text{untuk} \quad i = j \\ \frac{1}{(n-1)x} & ;\text{untuk} \quad i \neq j \end{cases}$$

Selain itu, pada tahun 2017 terdapat penelitian yang membahas tentang invers matriks menggunakan metode adjoin dengan judul “Invers Matriks Positif Menggunakan Metode Adjoin” [4]. Penelitian tersebut merumuskan formula invers dari suatu matriks positif A_n dengan bentuk khusus sebagai berikut :

$$A_n = \begin{bmatrix} b & a & a & \cdots & a \\ c & b & a & \cdots & a \\ c & c & b & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a \\ c & c & \cdots & c & b \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

hasil yang di peroleh pada penelitian tersebut adalah rumus invers dari matriks positif berorde n pada Persamaan (1.4) sadalah

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(-1)^0|A_{n-1}|}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 a.(b-c)^{n-2}.(a-b)^0}{|A_n|} & \frac{(-1)^2 a.(b-c)^{n-3}.(a-b)^1}{|A_n|} & \cdots & \frac{(-1)^{n-2} a.(b-c)^1.(a-b)^{n-3}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-1} a.(b-c)^0.(a-b)^{n-2}}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^1 c.(b-a)^{n-2}.(c-b)^0}{|A_n|} & \frac{(-1)^0|A_{n-1}|}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 a.(b-c)^{n-2}.(a-b)^0}{|A_n|} & \cdots & \frac{(-1)^{n-3} a.(b-c)^2.(a-b)^{n-4}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-2} a.(b-c)^1.(a-b)^{n-3}}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^2 c.(b-a)^{n-3}.(c-b)^1}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 c.(b-a)^{n-2}.(c-b)^0}{|A_n|} & \frac{(-1)^0|A_{n-1}|}{|A_n|} & \ddots & \vdots & \frac{(-1)^{n-3} a.(b-c)^2.(a-b)^{n-4}}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^3 c.(b-a)^{n-4}.(c-b)^2}{|A_n|} & \frac{(-1)^2 c.(b-a)^{n-3}.(c-b)^1}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 c.(b-a)^{n-2}.(c-b)^0}{|A_n|} & \ddots & \frac{(-1)^1 a.(b-c)^{n-2}.(a-b)^0}{|A_n|} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \frac{(-1)^0|A_{n-1}|}{|A_n|} & \frac{(-1)^1 a.(b-c)^{n-2}.(a-b)^0}{|A_n|} \\ \frac{(-1)^{n-1} c.(b-a)^0.(c-b)^{n-2}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-2} c.(b-a)^1.(c-b)^{n-3}}{|A_n|} & \frac{(-1)^{n-3} c.(b-a)^2.(c-b)^{n-4}}{|A_n|} & \cdots & \frac{(-1)^1 c.(b-a)^{n-2}.(c-b)^0}{|A_n|} & \frac{(-1)^0|A_{n-1}|}{|A_n|} \end{bmatrix}$$

Pada tahun berikutnya terdapat sebuah jurnal yang membahas tentang invers matriks sirkulan, dengan judul “Invers dari Matriks Sirkulan Simetris Atas *Skew Field*” [5]. Pada tahun yang sama juga terdapat sebuah penelitian dengan judul “Menentukan Invers Matriks $FLDcirc_r$” [6]. Penelitian tersebut merumuskan formula invers dari suatu matriks $FLDcirc_r$ A_n dengan bentuk khusus sebagai berikut :

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x \\ rx & -rx & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

hasil yang di peroleh pada penelitian tersebut adalah rumus invers dari matriks $FLDcirc_r$ berorde n pada Persamaan (1.5) adalah

$$(A_n)^{-1} = \begin{bmatrix} x^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & (rx)^{-1} \\ x^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

Pada tahun 2019 juga terdapat sebuah penelitian yang membahas tentang invers matriks non-bujur sangkar, dengan judul "Invers *Moore-Penrose* Matriks Non-Bujur Sangkar" [7]. Pada tahun 2020 terdapat penelitian yang dilakukan oleh Esty Erizona dengan judul "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin" [8]. Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum invers suatu matriks *centrosymmetric* dengan bentuk khusus ordo 4×4 seperti berikut ini :

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R \tag{1.5}$$

dan hasil yang didapatkan yaitu :

$$\left(A_4^n\right)^{-1}=\begin{cases}\begin{bmatrix}\frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0\\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0\\ 0 & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n}\end{bmatrix}, n \quad ganjil\\ \begin{bmatrix}\frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & 0\\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0\\ 0 & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n}\end{bmatrix}, n \quad genap\end{cases}$$

Selanjutnya pada tahun 2020 terdapat sebuah penelitian yang membahas tentang invers matriks hankel dengan judul “Invers Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo 3 × 3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Manggunakan Adjoin” [9]. Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum invers suatu matriks hankel dengan bentuk khusus ordo 3×3 seperti berikut ini :

$$A_3=\begin{bmatrix}a & 0 & a\\ 0 & a & 0\\ a & 0 & 0\end{bmatrix}, \text{dengan } \ a\in R \tag{1.6}$$

kemudian hasil yang didapatkan yaitu :

$$\left(A_4^n\right)^{-1}=\begin{bmatrix}(-1)^n\left(\frac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)}{a^n}\right) & 0 & (-1)^{n+1}\left(\frac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)}{a^n}\right)\\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0\\ (-1)^{n+1}\left(\frac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)}{a^n}\right) & 0 & (-1)^{n}\left(\frac{\frac{1}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n=1}\right)}{a^n}\right)\end{bmatrix}$$

Terdapat juga sebuah penelitian pada tahun 2022 yang membahas tentang invers matriks hankel, namun dengan ordo yang lebih tinggi. Penelitian tersebut berjudul "Invers Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo $(n+1) \times (n+1)$ Manggunakan Metode Adjoin" [10]. Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum invers suatu matriks hankel dengan bentuk khusus ordo $(n+1) \times (n+1)$ seperti berikut ini :

$$A_{n+1} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R \tag{1.7}$$

hasil yang didapatkan yaitu :

$$(A_{n+1})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \frac{1}{a} \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{1}{a} & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} & 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 & & 0 & 0 & -\frac{1}{a} \end{bmatrix}$$

Pada tahun yang sama, terdapat sebuah penelitian yang membahas terntang invers matriks RSLPFL*circfr*, dengan judul "Invers Matriks RSLPFL*curcfr* $\left(0, \frac{1}{b}, 0\right)$ Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin" [11]. Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum invers suatu matriks RSLPFL*circfr* dengan bentuk khusus ordo 3×3 seperti berikut ini :

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ \frac{1}{b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix}, \text{dengan } b \in R \text{ dan } b \neq 0 \tag{1.8}$$

kemudian hasil yang didapatkan yaitu :

$$(A_n)^{-1} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & b^n & 0 \\ b^n & 0 & 0 \\ \frac{(n+1)b^n}{2} & \frac{(n-1)b^n}{2} & -b^n \end{bmatrix}, & \text{utuk } n \text{ ganjil} \\ \begin{bmatrix} b^n & 0 & 0 \\ 0 & b^n & 0 \\ -\frac{nb^n}{2} & \frac{nb^n}{2} & b^n \end{bmatrix}, & \text{utuk } n \text{ genap} \end{cases}$$

Kemudian pada tahun 2022 juga terdapat sebuah penelitian yang membahas invers matriks *Centrosymmetric*, dengan judul “Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ dengan $(n \geq 3)$ Menggunakan Adjoin” [12]. Pada tahun 2022 juga terdapat sebuah skripsi yang membahas invers matriks RSLPFLcircfr dengan judul “Invers Matriks RSLPFLcircfr Bentuk Khusus $(b, 0, \cdots, 0, b)$ Berordo $n \times n$ dengan $n \geq 3$ Menggunakan Matriks Blok 2×2” [13]. Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum invers suatu matriks RSLPFLcircfr dengan bentuk khusus ordo $(b, 0, \cdots, 0, b)$ seperti berikut ini :

$$R_n = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2b & -b \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2b & -b & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 2b & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2b & -b & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 2b & -b & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

hasil yang didapatkan yaitu :

$$R_n^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+2^{n-1})b} & \frac{1}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2}{(1+2^{n-1})b} & \cdots & \frac{2^{(n-4)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} \\ \frac{2}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^2}{(1+2^{n-1})b} & \cdots & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-1}{(1+2^{n-1})b} \\ \frac{2^2}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^2}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^3}{(1+2^{n-1})b} & \cdots & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-1}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2}{(1+2^{n-1})b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^{(n-3)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} & \cdots & \frac{-2^{(n-6)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2^{(n-5)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2^{(n-4)}}{(1+2^{n-1})b} \\ \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-1}{(1+2^{n-1})b} & \cdots & \frac{-2^{(n-5)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2^{(n-4)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2^{(n-3)}}{(1+2^{n-1})b} \\ \frac{2^{(n-1)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-1}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2}{(1+2^{n-1})b} & \cdots & \frac{-2^{(n-4)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2^{(n-3)}}{(1+2^{n-1})b} & \frac{-2^{(n-2)}}{(1+2^{n-1})b} \end{bmatrix}$$

Dari latar belakang di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 menggunakan adjoin dengan judul "Invers Matriks RLPrFrL*circ* ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". Dengan bentuk khusus matriks RLPrFrL*circ* $(a, 0,0, a)$ dengan $r = 0$ sebagai berikut :

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R \text{ dan } a \neq 0 \tag{1.10}$$

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana bentuk umum invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin.

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini yaitu matriks yang digunakan adalah matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus pada Persamaan (1.10).

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan metode adjoin.

1.5. Manfaat penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan diatas, maka manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi penulis

Manfaat yang didapatkan melalui penelitian ini adalah memperdalam pemahaman penullis tentang matriks, dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji suatu permasalahan aljabar linear khususnya dalam hal menyelesaikan invers matriks RLPrFrL*circ*.

b. Bagi lembaga pendidik

Penulis berharap penilitian ini dapat dijadikan referensi dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan menentukan invers matriks RLPrFrL*circ*.

1.6. Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan penelitian ini terdiri atas tiga bab yaitu :

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks, determinan matriks, invers matriks dan induksi matematika.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah peneliti untuk menyelesaikan bentuk umum invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 menggunakan adjoin.

BAB IV **PEMBAHASAN**

Bab ini berisikan penjelasan bagaimana menentukan bentuk umum invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 menggunakan adjoin.

BAB V **PENUTUP**

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari apa yang telah dibahas pada bab pembahasan.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada Bab II berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks, matriks RLPrFrL*circ*, determinan matriks, matriks kofaktor, invers matriks, serta induksi matematika.

2.1 Matriks dan Operasi Matirks

Definisi 2.1 [1] Matriks adalah jajaran bilangan berbentuk persegi panjang. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut dinamakan entri atau elemen dari matriks. [14] Untuk menyatakan notasi matriks biasanya digunakan huruf kapital dan huruf kecil untuk menyatakan kuantitas numerik, entri yang terletak pada baris i dan kolom j didalam matriks A akan dinyatakan sebagai a_{ij}, sehingga bentuk umum matriks $m \times n$ sebagai berikut :

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Dapat dinotasikan secara singkat menjadi :

$$[a_{ij}]_{m\times n} \text{ atau } [a_{ij}]$$

Notasi pertama digunakan jika ukuran matriks sangat penting untuk diketahui dan notasi kedua digunakan bila ukuran matriks tidak terlalu penting.

Definisi 2.2 [14] Suatu matriks A dengan jumlah baris n dan jumlah kolom n disebut matriks bujur sangkar orde n, dan entri-entri $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \ldots, a_{nn}$ merupakan diagonal utama dari matriks A. Dapat dilihat seperti pada persamaan berikut :

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Definisi 2.3 [14] Suatu matriks bujur sangkar A adalah simetris jika $A = A^T$. Jika A adalah matriks $m \times n$ maka tranpose dari A dinyatakan dengan A^T, didefinisikan sebagai $n \times m$ yang diperoleh dengan mempertukarkan baris-baris dan kolom-kolom dari A sehingga baris pertama dari A^T adalah kolom pertama dari A, baris kedua A^T adalah kolom kedua dari A, dan seterusnya. Suatu matriks simetris secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Contoh 2.1

Diberikan suatu matriks berukuran 5×5 sebagai berikut :

$$A_5 = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 3 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Maka tranpose dari matriks tersebut adalah

$$A_5^T = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 3 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Sehingga A_5 dapat disebut sebagai matriks simetris.

Terdapat beberapa operasi dalam matriks. Salah satunya yaitu perkalian matriks.

Definisi 2.4 [1] Jika A adalah sebarang matriks dan c adalah sebarang skalar, maka hasil perkalian cA adalah suatu matriks yang diperoleh dari perkalian setiap entri dari A dengan c. Matriks cA disebut juga sebagai perkalian skalar dari matriks A.

Jika $A = [a_{ij}]$, maka $(cA)_{ij} = c(A)_{ij} = ca_{ij}$

Contoh 2.2

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan skalar $c = -2$

Maka :

$$-2A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \\ 6 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.5 [1] Jika A adalah matriks berukuran $m \times r$ dan B adalah matriks berukuran $r \times n$ maka hasil kali AB adalah matriks berukuran $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut : untuk menemukan entri-entri pada baris i dan kolom j dari AB, keluarkan baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan entri-entri dari baris dan kolom yang bersesuaian secara bersamaan, kemudian jumlahkan hasil kalinya.

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \cdots & a_{ir} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2n} \\ b_{21} & \cdots & b_{3j} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{r1} & \cdots & b_{rj} & \cdots & b_{rn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \cdots & ⋰ & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & ⋰ & \cdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

dimana $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ir}b_{rj} = \sum_{k=1}^{r} a_{ik}b_{kj}$ dengan $c = AB$.

Contoh 2.3

Diberikan matriks $A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ dan $B=\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

Maka

$$AB=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 13 & -2 \\ 7 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

2.2 Matriks *Circulant*

Definisi 2.6 [2] Matriks *circulant* adalah suatu matriks berukuran $n \times n$ yang dibentuk dari n vektor dan entri yang dimasukkan hanya pada baris pertama kemudian untuk mencari entri pada baris berikutnya diperoleh dengan menggeserkan satu posisi ke kanan dari baris sebelumnya sehingga entri sepanjang diagonalnya adalah sama. Bentuk umum matriks *circulant* dari $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ adalah sebagai berikut :

$$A=\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_0 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Contoh 2.4 : Diberikan matrik *circulant* $(1,5,-2,4)$ dengan $n=4$

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 & 4 \\ 4 & 1 & 5 & -2 \\ -2 & 4 & 1 & 5 \\ 5 & -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 Matriks *RLPrFrLcirc*

Definisi 2.7 [2] Matriks *Row Last Plus rFirst rLeft* (RLPrFrL) circulant dengan baris pertama $(a_0, a_1, \cdots, a_{n-1})$, dilambangkan dengan RLPrFrLfr $(a_0, a_1, \cdots, a_{n-1})$, berarti bentuk matriks perseginya adalah

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_1 & \cdots & a_{n-1} + ra_0 & ra_0 \\ a_2 & \cdots & ra_0 + ra_1 & ra_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} + ra_0 & \cdots & ra_{n-3} + ra_{n-2} & ra_{n-2} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

dan jika dijabarkan lebih luas sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} + ra_0 & ra_0 \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & ra_0 + ra_1 & ra_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & a_{n-1} + ra_0 & ra_0 + ra_1 & \cdots & ra_{n-4} + ra_{n-3} & ra_{n-3} \\ a_{n-1} + ra_0 & ra_0 + ra_1 & ra_1 + ra_2 & \cdots & ra_{n-3} + ra_{n-2} & ra_{n-2} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Contoh 2.5 : Diberikan matrik RLPrFrLfr $(3\ ,5,7,9)$ dengan $n = 4$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 5 & 7 & 9+3r & 3r \\ 7 & 9+3r & 3r+5r & 5r \\ 9+3r & 3r+5r & 5r+7r & 7r \end{bmatrix}$$

2.4 Determinan Matriks

Definisi 2.8 [1] Jika A adalah matriks persegi, maka minor dari entri a_{ij} dinotasikan dengan M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan dari submatriks yang tersisa setelah baris ke- i dan kolom ke- j dihilangkan dari A. Bilangan $(-1)^{i+j} M_{ij}$ dinotasikan dengan C_{ij} dan disebut sebagai kofaktor dari entri a_{ij} .

Contoh 2.6 :

Jika terdapat matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

maka minor dari a_{11} adalah

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4$$

dan kofaktor dari a_{11} adalah

$$C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = -4$$

Teorema 2.1 [14] Misalkan A adalah suatu matriks bujur sangkar. Jika A memiliki satu baris atau satu kolom bilangan nol, maka $|A| = 0$.

Contoh 2.7 : Akan ditentukan determinan dari matriks 2×2 dengan

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

Berdasarkan Teorema 2.2 maka $|A_2| = 0$

Contoh 2.8 : Akan ditentukan determinan dari matriks 3×3 dengan

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

Berdasarkan Teorema 2.2 maka $|A_3| = 0$

Definisi 2.9 [14] Suatu matriks persegi A dikatakan singular apabila $\det(A) = 0$, jika $\det(A) \neq 0$ maka dikatakan matriks nonsingular. Matriks nonsingular memiliki invers dan singular tidak memiliki invers.

Teorema 2.2 [14] Determinan dari matriks A berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada sebarang baris atau kolom dengan kofaktor-kofaktornya dan menjumlahkan hasil kali yang diperoleh, dimana setiap $1 \le i \le n$ dan $1 \le j \le n$,

$$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + a_{3j}C_{3j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$

(ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke- j)

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + a_{i3}C_{i3} + \cdots + a_{in}C_{in}$$

(ekspansi kofaktor sepanjang baris ke- i)

Contoh 2.9 : Jika terdapat $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

maka ekspansi kofaktor sepanjang baris ke dua adalah

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -(-1)\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-6) + 1(11) - 2(-4) = -13$$

Suatu matriks akan mempunyai invers apabila determinan matriks tersebut tak nol. Berikut akan didefinisikan invers dari suatu matriks.

2.5 Invers Matriks

Definisi 2.10 [14] Jika A adalah matriks bujur sangkar, dan jika sebuah matriks yang berukuran sama bisa didapatkan sedemikian sehingga $AB=BA=I$, maka A disebut bisa dibalik dan B disebut invers dari A.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$$

Invers suatu matriks dapat ditentukan dengan beberapa metode yaitu diantaranya substitusi, dekomposisi matriks LU, matriks adjoin, perkalian matriks invers elementer, eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, dan lain sebagainya.

Berdasarkan metode-metode tersebut penulis hanya menggunakan metode adjoin dalam menentukan invers suatu matriks.

Definisi 2.11 [14] Jika A adalah matriks $n \times n$ sebarang dan C_{ij} adalah kofaktor dari a_{ij} maka matriks

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

disebut matriks kofaktor dari A. Transpose dari matriks ini disebut adjoin dari A dan dinyatakan sebagai $adj(A)$.

Suatu matriks A mempunyai invers atau tidak dapat dilihat dari determinan matriks A tersebut. Apabila $\det(A)\neq 0$ berarti matriks A memiliki invers. Hal tersebut dijelaskan dalam teorema berikut.

Teorema 2.3 [14] Suatu matriks A dapat dibalik jika dan hanya jika $\det(A)\neq 0$.

Berdasarkan pembahasan sebelumnya telah diperoleh formula adjoin yang akan digunakan untuk mencari invers dari suatu matriks yang dapat dibalik. Berikut diberikan teorema untuk mencari invers tersebut.

Teorema 2.4 [14] Jika A adalah suatu matriks yang dapat dibalik, maka

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$$

Bukti :

$$A\,adj(A) = \det(A)\, I$$

$$A\,adj(A) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{11} & \cdots & C_{11} \\ C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{11} & \cdots & C_{11} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{11} & \cdots & C_{11} \end{bmatrix}$$

Entri pada baris ke-1 dan kolom ke-1 dari hasil kali *A adj(A)* adalah

$$a_{11}C_{11}+a_{12}C_{12}+a_{13}C_{13}+\cdots+a_{1n}C_{1n}$$

Entri pada baris ke-2 dan kolom ke-2 dari hasil kali *A adj(A)* adalah

$$a_{21}C_{21}+a_{22}C_{22}+a_{23}C_{23}+\cdots+a_{2n}C_{2n}$$

Entri pada baris ke-3 dan kolom ke-3 dari hasil kali *A adj(A)* adalah

$$a_{31}C_{31}+a_{32}C_{32}+a_{33}C_{33}+\cdots+a_{3n}C_{3n}$$

Begitu seterusnya hingga entri pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j*, sehingga hasil kali *A adj(A)* pada ke-*i* dan kolom ke-*j* adalah

$$a_{i1}C_{j1}+a_{i2}C_{j2}+a_{i3}C_{j3}+\cdots+a_{in}C_{jn} \qquad (2.7)$$

Jika $i=j$, maka Persamaan (2.7) adalah ekspansi kofaktor dari det(A) sepanjang garis ke-*i* dan jika $i\neq j$, maka semua a dan kofaktor-kofaktornya berasal dari baris-baris yang berbeda dari A sehingga nilai dari Persamaan (2.7) adalah nol. Oleh karena itu

$$A\,adj(A)=\begin{bmatrix}\det(A) & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \det(A) & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \det(A)\end{bmatrix}$$

$$=\det(A)\begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\end{bmatrix}$$

$$=\det(A)I \qquad (2.8)$$

Karena A dapat dibalik, maka $\det(A)\neq 0$, sehingga Persamaan (2.8) dapat ditulis kembali sebagai berikut

$$A\left[\frac{1}{\det(A)}adj(A)\right]=I$$

Dengan mengalikan kedua sisi disebelah kiri dengan A^{-1} menghasilkan

$$A^{-1}A\left[\frac{1}{\det(A)}adj(A)\right]=A^{-1}I$$

$$I\left[\frac{1}{\det(A)}adj(A)\right]=A^{-1}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}adj(A)$$

Contoh 2.10 : Tentukan invers matriks A dengan menggunakan metode adjoin

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -3\\ -1 & 1 & 2\\ 3 & -2 & 1\end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

Menentukan determinan matriks A

$$|A|=\begin{vmatrix}2 & 0 & -3\\ -1 & 1 & 2\\ 3 & -2 & 1\end{vmatrix}=-(-1)\begin{vmatrix}0 & -3\\ -2 & 1\end{vmatrix}+(1)\begin{vmatrix}2 & -3\\ 3 & 1\end{vmatrix}-(2)\begin{vmatrix}2 & 0\\ 3 & -2\end{vmatrix}$$

$$=1(-6)+1(11)-2(-4)=-13$$

Menentukan minor kofaktor dari matriks A

$$C_{11}=(-1)^2\begin{vmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{vmatrix}=5\quad C_{12}=(-1)^3\begin{vmatrix}0 & -3\\ -2 & 1\end{vmatrix}=6\quad C_{13}=(-1)^4\begin{vmatrix}0 & -3\\ 1 & 2\end{vmatrix}=3$$

$$C_{21}=(-1)^3\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=7\quad C_{22}=(-1)^4\begin{vmatrix}2 & -3\\ 3 & 1\end{vmatrix}=11\quad C_{23}=(-1)^5\begin{vmatrix}2 & -3\\ -1 & 2\end{vmatrix}=-1$$

$$C_{31}=(-1)^4\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-1\quad C_{32}=(-1)^5\begin{vmatrix}2 & 0\\ 3 & -2\end{vmatrix}=4\quad C_{33}=(-1)^6\begin{vmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{vmatrix}=2$$

maka diperoleh

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 7 & 11 & -1 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka invers dari matriks A adalah :

$$A^{-1} = \frac{1}{-13}\begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 7 & 11 & -1 \\ -1 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{13} & -\frac{6}{13} & -\frac{3}{13} \\ -\frac{7}{13} & -\frac{11}{13} & \frac{1}{13} \\ \frac{1}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{2}{13} \end{bmatrix}$$

2.6 Induksi Matematika

Definisi 2.12 [15] Misalkan $p(n)$ adalah suatu proposisi yang akan dibuktikan benar untuk setiap bilangan asli n. Langkah-langkah pembuktiannyadengan induksi matematika sebagai berikut :

1. Ditunjukkan bahwa $p(1)$ benar
2. Diasumsikan bahwa $p(k)$ benar untuk suatu bilangan asli k dan ditunjukkan bahwa $p(k+1)$ benar.

Langkah 1 dinamakan basis induksi, sedangkan langkah 2 dinamakan langkah induksi. Langkah induksi berisi asumsi (andaian) yang menyatakan bahwa $p(n)$ benar. Asumsi tersebut dinamakan hipotesis induksi. Bila sudah ditunjukkan kedua langkah tersebut benar maka sudah dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan n.

Contoh 2.11 : Buktikan bahwa $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ untuk semua bilangan bulat $n \geq 1$.

Penyelesaian :

Misalkan bahwa $p(n)$ menyatakan proposisi bahwa untuk $n \geq 1$, jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah $\frac{n(n+1)}{2}$, yaitu $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Kebenaran proposisi ini harus dibuktikan dengan dua langkah induksi sebagai berikut :

1. Basis induksi : akan ditunjukkan untuk $n = 1$ maka $p(1)$ benar, yaitu

$$p(1) = \frac{1(1+1)}{2}$$
$$= \frac{2}{2}$$
$$= 1$$

2. Langkah induksi : misalkan $p(n)$ benar, yaitu mengasumsikan bahwa $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ adalah benar (hipotesis induksi), maka akan ditunjukkan bahwa $p(n+1)$ juga benar, yaitu :

$$1+2+3+\cdots+n+(n+1) = \frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$$

Untuk membuktikan ini, tunjukkan bahwa

$$1+2+3+\cdots+n+(n+1) = (1+2+3+\cdots n)+(n+1)$$
$$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)+(n+1)$$
$$= \left(\frac{n^2+n}{2}\right)+(n+1)$$
$$= \left(\frac{n^2+n}{2}\right)+\left(\frac{2n+2}{2}\right)$$
$$= \frac{n^2+3n+2}{2}$$
$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$
$$= \frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$$

Karena langkah (1) dan (2) telah terbukti benar, maka untuk semua bilangan bulat positif n, terbukti bahwa untuk semua $n \geq 1$, $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

BAB III
METODE PENELITIAN

Metode penelitian adalah langkah-langkah yang digunakan penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini untuk mendapatkan bentuk umum invers matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam metode penelitian ini adalah :

1. Diberikan matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus berordo 4×4 pada Persamaan (1.10).
2. Menentukan perpangkatan dari matriks RLPrFrL*circ* A_4^2 sampai A_4^{10}.
3. Menduga bentuk umum matriks RLPrFrL*circ* A_4^n berpangkat bilangan bulat positif.
4. Membuktikan bentuk umum matriks RLPrFrL*circ* A_4^n dengan menggunakan induksi matematika.
5. Mendapatkan bentuk umum $\left|A_4^n\right|$ berpangkat bilangan bulat positif menggunakan ekspansi kofaktor.
6. Mendapatkan bentuk umum matriks kofaktor dari matriks A_4^n yaitu C_4^n.
7. Mendapatkan bentuk umum $\left(A_4^n\right)^{-1}$ berordo 4×4 menggunakan metode adjoin.
8. Mengaplikasikan bentuk umum perpangkatan matriks A_4^n, determinan dan invers pada contoh soal

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan uraian dan pembahasan pada bab-bab sebelumnya, dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Bentuk umum perpangkatan Matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif yaitu :

$$A_4^n \begin{cases} \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)\right)a^n & 0 & 0 & \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^n \\ 0 & 0 & a^n & 0 \\ 0 & a^n & 0 & 0 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^n & 0 & 0 & \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)\right)a^n \end{bmatrix}, & n \text{ ganjil} \\ \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)\right)a^n & 0 & 0 & \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^n \\ 0 & a^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^n & 0 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^n & 0 & 0 & \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)\right)a^n \end{bmatrix}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

2. Bentuk umum dari determinan Matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut :

$|A_n| = a^{4n}$ untuk n bilangan bulat positif

3. Bentuk umum matriks kofaktor Matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut :

$$C_4^n = \begin{cases} \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)\right)a^{3n} & 0 & 0 & \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^{3n} \\ 0 & 0 & a^{3n} & 0 \\ 0 & a^{3n} & 0 & 0 \\ \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^{3n} & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)\right)a^{3n} \end{bmatrix}, & n \text{ ganjil} \\ \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)\right)a^{3n} & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^{3n} \\ 0 & a^{3n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{3n} & 0 \\ -\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)a^{3n} & 0 & 0 & \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)\right)a^{3n} \end{bmatrix}, & n \text{ genap} \end{cases}$$

4. Bentuk umum invers Matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut :

$$\left(A_4^n\right)^{-1} = \begin{cases} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)\right)}{a^n} & 0 & 0 & \dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)}{a^n} \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ \dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)}{a^n} & 0 & 0 & -\dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)\right)}{a^n} \end{bmatrix}, & n \text{ ganjil} \\ = \begin{bmatrix} \dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)\right)}{a^n} & 0 & 0 & -\dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)}{a^n} \\ 0 & \dfrac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{a^n} & 0 \\ -\dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n}\right)\right)}{a^n} & 0 & 0 & \dfrac{\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right)\right)}{a^n} \end{bmatrix} & n \text{ genap} \end{cases}$$

5.2. Saran

Pada tugas akhir ini penulis membahas tentang langkah-langkah dalam menentukan invers dari Matriks RLPrFrL*circ* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini dapat melanjutkan pembahasan tentang menentukan invers dari suatu matriks terbaru atau matriks khusus lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. H. Anton and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, Ke Sebelas. Woley, 2013.

[2]. T. Xu, Z. Jiang, and Z Jiang, "*Explicit Determinants of the RFPrLrR Circulant and RLPrFrL Circulant Matrices Involving Some Famous Numbers*". Abstract and Applied Analysis, 2014.

[3]. B. Siregar, Tulus, dan Sawaluddin, "Invers Suatu Matriks Toeplitz Menggunakan Metode Adjoin". Saintia Matematika, 2014.

[4]. M. E. K. Putra dan F.Aryani, "Invers Matriks Positif Menggunakan Matriks Positif". Jurnal Sains Matematika dan Statistik, Vol.3, 2017.

[5]. Azizah, Thresye dan M. Huda, "Invers dari Matriks Sirkulan Simetris Atas *Skew Field*". Jurnal Sains Matematika dan Statistik, 2018.

[6]. Rysfan, "Menentukan Invers Matriks $FLDcirc_r$ dengan Bentuk Khusus Menggunakan Metode Adjoin". UIN Suska Riau, 2018.

[7]. A. Hartianeza, "Invers *Moore-Penrose* Matriks Non-Bujur Sangkar". Universitas Lampung, 2019.

[8]. E. Erizona, "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". UIN Suska Riau, 2020.

[9]. Z. Aqilah, "Invers Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". UIN Suska Riau, 2020.

[10]. J. A. R. Virginia, "Invers Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo $(n+1) \times (n+1)$ Menggunakan Metode Adjoin". UIN Suska Riau, 2022.

[11]. V. Wulanda, "Invers Matriks RSLPFL*circfr* $\left(0, \frac{1}{b}, 0\right)$ Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". UIN Suska Riau, 2022.

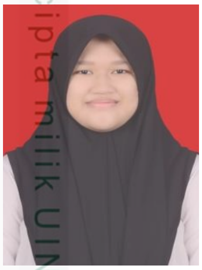
[12]. R. H. Vitho, "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ $(n \geq 3)$ Menggunakakn Adjoin". UIN Suska Riau, 2022.

[13]. R. Edrian, “Invers Matriks RSLPFL*circfr* Bentuk Khusus $(b, 0, \dots, 0, b)$ Berordo $n \times n$ dengan $n \geq 3$ Menggunakan Matriks Blok 2×2”. UIN Suska Riau, 2022.

[14]. H. Anton and C. Rorres, “Aljabar Linear Elementari” Ke Delapan. Jakarta: Erlangga 2004.

[15]. Sukirman, “Penagntar Teori Bilangan”. Cetakan I. Hanggar Kreator, Yogyakarta. 2006.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis bernama Mifta Ilmi Ismail dilahirkan di Kenantan pada tanggal 16 November 1999, sebagai anak pertama dari dua bersaudara pasangan Budi Ismail dan Asfiah Setiana. Penulis menyelesaikan Pendidikan Formal di taman kanak-kanak Al-Hidayah pada tahun 2006. Pada Tahun 2012 penulis menyelesaikan pendidikan di Sekolah Dasar Negeri 031 Desa Kenantan, Tapung. Selanjutnya penulis menyelesaikan Pendidikan Madrasah Whusta di Pondok Pesantren AR-Royyan Al-Islami Aliantan Rokan Hulu pada Tahun 2015 dan menyelesaikan Pendidikan Madrasah Aliyah dengan program Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di Madrasah Aliyah Anshor Al-Sunnah Air Tiris pada tahun 2018. Pada tahun 2018 penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Fakultas Sains dan Teknologi dengan Jurusan Matematika. Pada tahun 2021 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Tarai Bangun Kecamatan Tambang Kabupaten Kampar. Pembaca dapat menghubungi penulis di miftailmitata@gmail.com atau 085374062745.