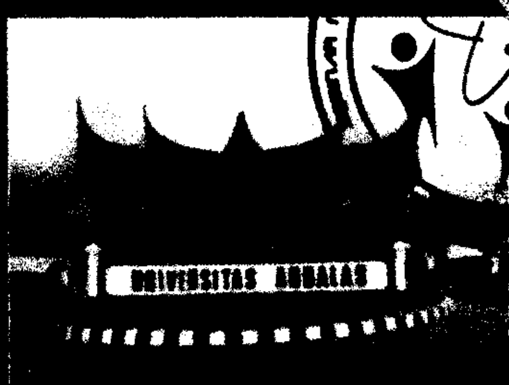
Jurusan Matematika

FMIPA

UNIVERSITAS ANDALAS

Prosiding

Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2012



mandiri

PENERBIT ERLANGGA

BNI SYARIAH

Perbandingan Beberapa Metoda Dalam Mensimulasi Data Hujan Untuk Menangkap Hujan Maksimum/Ekstrim (Metoda Peluang, Rantai Markov, Neyman Scott Rectangular Pulse (NSRP))

Rado Yendra[1], A.A. Jemain[2], W.Z. Wan Zin[3], Rahmadeni[4], Ari Pani D[5]

[1,4,5)] Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Islamic State University of Riau, 28293, Pekanbaru, Riau, Indonesia
[2,3)] School of Mathematical Sciences, Faculty of Science and Technology, Universiti Kebangsaan Malaysia, UKM, 43600, Bangi, Selangor, Malaysia
[1)]email: yendra_75@yahoo.com.sg

Abstrak. Beberapa metoda dalam mensimulasi data hujan seperti metoda peluang, rantai markov dan Neyman-Scott Rectangular Pulse (NSRP) dengan intensitas sel hujan yang terdistribusi secara eksponen telah dilakukan dalam penelitian ini. Kemampuan 10000 kali simulasi untuk tiap metoda dalam menangkap nilai maksimum hujan setiap bulan dari data observasi akan dibandingkan satu sama lainnya. Dari grafik histogram untuk 10000 data hujan maksimum yang diambil dari setiap simulasi dengan menggunakan ketiga metoda di atas telah dihasilkan bahwa Metoda NSRP dengan intensitas sel hujan yang terdistribusi secara eksponen dapat dengan baik menangkap data hujan maksimum pada data observasi untuk setiap bulan. Pada penelitian ini, data hujan maksimum untuk 50, 70 dan 100 tahun yang akan datang juga dapat diperkirakan dengan baik.

Kata Kunci: Eksponen, NSRP, Rantai Markov, Simulasi

1 Pendahuluan

Peristiwa banjir sangat susah untuk di perkirakan secara awal, hal ini disebabkan karena nilai hujan maksimum yang terjadi untuk setiap bulan dalam jangka waktu beberapa tahun yang akan datang tidak dapat diperkirakan dengan baik, hal ini tentu saja akan mengakibatkan susahnya memperkirakan kekuatan bendungan dalam menahan laju arus air yang disebabkan hujan maksimum ini, disamping itu kesulitan dalam memperkirakan ukuran parit sebagai penampung hujan untuk waktu beberapa tahun yang akan datang juga menjadi penyebab banjir menjadi sulit untuk diperkirakan. Oleh sebab itu pada penelitian ini tiga metoda dalam mensimulasi data hujan yaitu metoda peluang, rantai markov, NSRP dengan intensitas sel hujan terdistribusi secara eksponen akan digunakan dalam menghasilkan data hujan. Simulasi ini akan dilakukan sebanyak 10000 kali untuk waktu hujan selama 100 tahun. Data hujan maksimum untuk setiap bulan dari simulasi ini akan digambarkan dalam bentuk grafik histogram. Kemampuan grafik histogram tersebut dalam menangkap data hujan maksimum observasi merupakan sebagai penentu metoda yang terbaik. Richardson (1981) telah menggunakan metoda peluang untuk mensimulasi data hujan, pada penelitian ini distribusi eksponen dengan parameter tunggal digunakan dalam penelitian ini. Beberapa peneliti lain telah menggunakan distribusi Gamma dengan dua parameter dalam mensimulasi data hujan (Ison et al., 1971; Katz, 1977; Buishan, 1977; Bradley et al.,1987). Distribusi Kappa dengan tiga parameter juga digunakan bagi tujuan ini, diantara peneliti yang telah menggunakan distribusi tersebut adalah (Mielke, 1973). Roldan and Woolhiser (1982) telah mencoba menggunakan distribusi campuran eksponen untuk mensimulasi hujan untuk beberapa daerah di U.S, Nguyen dan Miyabi (1990) juga telah melakukan hal yang sama untuk daerah Quebec, Canada. Para peneliti lain turut pula mempertimbangkan informasi tentang keadaan hujan dan tidak hujan pada hari sebelumnya untuk mensimulasi data hujan. Metoda ini dikenal sebagai Rantai Markov. Woolhiser and Pegram (1978) dan Rasco et al (1991) adalah beberapa peneliti yang menggunakan metoda Rantai Markov dalam mensimulasi data hujan. Jones dan Thornton (1997) dan Wilks (1999) telah menggunakan metoda Rantai Markov dengan order yang lebih tinggi. Metoda lain yang juga sering digunakan dalam mensimulasi data hujan adalah metoda yang sangat bergantung kepada sifat fisik hujan seperti sel-sel hujan dan kelompok sel hujan. Metoda ini dapat dilakukan dengan pendekatan teori stokastik (Kavvas dan Delleur, 1981; Waymire dan Gupta, 1981a). Salah satu Metoda yang sering digunakan oleh peneliti dalam mensimulasi data hujan dengan pendekatan ini adalah metoda NSRP (Rodriguez-Iturbe, 1987a). Pada metoda ini kelompok sel hujan atau yang lebih dikenal sebagai storm terjadi secara acak mengikuti suatu proses Poisson yang terdistribusi secara eksponen, sel-sel hujan yang terdapat dalam setiap storm terjadi secara acak dengan jumlah sel terdistribusi secara poisson atau geometri, waktu sel hujan terjadi yang dihitung dari permulaan setiap storm terdistribusi secara eksponen. Pada penelitian ini, terdapat dua parameter lain yang terjadi dalam setiap sel hujan yaitu intensitas dan durasi sel hujan yang kedua-duanya terdistribusi secara eksponen. Peneliti lain yang juga telah aktif dalam bidang ini diantaranya adalah (Entekhabi ,1989; Cowpertwait, 1998., Copertwait, 1996, 2002).

2 Metoda Peluang dan Rantai Markov

Mensimulasi data hujan dengan menggunakan metoda peluang dengan andaian data hujan terdistribusi secara Gamma dapat dilakukan dengan tahapan :

1. Dapatkan parameter gamma melalui data hujan
2. Dapatkan peluang hujan dari data observasi
3. Bentuk data baru yang terdistibusi secara uniform (0,1) sebanyak data observasi
4. Jika tahap 3 < tahap 2, hal ini boleh berarti bahwa data yang disimulasi tidak hujan

5. Dan yang lainnya adalah data hujan dengan nilai hujan diperoleh dengan membentuk bilangan acak yang terdistribusi secara Gamma dengan parameter seperti pada tahapan 1

Wilks (1998) telah melakukan simulasi data hujan dengan menggunakan informasi yang terjadi sebelum hujan terjadi, untuk itu metoda Rantai Markov telah digunakan dengan terlebih dahulu mendapatkan peluang terjadinya hujan jika sebelumnya telah terjadi hujan dan peluang hujan jika diketahui sebelumnya juga terjadi hujan, seperti

$$Kb\left\{X_t(k)=1 \middle| X_{t-1}(k)=0\right\}=p_{01}(k)$$

dan

$$Kb\left\{X_t(k)=1 \middle| X_{t-1}(k)=1\right\}=p_{11}(k)$$

Nilai simulasi hujan Y_t dapat ditentukan seperti

$$Y_t(k)=r_t(k)X_t(k)$$

dengan nilai

$$X_t(k)=\begin{cases}1 & jika\ U_t(k)\le kb_c(k)\\ 0 & untuk\ lainnya\end{cases}$$

dan

$$kb_c(k)=\begin{cases}p_{01}(k), & X_{t-1}(k)=0\\ p_{11}(k), & X_{t-1}(k)=1\end{cases}$$

seterusnya dapatkan

$$r_t(k)=r_{min}-\beta\, ln\left(v_t(k)\right)$$

3 Metoda NSRP

NSRP merupakan suatu proses titik yang menggambarkan sifat fisik hujan. Sifat fisik hujan ini tergantung kepada 5 peristiwa yang terjadi secara acak yaitu dimulai dengan sekelompok sel hujan yang dikenal sebagai storm terjadi secara acak mengikuti suatu proses Poisson yang terdistribusi secara eksponen dengan rata-rata λ. Setiap storm terdiri dari beberapa sel hujan yang terjadi secara acak dengan jumlah sel hujan untuk setiap storm terdistribusi secara Poisson atau Geometri dengan rata-rata *E(C)*. Seterusnya waktu terjadinya setiap sel hujan yang dihitung dari permulaan setiap storm terdistribusi secara eksponen dengan rata-rata $1/\beta$. Dalam setiap sel hujan terdapat intensitas dan durasi hujan yang terdistribusi secara eksponen dengan rata-rata *E (X)* dan $1/\eta$. Rodriguez-Iturbe et al.,(1987) dan Cowpertwait (1998) telah memberikan hubungan 5 peristiwa ini seperti pada persamaan (1) hingga (4) yang secara berturut-turut adalah rata-rata , variasi, kovariasi dan peluang tak hujan.

$$E\left(Y_i^{(\tau)}\right)=\frac{\lambda}{\eta}E(C)E(X)\tau \tag{1}$$

$$Var\left(Y_i^{(\tau)}\right)=\Omega_1(\lambda,E(C),E(X))\,\Psi_1(\eta,\tau)+\Omega_2(\lambda,E(C),E(X))\,\Psi_2(\beta,\eta,\tau) \tag{2}$$

$$Cov\left(Y_i^{(\tau)},Y_{i+k}^{(\tau)}\right)=\Omega_1(\lambda,E(C),E(X))\,\Psi_3(\beta,\eta,\tau)+\Omega_2(\lambda,E(C),E(X))\,\Psi_4(\beta,\eta,\tau) \tag{3}$$

$$1-\Pr\left\{Y_i^{(\tau)}=0\right\} \tag{4}$$

dimana

$$\Pr\{Y_i^{(\tau)}=0\}=\exp\Big(-\lambda\tau+\lambda\beta^{-1}(E(C)-1)^{-1}\left\{1-\exp\left[1-E(C)+(E(C)-1)\exp(-\beta\tau)\right]\right\}$$
$$-\lambda\int_0^\infty[1-p(t,\tau)]\,dt\Big)$$

$$p(t,\tau)=\Big(\exp[-\beta(t+\tau)]+1-[\eta\exp(-\beta t)-\beta\exp(-\eta t)]\,/\,[\eta-\beta]\Big)$$
$$\times\exp\Big(-(E(C)-1)\beta[\exp(-\beta t)-\exp(-\eta t)]\,/\,[\eta-\beta]-(E(C)-1)\exp(-\beta t)$$
$$+(E(C)-1)\exp[-\beta(t+\tau)]\Big)$$

$$\Omega_1(\lambda,E(C),E(X))=2\lambda E(C)E\left(X^2\right)$$

$$\Omega_2(\lambda,E(C),E(X))=\lambda E\left(C^2-C\right)E^2(X)$$

$$\Psi_1(\eta,\tau)=\frac{1}{\eta^3}(\eta\tau-1+\exp(-\eta\tau))$$

$$\Psi_2(\beta,\eta,\tau)=\Psi_1(\eta,\tau)\frac{\beta^2}{\beta^2-\eta^2}-\frac{\beta\tau-1+\exp(-\beta\tau)}{\beta\left(\beta^2-\eta^2\right)}$$

$$\Psi_3(\beta,\eta,\tau)=\frac{1}{2\eta^3}(1-\exp(-\eta\tau))^2\exp(-\eta(k-1)\tau)$$

$$\Psi_4(\beta,\eta,\tau)=\Psi_3(\beta,\eta,\tau)\frac{\beta^2}{\beta^2-\eta^2}-\frac{(1-\exp(-\beta\tau)^2\exp(-\beta(k-1))}{2\beta\left(\beta^2-\eta^2\right)}$$

k = autocorrelation of lag 1,2,3

τ = *skala hujan*

Secara matematis penyelesaian keempat persamaan tak linear di atas adalah bertujuan untuk mendapatkan nilai parameter NSRP *(λ, E(X), E(C), β dan η*. Rodriguez-Iturbe et al.,(1987), Velghe et al.,(1994), Cowpertwait (1996,1998) telah memberikan cara yang sangat baik dalam mendapatkan nilai parameter ini, cara tersebut lebih dikenal dengan metoda momen. Metoda ini menggunakan nilai statistik momen 1, 2 dan 3 serta peluang **tidak hujan untuk hujan yang terjadi setiap 1 jam dan 24 jam, selanjutnya dengan meminimumkan parsamaan (5) akan diperoleh nilai parameter NSRP.**

$$Z(X) = \sum_{k,\tau}\left[1 - \frac{\Theta_k(X,\tau)}{\Theta_k^*(\tau)}\right]^2 \qquad (5)$$

$\Theta_k^*(\tau)$ adalah statistik momen 1, 2, dan 3 dan peluang tidak hujan pada data observasi, $\Theta_k(x,\tau)$ adalah persamaan (1) hingga (4) pada skala data hujan tertentu (1 jam dan 24 jam).

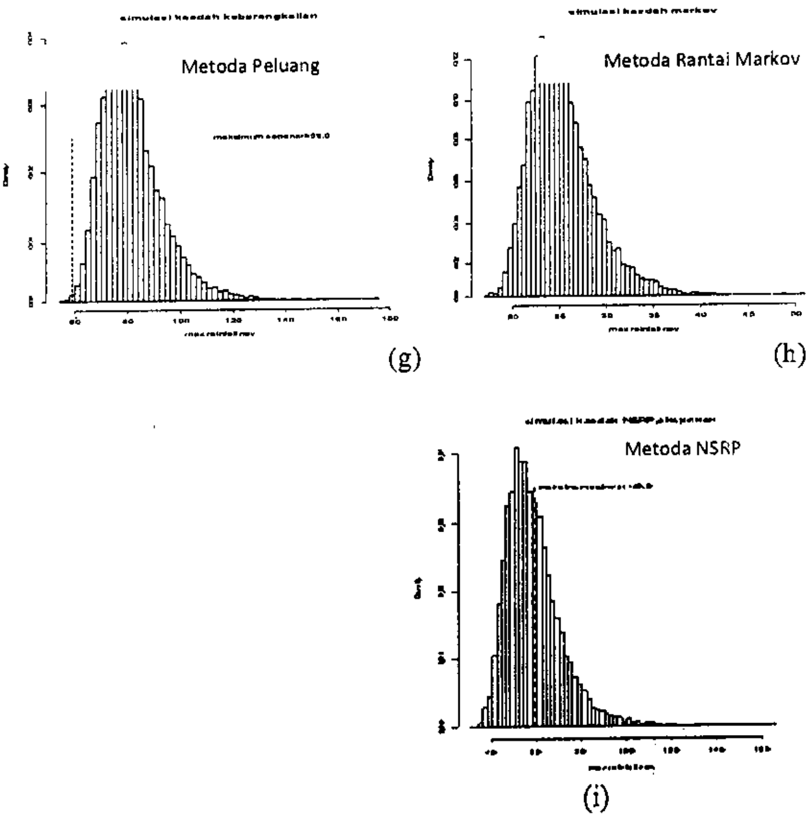
4 Hasil Penelitian

Data hujan setiap jam selama 38 tahun (1979-2008) yang terdapat pada stasiun hujan Alor Setar di daerah Semenanjung Malaysia telah digunakan pada penelitian ini. Pada tabel 1, nilai parameter NSRP untuk hujan yang terjadi pada bulan 11 dan 12 telah dihasilkan seperti berikut

Tabel 1. Parameter NSRP untuk stasiun Alor Setar

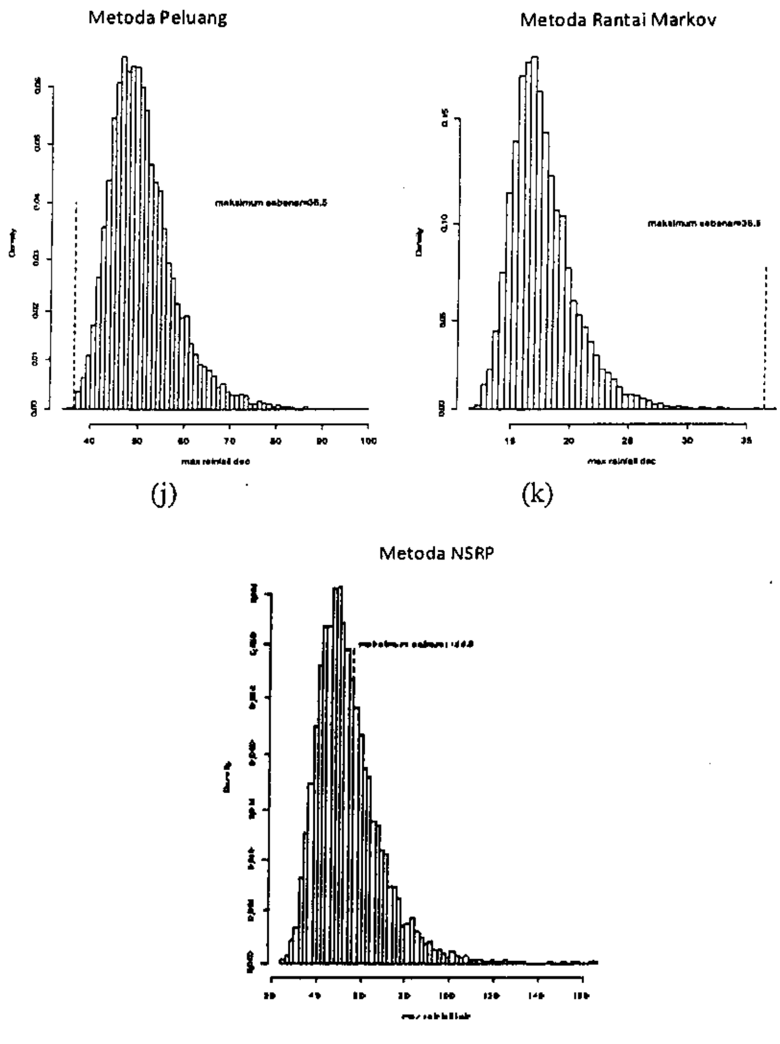
Bulan	λ	E(X)	β	η	E (C)
11	0.0256	9.980	0.171	2.457	2.994
12	0.0090	5.712	0.162	2.087	4.777

Seterusnya simulasi data hujan sebanyak 10000 kali pengulangan akan dilakukan pada hujan yang terjadi **pada bulan 11 dan 12 dengan menggunakan tiga** metoda pada penelitian ini, seperti yang ditunjukkan pada gambar 1(g), 1 (h) dan 1(i), dapat disimpulkan bahwa metoda NSRP adalah yang terbaik dalam mensimulasi data hujan yang terjadi pada bulan 11, terutama bagi keperluan untuk memperkirakan nilai hujan maksimum



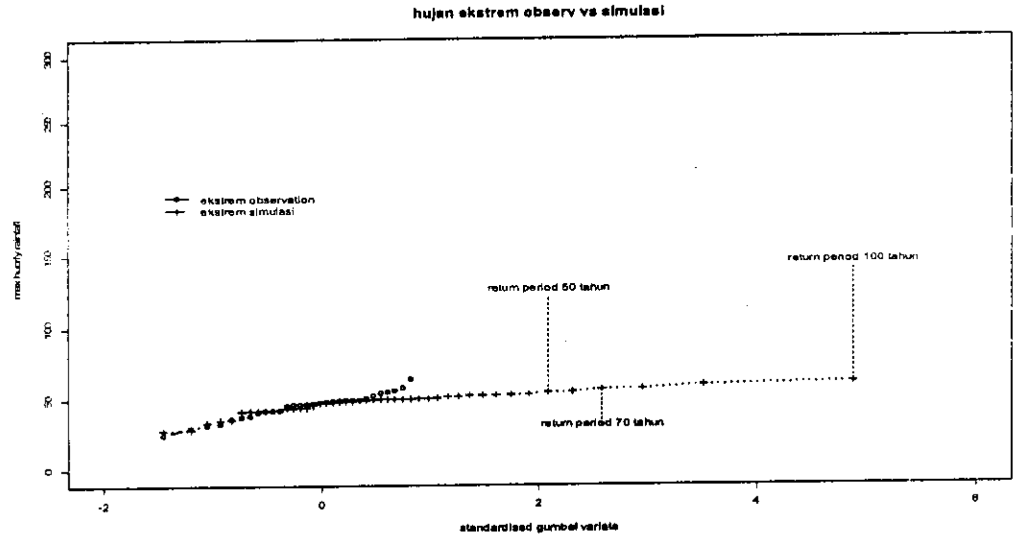
Gambar 1. Simulasi 10000 kali hujan maksimum untuk bulan November stasiun Alor Setar, (g) **Metoda Peluang, (h) Rantai Markov, (i) NSRP**

Pada gambar 2(j), 2(k), dan 2(g) secara berturut-turut menggambarkan kemampuan metoda Peluang, Rantai Markov, dan NSRP dalam mensimulasi data hujan untuk menangkap nilai maksimum hujan pada hujan yang terjadi pada bulan 12. Dari ketiga gambar tersebut dapat disimpulkan bahwa kaedah NSRP adalah yang terbaik dalam hal ini.

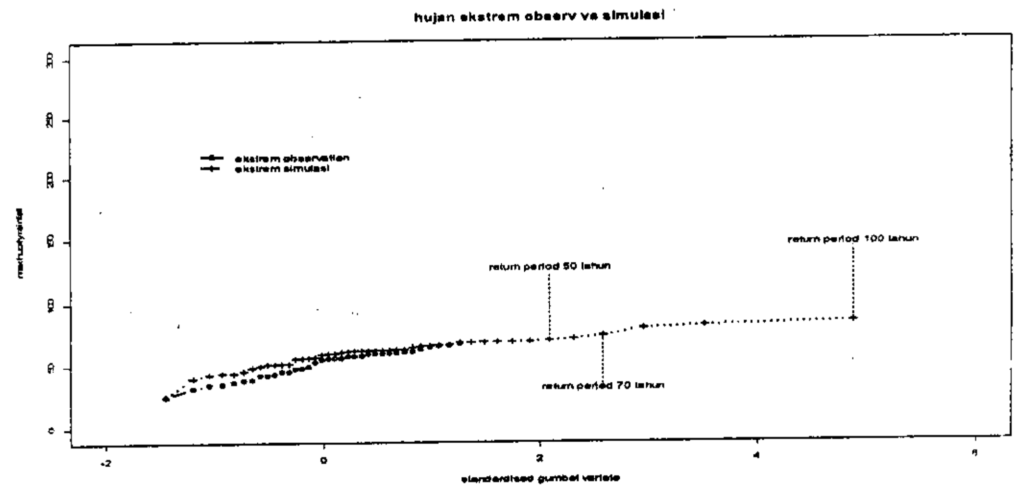


Gambar 2. Simulasi 10000 kali hujan maksimum untuk bulan Desember stasiun Alor Setar, (j) Metoda Peluang, (k) Rantai Markov, (l) NSRP

Selanjutnya pada penelitian ini simulasi data hujan dengan menggunakan metoda NSRP akan dilakukan dengan menggunakan data hujan pada stasiun hujan Dungun dan Jeniang. Peramalan hujan maksimum yang terjadi untuk waktu yang akan datang, terutama untuk 50, 70 dan 100 tahun yang akan datang telah dilakukan dalam penelitian ini. Untuk itu parameter NSRP untuk setiap bulan pada kedua stasiun hujan perlu dihasilkan untuk menjamin simulasi data hujan dapat dilakukan. Dari parameter tersebut akan disimulasi data hujan hingga 100 tahun untuk kedua stasiun hujan tersebut. Dari hasil perbandingan 37 tahun data hujan maksimum observasi dan 37 tahun data hujan maksimum simulasi untuk kedua stasiun hujan tersebut seperti yang digambarkan pada gambar 5 (stasiun hujan Dungun) dan gambar 6 (stasiun hujan Jeniang) terdapat kemiripan bagi kedua jenis data ini. Oleh sebab itu untuk meramalkan nilai hujan maksimum yang terjadi pada 50, 70 dan 100 tahun yang akan datang telah pula dihasilkan dengan baik, seperti yang digambarkan oleh kedua gambar tersebut.



Gambar 3. Obs vs Simulasi Hujan Maksimum stasiun hujan Dungun



Gambar 4. Obs vs Simulasi Hujan Maksimum stasiun hujan Jeniang

5 Kesimpulan

Penelitian tentang mensimulasi data hujan sangat penting untuk dilakukan, hal ini dikarenakan banyak wilayah yang dilalui oleh hujan tidak memiliki data hujan yang lengkap. Beberapa metoda dalam mensimulasi hujan perlu diteliti dengan baik terutama dalam meramalkan data hujan maksimum/ekstrim, hal ini sangat penting terutama dalam hal peramalan banjir secara awal. Metoda NSRP adalah salah satu metoda yang terbaik pada saat ini dalam mensimulasi data hujan terutama dalam menangkap data hujan maksimum.

Daftar Pustaka

1. Richardson, C.W.: Stochastic Simulation of Daily Precipitation, Temperature, and Solar Radiation. Water Resources Research 17(1), 182-190 (1981)
2. Ison, N.T., A.M. Feyerherm., and L.D. Bark: Wet Period Precipitation and the Gamma Distribution. Journal of Applied Meteorology 10(4), 658-665 (1971)
3. Buishand, T.A.: Stochastic Modeling of Daily Rainfall Sequences. Mededlingen Landbouwhogeschool Wageningen 77-3 (1977)
4. Katz, R.W: Precipitation as a Chain-Dependent Process. Journal of Applied Meteorology 16, 671-76 (1977)
5. Mielke, P.W: Another family of distributions for describing and analyzing precipitation data (Asymmetric positively skewed distributions family for precipitation data analysis, using two-sample nonparametric test). Journal of Applied Meteorology 12, 275-280 (1973)
6. Nguyen, V.T.V., and A. Mayabi: Probabilistic Analysis of Summer Daily Rainfall for the Montreal Region. Canadian Water Resources Journal 15(3) (1990)
7. Roldan, J., and D. Woolhiser: Stochastic Daily Precipitation Models. I. A Comparison of Occurrence Processes. Water Resources Research 18(5), 1451-1459. 51-1459 (1982)
8. Woolhiser, D.A., and G.G.S. Pegram: Maximum Likelihood Estimation of Fourier Coefficient to Describe Seasonal Variations of Parameters in Stochastic Daily Precipitation Models. Journal of Applied Meteorology 18, 34-42 (1978)
9. Rascko, P., L. Szeidl, and M. Semenov: A Serial Approach to Local Stochastic Weather Models. Ecological Modelling 57, 27-41 (1991)
10. Jones, P.G., and P.K. Thornton: Spatial and Temporal Variability of Rainfall Related to a Third-Order Markov Model. Agricultural and Forest Meteorology 86, 127-138 (1997)
11. Wilks, D.S., and R.L. Wilby: The Weather Generation Game: A Review of Stochastic Weather Models. Progress in Physical Geography 23(3), 329-357(1999)
12. Kavvas, M.L., and J.W. Delleur: A Stochastic Cluster Model of Daily Rainfall Sequences. Water Resources Research 17(4), 1151-1160 (1981)
13. Waymire, E.D., and V.K. Gupta: The Mathematical Structure of Rainfall Representations 1. A Review of the Stochastic Rainfall Models. Water Resources Research 17(5), 1261-1272 (1981)
14. Cowpertwait, P., A: Poisson-cluster model of rainfall: high order moments and extreme values. Proceedings of the Royal Society of London, Series A 454, 885–898 (1998)
15. Cowpertwait, P., O'Connell, P., Metcalfe, A., Mawdsley: Stochastic point process modelling of rainfall: I. Single-site fitting and validation. Journal of Hydrology 175, 17–46 (1996a)
16. Cowpertwait, P., Kilsby, C., O'Connell, P: A space–time Neyman–Scott model of rainfall: empirical analysis of extremes. Water Resources Research 38 (8), 1–14 (2002)
17. Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D.R. and Isham, V: Some models for rainfall based on stochastic point processes. Proc. R. Sot. London, Ser. A, 410, 269-288 (1987a)

18. Rodriguez-Iturbe, I., Febres De Power, B. and Valdes, J.B: Rectangular pulses point process models for rainfall: analysis of empirical data. J. Geophys. Res., 92(D8), 9645-9656 (1987b)
19. Velghe, T., Troch, P.A., De Troch, F.P., Van de Velde, J: Evaluation of cluster-based rectangular pulses point process model for rainfall. Water Resour. Res. 30 (10), 2847-2857 (1994)