Vol. 1 Tahun 2014

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2014

Diselenggarakan oleh:
Departemen Matematika FMIPA UI

Depok, 1 Februari 2014

Disponsori oleh:

Disponsori oleh:

1. PT Asuransi Jiwasraya (Persero)
2. Universitas Gunadarma
3. AJB Bumiputera 1912
4. Sekolah Tinggi Sandi Negara
5. LN Consulting Global Networking
6. IndoMS (The Indonesian Mathematical Society)
7. PUSMAKA (Pusat Studi Matematika, Komputasi dan Analisis Data)

ISSN : 1907 - 2562

KATA SAMBUTAN

Ketua Panitia Seminar Nasional Matematika 2014

Seminar Nasional Matematika 2014 adalah sarana komunikasi dan interaksi di antara matematikawan, pendidik matematika, pengguna matematika, dan pemerhati matematika di Indonesia. Seminar dua tahunan ini diselenggarakan secara bergantian oleh Departemen Matematika FMIPA Universitas Indonesia (UI) dan Jurusan Matematika Universitas Padjadjaran (Unpad).

Seminar Nasional Matematika tahun 2014, yang mengangkat tema Peranan Matematika dalam Menunjang Pengembangan Perkotaan untuk Kemajuan Bangsa, hendak mengajak komunitas matematika di Indonesia lebih berperan dalam mencari penyelesaian dari masalah-masalah perkotaan seperti pengelolaan transportasi, pengelolaan lingkungan, pelayanan kesehatan, pendidikan, dan lain sebagainya. Untuk menstimulasi diskusi khususnya pada masalah pengelolaan transportasi perkotaan, kami mengundang Ibu Dr. Elly Adriani Sinaga, M.Sc. (Ketua Badan Litbang Perhubungan, Kementerian Perhubungan RI) sebagai salah satu Pembicara Utama di seminar ini. Namun, seminar ini pun tetap terbuka terhadap berbagai bidang kajian di matematika, yang diwakili oleh Pembicara Utama Dr. Endang Rusyaman dari Jurusan Matematika Universitas Padjadjaran.

Pada seminar ini terdapat 128 pemakalah pada sesi parallel yang tediri dari berbagai bidang kajian, antara lain: Aktuaria, Aljabar, Analisis, Aplikasi Matematika, Kombinatorik dan Graf Teori, Komputasi, Pendidikan Matematika, Statistika, dan Statistika Aplikasi/Analisis Data.

Seminar ini terselenggara atas dukungan dari berbagai pihak. Untuk itu kami mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada Pimpinan Universitas, Fakultas MIPA, dan Departemen Matematika Universitas Indonesia, para sponsor yang telah memberikan perhatian bagi perkembangan matematika di Indonesia, beserta Himpunan Matematika Indonesia wilayah Jabar, DKI Jakarta, dan Banten yang juga memfasilitasi terselenggaranya seminar ini.

Tidak lupa kami juga mengucapkan terima kasih kepada anggota panitia, baik staf maupun mahasiswa Departemen Matematika Universitas Indonesia, yang telah bekerja keras untuk terselenggarannya seminar ini.

Akhir kata, kami mengucapkan selamat berseminar. Kiranya seminar sehari ini memberikan dampak yang positif bagi kita semua.

Depok, 1 Februari 2014
Ketua Panitia Seminar Nasional Matematika 2014
Denny Riama Silaban

UCAPAN TERIMA KASIH

Panitia Seminar Nasional Matematika 2014 menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada Pimpinan Universitas, Pimpinan Fakultas, Pimpinan Departemen dan para sponsor, atas dukungannya dalam bentuk dana, fasilitas, dan lain-lain, untuk terselenggaranya seminar ini.

Secara khusus Panitia Seminar Nasional Matematika 2014 menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Pj. Rektor Universitas Indonesia
2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia
3. Plh. Ketua Departemen Matematika FMIPA Universitas Indonesia
4. Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjajaran
5. Direktur Utama PT Asuransi Jiwasraya (Persero)
6. Rektor Universitas Gunadarma
7. Kepala Lembaga Sandi Negara
8. Direktur Teknik dan Operasional AJB Bumiputera 1912
9. Direktur Utama PT LN Amanah Indonesia
10. Ketua Pusmaka (Pusat Studi Matematika, Komputasi, dan Analisis Data) Departemen Matematika FMIPA UI
11. Gubernur IndoMS wilayah Jabar, DKI Jakarta, dan Banten

Panitia Seminar Nasional Matematika 2014 juga mengucapkan terima kasih kepada pembicara utama Dr. Elly Adriani Sinaga, M.Sc. (Ketua Badan Litbang Perhubungan, Kementerian Perhubungan RI) dan Dr. Endang Rusyaman (Dosen Jurusan Matematika Universitas Padjadjaran), para pemakalah pada sesi paralel, setiap tamu undangan, dan seluruh peserta Seminar Nasional Matematika 2014.

DAFTAR ISI

PERBANDINGAN MODEL HUJAN STOKASTIK NEYMAN-SCOTT RECTANGULAR PULSE (NSRP) DAN BARTLETT-LEWIS RECTANGULAR PULSE (BLRP)

RADO YENDRA[1], RAHMADENI[2], ARI PANI DESPINA[3]

1 Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. yendra_75@yahoo.com.sg
2 Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. rahmadeni@yahoo.com
3 Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. aripanidespina@yahoo.com

Abstrak. Perubahan iklim pada dewasa ini telah mengakibatkan terjadinya proses hujan secara tidak menentu yang berimplikasi kepada susahnya untuk memperkirakan peristiwa banjir. Hal ini tentu saja akan memberikan masalah yang sangat besar bagi daerah di perkotaan. Dua model hujan stokastik yang menggunakan data hujan setiap jam seperti Neyman-Scott Rectangular Pulse (NSRP) dan Bartlett-Lewis Rectangular Pulse (BLRP) sangat baik digunakan untuk mengenali pola hujan yang terjadi. Lima sifat hujan yang diwakilkan oleh parameter model NSRP dan Enam sifat hujan yang diwakilkan oleh model BLRP akan digunakan untuk mengenal pola hujan yang diwakilkan oleh beberapa statistik hujan tersebut seperti peluang hujan setiap jam, peluang hujan harian, rata-rata hujan setiap jam dan rata-rata hujan setiap hari. Nilai statistik ini akan diprediksi oleh kedua model hujan statistik yang digunakan dalam penelitian ini. Data hujan setiap jam selama 39 tahun (1970-2008) dari stasiun hujan Alor Setar akan digunakan dalam penelitian ini, pada penelitian ini telah dihasilkan bahwa kedua model hujan sangat baik digunakan untuk mengenal pola hujan yang terjadi. Hal ini dibuktikan dari beberapa statistik model yaitu nilai-nilai statistik yang dihasilkan oleh kedua model sangat mirip dengan statistik observasi atau nilai statistik yang dihasilkan dari data sebenar.

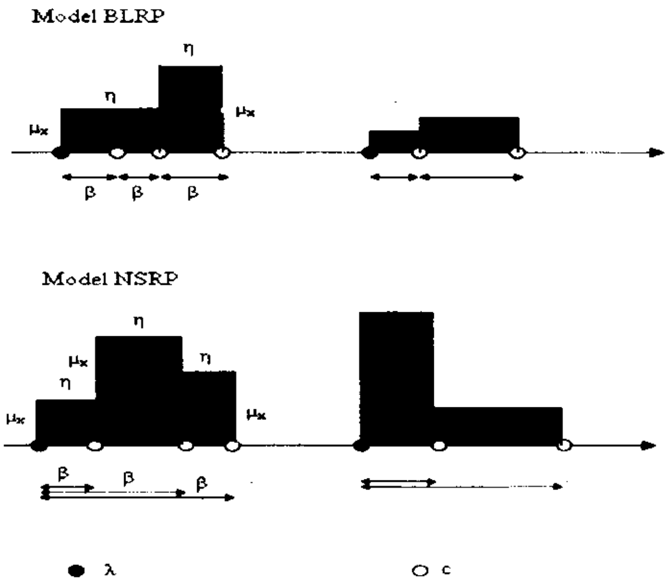
Kata kunci : banjir, BLRP, NSRP, perkotaan, perubahan iklim

Pendahuluan

Isu perubahan iklim yang terjadi pada dewasa ini, telah mengakibatkan beberapa peristiwa yang berhubungan dengan peristiwa perubahan iklim telah banyak diteliti oleh peneliti di dunia. Kelebatan hujan adalah salah satu komponen yang sangat berhubungan langsung dengan perubahan iklim. Oleh sebab itu beberapa penelitian yang mencoba untuk mengeksplorasi sifat hujan lebih mendalam, terutama untuk mengenal beberapa sifat hujan seperti frekuensi hujan yang terjadi dalam setiap satu kelompok sel hujan atau yang lebih dikenal dengan istilah storm, jumlah sel hujan yang terjadi dalam setiap storm, kelebatan dan waktu terjadinya hujan dalam setiap storm. Sifat-sifat hujan yang telah disebutkan di atas sangat berhubungan dengan penyebab banjir pada suatu wilayah tertentu, dimana dengan seringnya hujan terjadi yang diikuti oleh jumlah sel hujan yang besar dalam setiap storm dan ditambah dengan kelebatan hujan yang tinggi dengan waktu yang lama, adalah penyebab terjadinya banjir pada suatu daerah.

Dua model hujan stokastik yaitu Neyman-Scott Rectangular Pulse (NSRP) dan Bartlett-Lewis Rectangular Pulse (BLRP) adalah model yang sering digunakan untuk menghasilkan sifat hujan di atas. Dua model hujan ini sangat baik digunakan untuk mendapatkan informasi yang lengkap tentang peristiwa hujan yang terjadi, hal ini disebabkan data hujan yang digunakan adalah data hujan dalam skala yang kecil seperti dalam setiap jam. Rodriguez-Iturbe et al [1],[2] adalah seorang peneliti yang telah mempopulerkan dua model hujan stokastik di atas. Kedua model hujan stokastik ini telah digunakan untuk memodelkan hujan pada kota Denver, United Kingdom. Seterusnya peneliti lain yang juga turut mengembangkan model ini diantaranya adalah Entekhabi et al. [3], Cowpertwait et al. [4],[5] Islam et al. [6], dan Velghe et al. [7]. Kesulitan mencari data hujan dalam setiap jam dan rumitnya matematika yang ditimbulkan oleh kedua model stokastik ini, telah mengakibatkan penelitian dibidang ini sangat sedikit sekali. Pada penelitian ini data hujan setiap jam yang tersedia secara gratis pada stasiun hujan Alorsetar yang terdapat di Kerajaan Malaysia selama 39 tahun (1970-2008) akan digunakan untuk menghasilkan model hujan stokastik NSRP dan BLRP. Model terbaik akan ditentukan dengan membandingkan beberapa statistik yang diestimasi dari kedua model di atas terhadap statistik yang dihasilkan oleh data sebenara. Statistik-statistik tersebut diantaranya adalah rata-rata hujan setiap jam, variasi hujan untuk 1 dan 24 jam, serta peluang hujan untuk 1 dan 24 jam. Model yang dapat mengestimasi statistik-statistik diatas dan dapat mendekati statistik sebenarnya adalah model yang terbaik untuk daerah disekitar stasiun hujan tersebut.

Dua model hujan stokastik ini pada dasarnya adalah sama, dimana proses hujan dihitung dalam setiap kelompok atau kluster yang setiap kelompoknya disebut storm. Hujan bermula atau yang dikenal sebagai bermulanya setiap storm terjadi menurut proses Poisson dimana rata-rata waktu bermulanya setiap strom (λ) terdistribusi secara eksponen. Dalam setiap storm terdapat jumlah sel hujan c yang terjadi secara acak, dimana jumlah sel hujan ini terdistribusi secara Geometri atau Poisson dengan rata-rata (μ_c). Kelebetan dan lamanya hujan yang terjadi untuk setiap sel dalam setiap storm terdistribusi secara eksponen dengan rata-rata (μ_x) dan ($1/\eta$). Perbedaan kedua model ini terletak pada waktu bermulanya sel hujan (β) dalam setiap storm. Nilai β pada setiap sel hujan dalam storm untuk model NSRP dihitung dari λ, sedangkan dalam model BLRP nilai β dihitung untuk setiap interval yang terjadi antara setiap sel hujan dalam storm. Gambaran kedua model hujan ini dapat dijelaskan pada gambar 1.



Gambar 1. Skema model hujan stokastik BLRP dan NSRP

Hasil – Hasil Utama

Hal terpenting dalam menggunakan kedua model hujan stokastik ini adalah mengestimasi parameter yang terdapat pada kedua model tersebut. Model BLRP dalam penelitian ini menggunakan distribusi Gamma dua parameter yaitu α dan $1/\nu$ untuk kelebatan sel hujan dalam setiap storm. Khaliq dan Cunnane [8] telah menggunakan 6 parameter untuk model ini ($\lambda,\mu_x,\alpha,\nu,\kappa,\phi$) dimana pada model yang digunakan oleh beliau terdapat parameter lain yaitu lamanya storm terjadi yang terdistribusi secara eksponen dengan rata-rata γ. Pada penelitian ini juga diberikan dua persamaan berikut $\kappa = \beta/\eta$ dan $\phi = \gamma/\eta$. Cowpertwait et al. [4] telah menggunakan model NSRP untuk memodelkan hujan stokastik di Inggris, dimana dalam penelitian beliau terdapat 5 parameter ($\lambda,\mu_x,\mu_c,\beta,\eta$). Dalam kedua penilitian yang dilakukan oleh kedua peneliti di atas telah memberikan beberapa persamaan yang menghubungkan beberapa statistik yang dihasilkan dari data observasi seperti $\mu(1)$ (rata-rata hujan 1 jam), $\sigma(1)$, $\sigma(6)$, $\sigma(24)$ (variasi hujan 1, 6, 24 jam), $\rho(1,1)$, $\rho(1,24)$ (auto korelasi lat 1 untuk 1 dan 24 jam), $\varphi(1)$ dan $\varphi(24)$ (peluang hujan 1 dan 24 jam). Lampiran A turut diberikan untuk menjelaskan hubungan persamaan statistik-statistik tersebut terhadap parameter NSRP. Kedua peneliti di atas menggunakan cara numerik untuk mendapatkan nilai parameter model hujan stokastik tersebut.

Tabel 1. Parameter model BLRP

Bulan	λ	μ_x	α	κ	ϕ	ν
Jan	0.006	71.7	8.8	0.04	0.008	0.114
Feb	0.009	13.6	16.7	0.16	0.073	3.911
Mar	0.014	2.1	3.4	17.21	0.009	0.005

Bulan	λ	μ_x	α	κ	ϕ	ν
Apr	0.023	11.9	30.5	0.06	0.063	12.073
Mai	0.025	9.9	164.5	0.09	0.069	76.732
Jun	0.020	10.6	9.1	0.15	0.062	2.985
Jul	0.024	8.9	5.4	0.14	0.068	1.872
Agus	0.025	11.5	3.9	0.16	0.050	0.853
Sep	0.038	10.5	5.5	0.13	0.050	1.217
Okt	0.038	3.9	3.8×10^{15}	0.02	0.146	8.01×10^{15}
Nov	0.031	11.3	8.4	0.13	0.064	2.076
Des	0.013	6.0	8.9	0.13	0.059	3.522

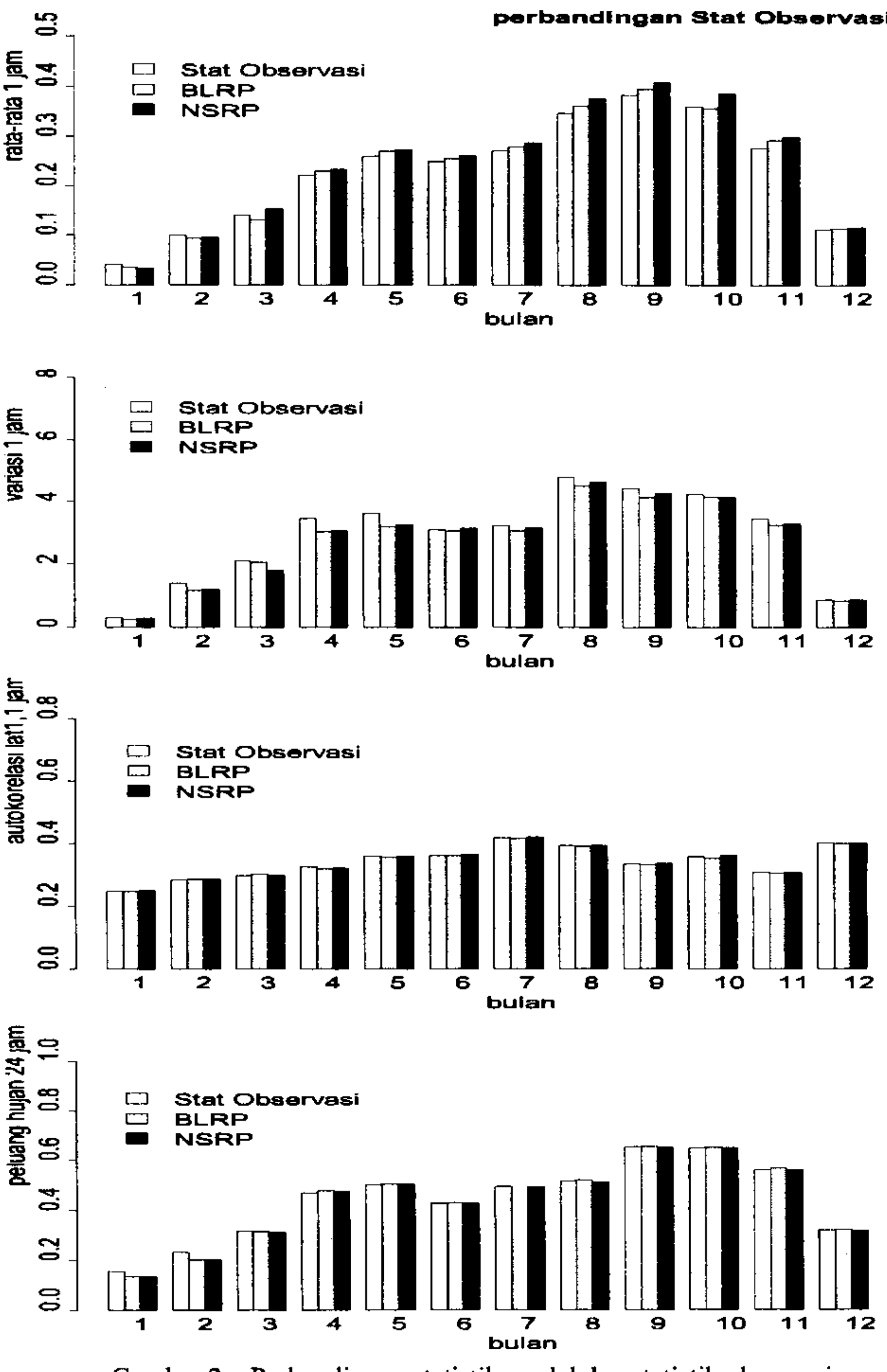
Tabel 2. Parameter model NSRP

	λ	μ_x	μ_c	β	η
Jan	0.005	8.84	2.53	0.23	3.29
Feb	0.007	12.50	2.99	0.21	2.89
Mar	0.013	11.28	3.10	0.28	2.92
Apr	0.021	11.70	2.20	0.13	2.27
Mai	0.021	9.93	2.64	0.14	2.05
Jun	0.015	10.02	3.69	0.11	2.08
Jul	0.017	8.29	3.40	0.09	1.66
Agus	0.016	9.75	4.49	0.08	1.87
Sep	0.027	9.13	3.79	0.11	2.29
Okt	0.029	8.96	3.03	0.11	2.02
Nov	0.025	10.17	2.97	0.15	2.53
Des	0.009	5.78	3.87	0.09	1.81

Tabel 3. Statistik Observasi data hujan Stasiun Alorsetar

	$\mu(1)$	$\sigma(1)$	$\sigma(6)$	$\sigma(24)$	$\rho(1,1)$	$\rho(1,24)$	$\varphi(1)$	$\varphi(24)$
Jan	0.041	0.292	2.977	15.187	0.247	0.038	0.016	0.155
Feb	0.099	1.384	14.692	77.844	0.285	0.048	0.030	0.233
Mar	0.140	2.080	19.993	95.987	0.297	0.033	0.046	0.318
Apr	0.222	3.422	32.220	139.371	0.324	0.059	0.063	0.469
Mai	0.259	3.618	38.458	162.894	0.360	0.070	0.080	0.502
Jun	0.249	3.084	39.261	182.863	0.361	0.097	0.070	0.426
Jul	0.271	3.213	39.138	206.026	0.418	0.106	0.085	0.493
Agus	0.346	4.786	57.146	343.513	0.392	0.128	0.099	0.516
Sep	0.383	4.424	48.299	255.081	0.334	0.096	0.130	0.652
Okt	0.359	4.226	51.002	237.364	0.358	0.086	0.119	0.649
Nov	0.276	3.430	37.672	167.434	0.308	0.063	0.094	0.561
Des	0.111	0.868	10.190	55.170	0.401	0.112	0.050	0.319

Pada penelitian ini parameter model hujan BLRP dan NSRP untuk setiap bulan telah dihasilkan seperti pada Tabel 1 dan 2. Parameter tersebut dihasilkan dengan terlebih dahulu mendapatkan nilai statistik yang diperlukan. Nilai statistik ini merupakan statistik observasi yang diperoleh dari data hujan sebenar (data hujan setiap jam dari stasiun hujan Alorsetar), seperti yang ditampilkan dalam Tabel 3.



Gambar 2. Perbandingan statistik model dan statistik observasi

Hasil perbandingan kedua model hujan dilakukan dengan membandingkan beberapa statistik model ($\mu(1)$, $\sigma(1)$, $\rho(1,1)$, dan $\varphi(24)$) yang dihasilkan oleh kedua model terhadap statistik observasi. Perbandingan ini ditampilkan seperti pada Gambar 2. Dari gambar tersebut dapat disimpulkan bahwa kedua model hujan stokastik (BLRP dan NSRP) telah berhasil digunakan untuk memprediksi beberapa statistik yang sering digunakan untuk mewakili sifat-sifat hujan dengan baik, hal ini dibuktikan dengan kemampuan beberapa statistik tersebut untuk menghampiri statistik observasi.

Kesimpulan

Pemodelan hujan dengan menggunakan data hujan dengan skala singkat seperti setiap jam sangat bermanfaat dalam menghasilkan informasi yang lengkap mengenai tingkah laku hujan. Dua model hujan stokastik yaitu BLRP dan NSRP telah sering digunakan untuk tujuan ini, disamping itu model hujan ini juga sangat baik dalam memprediksi beberapa statistik yang sangat penting untuk mewakilkan keadaan hujan dalam suatu daerah tertentu. Model hujan stokastik BLRP dan NSRP memiliki kemampuan yang sama baik dalam memprediksi nilai statistik-statistik penting untuk berbagai tujuan.

Referensi

[1] Khaliq, M.N. and Cunnane, C., 1996, Modelling point rainfall occurrences with the modified Bartlett-Lewis Rectangular Pulses Model, Journal of Hydrology 180 (1996), 109 – 138.

[2] Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D.R. and Isham, V., 1987a, Some models for rainfall based on stochastic point processes, *Proceedings of Royal Society of London Series A* 410 (1839), 269-288.

[3] Rodriguez-Iturbe, I., Febres De Power, B. and Valdes, J., 1987b, Rectangular pulses point process models for rainfall : analysis of empirical data, *Journal Geophysical Research* 92 (D8), 9645-9656.

[4] Entekhabi, D., Rodriguez-Iturbe, I. and Eagleson, P.S., 1989, Probabilistic representation of the temporal rainfall process by a modified Neyman-Scott rectangular pulses model: parameter estimation and validation, *Water Resources Research* 25, 295-302.

[5] Islam, S., Entekhabi, D., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1990, Parameter estimation and sensitivity analysis for the Bartlet – Lewis rectangular pulses mode of rainfall, *J. Geophys. Res.* 95(D3), 2093-2100

[6] Velghe, T., Troch, P.A., De Troch, F.P. and Van de Velde, J., 1994, Evaluation of cluster-based rectangular pulses point process model for rainfall, *Water Resour. Res.* 30 (10), 2847-2857.

[7] Cowpertwait, P.S.P., O'Connell, P.E., Metcalfe, A.V. and Mawdsley, J.A., 1996a, Stochastic point process modeling of rainfall. I. Single site fitting and validation, *Journa of Hydrology*. 175, 17-46.

[8] Cowpertwait, P.S.P., O'Connell, P.E., Metcalfe, A.V. and Mawdsley, J.A., 1996b, Stochastic point process modeling of rainfall. II. Regionalisation and dissagregation, *Journal of Hydrology*, 175, 47-65

Lampiran A

Hubungan statistik observasi dengan parameter NSRP

Persamaan (1) hingga (4) secara berturut turut adalah hubungan rata-rata hujan observasi, hubungan variasi hujan observasi, hubungan auto korelasi, dan hubungan peluang hujan observasi terhadap parameter NSRP.

$$E\left(Y_i^{(\tau)}\right)=\frac{\lambda}{\eta}E(C)E(X)\tau$$

$$Var\left(Y_i^{(\tau)}\right)=\Omega_1(\ \lambda,E(C),E(X)\ )\ \Psi_1(\eta,\tau)+\Omega_2(\ \lambda,E(C),E(X)\ )\ \Psi_2(\beta,\eta,\tau)$$

$$Cov\left(Y_i^{(\tau)},Y_{i+k}^{(\tau)}\right)=\Omega_1(\lambda,E(C),E(X))\ \Psi_3(\beta,\eta,\tau)+\Omega_2(\ \lambda,E(C),E(X))\ \Psi_4(\beta,\eta,\tau)$$

$$1-\Pr\left\{Y_i^{(\tau)}=0\right\}$$

dengan

$$\Pr\left\{Y_i^{(\tau)}=0\right\}=\exp\left(\ -\lambda\tau+\lambda\beta^{-1}(E(C)-1)^{-1}\ \omega-\lambda\int_0^{\infty}[1-p(t,\tau)]\,dt\ \right)$$

$$p(t,\tau)=\left(\ \exp[-\beta\ (t+\tau)]+1-\vartheta\ \right)\times\exp\left(\ -(E(C)-1)\beta\upsilon/\nu\right.$$

$$\left.+(E(C)-1)\exp[-\beta\ (t+\tau)\ ]\ \right)$$

$$\Omega_1(\ \lambda,E(C),E(X)\ )=2\lambda E(C)E\left(X^2\right)$$

$$\Omega_2(\ \lambda,E(C),E(X)\ )=\lambda E\left(C^2-C\right)E^2(X)$$

$$\Psi_1(\eta,\tau)=\frac{1}{\eta^3}(\ \eta\tau-1+\exp(-\eta\tau)\ )$$

$$\Psi_2(\beta,\eta,\tau)=\Psi_1(\eta,\tau)\frac{\beta^2}{\beta^2-\eta^2}-\frac{\beta\tau-1+\exp(-\beta\tau)}{\beta\left(\beta^2-\eta^2\right)}$$

$$\Psi_3(\beta,\eta,\tau)=\frac{1}{2\eta^3}(1-\exp(-\eta\tau))^2\exp(-\eta(k-1)\tau)$$

$$\Psi_4(\beta,\eta,\tau)=\Psi_3(\beta,\eta,\tau)\frac{\beta^2}{\beta^2-\eta^2}-\frac{(1-\exp(-\beta\tau)^2\exp(-\beta(k-1))}{2\beta\left(\beta^2-\eta^2\right)}$$

k = *auto korelasi*

τ = *skala hujan*

$$\omega=1-\exp\left[1-E(C)+(E(C)-1)\exp(-\beta\tau)\right]$$

$$\vartheta=\left[\eta\exp(-\beta t)-\beta\exp(-\eta t)\right]/\left[\eta-\beta\right]$$

$$\upsilon=\left[\exp(-\beta t)-\exp(-\eta t)\right]$$

$$\nu=\left[\eta-\beta\right]-(E(C)-1)\exp(-\beta t)$$