

KENDALI OPTIMAL PADA KELAS *EXPOSED* UNTUK MODEL PENYAKIT *SCABIES*

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

PUTRI WULANDARI
11850420355



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2023

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

KENDALI OPTIMAL PADA KELAS *EXPOSED*
UNTUK MODEL PENYAKIT *SCABIES*

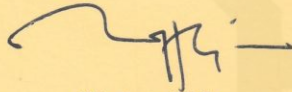
TUGAS AKHIR

oleh:

PUTRI WULANDARI
11850420355

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Januari 2023

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing



Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.
NIP. 19840803 201101 1 005



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

KENDALI OPTIMAL PADA KELAS *EXPOSED*
UNTUK MODEL PENYAKIT *SCABIES*

TUGAS AKHIR

oleh:


PUTRI WULANDARI
11850420387

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Januari 2023

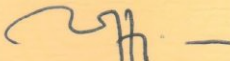
Pekanbaru, 12 Januari 2023

Mengesahkan

Ketua Program Studi

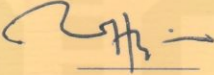

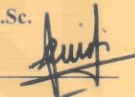
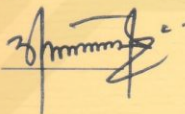


Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua	: Wartono, M.Sc.	
Sekretaris	: Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.	
Anggota I	: Sri Basriati, M.Sc.	
Anggota II	: Irma Suryani, M.Sc.	

UIN SUSKA RIAU

iii



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Lampiran Surat :

Nomor : Nomor 25/ 2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : PUTRI WULANDARI
NIM : 11850420355
Tempat/Tgl. Lahir : Duri, 21 November 2000
Prodi : S1 Matematika

Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*: **"KENDALI OPTIMAL PADA KELAS EXPOSED UNTUK MODEL PENYAKIT SCABIES"**

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya~~ dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya~~ saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya~~ saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 12 Januari 2023
Yang membuat pernyataan



PUTRI WULANDARI
NIM. 11850420355

UIN SUSKA RIAU

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh tugas akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan tugas akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal peminjaman.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 12 Januari 2023
Yang membuat pernyataan,

PUTRI WULANDARI
11850420355

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim

Setiap orang pasti memiliki sebuah cerita kehidupan yang mereka hadapi setiap hari. Bahkan terlalu banyak untuk bisa diingat dan terlalu sedikit untuk dapat dikenang. Sebuah cerita yang dapat kita mulai dari sebuah masalah yang dapat diselesaikan dengan usaha yang keras.

Kamu akan menyesal jika tidak melakukan yang terbaik sekarang. Jangan berfikir itu sudah terlambat tetapi tetaplah berusaha. Memang setiap orang butuh waktu, tetapi tidak akan menjadi buruk jika dihadapi. Ketika masih muda, aku berpikir bahwa semuanya akan datang padaku pada akhirnya, tetapi sekarang aku melihat bahwa aku harus mengambil inisiatif dan berusaha untuk meningkatkan diriku sendiri.

Ayahku Kamra dan ibuku Ema, aku ingin berterimakasih atas semua hal yang telah kalian berikan kepada ku hingga sekarang. Ini adalah salah satu bagian dari pencapaian di hidupku yang telah aku selesaikan dan ku persembahkan untuk kalian. Dan aku tahu, masih banyak hal yang harus aku perjuangkan dalam hidup ini. Terimakasih untuk segala do'a yang tiada putusnya sampai saat ini. Dan juga untuk kakak saya Dina dan adik saya Afzaal yang selalu memberikan semangat dan dukungannya kepadaku.

Teruntuk pembimbing Tugas Akhir saya Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc yang bersedia membimbing saya dalam pembuatan skripsi ini dengan banyaknya kekurangan dan kesalahan saya.

Tak lupa juga teruntuk teman-teman (Enet, Imau, Pijay, Ade dan Ami), Kos Abu-Abu dan teman seperjuangan (Imah, Indri, dan Atul) terimakasih untuk waktu-waktu berharga, suka dan duka yang telah kita habiskan bersama. Kehadiran kalian memberikan kebahagiaan bagiku.

Yang terakhir sangat-sangat berterimakasih pada diri ini yang telah mampu berjuang dalam membuat skripsi ini. Walaupun aku selalu takut membuat kesalahan, aku selalu percaya pada diriku sendiri.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Jangan membuat standar yang kamu tetapkan pada dirimu sendiri justru malah membuatmu tidak bahagia. Jadilah diri sendiri, dan jangan gunakan alasan ingin berubah hanya karna luka masa lalu mu.

Alhamdulillahirobbil'alamin



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KENDALI OPTIMAL PADA KELAS *EXPOSED* UNTUK MODEL PENYAKIT *SCABIES*

PUTRI WULANDARI
NIM : 11850420355

Tanggal sidang : 12 Januari 2023

Tanggal wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Scabies adalah salah satu penyakit kulit yang menular sangat cepat melalui kontak langsung. Penyakit ini merupakan masalah kesehatan didunia salah satunya Indonesia. Daerah yang beriklim tropis, tidak adanya sanitasi lingkungan dan ekonomi yang rendah dapat menyebabkan penyebaran penyakit ini semakin luas. Penelitian ini membahas tentang model endemik SEI (*Susceptible, Exposed, Infectious*), dengan kendali pengobatan yang bertujuan untuk mengendalikan penyebaran penyakit pada kelas *Exposed*. Kendali optimal didapat dengan prinsip maksimum *Pontryagin* dimana persamaan diferensial model penyakit *Scabies* dan fungsi tujuan membentuk fungsi Hamilton sehingga didapat persamaan *state*, *costate* dan kondisi stasioner. Kendali yang diperoleh dengan mengubah fungsi tujuan yang ditujukan untuk kelas *Exposed* akan disimulasikan dengan metode *Sweep Forward-Backward*. Dari simulasi tersebut menunjukkan bahwa, dalam waktu yang ditentukan jumlah individu yang *Exposed* akan mengalami penurunan.

Kata Kunci: Fungsi Hamilton, kendali optimal, model SEI, Prinsip Maksimum Pontryagin, *Scabies*, *Sweep Forward-Backward*.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

OPTIMAL CONTROL OF THE EXPOSED CLASS FOR THE SCABIES DISEASE MODEL

PUTRI WULANDARI
NIM : 11850420355

Date of Final Exam: 12 Januari 2023
Date of Graduation:

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No.155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

Scabies is a skin disease that spreads very quickly through direct contact. This disease is a health problem in the world, one of which is Indonesia. Areas with a tropical climate, poor environmental sanitation and low economy can cause this disease to spread more widely. This study discusses the SEI (Susceptible, Exposed, Infectious) endemic model, by adding treatment controls that aim to control the spread of the disease in the Exposed class. Optimal control is obtained with the Pontryagin maximum principle where the differential equation of the Scabies disease model and the objective function form the Hamilton function so that the equations of state, costate and stationary conditions are obtained. The control obtained by changing the objective function for the Exposed class will be simulated using the Sweep Forward-Backward method. The simulation shows that, within the specified time, the number of Exposed individuals will decrease.

Keywords: *Hamilton function, optimal control, Pontryagin Maximum Principle, Scabies, SEI Model, Sweep Forward-Backward.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



KATA PENGANTAR

Bismillahirrohmanirrohim.

Puji syukur diucapkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* karena berkat rahmat, hidayah, dan inayah-Nya penulis diberi kekuatan serta jalan untuk menyelesaikan tugas akhir dengan judul **“Kendali Optimal Pada Kelas *Exposed* Untuk Model Penyakit *Scabies*”**. Tidak lupa shalawat beriringkan salam diucapkan untuk junjungan nabi besar Muhammad *Sallallahu'alaihi Wasallam*, semoga kelak seluruh umat mendapatkan *syafa'at* dari beliau. Tujuan penulisan tugas akhir ini untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Banyak sekali bimbingan, arahan, dan masukan selama penyusunan tugas akhir ini. Penulis menerima bimbingan, arahan, dan masukan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Karena itu, penulis mengucapkan terima kasih khususnya kepada keempat orang tua tercinta, keluarga, dan teman-teman yang senantiasa mendo'akan, melimpahkan kasih sayang, perhatian, serta materi yang tak terhingga. Selain itu, penulis juga mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi sekaligus sebagai Ketua Sidang yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc., selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat, selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan dukungan serta arahan kepada penulis selama perkuliahan.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

6. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc., selaku Pembimbing yang telah meluangkan waktu kepada penulis, mengarahkan, mendukung dan membimbing penulis dengan penuh kesabarannya dalam penulisan Tugas Akhir ini.
7. Ibu Sri Basriati, M.Sc., selaku Penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan Tugas Akhir ini.
8. Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan Tugas Akhir ini.
9. Semua Bapak dan Ibu dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan banyak ilmu kepada penulis selama kuliah.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan pada penulisan tugas akhir ini.

Demi kesempurnaan tugas akhir ini, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak. Penulis berharap semoga tugas akhir ini bermanfaat dan dapat memberikan kontribusi bagi perkembangan ilmu pengetahuan. *Aamiin ya Rabbal'alamiin.*

Alhamdulillahirobbil'alamin.

Pekanbaru, 12 Januari 2023
Penulis

Putri Wulandari



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

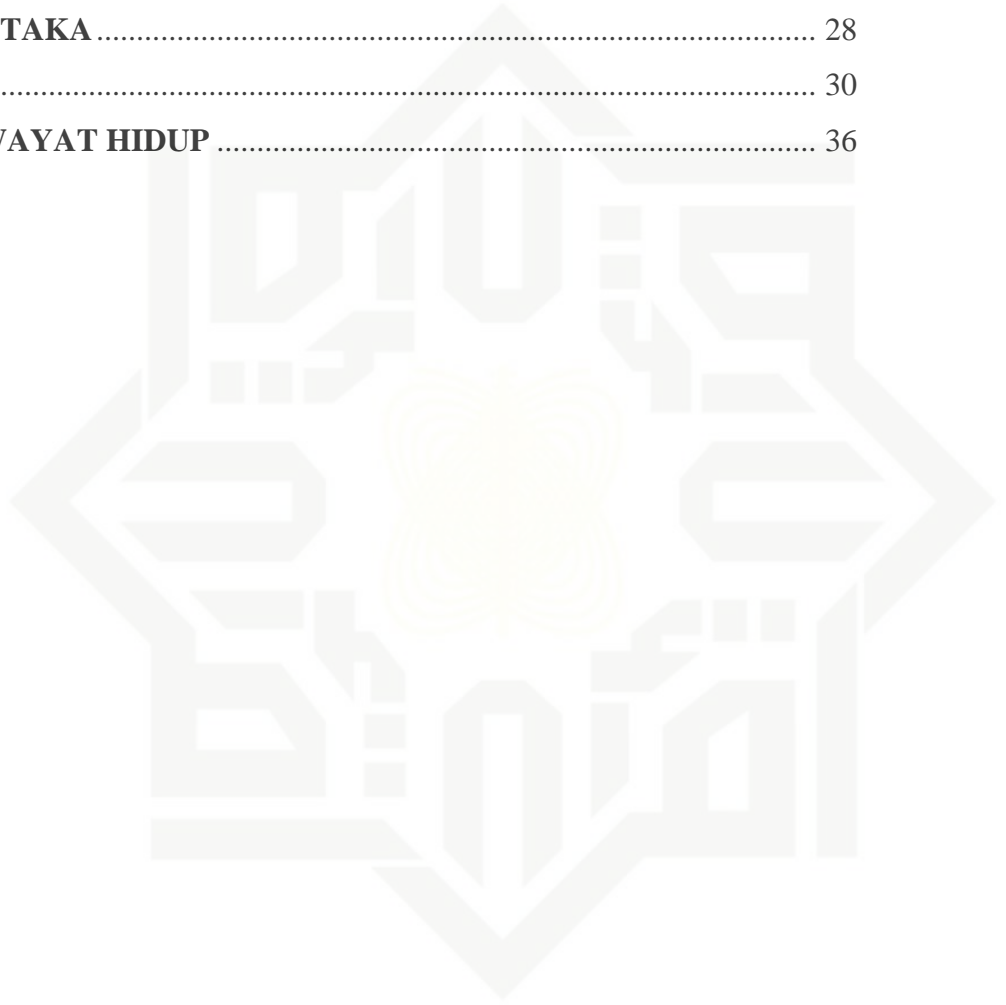
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR.....	x
DAFTAR ISI.....	xii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR TABEL	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Penyakit <i>Scabies</i>	5
2.2 Persamaan Diferensial.....	5
2.3 Bentuk Kuadratik	7
2.4 Kendali Optimal Waktu Kontinu	8
2.5 Maksimum Pontryagin.....	9
2.6 Runge Kutta orde 4.....	10
2.7 Metode <i>Sweep Forward-Backward</i>	10
2.8 Kendali Optimal Upaya Pengobatan pada Model Endemik SEI.....	11
BAB III METODE PENELITIAN	14
BAB IV PEMBAHASAN.....	15



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.1	Kendali Optimal Upaya Pengobatan Penyakit <i>Scabies</i>	15
4.2	Metode <i>Sweep Forward-Backward</i>	17
4.3	Simulasi Numerik	23
BAB V KESIMPULAN		27
5.1	Kesimpulan	27
5.2	Saran	27
DAFTAR PUSTAKA		28
LAMPIRAN.....		30
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		36



UIN SUSKA RIAU



DAFTAR SIMBOL

S	: Jumlah/kelas individu yang rentan (S)
E	: Jumlah/kelas individu yang laten (E)
I	: Jumlah/kelas individu yang terinfeksi (I)
V	: Penambahan individu yang S
C	: Biaya pengobatan
λ	: Laju penularan antar individu yang E
α_1	: Laju kematian akibat penyakit pada kelas E
α_2	: Laju kematian akibat penyakit pada kelas I
μ	: Laju kematian alami
δ	: Laju dari kelas E ke kelas I
u	: Laju pengobatan
t_f	: Lama waktu program pengobatan
$\frac{\partial H}{\partial \lambda}$: Persamaan <i>state</i>
$\frac{\partial H}{\partial x}$: Persamaan <i>costate</i>

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Transfer Penyakit <i>Scabies</i>	12
Gambar 4.1 Simulasi Kelas Populasi <i>Exposed</i>	25



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Nilai Parameter Penyakit Scabies	23
--	----



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit *Scabies* merupakan penyakit kulit yang banyak dijumpai di Indonesia, menjangkiti semua orang pada semua umur, ras dan level sosial ekonomi, terutama sosial ekonomi yang rendah [1]. *Scabies* atau yang lebih dikenal dengan kudis merupakan penyakit kulit menular yang dapat terjadi melalui kontak fisik dengan anggota keluarga maupun teman-teman sekitar. World Health Organization (WHO) menyatakan angka kejadian *Scabies* pada tahun 2014 sebanyak 130 juta orang didunia. Tahun 2014 menurut Internasional Alliance for the Control Of *Scabies* (IACS) kejadian *Scabies* bervariasi mulai dari 0,3% menjadi 46% [2].

Penyebab penyakit *Scabies* sudah lama dikenal sebagai akibat infestasi tungau yang dinamakan *Acarus Scabiei* atau pada manusia disebut *Sarcoptes scabiei* varian hominis [3]. Tungau ini menyerang permukaan kulit yang menyebabkan rasa gatal yang berkepanjangan. Penyakit ini banyak diderita oleh para anak dipanti asuhan maupun santri dipondok pesantren. Pada penelitian [4] diambil populasi seluruh santri MTS dan MA sebanyak 699 orang dengan analisis univariat dan analisis bivariat menggunakan uji *Chisquare*. Hasil dari penelitian ini terdapat hubungan sanitasi lingkungan dan personal hygiene terhadap kejadian *Scabies* di pondok pesantren. Namun demikian, saat ini belum ada kepedulian untuk mengembangkan personal *hygiene* dalam pondok pesantren dikarenakan para santri sudah terbiasa melakukan pinjam meminjam pakaian.

Selain dengan melakukan personal *hygiene*, pengobatan, juga diperlukan suatu langkah yang dilakukan untuk mengatasi dan memberantas penyakit ini yaitu dengan melakukan pengendalian. Pemodelan matematika merupakan langkah yang menggunakan suatu kasus nyata dan dimasukkan ke dalam model matematika dengan bentuk persamaan ataupun pertidaksamaan, sehingga model tersebut dapat dianalisis dan dibahas untuk mendapatkan solusi dari kasus tersebut. Penelitian [5] menganalisis kestabilan penyakit *Scabies* pada hewan dan



manusia. Penelitian ini menggunakan model SEIRS yaitu *Sucseptible* (rentan), *Exposed* (laten), *Infectious* (terinfeksi), *Recovered* (sembuh) dan *Susceptible* (rentan) serta model SEIS. Untuk populasi hewan peneliti menganalisis sistem dengan Routh-Hurwitz dan populasi manusia dengan memperhatikan nilai eigennya. Tetapi terdapat salah satu sistem yang tidak stabil serta adanya penambahan jumlah populasi hewan yang telah sembuh berpeluang terinfeksi kembali. Penelitian selanjutnya dilakukan [6] dengan objek yang sama tetapi dengan model yang berbeda. Pada penelitian ini digunakan model matematika SEIR dan SEI untuk mendapatkan model penyakit *Scabies*. Namun, hasil simulasi dari penelitian ini menunjukkan bahwa penyakit ini akan terus ada didalam populasi dikarenakan titik kesetimbangan pada endemik penyakit tidak stabil. Selanjutnya, penelitian [3] membahas tentang kendali optimal dengan model SEI penyakit *Scabies*. Salah satu bentuk pengendalian yang dilakukan ialah membentuk persamaan diferensial untuk memperoleh titik endemik dan titik ekuilibrium bebas penyakit. Selanjutnya menggunakan prinsip Pontryagin dengan melibatkan fungsi Hamilton untuk menyelesaikan masalah kestabilan dari model yang diberikan. Sehingga akan didapatkan kendali yang optimum untuk melakukan pengobatan dengan meminimumkan fungsi tujuan pada kelas *Infectious* (terinfeksi).

Berdasarkan penelitian [3], penulis tertarik mengembangkan penelitian untuk mengurangi jumlah individu yang *Exposed* dengan mencari kendali optimum untuk pengobatan yang meminimumkan fungsi tujuan pada kelas *Exposed*. Sehingga penulis mengambil judul “Kendali Optimal Pada Kelas *Exposed* Untuk Model Penyakit *Scabies*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka dapat diambil suatu rumusan masalah yaitu “Bagaimana kendali optimal untuk mengendalikan tingkat penyebaran penyakit *Scabies* pada individu yang *Exposed*?”.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah diatas maka batasan masalah dalam penulisan proposal ini adalah:

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Batas waktu pada fungsi tujuan merupakan waktu berhingga.
2. Persamaan diferensial yang digunakan dalam penelitian ini ialah persamaan diferensial orde satu.
3. Model matematika yang digunakan yaitu model *Susceptible, Exposed, Infektious*. Model ini digunakan untuk upaya pengobatan yang kemudian kendali tersebut diberikan kedalam kelompok *Exposed*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini ialah mendapatkan kendali optimal untuk mengendalikan tingkat penyebaran penyakit *Scabies* pada individu yang *Exposed*.

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat:

1. Dapat menambah wawasan dan pengetahuan tentang pengendalian penyakit menggunakan model matematika dan penerapan teori kendali.
2. Dari hasil penelitian ini dapat dijadikan referensi dengan menggunakan data pada masa yang akan datang.
3. Bagi pembaca dapat mengembangkan masalah dalam penelitian ini.

1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan Tugas Akhir ini terdiri atas lima bab yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi kan latar belakang mengenai kendali optimal pada suatu penyakit, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini berisi tentang teori-teori yang berkaitan dengan penelitian dan mendukung bagian pembahasan.

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini berisi langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian untuk menyelesaikan masalah.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang penyelesaian pada metode penelitian.

BAB V KESIMPULAN

Bab ini berisi tentang kesimpulan pada pembahasan dan saran.



BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Penyakit *Scabies*

Scabies atau yang lebih dikenal dengan sebutan kudis masih menjadi masalah yang dibicarakan saat ini. *Scabies* adalah penyakit kulit yang ditularkan melalui kontak langsung dari manusia ke manusia, hewan ke hewan, hewan ke manusia dan sebaliknya [6]. Penyebab penyakit *Scabies* sudah lama dikenal sebagai akibat infestasi tungau yang dinamakan *Acarus scabiei* atau pada manusia disebut *Sarcoptes scabiei* varian humonis. *Sarcoptes scabiei* termasuk filum *Arthropoda*, kelas *Arachnida*, ordo *Acarina*, super famili *Sarcoptes* [3]. Penyakit ini dapat menyerang siapa saja tanpa mengenal jenis kelamin dan usia, namun lebih sering terjadi pada anak-anak.

Gejala yang sering terjadi kepada penderita penyakit ini ialah rasa gatal pada permukaan kulit. Gatal yang berlangsung lama (kronis) bisa melibatkan seluruh permukaan kulit atau hanya sebagian, seperti pada kulit kepala, lengan, punggung bagian atas maupun selangkangan [1]. *Scabies* identik dengan penyakit anak pondok pesantren, penyebabnya adalah kondisi kebersihan yang kurang terjaga, sanitasi yang buruk, kurang gizi dan kondisi ruangan terlalu lembab dan kurang mendapat sinar matahari secara teratur .

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan-turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas. Aplikasi dari persamaan diferensial banyak digunakan dalam memodelkan berbagai masalah seperti masalah perambatan gelombang, penyakit endemik dan sebagainya [7]. Secara umum persamaan diferensial terbagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

2.2.1 Persamaan Diferensial Biasa

Definisi 2.1 Menurut [7] suatu persamaan diferensial yang memuat turunan biasa dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas disebut persamaan diferensial biasa. Diberikan persamaan diferensial berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{2.1}$$

Dimana $f(x, y)$ fungsi kontinu di x dan y .

Contoh 2.1

Tentukanlah orde dari persamaan diferensial biasa berikut:

1. $\frac{dy}{dx} - 3y = 0$ PDB orde 1
2. $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 5x = e^x$ PDB orde 2

Apabila fungsi f pada persamaan (2.1) berbentuk linear untuk variabel bebas y , maka persamaan dapat ditulis:

$$\frac{dy}{dx} + P(x) = Q(x) \tag{2.2}$$

Dengan $P(x)$ dan $Q(x)$ terdapat dalam fungsi x . Solusi untuk persamaan (2.2) dapat ditulis sebagai berikut:

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C \right] \tag{2.3}$$

Contoh 2.2

Tentukan solusi umum dari persamaan diferensial $\frac{dy}{dx} = 3y + 9$

Penyelesaian:

Dari persamaan $\frac{dy}{dx} = 3y + 9$ diperoleh $P(x) = -3$ dan $Q(x) = 9$.

Dengan solusi umumnya:

$$y = \frac{\int e^{-3x} 9 dx + c}{e^{-3x}}$$

$$y = \frac{9 \int e^u \frac{du}{-3} + c}{e^{-3x}}$$

Misal : $u = -3x, du = -3dx, dx = \frac{du}{-3}$

$$y = \frac{-3 \int e^u du + c}{e^{-3x}}$$

$$y = \frac{-3e^u + c}{e^{-3x}}$$

$$y = -3 + ce^{3x}$$

2.2.2 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan diferensial yang memiliki dua atau lebih variabel bebas. Orde dari suatu PDP adalah orde dari turunan parsialnya [8].

Contoh 2.3

Tentukanlah orde dari persamaan diferensial biasa berikut:

1. $vU_x + U_t = 0$ PDP orde 1
2. $U_x + tU_{yy} + vU_{zz} = 0$ PDP orde 2

2.3 Bentuk Kuadrat

Secara umum bentuk kuadrat dapat ditulis:

$$x^T Ax = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \tag{2.4}$$

Dimana A merupakan matriks berukuran $n \times n$ dengan entri $a_{ij} = a_{ji}$ untuk semua i dan j . Persamaan (2.4) dapat ditulis dalam bentuk matriks dengan n banyak variabel x_1, x_2, \dots, x_n dengan $i = j, j = n$ dan $a_{ij} \in R$.

$$x^T Ax \text{ dengan } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Definisi 2.2 Bentuk kuadrat dari $x^T Ax$ memiliki sifat definit jika A matrik simetri dan λ_i adalah nilai eigen dari A . Berikut sifat definit dari bentuk kuadrat:

1. Definit positif jika hanya jika $\lambda_i > 0 \forall i$.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. Semi definit positif jika hanya jika $\lambda_i \geq 0 \forall i$.
3. Definit negatif jika hanya jika $\lambda_i < 0 \forall i$.
4. Semi definit negatif jika hanya jika $\lambda_i \leq 0 \forall i$.
5. Undefinit jika tidak memenuhi dari 4 sifat di atas.

Contoh 2.4:

Tentukanlah sifat definit dari bentuk di bawah ini:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 -x_i x_j$$

Penyelesaian:

Dari persoalan diperoleh bentuk kuadratik sebagai berikut:

$$x^T A x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya mencari nilai eigen dari matriks A , untuk mendapatkan sifat definitnya. sehingga

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - A) &= 0 \\ \det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \right) &= 0 \\ \det \left(\begin{bmatrix} \lambda - 1 & 1 \\ 1 & \lambda - 1 \end{bmatrix} \right) &= 0 \\ (\lambda - 1)(\lambda - 1) - 1 &= 0 \\ (\lambda^2 - 2\lambda) &= 0 \\ \lambda(\lambda - 2) &= 0 \end{aligned}$$

Dari penyelesaian diatas didapatkan nilai eigen dari matriks A $\lambda_1 = 0$ dan $\lambda_2 = 2$ sehingga bentuk kuadratik tersebut bersifat semi definit positif.

2.4 Kendali Optimal Waktu Kontinu

Bagian ini akan membahas tentang masalah umum kendali optimal pada waktu kontinu untuk persamaan diferensial dinamik waktu t . Menurut [9] suatu sistem kendali optimal dalam persamaan diferensial dapat ditulis dengan menambahkan fungsi u , sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \tag{2.6}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan $x(t) \in R^n$ merupakan vektor state dan $u(t) \in R^m$ merupakan fungsi kendali. Selanjutnya fungsi tujuan akan ditulis dengan persamaan:

$$J(t_0) = S(x(t), t) + \int_{t_0}^{T_f} V(x(t), u(t), t) dt \quad (2.7)$$

Dengan t_0 merupakan waktu awal dan T_f merupakan waktu akhir.

2.5 Maksimum Pontryagin

Dalam penyelesaian kendali optimal, salah satu metode yang dapat kita gunakan adalah prinsip maksimum Pontryagin. Prinsip maksimum Pontryagin merupakan suatu kondisi kendali optimal sehingga dapat memperoleh penyelesaian kendali optimal yang sesuai dengan tujuan memaksimalkan fungsi tujuan [10]. Masalah kendali optimal dengan menggunakan prinsip maksimum pontryagin dapat diselesaikan sebagai berikut:

Diberikan persamaan diferensial dinamik:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \quad (2.10)$$

Dengan $x(t) \in R^n$ dan $u(t) \in R^m$, dan fungsi tujuan:

$$J = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(x(t), u(t), t) dt \quad (2.11)$$

Dimana nilai kondisi batas $x(t_0) = x_0$ dan t_f diberikan, dan $x(t_f) = x_f$.

Penyelesaian masalah kendali optimal menggunakan prinsip maksimum Pontryagin dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Bentuk fungsi Hamilton

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = V(x(t), u(t), t) + \lambda(t) f(x(t), u(t), t)$$

2. Selanjutnya memaksimalkan fungsi Hamilton terhadap vektor kendali $u(t)$

$$\left(\frac{\partial H(x(t), u(t), \lambda(t), t)}{\partial u} \right) = 0 \quad \text{didapatkan kendali } u(t) \text{ yang optimal}$$

$$u^* = u^*(x(t), \lambda(t), t).$$

3. Dengan menggunakan hasil dari langkah 2 ke dalam langkah 1 dan tentukan

H^* yang optimal, yaitu:

$$H(x^*(t), u^*(x(t), \lambda(t), t), \lambda^*(t), t) = \min_{u \in U} H(x(t), u(t), \lambda(t), t) \quad (2.13)$$

4. Selesaikan persamaan *state* dan *costate*

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial H(x(t), u(t), \lambda(u), t)}{\partial \lambda} \right) \quad (\text{persamaan } state)$$

$$\dot{\lambda} = \left(\frac{\partial H(x(t), u(t), \lambda(t), t)}{\partial (x)} \right) \quad (\text{persamaan } costate)$$

5. Untuk memperoleh kendali yang optimal, substitusikan \dot{x} dan $\dot{\lambda}$ kedalam kendali optimal $u^*(t)$.

2.6 Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta Orde 4 merupakan metode numerik yang memiliki tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode Runge-Kutta sebelumnya [14]. Metode ini sering digunakan dalam penyelesaian persamaan diferensial. Persamaan umum Runge Kutta orde 4, yaitu:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Dengan,

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3)$$

Dimana $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$.

Jenis metode Runge Kutta yang digunakan adalah metode *Sweep Forward Backward* Runge Kutta orde 4 karena sistem persamaan diferensial terdapat persamaan yang diketahui nilai awal dan persamaan yang lain diketahui nilai akhir [14].

2.7 Metode Sweep Forward-Backward

Metode *Sweep Forward-Backward* merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal dengan mendiskritisasi interval $[0, T]$ di titik-titik $t_1 = 0 + ih, i = 1, 2, \dots, n$, dengan h merupakan ukuran

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

langkah waktu dengan $t_n = T$ [11]. Dengan menyelesaikan persamaan *state* dan *costate* untuk memperoleh solusi kendali yang optimal.

Berikut langkah-langkah dalam metode *Sweep Forward-Backward*:

1. Langkah pertama menentukan atau menduga nilai awal u .
2. Dengan nilai awal u dan keadaan awal $x(0) = x_0$ untuk menyelesaikan persamaan *state* (x) menggunakan *Forward Sweep* metode Runge Kutta orde 4. Bentuk umum Runge Kutta orde 4 pada langkah maju, sebagai berikut:

$$K_1 = f(t_i, x_i, u_i)$$

$$K_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right)$$

$$K_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right)$$

$$K_4 = f(t_i + h, x_i + hK_3, u_{i+1})$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

3. Dengan kondisi transversal $\lambda_1(t_{end}) = 0$ dan x, λ dan u diselesaikan persamaan *costate* menggunakan *Backward Sweep* metode Runge Kutta orde 4. Bentuk umum Runge Kutta orde 4 pada langkah mundur, sebagai berikut:

$$j = n + 2 - 1$$

$$K_1 = f(t_j, \lambda_j, x_j, u_j)$$

$$K_2 = f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right)$$

$$K_3 = f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right)$$

$$K_4 = f(t_j - h, \lambda_j - hK_3, x_{j-1}, u_{j-1})$$

$$\lambda_{j-1} = \lambda_j - \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

4. Menambahkan nilai x dan λ baru ke dalam karakteristik u sehingga mendapatkan nilai kendali u yang baru.

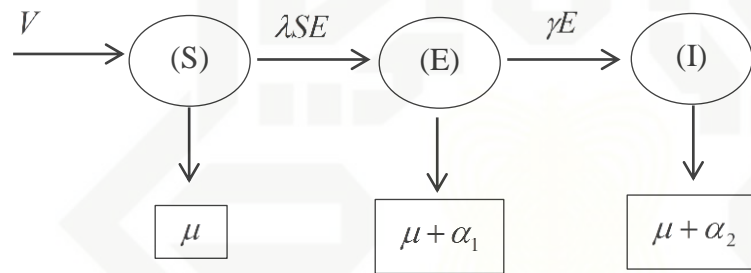
2.8 Kendali Optimal Upaya Pengobatan pada Model Endemik SEI

Pengendalian menggunakan model matematika untuk penyebaran penyakit menular salah satunya ialah model epidemi SEI. Model SEI terdiri dari tiga sub-

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

populasi yaitu S (*Susceptible*) menyatakan individu yang rentan, E (*Exposed*) menyatakan individu yang laten (populasi yang terinfeksi namun belum menunjukkan tanda-tanda terjangkitnya penyakit), dan I (*Infected*) menyatakan individu yang terinfeksi [5]. Sehingga pembentukan awal model epidemi dengan total individu dari sub-individu $S(t)$, $E(t)$ dan $I(t)$ yaitu $S(t) + E(t) + I(t) = N$.

Penyebaran penyakit *Scabies* bisa dimodelkan dalam bentuk matematika untuk meminimumkan individu yang terinfeksi penyakit *Scabies* dan adanya pengobatan yang diberikan dengan pengaplikasian teori kendali. Model matematika SEI untuk penyakit menular dapat diilustrasikan dalam diagram alir berikut [3]:



Gambar 2.1 Diagram Transfer Penyakit *Scabies*

Bentuk persamaan diferensial dari diagram diatas:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V - \lambda SE - \mu S \\ \lambda SE - \gamma E - (\mu + \alpha_1)E \\ \gamma E - (\mu + \alpha_2)I \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Fungsi tujuan untuk model penyakit *Scabies*, sebagai berikut:

$$J(u) = \int_0^{t_f} \left(I(t) - \frac{C}{2} u^2(t) \right) dt \quad (2.9)$$

Dengan

- S : Jumlah individu yang rentan (S)
- E : Jumlah individu yang laten (E)
- I : Jumlah individu yang terinfeksi (I)
- V : Penambahan individu yang S
- C : Biaya pengobatan
- λ : Laju penularan antar individu yang E

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- α_1 : Laju kematian akibat penyakit pada kelas E
 α_2 : Laju kematian akibat penyakit pada kelas I
 μ : Laju kematian alami
 γ : Laju dari kelas E ke kelas I
 u : Laju pengobatan
 t_f : Lama waktu program pengobatan

Pengobatan dilakukan untuk dapat meminimalkan jumlah individu yang laten menggunakan kendali pengobatan. Dengan mengansumsikan jika populasi terbuka maka akan mengalami kenaikan maupun penurunan. Individu yang rentan, laten, terinfeksi dan sembuh mempunyai kemungkinan untuk menularkan penyakit dengan masa inkubasi sekitar 7-14 hari.



BAB III

METODE PENELITIAN

Dalam bab ini akan diuraikan metodologi penelitian yang digunakan untuk melakukan penelitian. Langkah-langkahnya ialah:

1. Model endemik yang digunakan pada penyakit *Scabies* dalam Persamaan (2.8) akan ditambahkan upaya pengobatan pada individu kelas *Susceptible*.
2. Fungsi tujuan dari model endemik penyakit *Scabies* dari Persamaan (2.9) diubah berdasarkan kelas *Exposed* (E).
3. Membentuk persamaan Hamilton berdasarkan model endemik penyakit *Scabies* di Persamaan (2.8) serta fungsi tujuan di Persamaan (2.9).
4. Berdasarkan Langkah 3 dibentuk persamaan *state* $\left(\dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right)$ dan persamaan *costate* $\left(\dot{\lambda}(t) = \frac{\partial H}{\partial x} \right)$.
5. Kemudian dibentuk persamaan stasioner untuk mendapatkan nilai kendali $u(t)$ ialah kendali optimal dari upaya pengobatan penyakit *Scabies*.
6. Selanjutnya menggunakan *Sweep Forward-Backward* untuk membentuk persamaan numerik *state* dan *costate*.
7. Berdasarkan Langkah 6 dilakukan simulasi numerik menggunakan nilai parameter tertentu.
8. Menginterpretasikan hasil dan membuat kesimpulan.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V

KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini didapat model matematika penyebaran penyakit *Scabies* menggunakan model SEI dengan membagi individu menjadi individu yang *Susceptible* (rentan), individu yang *Exposed* (laten) dan individu yang *Infectious* (terinfeksi). Dari persamaan diferensial dinamik untuk penyebaran penyakit *Scabies* dengan adanya upaya pengobatan pada individu yang rentan dalam waktu berhingga, didapatkan kendali berikut ini:

$$u^* = -\frac{\lambda_1 S}{C}$$

Kendali optimal diatas menunjukkan bahwa meminimumkan biaya pengobatan pada kelas individu *Susceptible* perlu dilakukan sehingga jumlah individu *Exposed* dapat mengalami penurunan. Simulasi model dilakukan dengan menggunakan aplikasi Matlab 15 dan nilai parameter-parameter yang di ambil dari beberapa jurnal. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa dengan adanya pemberian kendali berupa pengobatan mengakibatkan adanya pengurangan jumlah individu *Exposed*.

5.2 Saran

Penelitian ini menganalisis model SEI penyebaran penyakit *Scabies* di Kota Palu menggunakan upaya pengobatan dengan kendali optimal. Model ini bisa dikembangkan maupun disempurnakan lagi dengan menyertakan penyebab lain dan memperhatikan pemberian obat atau vaksin pada individu yang terinfeksi. Selain itu juga dapat menambahkan kelas T (*Treatment*) dan R (*Recovery*) pada model SEI. Penyakit lainnya dapat dianalisis memanfaatkan model ini.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Khotimah, “Rendam Air Garam Sebagai Media Mempercepat Penyembuhan”, *Jurnal Keperawatan*, vol. 6, no. 2, p. 6, 2017.
- [2] A. R. Ridwan, S. Sahrudin, and K. Ibrahim, “Hubungan Pengetahuan, Personal Hygiene, dan Kepadatan Hunian dengan Gejala Penyakit Skabies pada Santri di Pondok Pesantren Darul Muklisin Kota Kendari 2017”, *Jurnal Ilmiah Mahasiswa Kesehatan Masyarakat Unsyiah*, vol. 2, no. 6, pp. 1–8, 2017.
- [3] P. Affandi and Faisal, “Kendali Optimal pada Model Penyakit Scabies”, *Proiding Konferensi Pendidikan Nasional Lingkungan*, vol. 5, no. 3, pp. 187–196, 2018.
- [4] N. Sari, L. Mufti, and A. Isnaeni, “Hubungan Sanitasi Lingkungan dan Personal Hygiene dengan Kejadian Skabies di Pondok Pesantren Anshor Al-Sunnah Tahun 2021”, *Jurnal Kesehatan Tamnusai*, vol. 2, pp. 9–17, 2021.
- [5] S. S. Nyamun, R. Ratianingsih, and A. I. Jaya, “Analisa Kestabilan Model Seirs Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Model Seis pada Populasi Manusia”, *Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, vol. 13, no. 2, pp. 85–97, 2016.
- [6] Y. Sriyanti and D. Ahmad, “Model Matematika Penyebaran Penyakit Scabies pada Populasi Hewan dan Manusia”, *UNP Jurnal Mathematics*, vol. 3, no. 3, pp. 150-156, 2020.
- [7] D. Apriliani, A. Yusu, M. M. Shiddiq, “Kekonvergenan Solusi Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu Menggunakan Metode Iterasi Variasional”, *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*, vol. 11, no. 1, pp. 12–18, 2017.
- [8] I. Maulidi, “Metode Beda Hingga untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Masalah Nilai Batas dan Masalah Nilai Awal”, *Jurnal Matematika*, vol. 2, no. 1, pp. 1–10, 2005.
- [9] G. J. Olsder, “*Mathematical System Theory*”, Second. Netherlands: Delft University Press, 2003.
- [10] R. S. Purwanti and Mardlijah, “Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Dinamik Penyebaran Penyakit Malaria”, *Jurnal Sains dan Seni ITS.*, vol. 8, no. 1, p. 19, 2019.
- [11] D. Rahmalia dan A. Rahmatullah, “Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Penyakit Zika Dari Gejala Dengue Menggunakan *Fordward Backward Sweep Method*”, vol. 7(2), pp. 159-173, 2019.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- [12] A. Wahyuni dan N. Sofiyati, “Model Epidemik *SEITS* dengan Kejadian Bilinier pada Penyebaran Penyakit *Scabies*”, *Jurnal Matematika, Teknologi dan Industri*, vol. 20, no.1, pp. 8-15, 2022.
- [13] E. A. S. Megananda, C. Alfiniyah dan Miswanto, “Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Penyakit Ebola dengan Variabel Kontrol berupa Karantia”, vol. 2, no. 1, pp. 29-41, 2021.
- [14] D. G. Ludji dan F. C. H. H. Buan, “Penerapan Motode Runge-Kutta Orde 4 pada Pemodelan Penularan Penyakit Cacar Monyet”, *Jurnal Sintek Lahan Kering*, vol. 5, no. 2, pp. 24-26, 2021.





LAMPIRAN

M-file

```
function z=programskripsi

test= -1;
tf=12;
delta=0.001;
M=99;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;

teta=15.017;
lamda=0.0002;
alfa1=0.0519617928;
alfa2=0.0519617928;
miu=0.000042150;
gamma=0.0714285714;
S=356279;
E=1361;
V=1361;
C=1;
S0=1;
E0=1;
V0=1;

S=zeros(1,M+1);
E=zeros(1,M+1);
V=zeros(1,M+1);
U=zeros(1,M+1);
lS=zeros(1,M+1);
lE=zeros(1,M+1);
lV=zeros(1,M+1);
S(1)=S0;
E(1)=E0;
V(1)=V0;

while (test<0)
    oldU=U;
    oldS=S;
    oldE=E;
    oldV=V;
    oldlS=lS;
    oldlE=lE;
    oldlV=lV;
    for i=1:M
        MlS=((teta-(lamda*S(i)*E(i)))-(miu*S(i))-(U(i)*S(i)));
        MlE=((lamda*S(i)*E(i))-(gamma*E(i))-(miu*E(i))-(alfa1*E(i)));
        MlV=((gamma*E(i))-(miu*V(i))-(alfa2*V(i)));
```

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

M2S=((teta-(lamda*(S(i)+h2*M1S)*(E(i)+h2*M1E)))-
(miu*(S(i)+h2*M1S))-((1/2*(U(i)+U(i+1)))*(S(i)+h2*M1S)));
M2E=((lamda*(S(i)+h2*M1S)*(E(i)+h2*M1E))-
(gamma*(E(i)+h2*M1E))-(miu*(E(i)+h2*M1E))-(alfa1*(E(i)+h2*M1E)));
M2V=((gamma*(E(i)+h2*M1E))-(miu*(V(i)+h2*M1V))-
(alfa2*(V(i)+h2*M1V)));
M3S=((teta-(lamda*(S(i)+h2*M2S)*(E(i)+h2*M2E)))-
(miu*(S(i)+h2*M2S))-((1/2*(U(i)+U(i+1)))*(S(i)+h2*M2S)));
M3E=((lamda*(S(i)+h2*M2S)*(E(i)+h2*M2E))-
(gamma*(E(i)+h2*M2E))-(miu*(E(i)+h2*M2E))-(alfa1*(E(i)+h2*M2E)));
M3V=((gamma*(E(i)+h2*M2E))-(miu*(V(i)+h2*M2V))-
(alfa2*(V(i)+h2*M2V)));
M4S=((teta-(lamda*(S(i)+h2*M3S)*(E(i)+h2*M3E)))-
(miu*(S(i)+h2*M3S))-((1/2*(U(i)+U(i+1)))*(S(i)+h2*M3S)));
M4E=((lamda*(S(i)+h2*M3S)*(E(i)+h2*M3E))-
(gamma*(E(i)+h2*M3E))-(miu*(E(i)+h2*M3E))-(alfa1*(E(i)+h2*M3E)));
M4V=((gamma*(E(i)+h2*M3E))-(miu*(V(i)+h2*M3V))-
(alfa2*(V(i)+h2*M3V)));
S(i+1)=S(i)+(h/6)*(M1S+(2*M2S)+(2*M3S)+M4S);
E(i+1)=E(i)+(h/6)*(M1E+(2*M2E)+(2*M3E)+M4E);
V(i+1)=V(i)+(h/6)*(M1V+(2*M2V)+(2*M3V)+M4V);
end
for i=1:M
j=M+2-i;
N1S=(1S(j)*(lamda*E(j)))+(1S(j)*miu)+(1S(j)*U(j))-
(1E(j)*(lamda*E(j)));
N1E=-1+(1S(j)*(lamda*S(j)))-
(1E(j)*(lamda*S(j)))+(1E(j)*gamma)+(1E(j)*miu)+(1E(j)*alfa1)-
(1V(j)*gamma);
N1V=(1V(j)*miu)+(1V(j)*alfa2);
N2S=((1S(j)-h2*N1S)*(lamda*(1/2*(E(j)+E(j-1)))))+(1S(j)-
h2*N1S)*miu)+(1S(j)-h2*N1S)*(1/2*(U(j)+U(j-1)))-((1E(j)-
h2*N1E)*(lamda*(1/2*(E(j)+E(j-1)))));
N2E=-1+((1S(j)-h2*N1S)*(lamda*(1/2*(S(j)+S(j-1)))))-((1E(j)-
h2*N1E)*(lamda*(1/2*(S(j)+S(j-1)))))+(1E(j)-
h2*N1E)*gamma)+(1E(j)-h2*N1E)*miu)+(1E(j)-h2*N1E)*alfa1)-
((1V(j)-h2*N1V)*gamma);
N2V=((1V(j)-h2*N1V)*miu)+(1V(j)-h2*N1V)*alfa2);
N3S=((1S(j)-h2*N2S)*(lamda*(1/2*(E(j)+E(j-1)))))+(1S(j)-
h2*N2S)*miu)+(1S(j)-h2*N2S)*(1/2*(U(j)+U(j-1)))-((1E(j)-
h2*N2E)*(lamda*(1/2*(E(j)+E(j-1)))));
N3E=-1+((1S(j)-h2*N2S)*(lamda*(1/2*(S(j)+S(j-1)))))-((1E(j)-
h2*N2E)*(lamda*(1/2*(S(j)+S(j-1)))))+(1E(j)-
h2*N2E)*gamma)+(1E(j)-h2*N2E)*miu)+(1E(j)-h2*N2E)*alfa1)-
((1V(j)-h2*N2V)*gamma);
N3V=((1V(j)-h2*N2V)*miu)+(1V(j)-h2*N2V)*alfa2);
N4S=((1S(j)-h2*N3S)*(lamda*(1/2*(E(j)+E(j-1)))))+(1S(j)-
h2*N3S)*miu)+(1S(j)-h2*N3S)*(1/2*(U(j)+U(j-1)))-((1E(j)-
h2*N3E)*(lamda*(1/2*(E(j)+E(j-1)))));
N4E=-1+((1S(j)-h2*N3S)*(lamda*(1/2*(S(j)+S(j-1)))))-((1E(j)-
h2*N3E)*(lamda*(1/2*(S(j)+S(j-1)))))+(1E(j)-
h2*N3E)*gamma)+(1E(j)-h2*N3E)*miu)+(1E(j)-h2*N3E)*alfa1)-
((1V(j)-h2*N3V)*gamma);
N4V=((1V(j)-h2*N3V)*miu)+(1V(j)-h2*N3V)*alfa2);
1S(j-1)=1S(j)-(h/6)*(N1S+(2*N2S)+(2*N3S)+N4S);
1E(j-1)=1E(j)-(h/6)*(N1E+(2*N2E)+(2*N3E)+N4E);

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

1V(j-1)=1V(j)-(h/6)*(N1V+(2*N2V)+(2*N3V)+N4V);
end
temp=(-(1S(j-1)*S(j-1))/C);
U1=0;
U=0.5*(U1+oldU);
err1=delta*sum(abs(U)-sum(abs(oldU-U)));
err2=delta*sum(abs(S)-sum(abs(oldS-S)));
err3=delta*sum(abs(E)-sum(abs(oldE-E)));
err4=delta*sum(abs(V)-sum(abs(oldV-V)));
err5=delta*sum(abs(1S)-sum(abs(old1S-1S)));
err6=delta*sum(abs(1E)-sum(abs(old1E-1E)));
err7=delta*sum(abs(1V)-sum(abs(old1V-1V)));

test=min(err1,min(err2,min(err3,min(err4,
min(err5,min(err6,err7))))));
fprintf('pada S(i+1)=%10.8f, lamdaS(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f\n',S(i+1),1S(j-1),abs(oldS-
S),abs(oldS-1S));
fprintf('pada E(i+1)=%10.8f, lamdaE(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f\n',E(i+1),1E(j-1),abs(oldE-
E),abs(oldE-1E));
fprintf('pada V(i+1)=%10.8f, lamdaV(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f\n',V(i+1),1V(j-1),abs(oldV-
V),abs(oldV-1V));
end

z(1,:)=t;
z(2,:)=S;
z(3,:)=E;
z(4,:)=V;
z(5,:)=U;
z(6,:)=1S;
z(7,:)=1E;
z(8,:)=1V;

test= -1;
tf=12;
delta=0.001;
M=99;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;
teta=15.017;
lamda=0.0002;
alfa1=0.0519617928;
alfa2=0.0519617928;
miu=0.000042150;
gamma=0.0714285714;
A=356279;
B=1361;
D=1361;
C=1;
A0=1;

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

B0=1;
D0=1;

A=zeros(1,M+1);
B=zeros(1,M+1);
D=zeros(1,M+1);
x=zeros(1,M+1);
lA=zeros(1,M+1);
lB=zeros(1,M+1);
lD=zeros(1,M+1);
A(1)=A0;
B(1)=B0;
D(1)=D0;

while(test<0)
    oldx=x;
    oldA=A;
    oldB=B;
    oldD=D;
    oldlA=lA;
    oldlB=lB;
    oldlD=lD;

    for i=1:M
        M1A=((teta-(lamda*A(i)*B(i)))-(miu*A(i))-(x(i)*A(i)));
        M1B=((lamda*A(i)*B(i))-(gamma*B(i))-(miu*B(i))-(
        alfa1*B(i)));
        M1D=((gamma*B(i))-(miu*D(i))-(alfa2*D(i)));
        M2A=((teta-(lamda*(A(i)+h2*M1A)*(B(i)+h2*M1B)))-
        (miu*(A(i)+h2*M1A))-((1/2*(x(i)+x(i+1)))*(A(i)+h2*M1A)));
        M2B=((lamda*(A(i)+h2*M1A)*(B(i)+h2*M1B))-
        (gamma*(B(i)+h2*M1B))-(miu*(B(i)+h2*M1B))-(alfa1*(B(i)+h2*M1B)));
        M2D=((gamma*(B(i)+h2*M1B))-(miu*(D(i)+h2*M1D))-
        (alfa2*(D(i)+h2*M1D)));
        M3A=((teta-(lamda*(A(i)+h2*M2A)*(B(i)+h2*M2B)))-
        (miu*(A(i)+h2*M2A))-((1/2*(x(i)+x(i+1)))*(A(i)+h2*M2A)));
        M3B=((lamda*(A(i)+h2*M2A)*(B(i)+h2*M2B))-
        (gamma*(B(i)+h2*M2B))-(miu*(B(i)+h2*M2B))-(alfa1*(B(i)+h2*M2B)));
        M3D=((gamma*(B(i)+h2*M2B))-(miu*(D(i)+h2*M2D))-
        (alfa2*(D(i)+h2*M2D)));
        M4A=((teta-(lamda*(A(i)+h2*M3A)+(B(i)+h2*M3B)))-
        (miu*(A(i)+h2*M3A))-((1/2*(x(i)+x(i+1)))*(A(i)+h2*M3A)));
        M4B=((lamda*(A(i)+h2*M3A)*(B(i)+h2*M3B))-
        (gamma*(B(i)+h2*M3B))-(miu*(B(i)+h2*M3B))-(alfa1*(B(i)+h2*M3B)));
        M4D=((gamma*(B(i)+h2*M3B))-(miu*(D(i)+h2*M3D))-
        (alfa2*(D(i)+h2*M3D)));
        A(i+1)=A(i)+(h/6)*(M1A+(2*M2A)+(2*M3A)+M4A);
        B(i+1)=B(i)+(h/6)*(M1B+(2*M2B)+(2*M3B)+M4B);
        D(i+1)=D(i)+(h/6)*(M1D+(2*M2D)+(2*M3D)+M4D);
    end
    for i=1:M
        j=M+2-i;

```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

```

N1A=(1A(j)*(lamda*B(j)))+(1A(j)*miu)+(1A(j)*x(j))-
(1B(j)*(lamda*B(j)));
N1B=-1+(1A(j)*(lamda*A(j)))-
(1B(j)*(lamda*A(j)))+(1B(j)*gamma)+(1B(j)*miu)+(1B(j)*alfa1)-
(1D(j)*gamma);
N1D=(1D(j)*miu)+(1D(j)*alfa2);
N2A=((1A(j)-h2*N1A)*(lamda*(1/2*(B(j)+B(j-1)))))+(1A(j)-
h2*N1A)*miu)+(1A(j)-h2*N1A)*(1/2*(x(j)+x(j-1))))-((1B(j)-
h2*N1B)*(lamda*(1/2*(B(j)+B(j-1)))));
N2B=-1+((1A(j)-h2*N1A)*(lamda*(1/2*(A(j)+A(j-1)))))-
((1B(j)-h2*N1B)*(lamda*(1/2*(A(j)+A(j-1)))))+(1B(j)-
h2*N1B)*gamma)+(1B(j)-h2*N1B)*miu)+(1B(j)-h2*N1B)*alfa1)-
((1D(j)-h2*N1D)*gamma);
N2D=((1D(j)-h2*N1D)*miu)+(1D(j)-h2*N1D)*alfa2);
N3A=((1A(j)-h2*N2A)*(lamda*(1/2*(B(j)+B(j-1)))))+(1A(j)-
h2*N2A)*miu)+(1A(j)-h2*N2A)*(1/2*(x(j)+x(j-1))))-((1B(j)-
h2*N2B)*(lamda*(1/2*(B(j)+B(j-1)))));
N3B=-1+((1A(j)-h2*N2A)*(lamda*(1/2*(A(j)+A(j-1)))))-
((1B(j)-h2*N2B)*(lamda*(1/2*(A(j)+A(j-1)))))+(1B(j)-
h2*N2B)*gamma)+(1B(j)-h2*N2B)*miu)+(1B(j)-h2*N2B)*alfa1)-
((1D(j)-h2*N2D)*gamma);
N3D=((1D(j)-h2*N2D)*miu)+(1D(j)-h2*N2D)*alfa2);
N4A=((1A(j)-h2*N3A)*(lamda*(1/2*(B(j)+B(j-1)))))+(1A(j)-
h2*N3A)*miu)+(1A(j)-h2*N3A)*(1/2*(x(j)+x(j-1))))-((1B(j)-
h2*N3B)*(lamda*(1/2*(B(j)+B(j-1)))));
N4B=-1+((1A(j)-h2*N3A)*(lamda*(1/2*(A(j)+A(j-1)))))-
((1B(j)-h2*N3B)*(lamda*(1/2*(A(j)+A(j-1)))))+(1B(j)-
h2*N3B)*gamma)+(1B(j)-h2*N3B)*miu)+(1B(j)-h2*N3B)*alfa1)-
((1D(j)-h2*N3D)*gamma);
N4D=((1D(j)-h2*N3D)*miu)+(1D(j)-h2*N3D)*alfa2);
1A(j-1)=1A(j)-(h/6)*(N1A+(2*N2A)+(2*N3A)+N4A);
1B(j-1)=1B(j)-(h/6)*(N1B+(2*N2B)+(2*N3B)+N4B);
1D(j-1)=1D(j)-(h/6)*(N1D+(2*N2D)+(2*N3D)+N4D);
end
temp=(-(1A(j-1)*A(j-1))/C);
xl=min(0.1,max(0.9,temp));
x=0.5*(xl+oldx);
err1=delta*sum(abs(x)-sum(abs(oldx-x)));
err2=delta*sum(abs(A)-sum(abs(oldA-A)));
err3=delta*sum(abs(B)-sum(abs(oldB-B)));
err4=delta*sum(abs(D)-sum(abs(oldD-D)));
err5=delta*sum(abs(1A)-sum(abs(oldd1A-1A)));
err6=delta*sum(abs(1B)-sum(abs(oldd1B-1B)));
err7=delta*sum(abs(1D)-sum(abs(oldd1D-1D)));
test=min(err1,min(err2,min(err3,min(err4,
min(err5,min(err6,err7))))));
fprintf('pada A(i+1)=%10.8f, lamdaA(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f\n',A(i+1),1A(j-1),abs(oldA-
A),abs(oldA-1A));
fprintf('pada B(i+1)=%10.8f, lamdaB(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10
.8f,err6=%10.8f,err7=%10.8f\n',B(i+1),1B(j-1),abs(oldB-
B),abs(oldB-1B));
fprintf('pada D(i+1)=%10.8f, lamdaD(j-
1)=%10.8f,err1=%10.8f,err2=%10.8f,err3=%10.8f,err4=%10.8f,err5=%10

```

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

.8f, err6=%10.8f, err7=%10.8f\n', D(i+1), lD(j-1), abs(oldD-
D)/abs(oldD-lD));
end
z(1, :)=t;
z(2, :)=A;
z(3, :)=B;
z(4, :)=D;
z(5, :)=x;
z(6, :)=lA;
z(7, :)=lB;
z(8, :)=lD;

figure(1)
plot(t, S, 'b', t, A, 'g', 'linewidth', 1);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('S (Individu Rentan)');
legend('Tanpa Kendali U=0', 'Dengan Kendali Umin=0.1 & Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Rentan');
grid off

figure(2)
plot(t, E, 'b', t, B, 'g', 'linewidth', 2);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('E (Individu Laten)');
legend('Tanpa Kendali U=0', 'Dengan Kendali Umin=1 & Umax=0');
grid on;
title('Populasi Individu Laten');
grid off

figure(3)
plot(t, V, 'b', t, D, 'g', 'linewidth', 3);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('V (Individu Terinfeksi)');
legend('tanpa Kendali U=0', 'Dengan Kendali Umin=0 & Umax=0.9');
grid on;
title('Populasi Individu Terinfeksi');
grid off
    
```


1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Duri, Mandau, Kab. Bengkalis, Prov. Riau pada tanggal 21 November 2000 dari pasangan Bapak Kamra Kumar dan Ibu Ermawati. Penulis merupakan anak ke dua dari tiga bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 005 Sedinginan pada tahun 2012. Sedangkan pada tahun 2015 penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 1 Tanah Putih dan pada tahun 2018 penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 1 Tanah Putih dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Kemudian penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi pada tahun 2018 di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dengan jurusan Matematika.

Tahun 2021 penulis melaksanakan Kerja Praktek (mengulas jurnal) dengan judul **“Peramalan Produksi Padi Menggunakan Metode *Least Square* Di Desa Leranwetan Kecamatan Palang Kabupaten Tuban”** yang dibimbing oleh Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc dan diseminarkan pada tanggal 24 Juni 2021. Kemudian penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tahun 2021 di Kelurahan Banjar XII, Kec. Tanah Putih, Kab. Rokan Hilir dimana sistem yang digunakan online karena pandemi *covid-19*. Tanggal 12 Januari 2023 penulis dinyatakan lulus dalam ujian sidang akhir dengan judul **“Kendali Optimal Pada Kelas *Exposed* Untuk Model Penyakit *Scabies*”** dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc