



# NILAI TOTAL KETAKTERATURAN SISI PADA GRAF HASIL KALI KORONA DARI SATU TITIK DENGAN $m$ -COPY GRAF LINGKARAN $C_5$

## TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika

Oleh :

**NADIA RAHMADHANTY**

**11850420534**



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2023

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERSETUJUAN

**NILAI TOTAL KETAKTERATURAN SISI PADA GRAF  
HASIL KALI KORONA DARI SATU TITIK DENGAN  
m-COPY GRAF LINGKARAN  $C_5$**

### TUGAS AKHIR

Oleh:

**NADIA RAHMADHANTY**

**11850420534**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Januari 2023

Ketua Program Studi

**Wartono, M.Sc.**

NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

**Corry Corazon Marzuki, M.Si.**

NIP. 19860320 201503 2 003

UIN SUSKA RIAU





© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PENGESAHAN

**NILAI TOTAL KETAKTERTURAN SISI PADA GRAF  
HASIL KALI KORONA DARI SATU TITIK DENGAN  
*m*-COPY GRAF LINGKARAN  $C_5$**

### TUGAS AKHIR

oleh:

**NADIA RAHMADHANTY**  
11850420534

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 12 Januari 2023

Pekanbaru, 12 Januari 2023  
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.  
NIP. 19730818 200604 1 003



Dr. Hartono, M.Pd.  
NIP. 19640301 199203 1 003

#### DEWAN PENGUJI:

Ketua : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.  
Sekretaris : Corry Corazon Marzuki, M.Si.  
Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.  
Anggota II : Sarbaini, M.Si.



## SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : Nadia Rahmadhanty

NIM : 11850420534

Tempat/ Tgl. Lahir : Dumai, 23 Juni 2000

Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi

Prodi : Matematika

Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya\*:

Nilai Total Ketakteraturan Sisi Pada Graf Hasil Kali Korona Dari Satu Titik Dengan m-Copy Graf Lingkaran C<sub>5</sub>

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Disertai/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya\* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya\*, saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/(Karya Ilmiah lainnya )\* saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 12 Januari 2023  
Yang membuat pernyataan



**NADIA RAHMADHANTY**  
NIM. 11850420534

- *pilih salah satu sesuai jenis karya tulis*

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 12 Januari 2023  
Yang membuat pernyataan,

**NADIA RAHMADHANTY**  
**11850420534**

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## LEMBAR PERSEMBAHAN

*Alhamdulillahirabbil'alamiin. Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya, atas karunia serta kemudahan yang telah diberikan-Nya sehingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan baik.*

*Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad Shalallahu 'Alaihi Wassalam.*

***Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kukasihi dan kusayangi***

***\*\*\*Ayahanda Selamat Riadi dan Ibunda Kasmawati\*\*\****

*“Terimakasih ayah dan ibu atas segala yang kalian berikan kepadaku, yang tangannya tak pernah lelah berdoa untuk kebaikanku dan kelancaranku dalam menuntut ilmu, yang senantiasa berjuang dan berkorban untuk kehidupanku”*

***\*\*\*Dosen Pembimbingku Ibu Corry Corazon Maarzuki, M.Si\*\*\****

*“Terimakasih bu atas kesabaran dan meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, pengarahan, dan masukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini”*

***\*\*\*Yang Tersayang\*\*\****

*“Terimakasih untuk saudara kembarku Tania Rahmatika dan adikku Widya Andina, yang selalu ada untukku, mendengarkan keluh kesahku, serta memberikan dukungan dan doa”*

***\*\*\*Sahabat dan Teman-Teman\*\*\****

*Terimakasih untuk teman-teman terbaik (Dini, Ica, Janah, Tami, Aufa, Velyn, dan Rahel) dan teman-teman Better-B yang telah menemani, mendukung, dan memberikan semangat, baik selama perkuliahan dan penyelesaian Tugas Akhir ini”*

***\*\*\*Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi\*\*\****

*“Terimakasih atas segala ilmu dan nasihat yang telah diberikan selama perkuliahan”*

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





# NILAI TOTAL KETAKTERATURAN SISI PADA GRAF HASIL KALI KORONA DARI SATU TITIK DENGAN $m$ -COPY GRAF LINGKARAN $C_5$

**NADIA RAHMADHANTY**

**11850420534**

Tanggal Sidang : 12 Januari 2023

Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

## ABSTRAK

Pada penelitian ini akan ditentukan nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf  $C_5$  untuk  $m \geq 2$ , yang dinotasikan dengan  $tes(W_5^m)$ . Langkah pertama untuk menentukan nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf  $C_5$  adalah menentukan batas bawah dari  $tes(W_5^m)$  yang dinotasikan dengan  $k$ . Berikutnya membuktikan bahwa  $k$  adalah batas atas dari  $tes(W_5^m)$  dengan langkah-langkah: menentukan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi dari graf  $(W_5^m)$ , mendefinisikan rumus pelabelan titik dan pelabelan sisi dari graf  $(W_5^m)$ , menentukan rumus bobot sisi dari graf  $(W_5^m)$ , membuktikan bahwa pelabelan yang telah dirumuskan merupakan pelabelan total tak teratur sisi dari graf  $(W_5^m)$ . Selanjutnya menentukan nilai total ketakteraturan sisi dari graf  $W_5^m$  yaitu sebesar  $k$ , dan terakhir mengaplikasikan rumus nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf  $C_5$ . Hasil dari penelitian ini, diperoleh nilai total ketakteraturan sisi pada hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf  $C_5$  adalah  $\lfloor \frac{10m+2}{3} \rfloor$  untuk  $m \geq 2$ .

**Kata Kunci:** Kali Korona, Nilai Total Ketakteraturan Sisi, Pelabelan Total Tak Teratur Sisi

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



# **THE TOTAL EDGE IRREGULAR OF THE SIDE ON THE GRAPH OF THE CORONA PRODUCT OF A POINT WITH $m$ -COPY CIRCLE GRAPH $C_5$**

**NADIA RAHMADHANTY**

**11850420534**

*Date of Final Exam* : 12<sup>th</sup> January 2023

*Date of Graduation* :

*Department of Mathematics  
Faculty of Science and Technology  
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau  
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia*

## **ABSTRACT**

*In this study, the total value of the irregularity of the sides on the graph of the corona multiplication of a point will be determined by  $m$ -copy graph  $C_5$  for  $m \geq 2$ , which is annotated by  $tes(W_5^m)$ . The first step is to determine the total value of the irregularity of the sides on the graph of the corona multiplication of a point by  $m$ -copy the graph  $C_5$  is to determine the lower limit of the  $tes(W_5^m)$  which is annotated with  $k$ . Next proves  $k$  is the upper limit of the  $tes(W_5^m)$  with Steps: determine the labeling of the total  $k$ -irregular side of the graph  $(W_5^m)$ , define the formula of point labeling and side labeling of the graph  $(W_5^m)$ , determine the side weight formula of the graph  $(W_5^m)$ , determining the side weight formula of the graph  $(W_5^m)$ , proving that the labeling that has been formulated constitutes the side-irregular total labeling of the graph  $(W_5^m)$ , and determines the total value of the irregularity of the sides of the graph  $(W_5^m)$  which is as large  $k$ . As a result of this study, the total value of side irregularity was obtained in the corona product from a point with an  $m$ -copy graph of  $C_5$  is  $\lfloor \frac{10m+2}{3} \rfloor$  for  $m \geq 2$ .*

**Keywords:** *Corona Times, Total Value Of Side Irregularity, Side Irregular Total Labeling*

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## KATA PENGANTAR

*Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

*Alhamdulillahirabbil'alamiin.* Segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhanahu wa Ta'ala* yang telah memberikan rahmat kesehatan dan keselamatan sehingga penulis dapat diberi kemudahan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Shalawat dan salam juga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shallallahu 'alaihi Wassallam*, semoga kelak di akhirat seluruh umatnya mendapatkan *syafa'at* dari beliau.

Penulisan tugas akhir ini diajukan untuk memenuhi salah satu persyaratan guna memperoleh gelar Strata-1 (S1) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains Dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Dengan begitu penulis menyusun tugas akhir ini dengan judul **“Nilai Total Ketakteraturan Sisi Pada Graf Hasil Kali Korona Dari Satu Titik Dengan  $m$ -Copy Graf Lingkaran  $C_5$ ”**.

Mengingat keterbatasan kemampuan penulis, dalam proses penulisan skripsi ini penulis mengalami beberapa hambatan, akan tetapi dengan dukungan dan bantuan dari berbagai pihak penulisan skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. selaku Pembimbing yang telah membimbing dan memberikan penjelasan dalam penyusunan tugas akhir ini hingga selesai.



## Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

6. Ibu Elfira Safitri, S.Si., M.Mat, selaku Pembimbing Akademis (PA) yang senantiasa membimbing serta memberi nasehat kepada penulis dari awal perkuliahan.
7. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku Penguji I yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan baik.
8. Bapak Sarbaini, M.Si. selaku Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan baik.
9. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
10. Teman-teman seperjuangan di Program Studi Matematika, khususnya angkatan 2018 yang telah memberikan semangat kepada penulis agar dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik.
11. Semua pihak yang telah membantu penulis secara langsung maupun tidak langsung yang selalu memberikan nasihat kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis, namun penulis menyadari bahwa tidak menutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan tugas akhir yang lebih baik lagi untuk kedepannya. Semoga laporan tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi setiap pihak terutama para pembaca.

*Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

Pekanbaru, 12 Januari 2023

UIN SUSKA RIAU

**Nadia Rahmadhanty**  
11850420534





## Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PERSETUJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>LEMBAR PENGESAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL .....</b>	<b>iv</b>
<b>LEMBAR PERNYATAAN .....</b>	<b>v</b>
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>viii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR SIMBOL .....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xiv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
1.6 Sistematika Penulisan .....	3
<b>BAB II LANDASAN TEORI .....</b>	<b>5</b>
2.1 Terminologi Graf .....	5
2.2 Pelabelan Graf .....	8
2.3 Induksi Matematika .....	13
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>15</b>
<b>BAB IV PEMBAHASAN .....</b>	<b>16</b>
4.1 Pelabelan Totak Tak Teratur Sisi pada Graf $W_5^m$ .....	16
4.2 Nilai Total Ketakteraturan Sisi Pada Graf $W_5^m$ .....	33
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>45</b>
5.1 Kesimpulan .....	45
5.2 Saran .....	45

DAFTAR PUSTAKA .....	46
DAFTAR RIWAYAT HIDUP .....	47



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



$G(V, E)$

: Graf  $G$  dengan himpunan titik tak kosong  $V$  dan himpunan sisi  $E$

$V(G)$

: Himpunan titik dari graf  $G(V, E)$

$E(G)$

: Himpunan sisi dari graf  $G(V, E)$

$|V(G)|$

: Banyak titik (*order*) dari graf  $G(V, E)$

$|E(G)|$

: Banyak sisi (*size*) dari graf  $G(V, E)$

$\lambda$

: Pelabelan

$\sum_{e \in E} wt(e)$

: Nilai total ketakateraturan sisi

$C_n$

: Graf lingkaran dengan  $n$  titik

$P_n$

: Graf lintasan dengan  $n$  titik

$m$

: Banyaknya longitude/salinan

$wt(v)$

: Bobot titik  $v$

$wt(v_i v_j)$

: Bobot sisi  $e$

$\Delta$

: Derajat maksimum suatu graf

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf Sederhana.....	5
Gambar 2.2 Graf Lingkaran $C_n, 3 \leq n \leq 5$ .....	6
Gambar 2.3 Derajat Sebuah Titik Suatu Graf .....	6
Gambar 2.4 Graf Berbobot.....	7
Gambar 2.5 Graf Hasil Operasi Korona $C_4 \odot P_5$ .....	8
Gambar 2.6 Pelabelan Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_3^2$ .....	9
Gambar 2.7 Pelabelan Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_4^2$ .....	12
Gambar 4.1 Ilustrasi Graf $W_5^m$ .....	16
Gambar 4.2 Pelabelan-8 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^2$ .....	18
Gambar 4.3 Pelabelan-11 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^3$ .....	20
Gambar 4.4 Pelabelan-14 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^4$ .....	22
Gambar 4.5 Pelabelan-18 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^5$ .....	24
Gambar 4.6 Pelabelan-21 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^6$ .....	27
Gambar 4.7 Pelabelan-24 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^7$ .....	30
Gambar 4.8 Pelabelan-28 Total Tak Teratur Sisi Pada Graf $W_5^8$ .....	41

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini. Pada tahun 1736, teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonard Euler. Ide besarnya muncul sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Königsberg. Ketika ia memikirkan mungkin atau tidaknya melintasi semua jembatan yang ada di kota Königsberg-Rusia hanya dengan melewati satu kali, serta dimulai dan diakhiri ditempat yang sama. Solusi yang diusulkannya berupa titik dan sisi yang kemudian dikenal sebagai teori graf [1].

Graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$  ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$ , dalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari titik-titik (*vertices* atau *node*), dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang titik. Graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada. Tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti [2].

Pelabelan graf merupakan salah satu topik dalam teori graf. Objek kajian berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian asli yang disebut label. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Sadleir (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970) [3]. Pelabelan pada suatu graf adalah suatu pemetaan yang membawa elemen-elemen graf ke bilangan bulat positif atau non negatif. Jika domain dari fungsi (pemetaan) adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik, jika domainnya adalah sisi maka disebut pelabelan sisi, dan jika domainnya titik dan sisi maka disebut pelabelan total.

Pada tahun 2007, Baca, Jendrol, Miller dan Ryan memperkenalkan pelabelan- $k$  total tak teratur yang mempunyai dua tipe yakni pelabelan- $k$  total tak teratur titik dan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi [4].


**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penelitian terkait nilai total ketakteraturan graf terus berkembang, diantaranya adalah Pada penelitian [3] diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf hasil kali korona  $P_m \odot P_2$  adalah  $tv_s(P_m \odot P_2) = \left\lfloor \frac{2m+2}{3} \right\rfloor$ . Selanjutnya pada penelitian [5] mengkaji tentang nilai total ketakteraturan sisi dari  $m$ -copy graf lintasan, dari hasil penelitian tersebut diperoleh graf  $mP_n$  untuk  $m \geq 2$  dan  $n \geq 6$  adalah  $tes(mP_n) = \left\lfloor \frac{(n-1)m+2}{3} \right\rfloor$ . Penelitian [6] tentang nilai total ketakteraturan titik dari  $m$ -copy graf lingkaran, dari hasil penelitian tersebut diperoleh  $tv_s(mC_n) = \left\lfloor \frac{nm+2}{3} \right\rfloor$  untuk  $m \geq 2$  dan  $n \equiv 2 \pmod{3}$ .

Lalu penelitian [7] tentang nilai total tak teratur sisi dari hasil korona graf lintasan dengan beberapa graf, diperoleh hasil  $tes(P_m \odot P_n) = \left\lfloor \frac{2mn+1}{3} \right\rfloor$  untuk hasil kali korona graf lintasan dengan graf lintasan lainnya,  $tes(P_m \odot P_n) = \left\lfloor \frac{(2n+1)m+1}{3} \right\rfloor$  untuk hasil kali korona graf lintasan dengan graf lingkaran,  $tes(P_m \odot S_n) = \left\lfloor \frac{(2m(n+1)+1)}{3} \right\rfloor$  untuk hasil kali korona graf lintasan dengan graf bintang,  $tes(P_m \odot G_n) = \left\lfloor \frac{m(5n+2)+1}{3} \right\rfloor$  untuk hasil kali korona graf lintasan dengan graf gears,  $tes(P_m \odot F_n) = \left\lfloor \frac{m(5n+2)+1}{3} \right\rfloor$  untuk hasil kali korona graf lintasan dengan graf friendship, dan  $tes(P_m \odot W_n) = \left\lfloor \frac{(3n+2)m+1}{3} \right\rfloor$  untuk hasil kali korona graf lintasan dengan graf wheels/roda.

Selanjutnya penelitian [8] tentang nilai total ketakteraturan sisi dan titik pada graf berlian, diperoleh hasil  $tes(Br_n) = \left\lfloor \frac{5n-3}{3} \right\rfloor$  dan  $tv_s(Br_n) = \left\lfloor \frac{n+1}{3} \right\rfloor$ . Penelitian [9] tentang nilai total tak teratur sisi dari graf yang dibangun oleh beberapa salinan graf lingkaran 3 titik yang dikali korona dengan sebuah titik, dari hasil penelitian tersebut diperoleh  $tes(W_3^m) = 2m + 1$  untuk  $m \geq 2$ . Penelitian [10] tentang nilai total ketakteraturan sisi dari graf yang dibangun oleh beberapa salinan graf lingkaran 4 titik yang dikali korona dengan sebuah titik, diperoleh  $tes(W_4^m) = \left\lfloor \frac{8m+2}{3} \right\rfloor$  untuk  $m \geq 2$ .





Berdasarkan penelitian [9] dan [10], penulis tertarik untuk membahas lebih lanjut untuk graf lingkaran 5 titik. Oleh karena itu penelitian ini berjudul “**Nilai Total Ketakteraturan Sisi Pada Graf Hasil Kali Korona dari Satu Titik Dengan  $m$ -Copy Graf Lingkaran  $C_5$** ”

### 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka penulis tertarik mengangkat rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah “Bagaimana rumus umum nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran  $C_5$ ?”

### 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada dalam tugas akhir ini adalah memperoleh rumus umum nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran  $C_5$  untuk  $m \geq 2$ .

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh rumus umum nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran  $C_5$ .

### 1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, maka manfaat dari penelitian adalah menambah ilmu pengetahuan dan wawasan tentang cara memperoleh rumus umum nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran  $C_5$ .

### 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup 5 bab, yaitu :

#### BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan masalah, manfaat masalah, dan sistematika penulisan.

#### BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab ini berisi tentang pengertian graf, jenis-jenis graf, istilah dalam graf, pengertian pelabelan graf, pengertian induksi matematika.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

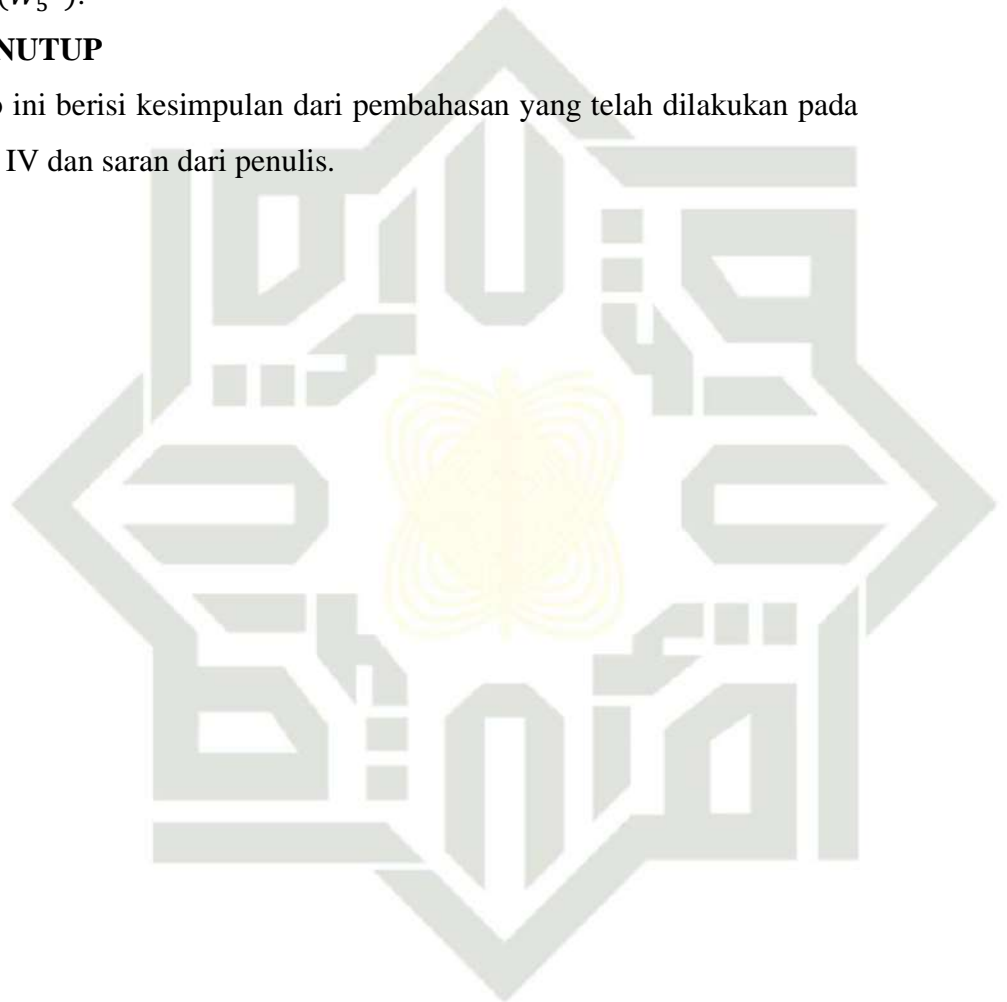
Bab ini berisi tentang langkah-langkah yang digunakan penulis untuk mendapatkan hasil yang diharapkan.

**BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

Bab ini berisi pembahasan dan hasil-hasil yang diperoleh dari graf  $tes(W_5^m)$ .

**BAB V PENUTUP**

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan pada bab IV dan saran dari penulis.



UIN SUSKA RIAU

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

Dalam bab ini akan dijelaskan mengenai teori yang akan digunakan dalam penelitian sebagai acuan dalam penelitian proposal, teori tersebut berkaitan dengan graf, pelabelan graf, dan ketakteraturan graf.

#### 2.1 Terminologi Graf

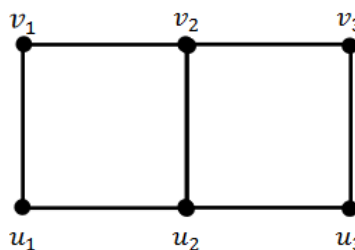
Secara matematis, graf didefinisikan sebagai berikut:

**Definisi 2.1** [2] Graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$  ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$  yang didalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari titik-titik (*vertices atau node*) dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edges atau arcs*) yang menghubungkan sepasang titik.

Definisi 2.1 menyatakan bahwa  $V$  tidak boleh kosong, tetapi  $E$  boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak memiliki sisi satu buah pun, tetapi titik harus ada, minimal satu. Graf yang tidak memiliki sisi dan hanya mempunyai satu titik disebut graf trivial.

Titik pada graf dapat diberi nama dengan huruf, bilangan asli, ataupun keduanya. Sedangkan sisi yang menghubungkan titik  $u$  dengan titik  $v$  dinyatakan dengan pasangan  $(u, v)$  atau dinyatakan dengan lambang  $e_1, e_2, \dots$ .

Secara geometri graf digambarkan sebagai sekumpulan noktah (titik) didalam bidang dwimatra yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi). Banyaknya titik dari suatu graf disebut *order* graf dan dinotasikan  $|V|$ , sedangkan banyaknya sisi dari suatu graf disebut *size* graf dan dinotasikan  $|E|$ .



**Gambar 2.1 Graf Sederehana**



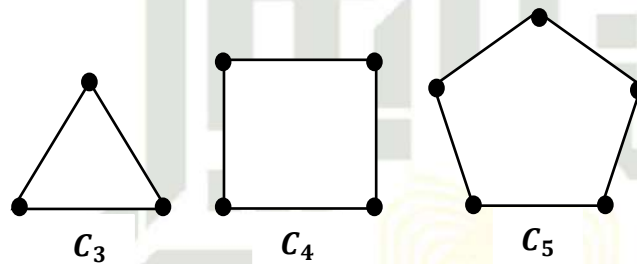
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan gambar 2.1 bahwa himpunan titiknya adalah  $V = \{v_1, v_2, v_3, u_1, u_2, u_3\}$  dengan banyak titik atau *order*  $|V| = 6$  dan himpunan sisinya adalah  $E = \{v_1v_2, v_2v_3, u_1u_2, u_2u_3, v_1u_1, v_2u_2, v_3u_3\}$  dengan banyak sisi atau *size*  $|E| = 7$ .

Berikut ini adalah graf sederhana khusus yang sering digunakan, salah satunya ialah graf lingkaran.

Graf lingkaran (*Cycle Graph*) adalah graf sederhana yang setiap titiknya berderajat dua. Graf lingkaran  $n$  titik dilambangkan dengan  $C_n$  [2].

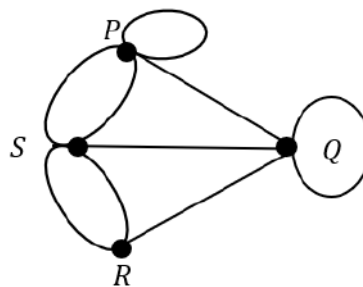


Gambar 2.2 Graf Lingkaran  $C_n, 3 \leq n \leq 5$

Ada beberapa terminology graf yang perlu diketahui, diantaranya: [11]

1. Derajat (*Degree*)

Derajat suatu titik merupakan banyaknya sisi yang terkait dengan titik tersebut. Pada gambar dibawah ini dapat dilihat bahwa titik P, Q, dan S mempunyai 5 buah sisi, maka dapat dikatakan titik tersebut berderajat 5, dan titik R mempunyai 3 buah sisi, maka titik tersebut berderajat 3, atau bisa dinotasikan  $d(P) = d(Q) = d(S) = 5$ , sedangkan  $d(R) = 3$ .



Gambar 2.3 Derajat Sebuah Titik pada Suatu Graf

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

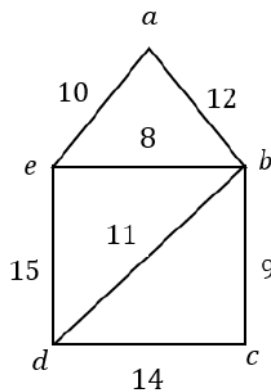
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. Terhubung (*Connected*)

Dua titik  $u$  dan  $v$  dikatakan terhubung apabila ada lintasan antara titik  $u$  dan titik  $v$ .

3. Graf Berbobot

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga atau bobot. Bobot pada tiap sisi dapat berbeda-beda. Istilah lain yang sering dikaitkan dengan graf berbobot adalah graf berlabel.



Gambar 2.4 Graf Berbobot

Terdapat beberapa macam operasi pada graf, salah satunya adalah hasil kali korona (*corona product*).

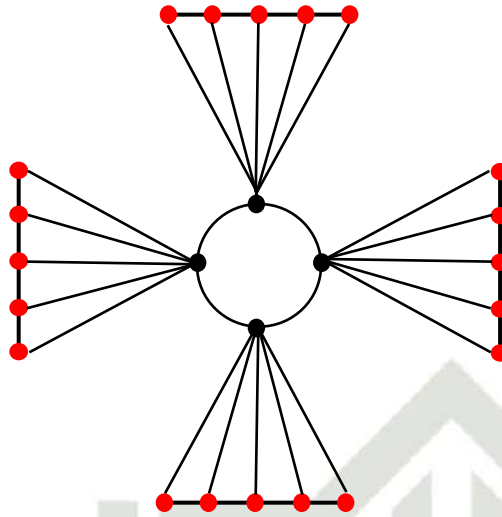
Hasil kali korona  $G = G_1 \odot G_2$  dari dua graf  $G_1$  dan  $G_2$  didefinisikan oleh Frucht dan Harary (Harary, 1996), sebagai graf  $G$  yang diperoleh dengan membuat satu penggandaan dari graf  $G_1$  yang mempunyai  $P_1$  titik dan menggandakan graf  $G_2$  sebanyak  $P_1$  kemudian menghubungkan titik ke- $i$  graf  $G_1$  ke setiap titik hasil penggandaan graf  $G_2$  ke- $i$  [3].

**Contoh :**

Diberikan graf lingkaran dengan 4 titik  $C_4$  dan graf lintasan dengan 5 titik  $P_5$  maka hasil kali korona dari kedua graf tersebut dapat dilihat melalui gambar dibawah.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 2.5 Graf Hasil Operasi Korona  $C_4 \odot P_5$

$C_4 \odot P_5$  berarti  $P_5$  diduplikasikan sebanyak 4 kali kemudian untuk titik ke- $i$  graf  $C_4$  dihubungkan ke setiap titik dari graf  $P_5$ .

## 2.2 Pelabelan Graf

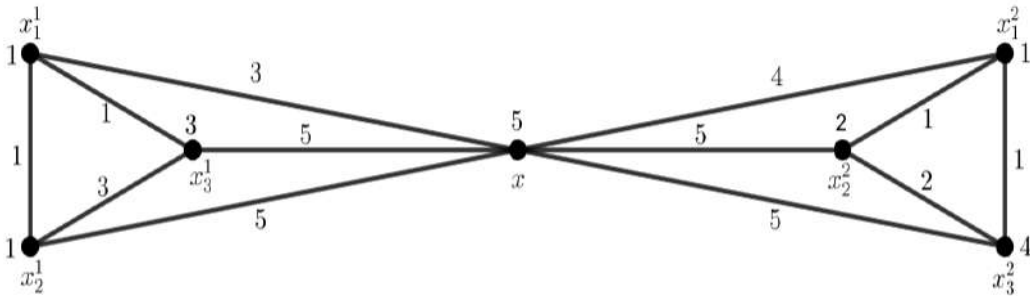
Pelabelan suatu graf merupakan suatu pemetaan yang membawa elemen-elemen graf ke bilangan bulat positif. Pada umumnya domain dari pemetaan ini adalah titik dan sisi, maka pelabelan ini disebut pelabelan total (*total labelling*). Jika himpunan sisi saja, maka pelabelan disebut pelabelan sisi (*edges labelling*), dan jika himpunan titik saja, maka pelabelan ini disebut pelabelan titik (*vertex labelling*).

Sampai saat ini terdapat beberapa jenis pelabelan graf, salah satunya adalah pelabelan total tak teratur. Pelabelan total tak teratur terdiri dari pelabelan total tak teratur titik, pelabelan total tak teratur sisi, dan pelabelan total tak teratur total [5]. Berikut ini definisi dari pelabelan total tak teratur sisi.

**Definisi 2.2** [5] Misalkan  $G = (V, E)$  suatu graf, fungsi  $f: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  disebut pelabelan- $k$  total tak teratur sisi (*edge irrehuler total-k labelling*) pada  $G$ , jika setiap dua sisi yang berbeda di  $E$  mempunyai bobot yang berbeda. Bobot sisi  $xy$  di  $E$  terhadap fungsi  $f$  adalah  $wt(xy) = f(x) + f(xy) + f(y)$ . Nilai total ketakteraturan sisi dari graf  $G$  (*total edge irregularity strength*) dinotasikan dengan  $tes(G)$  adalah nilai  $k$  minimum atau label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf  $G$  dengan pelabelan total tak teratur sisi.



Pada Gambar 2.6 berikut diberikan contoh pelabelan total tak teratur sisi pada graf  $W_3^2$ .



**Gambar 2.6 Pelabelan Total Tak Teratur Sisi Pada Graf  $W_3^2$ .**

Pelabelan pada Gambar 2.6 menggunakan label maksimum 5. Dari hasil perhitungan bobot sisi pada graf  $W_3^2$  diperoleh bobot setiap sisi berbeda. Oleh karena itu,  $f$  adalah pelabelan-5 total tak teratur sisi pada graf  $W_3^2$ .

Pada penelitian ini yang menjadi rujukan adalah penelitian [9] dan [10], yang mana pada penelitian tersebut menghasilkan teorema sebagai berikut:

**Teorema 2.1** [9] Misalkan  $G = (V, E)$  suatu graf dengan derajat maksimum  $\Delta$ , maka  $tes(G) \geq \max \left\{ \left\lfloor \frac{|E|+2}{3} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\Delta+2}{2} \right\rfloor \right\}$ .

**Teorema 2.2** [10] Misalkan  $W_4^m$  adalah graf yang dibangun oleh beberapa salinan graf lingkaran 4 titik yang dikali korona dengan sebuah titik dan  $m$  adalah banyaknya salinan graf lingkaran 4 titik, maka nilai total ketakteraturan sisi dari graf  $W_4^m$  untuk  $m \geq 2$  adalah  $tes(W_4^m) = \left\lfloor \frac{8m+2}{3} \right\rfloor$ .

**Bukti.**

Akan dibuktikan  $tes(W_4^m) = \left\lfloor \frac{8m+2}{3} \right\rfloor$  untuk  $m \geq 2$ . Terlebih dahulu definisikan himpunan titik dan sisi dari  $W_4^m$  sebagai berikut:

$$V(W_4^m) = \{x, x_j^i \mid i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, 3, 4\} \text{ dan}$$

$$E(W_4^m) = \{x_1^i x_2^i, x_2^i x_4^i, x_1^i x_3^i, x_3^i x_4^i \mid i = 1, 2, \dots, m\} \cup \{xx_j^i \mid i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, 3, 4\}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan pendefinisian sisi dari  $W_4^m$ , jumlah sisi dari  $W_4^m$  adalah  $8m$ .

Berdasarkan teorema dapat ditentukan bahwa  $tes(W_4^m) \geq \lceil \frac{8m+2}{3} \rceil$ . Untuk

menemukan bahwa  $tes(W_4^m) \geq \lceil \frac{8m+2}{3} \rceil$ , dibentuk pelabelan- $k$  total tak teratur sisi untuk  $W_4^m$  dimana  $k = \frac{8m+2}{3}$ . Didefinisikan sebuah pelabelan total  $f$  untuk  $W_4^m$  sebagai berikut:

1) Pelabelan titik dari graf  $W_4^m$

a.  $f(x) = \lceil \frac{8m+2}{3} \rceil$

b.  $f(x_j^i) = \begin{cases} 1 & ; \text{untuk } j = 1,2 \\ m + i & ; \text{untuk } j = 3 \\ \lceil \frac{8m+2}{3} \rceil - (m - i) & ; \text{untuk } j = 4 \end{cases}$

2) Pelabelan sisi dari graf  $W_4^m$

a)  $f(x_1^i x_{j+1}^i) = \begin{cases} i & ; \text{untuk } j = 1 \\ 1 & ; \text{untuk } j = 2 \end{cases}$

b)  $f(x_4^i x_{j+1}^i) = \begin{cases} \lceil \frac{m-1}{3} \rceil & ; \text{untuk } j = 1 \\ \lceil \frac{7m+2}{3} \rceil - i & ; \text{untuk } j = 2 \end{cases}$

c)  $f(xx_j^i) = \begin{cases} i + \lceil \frac{m-1}{3} \rceil & ; \text{untuk } j = 1 \\ i + \lceil \frac{4m-1}{3} \rceil & ; \text{untuk } j = 2 \\ \lceil \frac{7m+2}{3} \rceil & ; \text{untuk } j = 3 \\ 2 \lceil \frac{4m-1}{3} \rceil & ; \text{untuk } j = 4 \end{cases}$

Dari definisi pelabelan total  $f$ , ditemukan bahwa  $f: V \cup E \rightarrow \{1,2,3, \dots, k\}$  dimana  $k = \frac{8m+2}{3}$ . Ditemukan bahwa  $f: V \cup E \rightarrow \{1,2,3, \dots, k\}$  adalah pelabelan

total tak teratur sisi, maka akan dibuktikan bahwa bobot semua sisi berbeda.

Berdasarkan definisi  $f$ , bobot dari semua sisi  $W_4^m$  sebagai berikut:

a) Untuk  $i = 1,2,3, \dots, m$

$$wt(x_1^i x_2^i) = 2 + i,$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

b) Untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$$wt(x_1^i x_3^i) = m + 2 + i,$$

c) Untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$$wt(x_2^i x_4^i) = 2m + 2 + i,$$

d) Untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$$wt(xx_1^i) = 3m + 2 + i,$$

e) Untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$$wt(xx_2^i) = 4m + 2 + i,$$

f) Untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$$wt(x_3^i x_4^i) = 5m + 2 + i,$$

g) Untuk  $i = 1, 2, \dots, m$

$$wt(xx_3^i) = 6m + 2 + i,$$

h) Untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

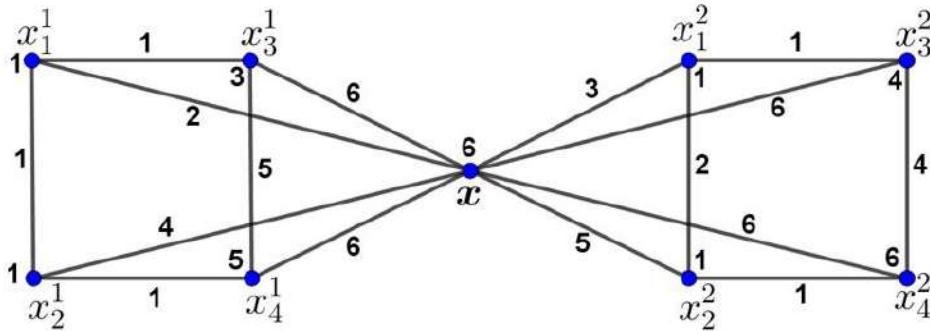
$$wt(xx_4^i) = 7m + 2 + i,$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa setiap dua sisi berbeda pada  $W_4^m$  untuk  $m > 2$ ,  $e_1 \neq e_2$ , didapat  $wt(e_1) \neq wt(e_2)$ . Dapat dititikan bahwa setiap sisi dalam pelabelan total tak teratur sisi pada graf  $W_4^m$  memiliki bobot yang berbeda dan  $tes(W_4^m) \leq \left\lceil \frac{8m+2}{3} \right\rceil$ . Berdasarkan paparan diatas diperoleh bahwa  $tes(W_4^m) \geq \left\lceil \frac{8m+2}{3} \right\rceil$  dan  $tes(W_4^m) \leq \left\lceil \frac{8m+2}{3} \right\rceil$  sehingga terbukti bahwa  $tes(W_4^m) = \left\lceil \frac{8m+2}{3} \right\rceil$ .



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berikut ini adalah contoh gambar pelabelan total tak teratur sisi graf  $W_4^m$  yang disajikan dalam gambar.



**Gambar 2.7 Pelabelan Total Tak Teratur Sisi Pada Graf  $W_4^2$**

Berikut perhitungan bobot sisi pada graf  $W_4^2$  yaitu:

$$wt(x_1^1 x_2^1) = f(x_1^1) + f(x_2^1) + f(x_1^1 x_2^1) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$wt(x_1^2 x_2^2) = f(x_1^2) + f(x_2^2) + f(x_1^2 x_2^2) = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$wt(x_1^1 x_3^1) = f(x_1^1) + f(x_3^1) + f(x_1^1 x_3^1) = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$wt(x_1^2 x_3^2) = f(x_1^2) + f(x_3^2) + f(x_1^2 x_3^2) = 1 + 4 + 1 = 6$$

$$wt(x_2^1 x_4^1) = f(x_2^1) + f(x_4^1) + f(x_2^1 x_4^1) = 1 + 5 + 1 = 7$$

$$wt(x_1^2 x_4^2) = f(x_1^2) + f(x_4^2) + f(x_1^2 x_4^2) = 1 + 6 + 1 = 8$$

$$wt(xx_1^1) = f(x) + f(x_1^1) + f(xx_1^1) = 6 + 1 + 2 = 9$$

$$wt(xx_1^2) = f(x) + f(x_1^2) + f(xx_1^2) = 6 + 1 + 3 = 10$$

$$wt(xx_2^1) = f(x) + f(x_2^1) + f(xx_2^1) = 6 + 1 + 4 = 11$$

$$wt(xx_2^2) = f(x) + f(x_2^2) + f(xx_2^2) = 6 + 1 + 5 = 12$$

$$wt(x_3^1 x_4^1) = f(x_3^1) + f(x_4^1) + f(x_3^1 x_4^1) = 3 + 5 + 5 = 13$$

$$wt(x_3^2 x_4^2) = f(x_3^2) + f(x_4^2) + f(x_3^2 x_4^2) = 4 + 6 + 4 = 14$$



### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(x x_3^1) = f(x) + f(x_3^1) + f(x x_3^1) = 6 + 3 + 6 = 15$$

$$wt(x x_3^2) = f(x) + f(x_3^2) + f(x x_3^2) = 6 + 4 + 6 = 16$$

$$wt(x x_4^1) = f(x) + f(x_4^1) + f(x x_4^1) = 6 + 5 + 6 = 17$$

$$wt(x x_4^2) = f(x) + f(x_4^2) + f(x x_4^2) = 6 + 6 + 6 = 18$$

Dari hasil perhitungan bobot diatas dapat kita lihat bahwa setiap bobot sisi pada graf  $W_4^2$  memiliki bobot yang berbeda.

### 2.3 Induksi Matematika

Induksi matematika dipelopori oleh R. Dedekind dan G. Peano pada akhir abad ke-19. Induksi Matematika merupakan salah satu teknik pembuktian dari suatu pernyataan dalam matematika dan merupakan salah satu metode/alat yang digunakan untuk membuktikan suatu pernyataan matematika dalam bentuk bilangan asli atau bilangan bulat positif [12].

Berikut merupakan langkah-langkah pembuktian dengan induksi matematika :

Misalkan  $P(n)$  adalah suatu proposisi yang akan dibuktikan benar untuk setiap bilangan asli  $n$ , maka :

- 1) Tunjukkan bahwa  $P(1)$  benar.
- 2) Diasumsikan bahwa  $P(k)$  benar untuk suatu bilangan asli  $k$  dan ditunjukkan bahwa  $P(k + 1)$  benar.

#### Contoh :

Buktikan bahwa  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$  untuk setiap bilangan asli  $n$ .

Bukti : Misalkan  $P(n)$  menyatakan  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$

- 1) Tunjukkan bahwa  $P(1)$  benar

Untuk  $n = 1$ , maka  $1 = \frac{1}{2}1(1 + 1)$  adalah benar.

$$1 = \frac{1}{2}1(1 + 1)$$

$$= \frac{1}{2}(2)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= \frac{2}{2} = 1$$

2) Diasumsikan bahwa  $P(k)$  benar untuk suatu bilangan asli  $k$ .

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{1}{2}k(k + 1) \text{ benar.}$$

Selanjutnya harus ditunjukkan bahwa  $P(k + 1)$  benar,

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) = \frac{1}{2}(k + 1)(k + 2)$$

Hal ini ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) &= (1 + 2 + 3 + \dots + k) + (k + 1) \\ &= \frac{1}{2}k(k + 1) + (k + 1) \\ &= (k + 1)\left(\frac{1}{2}k + 1\right) \\ &= \frac{1}{2}(k + 1)(k + 2) \end{aligned}$$

Jadi,  $1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) = \frac{1}{2}(k + 1)(k + 2)$ , ini menunjukkan bahwa  $p(k + 1)$  benar.

Sehingga dapat dititikkan bahwa  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$  benar untuk setiap bilangan asli  $n$ .





## Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB III

### METODOLOGI PENELITIAN

Dalam penelitian ini terdapat beberapa langkah untuk menentukan nilai total ketakaturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran 5 titik, yaitu:

1. Diberikan graf yang berbentuk jaringan yang dibangun pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran 5 titik dan disimbolkan dengan  $W_5^m$ . Dimana  $m$  adalah banyaknya salinan graf lingkaran 5 titik.
2. Menentukan batas bawah dari  $tes(W_5^m)$  yang kemudian dibuktikan menggunakan induksi matematika, misalkan batas bawah tersebut dengan  $k$ .
3. Membuktikan bahwa  $k$  adalah batas atas dari  $tes(W_5^m)$  dengan langkah-langkah berikut:
  - a. Menentukan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi untuk  $W_5^m$  untuk  $m = 2,3,4,5,6,7$ .
  - b. Menentukan rumus pelabelan titik dan pelabelan sisi dari graf  $W_5^m$  berdasarkan pola pelabelan yang diperoleh pada langkah a.
  - c. Menentukan rumus bobot sisi dari  $W_5^m$ .
  - d. Membuktikan bahwa pelabelan yang diperoleh merupakan pelabelan total tak teratur sisi dari graf  $W_5^m$ , dengan menunjukkan bahwa setiap bobot sisi pada graf berbeda.
4. Menentukan nilai total ketakaturan sisi dari graf  $W_5^m$ , yaitu sebesar  $k$ .
5. Mengaplikasikan rumus nilai total ketakaturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran  $C_5$  yang telah diperoleh untuk  $m = 8$ .



## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada Bab IV, dapat disimpulkan bahwa terdapat pebelan- $\left\lfloor \frac{10m+2}{3} \right\rfloor$  total tak teratur sisi pada graf  $W_5^m$  untuk  $m \geq 2$ . Berdasarkan Teorema 2.1 diperoleh  $tes(W_5^m) \geq \left\lfloor \frac{10m+2}{3} \right\rfloor$ . Batas bawah yang diperoleh juga merupakan batas atas dari  $tes(W_5^m)$ . Sehingga terbukti bahwa  $tes(W_5^m) \leq \left\lfloor \frac{10m+2}{3} \right\rfloor$ . Dengan terbuktinya kedua hal tersebut, maka diperoleh nilai total ketakteraturan sisi dari graf  $W_5^m$  untuk  $m \geq 2$  yaitu  $tes(W_5^m) = \left\lfloor \frac{10m+2}{3} \right\rfloor$ .

#### 5.2 Saran

Penelitian terkait nilai total ketakteraturan graf terus berkembang dan terdapat banyak jenis-jenis graf lainnya yang terbuka untuk dikaji. Penelitian untuk nilai total ketakteraturan sisi pada graf hasil kali korona dari satu titik dengan  $m$ -copy graf lingkaran  $C_5$  juga dapat dikaji lanjut. Bagi pembaca yang berminat untuk melanjutkan pembahasan, penulis menyarankan untuk melanjutkan nilai total ketakteraturan sisi untuk salinan graf lingkaran 6 titik dan seterusnya.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] L. Maro, "Himpunan Dominasi Terkendali Pada Korona Graf Lintasan Dengan Graf Lintasan, Graf Siklus Dengan Graf Siklus Dan Graf Lengkap Dengan Graf Lengkap," Universitas Hasunuddin, 2017.
- [2] Rinaldi Munir, *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika, 2010.
- [3] C. C. Marzuki and L. Yudianti, "Nilai Total Ketakteraturan Titik dari Graf Hasil Kali Korona," *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 4, no. 2, pp. 45–53, 2018.
- [4] Rismawati Ramdani, "NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TOTAL DARI DUA COPY GRAF BINTANG," *Matematika*, vol. VIII, no. 2, p. 2, 2014.
- [5] C. C. Marzuki, "Nilai Total Ketakteraturan Sisi Dari m-Copy Graf Lintasan," *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 5, no. 1, pp. 90–98, 2019.
- [6] C. Corazon Marzuki, M. Lestari, J. Matematika, F. Sains dan Teknologi, U. H. Sultan Syarif Kasim Riau Jl Soebrantas No, and S. Baru, "Nilai Total Ketakteraturan Titik dari m-Copy Graf Lingkaran," *J. Sains Mat. dan Stat.*, vol. 4, no. 1, pp. 73–78, 2018.
- [7] Nurdin, A. N. M. Salman, and E. T. Baskoro, "The total edge-irregular strengths of the corona product of paths with some graphs," *J. Comb. Math. Comb. Comput.*, vol. 65, no. May, pp. 163–175, 2008.
- [8] D. F. S and M. I. Pratama, "Nilai Total Ketidakteraturan Sisi dan Titik Pada Graf Berlian," vol. 4, no. 2, pp. 124–132, 2021.
- [9] Nurdin, J. Massalesse, and B. B. Yulandary, "The total edge irregular labeling of network constructed by some copies of cycle on three vertices corona a vertex," *Indian J. Sci. Technol.*, vol. 9, no. 28, pp. 9–11, 2016, doi: 10.17485/ijst/2016/v9i28/97781.
- [10] Fajril Kausar, "Nilai Total Ketakteraturan Sisi Dari Graf Yang Dibangun Oleh Beberapa Salinan Graf Lingkaran 4 Titik Yang Dikali Korona Dengan Suatu Titik," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2022.
- [11] Adiwijaya, *Matematika Diskrit dan Aplikasinya*. Bandung: Alfabeta, 2016.
- [12] Alif Ringga Persada, *Teori Bilangan*. Cirebon: Institut Agama Islam Negeri Syekh Nurjati, 2016.





2012-2015, dan penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas dengan Jurusan IPA di SMAN 2 Tanjungpinang pada tahun 2015-2018.

Setelah menyelesaikan Pendidikan SMA pada tahun 2018, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Fakultas Sains dan Teknologi dengan Program Studi Matematika. Pada semester VI penulis melaksanakan seminar Kerja Praktek dengan judul **“Nilai Total Ketakteraturan Sisi Dari  $m$ -Copy Graf Lintasan”** dibawah bimbingan Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si dan diseminarkan pada tanggal 12 Juni 2021. Tahun 2021 penulis juga mengikuti Kuliah Kerja Nyata Daring (KKN-Daring) Plus di Jalan Mustafa KM. 12, Kelurahan Air Raja, Kecamatan Tanjungpinang Timur.

Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul Tugas Akhir **“Nilai Total Ketakteraturan Sisi Pada Graf Hasil Kali Korona Dari Satu Titik Dengan  $m$ -Copy Graf Lingkaran  $C_5$ ”** dengan dosen pembimbing Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si.

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 23 Juni 2000 di Dumai, sebagai anak kedua dari tiga bersaudara dari pasangan bapak Selamat Riadi dan Ibu Kasmawati. Penulis menyelesaikan Pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 001 Tanjungpinang Timur pada tahun 2006-2012, kemudian melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 4 Tanjungpinang pada tahun

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.