

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**ANALISIS MODEL VAKSINASI PENYAKIT CAMPAK  
DENGAN ADANYA MIGRASI MENGGUNAKAN  
METODE EULER****TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika

oleh :

**SISKA DARA WULANDARI**  
**1155402564**



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2022**

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**ANALISIS MODEL VAKSINASI PENYAKIT CAMPAK  
DENGAN ADANYA MIGRASI MENGGUNAKAN  
METODE EULER**

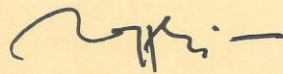
**TUGAS AKHIR**

oleh:

**SISKA DARA WULANDARI**  
**11554202564**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 14 Juli 2022

Ketua Program Studi



**Wartono, M.Sc.**  
**NIP. 19730818 200604 1 003**

Pembimbing



**Irma Suryani, M.Sc.**  
**NIK. 130517091**



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PENGESAHAN**

**ANALISIS MODEL VAKSINASI PENYAKIT CAMPAK  
DENGAN ADANYA MIGRASI MENGGUNAKAN  
METODE EULER**

**TUGAS AKHIR**


oleh:

**SISKA DARA WULANDARI**  
**11554202564**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 14 Juli 2022

Pekanbaru, 14 Juli 2022  
Mengesahkan

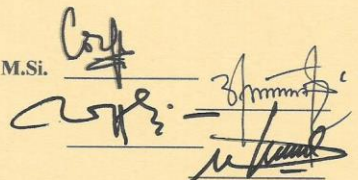
**Ketua Program Studi**

  
**Dekan**  
**Dr. Hartono, M.Pd.**  
**NIP. 19640301 199203 1 003**

  
**Wartono, M.Sc.**  
**NIP. 19730818 200604 1 003**

**DEWAN PENGUJI**

**Ketua : Corry Corazon Marzuki, M.Si.**  
**Sekretaris : Irma Suryani, M.Sc.**  
**Anggota I : Wartono, M.Sc.**  
**Anggota II : Mohammad Soleh, M.Sc.**





Lampiran Surat :  
Nomor : Nomor 25/2021  
Tanggal : 10 September 2021

### SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :  
Nama : SISKA DARA WULANDARI  
NIM : 11554202564  
Tempat/ Tgl. Lahir : JAKARTA, 15 MEI 1997  
Fakultas/Pascasarjana : SAINS DAN TEKNOLOGI  
Prodi : MATEMATIKA  
Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya\*:  
ANALISIS MODEL VAKSINASI PENYAKIT CAMPAK DENGAN ADANKA  
MIGRASI MENGGUNAKAN METODE EULER

- Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :
1. Penulisan Disertasi/~~Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah~~ lainnya \* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
  2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
  3. Oleh karena itu Disertasi/~~Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah~~ lainnya , \*saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
  4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/~~Thesis~~/Skripsi/(~~Karya Ilmiah lainnya~~ ) \*saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.
- Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 26 Juli 2022  
Yang membuat pernyataan



NIM : 11554202564

• pilih salah satu sesuai jenis karya tulis

## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan dengan izin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebut sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh tugas akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjam tugas akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan disuatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan didalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 14 Juli 2022

Yang Membuat Pernyataan,

**SISKA DARA WULANDARI**

**11554202564**

UIN SUSKA RIAU

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengummumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





## **PERSEMBAHAN**

*Bacalah, dengan menyebut nama Rabb-mu.  
Dia telah menciptakan manusia dari segumpal darah.  
Bacalah dan Rabb-mulah yang Maha mulia.*

*Yang mengajarkan kalam (pena). Dia yang mengajarkan manusia sesuatu yang  
tidak diketahui (QS: Al-'Alaq 1-5)*

*Niscaya Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang beriman diantaramu dan  
orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat  
(Q.S: Al-Mujadilah 11).*

*Alhamdulillahirrabbi'l'amin...*

*Sujud syukurku kusembahkan kepadamu Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang Maha  
Agung yang Maha Tinggi yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang atas takdirmu  
telah engkau jadikan aku manusia yang senantiasa berfikir, berilmu, beriman dan  
bersabar serta bersyukur dalam menjalani kehidupan ini. Semoga keberhasilan ini  
menjadi satu langkah awal yang baik bagiku meraih cita-cita besarku. Lantunan Al-  
Fatimah beriringan Shalawat dan salam.*

*kuhanturkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad Shallaallahu'alaihi Wa Sallam.*

*Ya Allah,*

*Waktu yang sudah kujalani dengan jalan hidup yang sudah menjadi takdirku, sedih,  
bahagia, dan bertemu orang-orang yang memberiku sejuta pengalaman bagiku,  
yang telah memberi warna-warni kehidupanku. Kubersujud dihadapanMu, Engkau  
berikan aku kesempatan untuk bisa sampai di penghujung awal  
perjuanganku. Segala puji bagi Mu ya Allah, Cinta dan Kasih sayang Ayahanda dan  
Ibunda Tercinta, yang begitu tulus untukku.*

*Hanya sebuah kado kecil yang dapat kuberikan yang memiliki sejuta makna, sejuta  
cerita, sejuta kenangan, pengorbanan, dan perjalanan untuk mendapatkan masa  
depan yang kuinginkan atas restu dan dukungan yang kalian berikan. Ayah, Ibu  
kalian tiada pernah hentinya selama ini memberiku kasih sayang, semangat, doa,  
dorongan, nasehat dan pengorbanan yang tak tergantikan hingga aku selalu kuat  
menjalani setiap rintangan yang ada.*

*Terimalah bukti kecil ini sebagai kado keseriusanku untuk membalas  
pengorbananmu. Mungkin ini belum sebanding dengan apa yang telah kalian  
berikan kepadaku.*

*Usaha, semangat dan kerja keras yang diiringi dengan keikhlasan hati dan kesabaran  
Semoga ilmu yang telah diajarkan dan yang telah aku peroleh, menuntunku menjadi  
manusia yang berharga di dunia dan di akhirat nantinya. Aamiin.*

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# ANALISIS MODEL VAKSINASI PENYAKIT CAMPAK DENGAN ADANYA MIGRASI MENGGUNAKAN METODE EULER

SISKA DARA WULANDARI  
1155420264

Tanggal Sidang : 14 Juli 2022

Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

## ABSTRAK

Tugas akhir ini membahas tentang model vaksinasi penyebaran penyakit campak menggunakan model SEIR dengan adanya migrasi. Model yang digunakan adalah Model pada Jurnal Mathematical Model for Control Of Measles by Vaccination dengan menambahkan adanya migrasi. Setelah Model diperoleh menggunakan Metode Euler dengan software Matlab dimana nilai migrasinya berubah-ubah. Hasil analisis diperoleh bahwa peningkatan dan penurunan vaksinasi penyakit campak dipengaruhi dengan adanya perpindahan dan migrasi yang terjadi di dalam subpopulasi.

**Kata kunci:** Model SEIR, Penyakit Campak, Model Matematika, Metode Euler

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## ANALYSIS OF MEASLES VACCINATION MODEL WITH MIGRATION USING THE EULER METHOD

SISKA DARA WULANDARI  
11554202564

*Date of Final Exam* : 14 July 2022

*Date of Graduation* :

*Mathematics Program Study*  
*Faculty Science and Technology*  
*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*  
*Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru*

### ABSTRACT

This final project discusses the vaccination model for the spread of measles using the SEIR model with migration. The model used is the Model in the Journal of Mathematical Model for Control Of Measles by Vaccination by adding migration. After the model is obtained using the Euler Method with Matlab software where the migration value varies. The results of the analysis showed that the increase and decrease in measles vaccination was influenced by the movement and migration that occurred within the subpopulation.

**Keywords:** SEIR Model, Measles Disease, Mathematical Model, Euler Method


**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## KATA PENGANTAR

*Alhamdulillahirabbil' alamin.*

Segala puji Allah *subhanahuwaata'ala* atas yang senantiasa melimpahkan rahmat, karunia, dan petunjuk-Nyalah penulis bisa menyelesaikan tugas akhir ini. Shalawat beriringan salam kepada Nabi Muhammad *shallallahu'alaihiwasallam* yang telah membawa kita dari zaman yang tidak berpengetahuan sampai zaman yang memiliki kemajuan ilmu dan teknologi yang kita rasakan pada saat ini.

Penelitian ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar sarjana sains dan teknologi pada jurusan matematika. Dalam penyusunan dan penyelesaian penelitian ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak terutama orang tua tercinta dan yang tersayang, Ayahanda (alm. Ramlan) dan Ibunda (Ida Rostita, S.Pdi) yang tidak pernah lelah dan tiada henti melimpahkan kasih sayang, perhatian, motivasi yang membuat penulis mampu untuk terus dan terus melangkah, pelajaran hidup, juga materi yang tidak mungkin bisa terbalas. Jasa-jasamu kan selalu ku kenang hingga akhir hayatku dan semoga Allah menjadikan jasa-jasamu sebagai amalan soleh, Aamiin. Kemudian penulis juga mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M. Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M. Pd, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Bapak Wartono, M. Sc, selaku Ketua Jurusan Matematika sekaligus selaku Penguji I yang telah memberi bimbingan, pengarahan serta ilmunya
4. Bapak Nilwan Andiraja, M. Sc, selaku Sekretaris Jurusan Matematika.
5. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si selaku Ketua Sidang.
6. Ibu Irma Suryani, M.Sc, selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberi bimbingan, pengarahan serta ilmunya.
7. Mohammad Soleh, M.Sc, selaku Pembimbing Akademik sekaligus penguji 2 yang telah memberikan nasehat, kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat diselesaikan dengan baik.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Seluruh Dosen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. yang telah banyak memberi nasehat, bimbingan, serta bantuan kepada penulis.

Seluruh Dosen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi yang telah banyak memberikan nasehat, bimbingan, serta bantuan kepada penulis.

Keluarga Tercinta, yang telah memberikan motivasi, dukungan, do'a serta kasih sayang yang sangat tulus kepada penulis

Seluruh teman-teman seperjuangan Doni Canra Rofikar, Anggi Prayogo, Bobby Fahlezi, Dewi Sartika, Rahmat Illahi, Sartika Tri Susanti Pribadi, Yola Sundari, Merza Eliasli serta angkatan 2015 terkhusus lokal D.

Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian penelitian.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah *subhanahu waata'ala*. Aamiin. Dalam penulisan ini penulis sadar bahwa penelitian tugas akhir ini belum sempurna. Namun, penulis sudah berusaha untuk mencapai hasil yang maksimal. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata penulis harap semoga penelitian tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pihak-pihak yang memerlukan.

Pekanbaru, 14 juli 2022

Siska Dara Wulandari

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL</b> .....	iv
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	v
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN</b> .....	vi
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	viii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xv
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penelitian .....	3
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
1.6 Sistematika Penulisan .....	3
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b>	
2.1 Sistem Persamaan Diferensial.....	5
2.1.1 Sistem Persamaan Diferensial .....	5
2.1.2 Sistem Persamaan Non Diferensial.....	6
2.2 Medel SEIR.....	7
2.3 Titik Kesetimbangan .....	9
2.5 Model Euler.....	10
2.6 Perkiraan Galat Metode Euler.....	13

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**BAB III METODE PENELITIAN**

**BAB IV PEMBAHASAN**

4.1 Asumsi-Asumsi dalam Model.....	18
4.2 Model Vaksinasi SEIR dengan Migrasi.....	1
4.3 Metode Euler untuk Model Campak.....	20
4.4 Simulasi Numerik .....	20

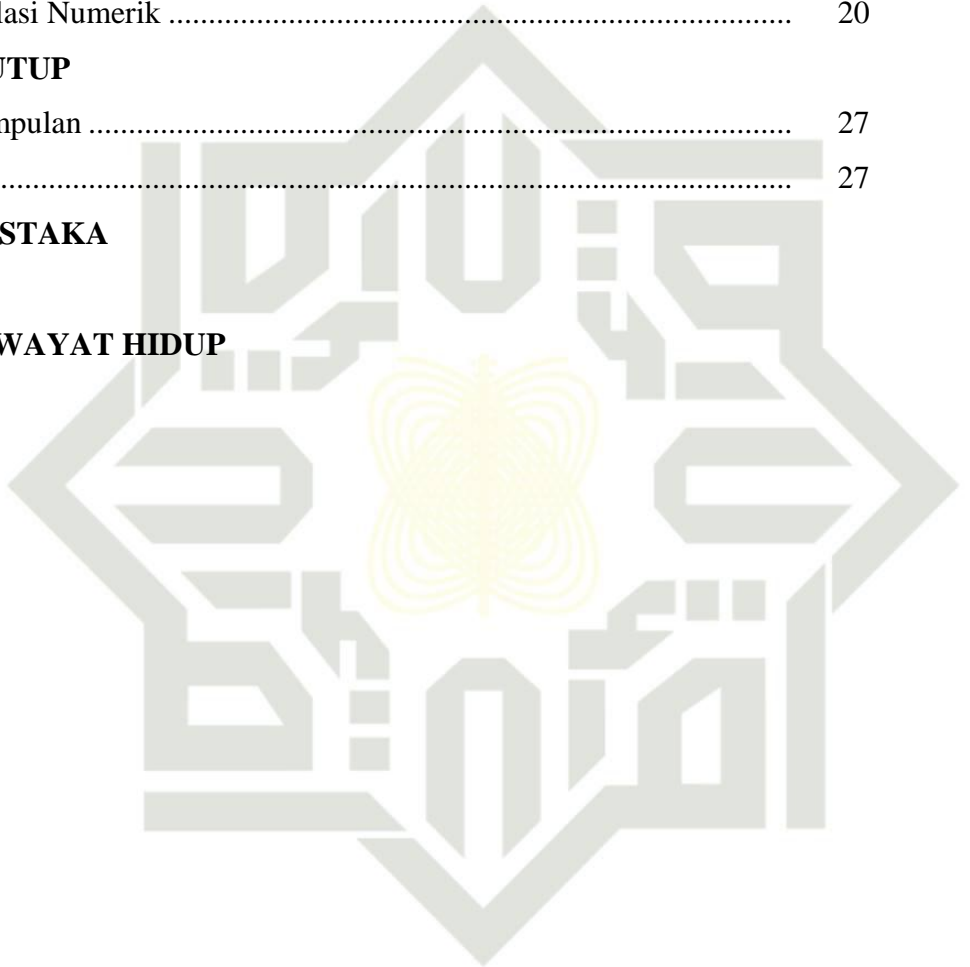
**BAB V PENUTUP**

5.1 Kesimpulan .....	27
5.2 Saran.....	27

**DAFTAR PUSTAKA**

**LAMPIRAN**

**DAFTAR RIWAYAT HIDUP**



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR SIMBOL

$S$	: Individu Susceptible
$E$	: Individu Exposed, tetapi belum menular
$I$	: Individu Infectious; mereka bisa menyebarkan penyakit
$R$	: Recovered dari penyakit atau dikeluarkan secara buatan melalui vaksinasi, semuanya kebal secara permanen
$b$	: Tingkat kelahiran
$\beta$	: Tingkat kontak
$\frac{1}{\sigma}$	: Periode laten rata-rata
$\frac{1}{\gamma}$	: Periode menular rata-rata
$\delta$	: Mortality Perbedaan kematian karena campak
$N$	: Jumlah total populasi
$\mu$	: Tingkat kematian
$p$	: Proporsi mereka yang berhasil divaksinasi saat lahir
$m$	: Laju imigrasi
$m$	: Laju emigrasi



## DAFTAR TABEL

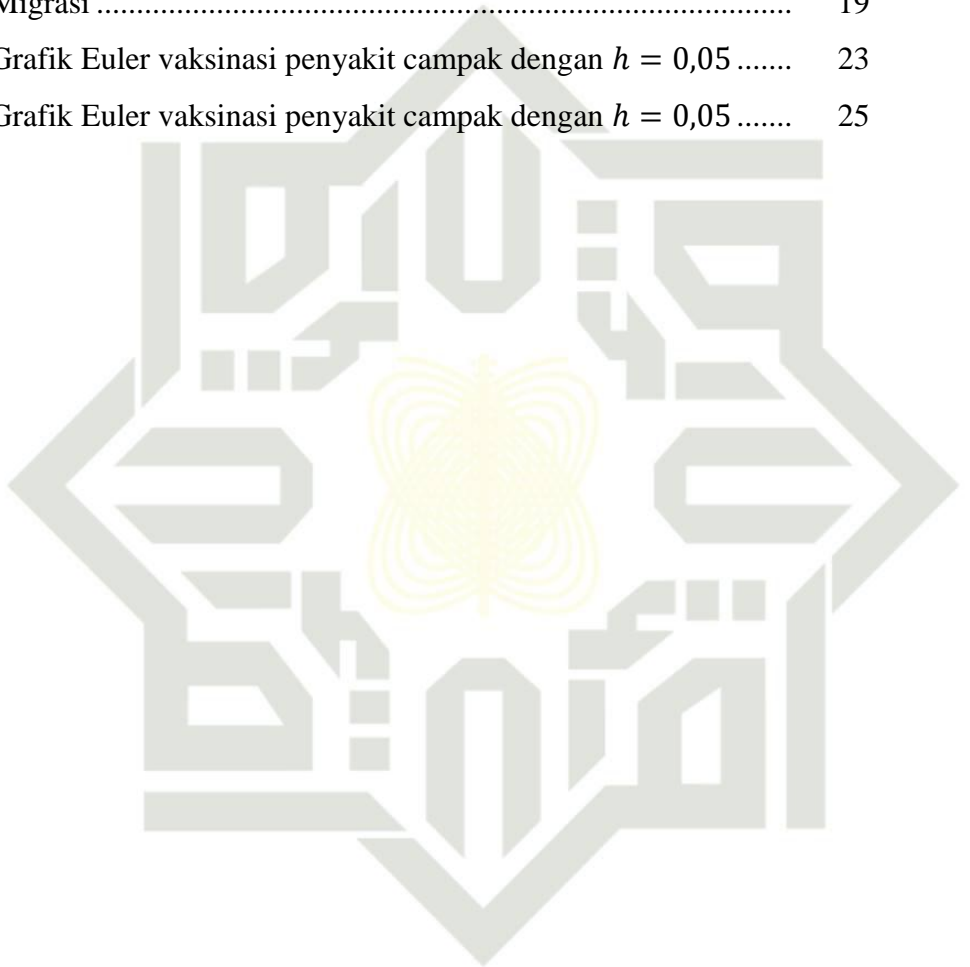
Tabel 2.1 Nama Variabel dalam Persamaan .....	8
Tabel 2.2 Nama Variabel dalam Persamaan .....	9
Tabel 3.1 Parameter dan Variabel model Seir penyakit campak .....	16
Tabel 4.1 Parameter yang digunakan .....	18
Tabel 4.2 Nilai Parameter untuk kontrol campak menggunakan vaksinasi ....	20
Tabel 4.3 Nilai $m_1$ dan $m_2$ .....	21
Tabel 4.4 Nilai Parameter untuk kontrol campak menggunakan vaksinasi ....	23
Tabel 4.5 Nilai $m_1$ dan $m_2$ .....	24

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Model SEIR pada Penyakit Campak Vaksinasi .....	8
Gambar 2.2	Perhitungan Metode Numerik .....	11
Gambar 4.1	Model SEIR pada penyakit campak Vaksinasi dan adanya Migrasi .....	19
Gambar 4.2	Grafik Euler vaksinasi penyakit campak dengan $h = 0,05$ .....	23
Gambar 4.3	Grafik Euler vaksinasi penyakit campak dengan $h = 0,05$ .....	25



UIN SUSKA RIAU

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,05$ dan $m_1 = m_2$ .....	30
Lampiran 2 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,05$ dan $m_1 > m_2$ .....	31
Lampiran 3 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,05$ dan $m_1 < m_2$ .....	32
Lampiran 4 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,01$ dan $m_1 = m_2$ .....	33
Lampiran 5 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,01$ dan $m_1 > m_2$ .....	34
Lampiran 6 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,01$ dan $m_1 < m_2$ .....	35

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB I PENDAHULUAN

### 1. Latar Belakang

Sistem dinamik merupakan cabang dari matematika yang mencoba untuk memahami proses gerak atau perubahan. Perubahan ini disebabkan karena nilai yang berbeda-beda. Sejarah sistem dinamik bermula dari persamaan differensial yang sangat penting dalam ilmu pengetahuan dan teknologi. Terdapat banyak metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial, diantaranya transformasi laplace, metode aljabar linier, dan banyak teknik- teknik yang lain. Dalam perkembangannya, analisa teknik untuk menyelesaikan persamaan differensial sebagian besar dikerjakan untuk persamaan differensial linier sedangkan penyelesaian untuk persamaan differensial non linier lebih sulit diselesaikan. Pada kenyataannya, banyak proses – proses penting yang bentuknya adalah non linier [1].

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika juga turut memberikan peranan penting dalam mencegah meluasnya penyebaran penyakit campak (measles) [2]. Peranan tersebut berupa model matematika yang mempelajari penyebaran penyakit. Model matematika juga dapat membantu dalam prediksi pengendalian epidemi di masa mendatang agar tidak terjadi edemik. Penyebaran penyakit campak dapat dibentuk menjadi sebuah model epidemi. Model epidemi yang dimaksud yaitu model SEIR. Tessa [3] menyebutkan bahwa pada model SEIR, populasi dibagi menjadi empat kompartemen yakni populasi rentan (susceptibles), populasi laten (exposed), populasi terinfeksi (infectious), dan populasi kebal penyakit (recovered).

Pada sebagian kasus, terdapat penyakit yang dapat memasuki kondisi edemik. Kondisi ini diartikan sebagai kondisi saat penyakit menyebar pada suatu wilayah dalam kurun waktu yang sangat lama. Kondisi ini juga terjadi pada penyakit campak. Faktor kelahiran dan kematian perlu diperlihatkan dalam model ini karena penyebaran penyakit campak terjadi dalam kurun waktu yang sangat

#### Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

lama dan juga proporsi sukses atau tidaknya vaksinasi pada kelahiran perlu ditentukan sehingga vaksinasi menjadi kekebalan permanen.

Model penyebaran penyakit telah banyak dibahas, salah satunya jurnal Tessa [3] dan menghasilkan stabilitas lokal dari titik keseimbangan bebas penyakit untuk model SEIR epidemiologis dengan populasi yang tidak konstan menggunakan fungsi Lyapunov. Jurnal Suandi [4] dan menghasilkan penggunaan vaksin dapat menurunkan jumlah populasi manusia terinfeksi dan meningkatkan jumlah populasi manusia yang kebal terhadap penyakit, khususnya penyakit campak namun perlu diketahui bahwa proporsi manusia yang diberi vaksin ini dapat ditentukan apabila kita sudah mengetahui laju infeksi dari penyakit campak.

Metode Euler merupakan salah satu metode numerik dalam persamaan differensial biasa tak linier. Metode ini merupakan metode yang sederhana, sehingga mudah digunakan [5]. Jurnal [5] membahas tentang kesetimbangan yang diselesaikan secara numerik dengan metode Euler menggunakan informasi kuantitatif secara umum dan empiris.

Jurnal [6] membahas tentang solusi dari persamaan dalam bentuk grafik agar dapat mempermudah dalam membandingkan hasil dari setiap metode yang digunakan, sehingga dapat terlihat metode yang paling baik dalam menyelesaikan persamaan PDB. Jurnal [7] membahas tentang penyelesaian sistem transmisi TB model SIR yang diselesaikan menggunakan metode Euler, metode Heun, dan metode Iterasi variasional.

Berdasarkan pembahasan dari jurnal yang ditulis oleh moussa tessa [3] dan Sabhar [5] penulis tertarik untuk mengulas jurnal *mathematical model for control of measles by vaccination* dengan menambahkan asumsi adanya pengaruh migrasi dengan judul “**Analisis Model Vaksinasi Penyakit Campak Dengan Adanya Migrasi Menggunakan Metode Euler**”.

### 1. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah penulis uraikan di atas maka rumusan masalah dalam tugas akhir “Bagaimana identifikasi, kesetimbangan, dan solusi model penyakit campak?”.

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### 1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, maka harus dilakukan batasan masalah agar tujuan dapat dicapai dengan baik dan tepat. Pada penelitian ini hanya membahas mengenai:

- Penulis hanya menggunakan satu spesies, yaitu penyakit campak
- Untuk menganalisa penyelesaian Model vaksinasi penyakit campak
- Untuk menyelesaikan Persamaan tak linier Penelitian menggunakan metode euler
- Nilai  $h$  yang digunakan hanyalah  $h = 0,05$  dan  $h = 0,01$ .

### 1.4 Tujuan Masalah

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui identifikasi, menyelesaikan dan mengenalisa Model vaksinasi penyakit campak dengan Metode Euler.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui identifikasi model vaksinasi penyakit campak
2. Memahami konsep metode euler sebagai salah satu metode untuk menyelesaikan Persamaan differensial biasa tak linier
- Memahami penyelesaian Model vaksinasi penyakit campak menggunakan Metode Euler

### 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini adalah sebagai berikut::

#### BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

#### BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang menjelaskan tentang teori-teori yang mendukung untuk bagian pembahasan.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### **BAB III METODE PENELITIAN**

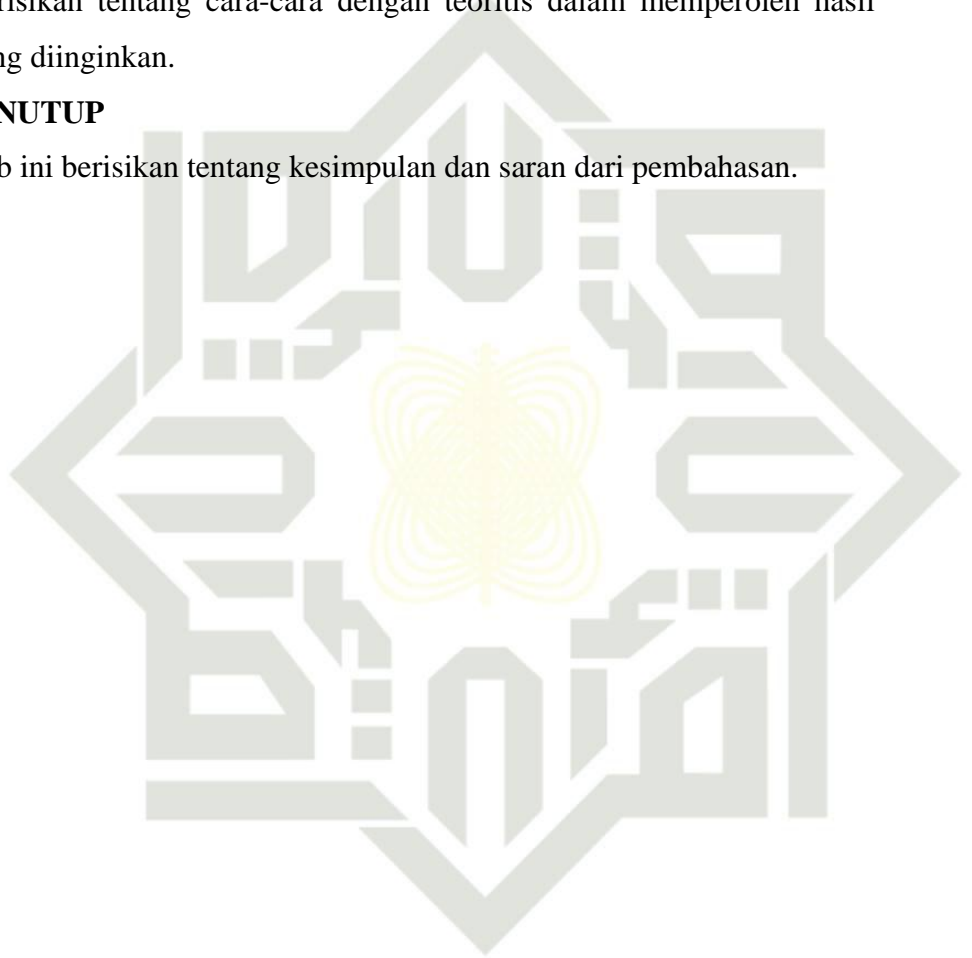
Bab ini berisikan studi pustaka literatur, yaitu dengan membaca buku-buku, jurnal, tugas akhir dan sumber-sumber lainnya yang mendukung pembahasan.

### **BAB IV PEMBAHASAN**

Berisikan tentang cara-cara dengan teoritis dalam memperoleh hasil yang diinginkan.

### **BAB V PENUTUP**

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dan saran dari pembahasan.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II LANDASAN TEORI

### 2. Sistem Persamaan Differensial

Persamaan differensial adalah suatu persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas, sedangkan sistem persamaan differensial adalah kumpulan dari beberapa persamaan differensial.

Diberikan Sistem persamaan differensial

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan  $x \in R^n$ , dan  $f: x \rightarrow R^n$  fungsi kontinu pada  $x$ .

Sistem (2.1) dapat ditulis sebagai

$$\dot{x} = f(x). \tag{2.2}$$

Berdasarkan kelinearannya sistem persamaan differensial dibedakan menjadi dua, yaitu sistem persamaan differensial linier dan sistem persamaan differensial nonn-linier

#### 2.1.1 Sistem Persamaan Differensial Linier

Sistem persamaan differensial linier dapat muncul dalam masalah yang melibatkan beberapa variabel tak bebas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dan variabel bebas  $t$ . Secara umum, sistem persamaan differensial dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n, \\ \dot{x}_2 &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n, \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Jika setiap fungsi  $b_1(t), b_2(t), \dots, b_n(t)$  adalah fungsi nol, maka sistem (2.3) disebut sistem persamaan differensial linier homogen, sedangkan jika tidak

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

bernilai nol, maka Sistem (2.3) disebut sistem persamaan differensial non homogen. Notasi Matriks Sistem (2.3) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix},$$

atau dapat dinyatakan dalam persamaan berikut

$$\dot{X} = A(t)X + B(t), \tag{2.4}$$

dengan

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \text{ dan } B(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix},$$

**Contoh 2.1**

Berikut diberikan contoh sistem persamaan differensial linear.

$$\frac{dx}{dt} = 6x - y,$$

$$\frac{dy}{dt} = -x - 2y.$$

Sistem persamaan differensial di atas merupakan persamaan differensial linier homogen.

**2.1.2 Sistem Persamaan Differensial Non Linier**

**Definisi 2.1** (Ros, [8]) *Persamaan differensial nonlinier adalah persamaan differensial biasa yang tidak linier.*

Suatu persamaan differensial dikatakan nonlinier jika memenuhi salah satu sebagai berikut [8].

- Memuat variabel tak bebas dan/atau turunannya yang berpangkat selain Satu
- Terdapat perkalian dari variabel tak bebas dan/atau turunan-turunannya
- Terdapat fungsi transedental dari variabel tak bebas dan turunan-turunannya.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### Contoh 2.2

Diberikan persamaan differensial nonlinier

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 6y = 0.$$

Persamaan diatas merupakan persamaan differensial nonlinier, karena terdapat variabel tak bebas yang berpangkat dua  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$  dan turunannya yang berpangkat dua  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ .

### Contoh 2.3

Diberikan persamaan differensial nonlinier

$$\frac{dy}{dx} + y = e^2.$$

Persamaan diatas merupakan persamaan differensial nonlinier, karena terdapat fungsi transenden ( $e^2$ ).

### Contoh 2.4

Diberikan persamaan differensial nonlinier

$$4y \frac{dy}{dx} + xy = 0.$$

Persamaan diatas merupakan persamaan differensial nonlinier, karena terdapat perkalian tak bebas dan turunannya  $\left(y \frac{dy}{dx}\right)$ .

Sistem persamaan differensial dikatakan non linier, jika persamaan differensial yang membentuknya merupakan differensial nonlinier ■

### 2 Model SEIR

Pada model SEIR populasi dibagi menjadi 4 kelas, yaitu: kelas populasi rentan *Susceptible* ( $S$ ), kelas populasi terjangkit *Exposed* ( $E$ ), kelas populasi terinfeksi *Infected* ( $I$ ), dan kelas populasi sembuh *Recovered* ( $R$ ). Kemudian  $S(t)$  menyatakan proporsi individu rentan pada saat  $t$ ,  $E(t)$  menyatakan proporsi individu terjangkit pada saat  $t$ ,  $I(t)$  menyatakan proporsi individu terinfeksi pada

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

saat  $t$ ,  $R(t)$  menyatakan proporsi individu sembuh pada saat  $t$ , dan  $N(t)$  menyatakan proporsi total individu.

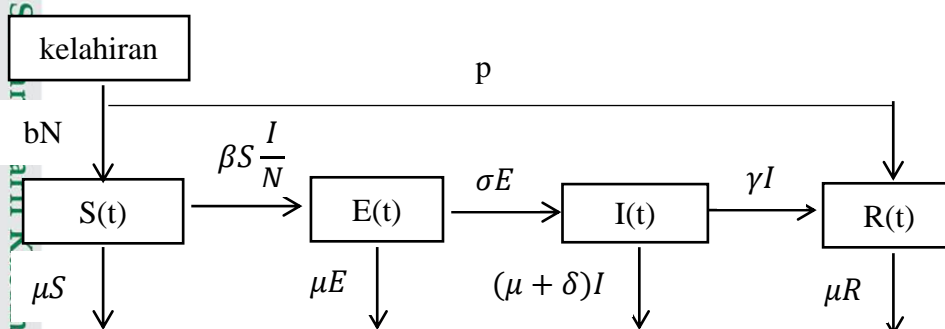
Dibawah ini merupakan contoh model SEIR pada penyakit campak tanpa vaksinasi dan migrasi yang dibahas oleh [3] dalam jurnal berjudul *Mathematical Model for Control Of Measles by Vaccination*.

Adapun asumsi yang digunakan dalam jurnal tersebut adalah membagi populasi menjadi lima kompartemen:  $S(t)$ ,  $E(t)$ ,  $I(t)$  dan  $R(t)$  sebagai individu yang rentan, terpapar, menular dan individu yang kebal, di mana  $t$  mewakili waktu. Jadi, pada waktu  $t$  populasi homogen berukuran  $N(t)$  dikategorikan ke status penyakit:

**Tabel 2. 1 Nama Tabel Asumsi Pada Populasi**

Variabel	Keterangan
$S(t)$	Individu Susceptible pada saat $t$
$E(t)$	Individu Exposed, tetapi belum menular pada saat $t$
$I(t)$	Individu Infectious; mereka bisa menyemprotkan penyakit pada saat $t$
$R(t)$	Recovered dari penyakit atau dikeluarkan secara buatan melalui vaksinasi, semuanya kebal secara permanen pada saat $t$
B	jumlah rata-rata kontak yang memadai seseorang per unit waktu
$\beta \frac{I(t)}{N(t)}$	jumlah rata-rata kontak dengan infeksi per unit waktu dari satu Susceptible
$\beta \left( \frac{I(t)}{N(t)} \right) S(t)$	jumlah kasus baru per unit waktu karena Susceptible $S(t)$

Berdasarkan asumsi di atas, dapat digambarkan diagram transfer berikut :



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



**Gambar 2.1 Model SEIR pada Penyakit Campak Vaksinasi**

Berdasarkan diagram transfer di atas diperoleh Sistem Persamaan differensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= b(1 - p)N - \beta S \frac{I}{N} - \mu S, \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - (\sigma + \mu)E, \\
 \frac{dI}{dt} &= \sigma E - (\gamma + \mu + \delta)I, \\
 \frac{dR}{dt} &= bpN + \gamma I - \mu \text{ dengan } S + E + I + R = N.
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

**Tabel 2. 1 Nama Variabel dalam Persam aan**

variabel	Keterangan
$\beta$	Tingkat kontak
$\frac{I}{\sigma}$	Periode laten rata-rata
$\frac{I}{\gamma}$	Periode menular rata-rata
$b$	Tingkat kelahiran
$p$	Proporsi mereka yang berhasil divaksinasi saat lahir
$\mu$	Tingkat kematian
$\delta$	mortality Perbedaan kematian karena campak
$N$	jumlah total populasi

**2.3 Titik Kesetimbangan**

Titik kesetimbangan menjadi salah satu pembahasan dalam bab ini karena titik kesetimbangan diperlukan dalam proses analisis penyebaran penyakit campak. Titik kesetimbangan digunakan untuk mengetahui nilai dari nilai reproduksi dasar.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Definisi 2.2 (Wiggins, [9])** Diberikan Sistem persamaan differensial  $\dot{x} = f(x)$ . titik  $\hat{x} \in R^n$  disebut titik kesetimbangan dari  $\dot{x} = f(x)$ . jika memenuhi  $f(\hat{x}) = 0$

Titik kesetimbangan dapat diklarifikasi menjadikan menjadi dua yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik penyakit. Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah kesetimbangan saat kelas terinfeksi nol atau saat penyakit tidak menyebar dalam populasi. Titik kesetimbangan endemik penyakit adalah kesetimbangan saat saat kelas terinfeksi tidak nol atau saat penyakit menyebar dalam populasi.

## 2.4 Metode Euler

Metode euler adalah salah satu dari metode satu langkah yang paling tua dan paling sederhana dalam menyelesaikan persamaan diferensial. Dibandingkan dengan beberapa metode lainnya, metode ini paling kurang teliti. Namun demikian metode ini perlu dipelajari mengingat kesederhanaanya dan mudah pemahamannya sehingga memudahkan dalam mempelajari metode lain yang lebih teliti [10].

Metode Euler dapat diturunkan dari deret Taylor berikut:

$$B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t + B''_i \frac{\Delta t^2}{2!} + \dots,$$

Apabila nilai  $\Delta x$  kecil, maka suku yang mengandung pangkat yang lebih tinggi dari 2 adalah sangat kecil dan dapat diabaikan, sehingga persamaan di atas dapat ditulis menjadi:

$$B = B_i + B'_i \Delta t.$$

Dengan membandingkan persamaan metode satu langkah  $B_{i+1} = B_i + \emptyset \Delta t$  dan  $B_{i+1} = B_i + B'_i \Delta t$  dapat disimpulkan bahwa dalam metode Euler, kemiringan  $\emptyset = B'_i = f(t_i, B_i)$  sehingga persamaan  $B_{i+1} = B_i + f(t_i, B_i) \Delta t$  dapat ditulis menjadi

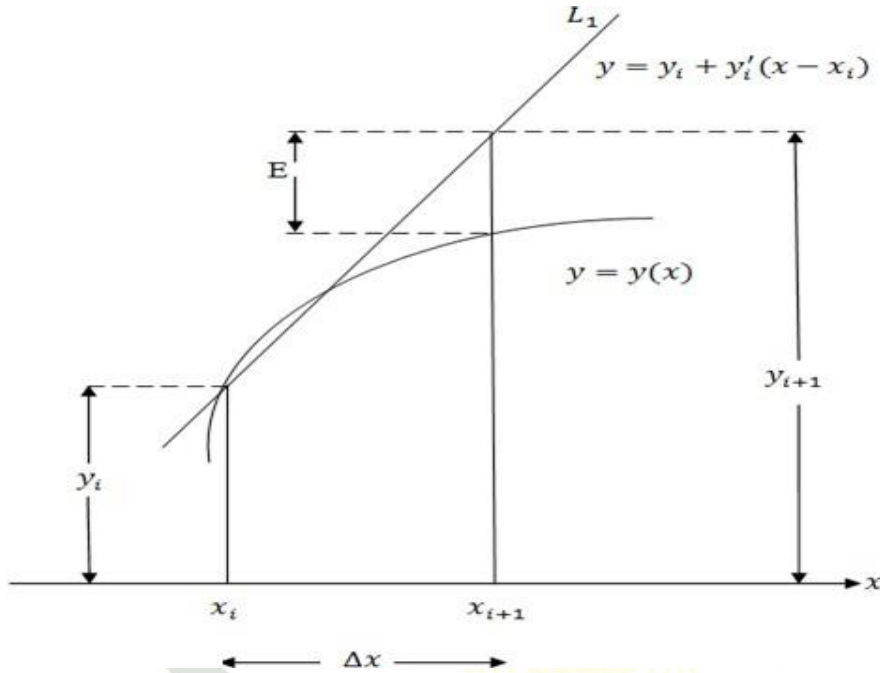
$$B = B_i + f(t_i, B_i) \Delta t.$$

Dengan  $i = 1, 2, 3, \dots$  persamaan  $B_{i+1} = B_i + f(t_i, B_i) \Delta t$  adalah metode Euler. Nilai  $B_{i+1}$  diprediksi dengan menggunakan kemiringan fungsi (sama

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan turunan pertaman) di titik  $t_i$  untuk diekstrapolasikan secara linier pada jarak sepanjang pias  $\Delta t$ . Gambar berikut adalah penjelasan secara grafis dari metode Euler



**Gambar 2.2 Gambar Perhitungan Metode Numerik**

Penyelesaian persamaan differensial biasa dengan metode Euler sangat sederhana, akan tetapi hasil penyelesaiannya sering merupakan penyelesaian pendekatan dengan nilai galat yang cukup besar, biasanya untuk mengurangi nilai galatnya diambil partisi ( $h$ ) yang cukup kecil, akan tetapi hal ini akan menambah jumlah itersinya. Metode ini juga dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan disfferensial. Penyelesaian dengan metode Euler tidak perlu mencari turunan-turunan fungsi terlebih dahulu [11].

Langkah-langkah metode Euler untuk menyelesaikan sistem persamaan differensial tak linier yaitu:

1. Memasukkan nilai awal  $S(t_0)$ ,  $E(t_0)$ , dan  $I(t_0)$ .
2. Menentukan batas atas dan batas bawah untuk parameter  $t$  pada selang  $(t_0, b) \ni t_0 < t < b$ .
3. Menghitung nilai  $h$  dari iterasi sebanyak  $n$  yang diinginkan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$h = \frac{b - t_0}{n}$$

4. Menghitung nilai dari

$$S_{i+1} = S_i + f(t_i, S_i, E_i, I_i) \times h$$

$$E_{i+1} = E_i + g(t_i, S_i, E_i, I_i) \times h$$

$$I_{i+1} = I_i + j(t_i, S_i, E_i, I_i) \times h$$

5. Jika nilai  $S(t_0)$ ,  $E(t_0)$ , dan  $I(t_0)$  dari fungsi  $(f, g, j)$  mempunyai galat terkecil (mendekati nol) maka nilai  $S(t_0)$ ,  $E(t_0)$ , dan  $I(t_0)$  dipakai untuk menganalisis.
6. Jika nilai galat  $S(t_0)$ ,  $E(t_0)$ , dan  $I(t_0)$  besar maka harus kembali pada item 3 (artinya mengulang sampai di dapatkan selisih nilai  $S(t_0)$ ,  $E(t_0)$ , dan  $I(t_0)$  kecil (mendekati nol) dengan memperkecil  $h$  secara umum rumusnya  $h = \frac{b-t_0}{n}$ .

**Contoh 2.5**

Selesaikan sistem persamaan 2.5 pada interval  $0 < t < 5$ , dengan  $S(t_0) = 0,1, E(t_0) = 0,1$  dan  $I(t_0) = 0,1$  untuk  $t_0 = 0$  tahun.

Persamaan 2.5 menjadi:

$$f(x) = 0,34265 - 1,6667SI - 0,344265S,$$

$$g(x) = 1,6667SI - E - 0,34265E,$$

$$j(x) = E - 0,1111I - 0,34265I - 0,0833I.$$

Dalam 2 iterasi sehingga diperoleh nilai  $h = \frac{b-t_0}{n} = \frac{5-0}{2} = 2,5$

Maka diperoleh

Iterasi ke-1

$$\begin{aligned} S_1 &= S_0 + f(t_0, S_0, E_0, I_0) \times h, \\ &= 0,1 + 0,2915565 \times 2,5, \\ &= 0,82889125. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 + g(t_0, S_0, E_0, I_0) \times h, \\ &= 0,1 + (-0,117598) \times 2,5, \\ &= -0,193995. \end{aligned}$$

$$I_1 = I_0 + j(t_0, S_0, E_0, I_0) \times h,$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= 0.1 + 0,046295 \times 2,5,$$

$$= 0,2157375.$$

$$t_1 = t_0 + h,$$

$$= 0 + 2,5,$$

$$= 2,5.$$

Jadi,  $S(1) = 0,82889125$ ,  $E(1) = -0,193995$ , dan  $I(1) = 0,2157375$ .

Iterasi ke-2

$$S_2 = S_1 + f(t_1, S_1, E_1, I_1) \times h,$$

$$= 0,82889125 + (-0,240752417) \times 2,5,$$

$$= 0,2270102075.$$

$$E_2 = E_1 + g(t_1, S_1, E_1, I_1) \times h,$$

$$= -0,193995 + 0,55851155759 \times 2,5,$$

$$= 1,20228389398.$$

$$I_2 = I_1 + j(t_1, S_1, E_1, I_1) \times h,$$

$$= 0,2157375 + (-0,3098568244) \times 2,5,$$

$$= -0,558904561.$$

$$t_1 = t_0 + h,$$

$$= 2,5 + 2,5,$$

$$= 5.$$

Jadi,  $S(2) = 0,40304530275-18$ ,  $E(2) = 1,20228389398$ , dan  $I(2) = -0,558904561$

∴ Artinya iterasi berhenti saat  $t$  sudah sampai di batas atas dari interval yang telah ditetapkan.

**2.5 Perkiraan Galat Metode Euler**

Penyelesaian secara numerik dari suatu Persamaan Matematika hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak dari penyelesaian analitik. Salah satu tantangan metode numerik adalah menemukan taksiran galat tanpa mengetahui nilai sebenarnya, karena nilai sebenarnya hanya dapat dicari jika fungsi yang diketahui dapat dicari diselesaikan secara analitik. Untuk menentukan

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

nilai taksiran digunakan pendekatan dengan banyaknya selang, sedangkan galat ditaksirkan sebagai berikut:

$$E = |y_{n+1} - y_n|,$$

Dengan:

$$E = \text{Galat}$$

$$y_{t_1} = \text{Taksiran sekarang}$$

$$y_n = \text{Taksiran sebelumnya}$$

Dalam kasus nyata, besarnya galat tidak dapat dihitung, yang dapat dihitung adalah memberi batas atas galat sekecil mungkin, misalnya batas galat sama dengan  $10^{-9}$ , sehingga  $|E| \leq 10^9$ ; [12].

**Contoh 2.6**

Carilah galat dari sistem persamaan 2.5 dengan interval  $0 < t < 5$  dengan  $S(t_0) = 0,1, E(t_0) = 0,1$  dan  $I(t_0) = 0,1$  untuk  $t_0 = 0$  tahun.

Persamaan 2.5 menjadi:

$$f(x) = 0,34265 + 0,2S - 1,6667SI - 0,344265S - 0,2S,$$

$$g(x) = 1,6667SI - E - 0,34265E - 0,2E,$$

$$j(x) = E - 0,1111I - 0,34265I - 0,0833I - 0,2I.$$

Dalam 2 iterasi sehingga diperoleh nilai  $h = \frac{b-t_0}{n} = \frac{5-0}{2} = 2,5$ .

Maka diperoleh

Iterasi ke-1

$$S_1 = S_0 + f(t_0, S_0, E_0, I_0) \times h,$$

$$= 0,1 + 0,2915565 \times 2,5,$$

$$= 0,82889125.$$

$$G = |S_1 - S_0|,$$

$$= |0,82889125 - 0,1|,$$

$$= 0,72889125.$$

$$E_1 = E_0 + g(t_0, S_0, E_0, I_0) \times h,$$

$$= 0,1 + (-0,117598) \times 2,5,$$

$$= -0,193995.$$

$$G = |E_1 - E_0|,$$

$$= |-0,193995 - 0,1|,$$

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= 0,293995.$$

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 + j(t_0, S_0, E_0, I_0) \times h, \\ &= 0.1 + 0,046295 \times 2,5, \\ &= 0,2157375. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |I_1 - I_0|, \\ &= |0,2157375 - 0,1|, \\ &= 0,0157375. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= t_0 + h, \\ &= 0 + 2,5, \\ &= 2,5. \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } S(1) = 0,8288925, E(1) = -0,243995, \text{ dan } I(1) = 0,1657375.$$

Iterasi ke-2

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 + f(t_1, S_1, E_1, I_1) \times h, \\ &= 0,82889125 + (-0,240752417) \times 2,5, \\ &= 0,2270102075. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |S_2 - S_1|, \\ &= |0,2270102075 - 0,82889125|, \\ &= 0,6018810425. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 + g(t_1, S_1, E_1, I_1) \times h, \\ &= -0,193995 + 0,55851155759 \times 2,5, \\ &= 1,20228389398. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= |E_1 - E_0|, \\ &= |1,20228389398 + 0,243995|, \\ &= 1,44627889398. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= I_1 + j(t_1, S_1, E_1, I_1) \times h, \\ &= 0,2157375 + (-0,3098568244) \times 2,5, \\ &= -0,558904561. \end{aligned}$$

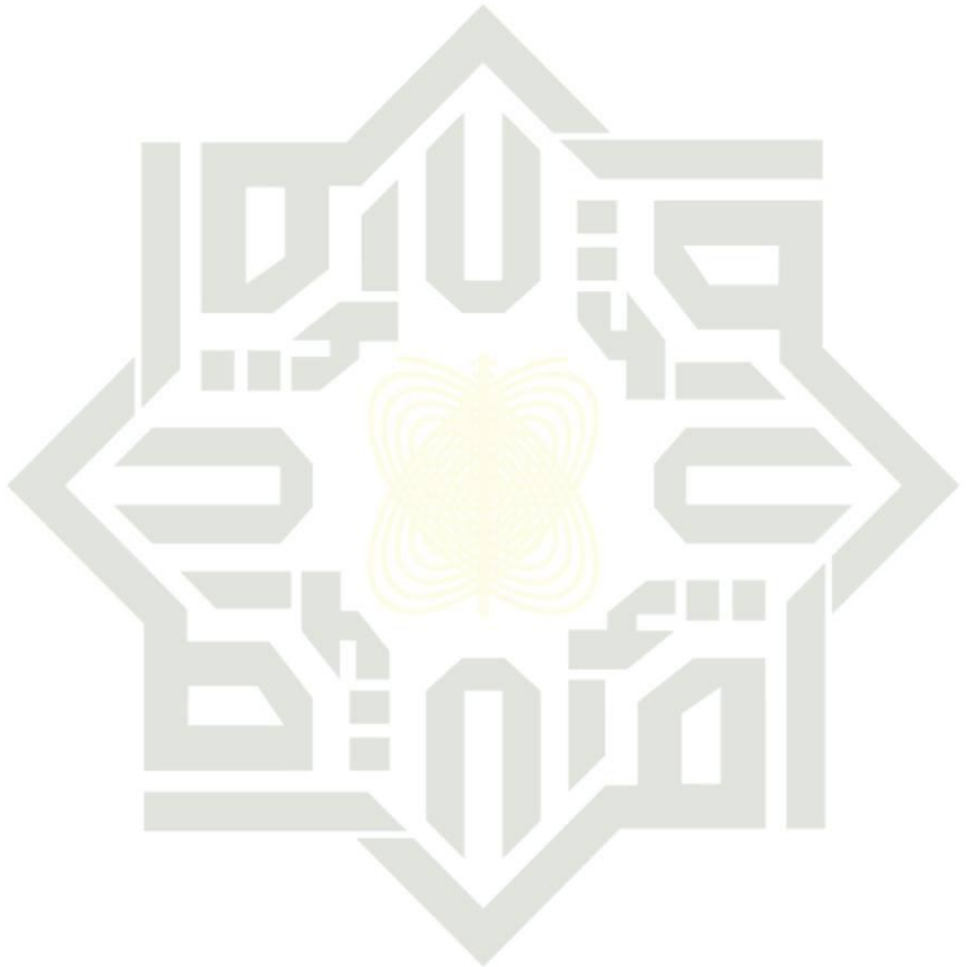
$$\begin{aligned} G &= |I_1 - I_0|, \\ &= |-0,558904561 - 0,2157375|, \\ &= 0,774642061. \end{aligned}$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Maka galat dari persamaan  $S$  pada saat  $t = 5$  tahun diperoleh galat sebesar 0,6018810425, untuk persamaan  $E$  pada saat  $t = 5$  tahun diperoleh galat sebesar 1,44627889398, dan untuk persamaan  $I$  pada saat  $t = 5$  tahun diperoleh galat sebesar 0,90935811.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB III METODE PENELITIAN

Metode Penelitian dalam tugas akhir ini adalah studi literatur dengan mempelajari buku-buku dan jurnal-jurnal yang berhubungan dengan penyakit endemik, khususnya model SEIR. Adapun langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membuat asumsi yang melibatkan parameter dan variable,
2. Mengidentifikasi parameter dan variable yang digunakan dalam model

**Tabel 3.1 Parameter dan Variabel model SEIR penyakit campak**

No	Parameter dan variabel	Keterangan
1	$S$	Individu Susceptible pada saat $t$
2	$E$	Individu Exposed, tetapi belum menular pada saat $t$
3	$I$	Individu Infectious; mereka bisa menyebarkan penyakit pada saat $t$
4	$R$	Recovered dari penyakit atau dikeluarkan secara buatan melalui vaksinasi, semuanya kebal secara permanen pada saat $t$
5	$b$	laju kelahiran
6	$\mu$	laju kematian alami
7	$\beta$	laju kontak
8	$\delta$	angka infeksi karena campak
9	$\alpha$	angka kematian akibat penyakit campak
10	$\gamma$	angka kesembuhan
11	$p$	proporsi sukses vaksinasi
12	$m_1$	laju imigrasi
13	$m_2$	laju emigrasi

3. Model matematika dari parameter untuk setiap subpopulasi yang diperoleh dari asumsi yang diberikan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = b(1 - p)N - \beta S \frac{I}{N} - \mu S,$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{dE}{dt} = \beta S \frac{I}{N} - (\sigma + \mu)E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma E - (\gamma + \mu + \delta)I,$$

$$\frac{dR}{dt} = bpN + \gamma I - \mu.$$

4. Persamaan yang Terdapat pada Langkah (3) diatas ditambah dengan adanya migrasi yaitu emigrasi dan imigrasi pada populasi sehingga model menjadi:

$$\frac{dS}{dt} = b(1-p)N + m_1S - \frac{\beta SI}{N} - \mu S - m_2S,$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \delta E - \mu E - m_2E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E - \gamma I - \mu I - \alpha I - m_2I,$$

$$\frac{dR}{dt} = bpN - \gamma I - m_2R - \mu R.$$

5. Menyelesaikan model penyakit campak pada langkah (4) dengan Metode Euler,
6. Menganalisa penyelesaian Model penyakit campak pada langkah (3) dengan Metode Euler yang Terdapat pada langkah (5),
7. Membuat Simulasi numerik dengan menggunakan software Matlab,
8. Menyimpulkan hasil yang diperoleh secara keseluruhan.



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB V PENUTUP

### 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan penjelasan pada bab sebelumnya maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Bentuk model matematika vaksinasi penyakit campak dengan adanya migrasi dapat dilihat pada Sistem (4.1).
2. Dari Sistem (4.2) kemudian diselesaikan dengan Metode Euler
3. Simulasi numerik menjelaskan bahwa peningkatan dan penurunan vaksinasi penyakit campak dipengaruhi dengan adanya perpindahan dan migrasi yang terjadi di dalam subpopulasi.

### 5.2. Saran

Penulis melakukan analisis model matematika untuk melihat penyebaran vaksinasi penyakit campak dengan adanya migrasi menggunakan Metode Euler. Peneliti berharap peneliti lain untuk mengembangkan penelitian ini menggunakan metode lain sehingga dapat dibandingkan hasilnya dengan penelitian ini.

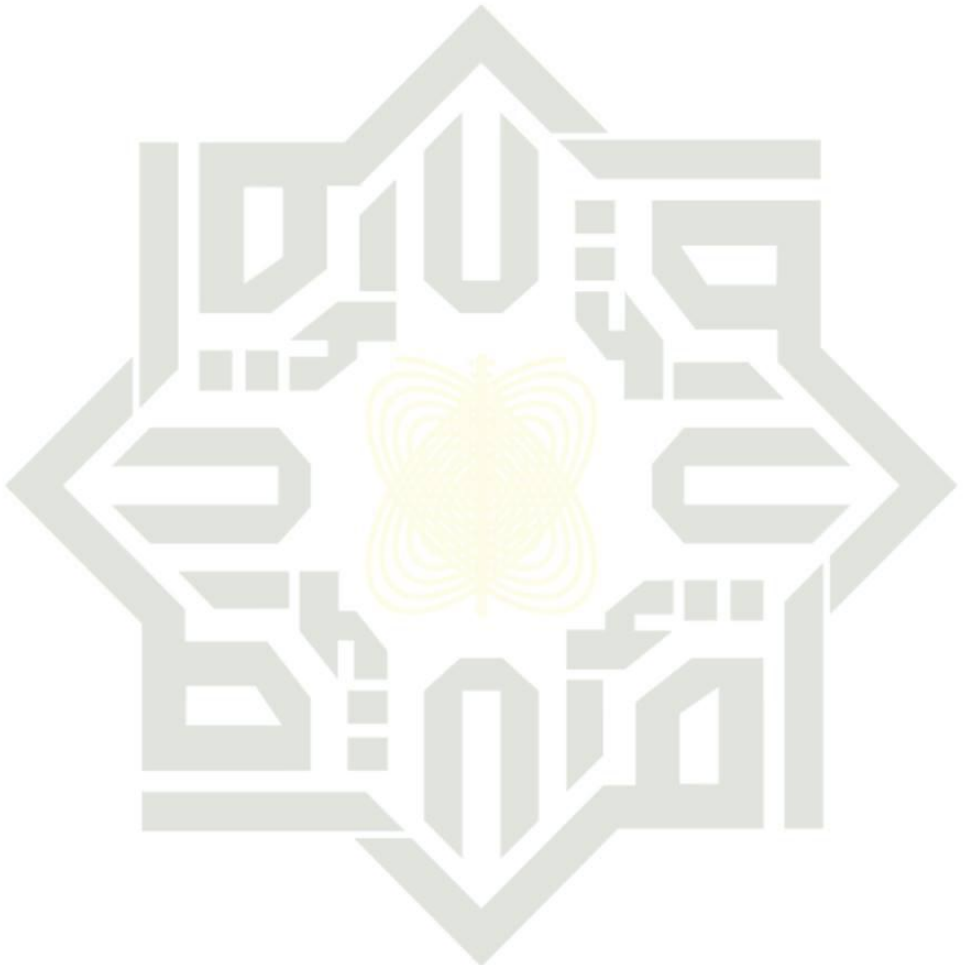
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR PUSTAKA

- Y. S. Rineka Eight Neenty, Siti Khabibah, “Dinamika Keluarga Fungsi Kuadrat Berdasarkan  $Q_c(x) = x^2 + c$  Titik Tetap,” vol. 44, no. 12, pp. 2–8, 2013.
- H. Castellini and L. Romanelli, “On the propagation of social epidemics in social networks under SIR model. eprint,” *arXiv Prepr. nlin/0703053*, 2007.
- M. Tessa, “Mathematical model for control of measles by vaccination,” in *Proceedings of Mali Symposium on Applied Sciences*, 2006, vol. 2006, pp. 31–36.
- D. Suandi, “Analisis Dinamik pada Model Penyebaran Penyakit Campak dengan Pengaruh Vaksin Permanen,” *J. Kubik*, vol. 2, no. 2, 2018.
- M. Subahar, “Analisis Model Ulat Cemara (Spruce Budworm) Dengan Metode Euler,” *Gospod. Mater. i Logistyka*, vol. 26, no. 4, pp. 185–197, 2013.
- J. Y. Wijaya, T. H. Liong, and K. R. R. Wardani, “Perbandingan Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Menggunakan Metode Backpropagation, Euler, Heun, dan Runge-kutta Orde 4,” *J. Telemat.*, vol. 11, no. 1, pp. 1–6, 2015.
- Z. Abidin, “Kesalahan Akibat Integrasi Numerik pada Sinyal Pengukuran Getaran dengan Metode Euler dan Trapesium,” *Kesalahan Akibat Integr. Numer. pada Sinyal Pengukuran Getaran dengan Metod. Euler dan Trapesium*, vol. 11, no. 1, pp. 19–24, 2009.
- J. Ros, *Els sistemes naturals de les Illes Medes*, vol. 73. Institut d’estudis catalans, 1984.
- J. S. Wiggins, *Paradigms of personality assessment*. Guilford Press, 2003.
- B. Triatmodjo, “Metode Numerik dilengkapi dengan program komputer,” 2002.
- F. B. Prastyoko, D. Fanani, and M. K. Mawardi, “Strategi Pemasaran Kerajinan Gerabah Yang Berorientasi Ekspor Pada PT. Lombok Putri Cinderamata.” Brawijaya University, 2016.
- C. Sa’Dijah *et al.*, “The Profile of Junior High School Students’ Mathematical Creative Thinking Skills in Solving Problem through

Contextual Teaching,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1397, no. 1, 2019  
M. Ulfa, “Pengaruh kompensasi terhadap motivasi kerja dan kinerja karyawan (studi pada karyawan auto 2000 Malang Sutoyo).” Brawijaya University, 2013.



UIN SUSKA RIAU

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## LAMPIRAN

### Lampiran 1 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,05$ dan $m_1 = m_2$

```

clc;clear;format short;
disp('===Model Penyakit campak m1=m2===')
disp(' ');
disp('sistem persamaan differensial biasa:')
f=inline('0.34265-0.34265*x-1.6667*x*z','t','x','y','z')
g=inline('1.6667*z*x-1.54265*y','t','x','y','z')
j=inline('y-0.73705*z','t','x','y','z')
x0=0.1;%( 'nilai awal,x0=');
y0=0.1;%( 'nilai awal,y0=');
z0=0.1;%( 'nilai awal,z0=');
n=100;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=');
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=');
b=5;%( 'masukkan batas atas interal pencarian=');
h=(b-a)/n;x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
disp('hasil komputasi:')
disp(' iterasi t z y x eror_z eror_y eror_x ')
disp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('S','E','I')
xlabel('t')
ylabel('SEI')

```

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## Lampiran 2 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,05$ dan $m_1 > m_2$

```

clear;format short;
d=sp('===Model Penyakit campak m1>m2===');
d=sp(' ');
d=sp('sistem persamaan differensial biasa:');
f=inline('0.34265-0.24265*x-1.6667*x*z','t','x','y','z')
g=inline('1.6667*z*x-1.44265*y','t','x','y','z')
j=inline('y-0.65375*z','t','x','y','z')
x0=0.1;%( 'nilai awal,x0=' );
y0=0.1;%( 'nilai awal,y0=' );
z=0.1;%( 'nilai awal,z0=' );
n=100;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=' );
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=' );
b=5;%( 'masukkan batas atas interal pencarian=' );
h=(b-a)/n;
x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
d=sp('hasil komputasi:');
d=sp(' iterasi t z y x eror z eror_y eror_x ');
d=sp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('S','E','I')
xlabel('t')
ylabel('SEI')
    
```

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### Lampiran 3 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,05$ dan $m_1 < m_2$

```

clear;format short;
d=sp('===Model Penyakit campak m1<m2===');
d=sp(' ');
d=sp('sistem persamaan differensial biasa:');
f=inline('0.34265-0.34265*x-1.6667*x*z','t','x','y','z')
g=inline('1.6667*z*x-1.54265*y','t','x','y','z')
j=inline('y-0.75375*z','t','x','y','z')
x0=0.1;%( 'nilai awal,x0=' );
y0=0.1;%( 'nilai awal,y0=' );
z0=0.1;%( 'nilai awal,z0=' );
n=100;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=' );
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=' );
b=5;%( 'masukkan batas atas interal pencarian=' );
h=(b-a)/n;
x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
d=sp('hasil komputasi:');
d=sp(' iterasi t z y x eror z eror_y eror_x ');
d=sp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('S','E','I')
xlabel('t')
ylabel('SEI')
    
```

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



### Lampiran 4 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,01$ dan $m_1 = m_2$

```

clear;format short;
d=sp('===Model Penyakit campak m1=m2===');
d=sp(' ');
d=sp('sistem persamaan differensial biasa:');
f=inline('0.34265-0.34265*x-1.6667*x*z','t','x','y','z')
g=inline('1.6667*z*x-1.54265*y','t','x','y','z')
j=inline('y-0.73705*z','t','x','y','z')
x0=0.1;%( 'nilai awal,x0=');
y0=0.1;%( 'nilai awal,y0=');
z0=0.1;%( 'nilai awal,z0=');
n=500;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=');
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=');
b=5;%( 'masukkan batas atas interal pencarian=');
h=(b-a)/n;x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
d=sp('hasil komputasi:');
d=sp(' iterasi t z y x eror_z eror_y eror_x ');
d=sp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('S','E','I')
xlabel('t')
ylabel('SEI')
    
```

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



**Lampiran 5 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan  $h = 0,01$  dan  $m_1 > m_2$**

```

clear;format short;
d=sp('===Model Penyakit campak m1>m2===')
d=sp(' ');
d=sp('sistem persamaan differensial biasa:');
f=inline('0.34265-0.24265*x-1.6667*x*z','t','x','y','z')
g=inline('1.6667*z*x-1.44265*y','t','x','y','z')
j=inline('y-0.65375*z','t','x','y','z')
x0=0.1;%( 'nilai awal,x0=');
y0=0.1;%( 'nilai awal,y0=');
z0=0.1;%( 'nilai awal,z0=');
n=500;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=');
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=');
b=5;%( 'masukkan batas atas interal pencarian=');
h=(b-a)/n;
x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
d=sp('hasil komputasi:')
d=sp(' iterasi t z y x eror z eror_y eror_x ')
d=sp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('S','E','I')
xlabel('t')
ylabel('SEI')
    
```

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## Lampiran 6 program matlab untuk grafik Euler Model Vaksinasi Penyakit Campak dengan $h = 0,01$ dan $m_1 < m_2$

```

clear;format short;
d=sp('===Model Penyakit campak m1<m2===')
d=sp(' ');
d=sp('sistem persamaan differensial biasa:');
f=inline('0.34265-0.34265*x-1.6667*x*z','t','x','y','z')
g=inline('1.6667*z*x-1.54265*y','t','x','y','z')
j=inline('y-0.75375*z','t','x','y','z')
x0=0.1;%( 'nilai awal,x0=');
y0=0.1;%( 'nilai awal,y0=');
z0=0.1;%( 'nilai awal,z0=');
n=500;%( 'masukkan jumlah iterasi,n=');
a=0;%( 'masukkan batas bawah interval pencarian=');
b=5;%( 'masukkan batas atas interal pencarian=');
h=(b-a)/n;
x=zeros(n,1);x(1)=x0;
y=zeros(n,1);y(1)=y0;
z=zeros(n,1);z(1)=z0;
t=[0:h:n*h];tic;
for i=1:n
    x1=f(t(i),x(i),y(i),z(i));
    y1=g(t(i),x(i),y(i),z(i));
    z1=j(t(i),x(i),y(i),z(i));
    x2=x(i)+x1*h;
    y2=y(i)+y1*h;
    z2=z(i)+z1*h;
    x(i+1)=x2;
    y(i+1)=y2;
    z(i+1)=z2;
    r1=x2;
    r2=r1-x(i);
    r(i+1)=r2;
    m1=y2;
    m2=m1-y(i);
    m(i+1)=m2;
    q1=z2;
    q2=q1-z(i);
    q(i+1)=q2;
end
d=sp('hasil komputasi:');
d=sp(' iterasi t z y x eror z eror_y eror_x ');
d=sp([[1:i+1]' t' z y x q' m' r'])

plot(t,x,'.',t,y,'.',t,z,'.');grid on
legend('S','E','I')
xlabel('t')
ylabel('SEI')
    
```

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Siska Dara Wulandari dengan panggilan Siska, lahir di Jakarta, tanggal 15 Mei 1997. Sebagai anak ke dua dari dua bersaudara pasangan (alm) Bapak Ramlan dan Ibu Ida Rostita, S.Pdi. Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar (SD) pada tahun 2009. Lalu melanjutkan Pendidikan sekolah Menengah Pertama (SMP) lulus pada tahun 2012. Pada tahun 2015 Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMA N 3 Pariaman, Kota Pariaman, Provinsi Sumatra Barat dengan Jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Setelah menyelesaikan Pendidikan di SMA, kemudian Penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Program Studi Matematika.

Dalam masa perkuliahan Penulis telah melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Badan Pengawas Obat dan Makanan (BPOM) Riau dan Penulis juga telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Rawang Empat, Kecamatan Bandar Petalangan, Kabupaten Pelalawan.