

ANALISIS IDENTIFIKASI KESTABILAN LYAPUNOV DAN *PHASE PLANE* PADA SISTEM SUSPENSI KENDARAAN SEPEREMPAT MENGGUNAKAN KENDALI LQG, LQR-PID DAN MRAC-PID

TUGAS AKHIR

Di Anjukan Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik pada Program Studi Teknik Elektro Fakultas Sains dan Teknologi



UIN SUSKA RIAU

Oleh:

ANGGIE PUTTY TRIANI

11555202552

**PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU**

2022

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Diinangungi Ungaang-Ungaang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

ANALISIS IDENTIFIKASI KESTABILAN LYAPUNOV DAN *PHASE PLANE* PADA SISTEM SUSPENSI KENDARAAN SEPEREMPAT MENGGUNAKAN KENDALI LGQ, LQR-PID DAN MRAC-PID

TUGAS AKHIR

Oleh:

ANGGIE PUTTY TRIANI
11555202552

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir Program Studi Teknik Elektro di Pekanbaru, pada tanggal 21 Juli 2022

<p>Ketua Program Studi</p>  <p><u>Dr. Zulfatri Aini, S.T., M.T</u> NIP. 19721021 200601 2 001</p>	<p>Pembimbing</p>  <p><u>Andia Ullah, S.T., M.Eng</u> NIP. 19850618 201503 1 003</p>
---	---

ii



Hak Cipta Diinangungi Ungaang-Ungaang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS IDENTIFIKASI KESTABILAN LYAPUNOV DAN *PHASE PLANE* PADA SISTEM SUSPENSI KENDARAAN SEPEREMPAT MENGGUNAKAN KENDALI LGQ, LQR-PID DAN MRAC-PID

TUGAS AKHIR

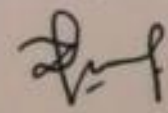
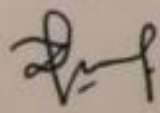
Oleh:

ANGGIE PUTTY TRIANI
11555202552

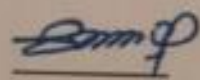
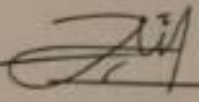

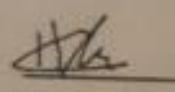
Telah dipertahankan di depan Sidang Dewan Penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Elektro Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 21 Juli 2022

Pekanbaru, 21 Juli 2022

Mengesahkan,

Dekan	Ketua Program Studi
	
<u>Dr. Drs. Hartono, B.A., M.Pd</u> NIP. 19640301 199203 1 003	<u>Dr. Zulfatri Aini, S.T., M.T</u> NIP. 19721021 200604 2 001

DEWAN PENGUJI :

Ketua	: Sutoyo, ST., MT		
Sekretaris	: Aulia Ullah, ST., M.Eng		
Anggota I	: Ahmad Faizal, S.T., M.T		
Anggota II	: Halim Mudia, S.T., M.T		

iii

Hak Cipta Diinangungi Ungaang-Ungaang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Lampiran Surat :
 Nomor : Nomor 25/2021
 Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Anggie Putty Triani
 NIM : 11515202552
 Tempat/Tgl. Lahir : Pekanbaru / 28 September 1997
 Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi
 Prodi : Teknik Elektro
 Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* :
ANALISIS IDENTIFIKASI KESTABILAN UJAPUNTOV DAN PHASE
PLANE PDA SISTEM SISTEMJI KEMAKAAM SEPEREMPAT
MENGGUNAKAN KENDALI LOG, LAR-PIO, DAN MRAC-PIO

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa:

1. Penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga

Pekanbaru, 28 Juli 2021
 *Saya membuat pernyataan

 ANGGIE PUTTY TRIANI
 NIM: 11515202552

*jika salah satu unsur judul karya tulis

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan di perkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan dengan sungguh bahwa di dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan oleh saya maupun orang lain untuk keperluan lain, dan sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis dalam referensi acuan dalam daftar pustaka.

Saya bersedia menerima sanksi jika pernyataan ini tidak sesuai dengan yang sebenarnya.

Pekanbaru, 21 Juli 2022

Yang membuat pernyataan,

ANGGIE PUTTY TRIANI

NIM. 11555202552

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang

Barang siapa yang menghendaki kehidupan dunia, maka wajib baginya berilmu, dan barangsiapa yang menghendaki kehidupan akhirat, maka wajib baginya berilmu, dan barang siapa yang menghendaki keduanya, maka wajib baginya berilmu.

(HR. Tirmidzi)

Terima Kasih Ya Allah...

Sembah sujud serta syukurku kepada-Mu ya Allah, zat yang Maha Pengasih namun tak pernah pilih kasih dan Maha Penyayang yang kasih sayang-Nya tak terbilang. Engkau zat yang Maha membolak-balikkan hati, teguhkanlah hati ini di atas agama-Mu ya Allah. Lantunan sholawat beriring salam penggugah hati dan jiwa, menjadi persembahan penuh kerinduan pada sosok panutan umat, pembangun peradaban manusia yang beradab Nabi Besar Muhammad SAW.

Niscaya Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat.

(QS : Al-Mujadilah 11)

Ku persembahkan karya ini untuk Ayahanda tercinta, sosok pejuang dalam hidupku yang tak pernah mengenal kata lelah apalagi mengeluh serta Ibunda tersayang, malaikat tanpa sayap dalam hidupku yang tak kenal waktu siang dan malam selalu menjaga dan melindungi hingga aku bisa sampai seperti sekarang ini, Adik-adik tercinta, seluruh keluarga serta sahabat dan seluruh keluarga besar teknik elektro UIN SUSKA RIAU yang doanya senantiasa mengiringi setiap derap langkahku dalam meniti kesuksesan.

Dan katakanlah:”Ya Tuhan-ku, masukkan aku ketempat masuk yang benar dan keluarkanlah (pula) aku ketempat keluar yang benar dan berilah aku disisi-Mu kekuasaan yang dapat menolongku.”

(QS: Al-Isra 80)

/ Anggie Putty Triani |

| 21 Juli 2022 |

ANALISIS IDENTIFIKASI KESTABILAN LYAPUNOV DAN *PHASE PLANE* PADA SISTEM SUSPENSI KENDARAAN SEPEREMPAT MENGGUNAKAN KENDALI LQG, LQR-PID DAN MRAC-PID

ANGGIE PUTTY TRIANI
NIM : 11555202552

Tanggal Sidang : 21 Juli 2022

Program Studi Teknik Elektro Teknik Elektro
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Sistem suspensi merupakan suatu perangkat yang mempunyai peredam kejut yang bermanfaat untuk meredam getaran pada kendaraan serta memberikan kenyamanan dan keamanan saat berkendara. Pada perancangan sebuah sistem kendali, kestabilan merupakan syarat yang harus diperhatikan agar sistem tetap stabil untuk menjaga kualitas dan kuantitas sistem. Pengujian kestabilan pada sistem kendaraan seperempat dilakukan menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane* dengan pendekatan linierisasi dan penyelesaian persamaan diferensial orde dua. Untuk mendapatkan *transfer fungsi* pada sistem suspensi kendaraan seperempat pada kendali LQG, LQR-PID dan MRAC-PID digunakan metode *vitaclova*. Hasil yang diperoleh dari pengujian kestabilan sistem suspensi kendaraan seperempat menggunakan tiga pengendali adalah stabil dengan memenuhi syarat pada kestabilan Lyapunov dan λ_1, λ_2 yang diperoleh pada kestabilan *Phase Plane* adalah stabil node

Kata Kunci : Kestabilan, Lyapunov, *Phase Plane*, Suspensi

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ANALYSIS STABILITY IDENTIFICATION OF LYAPUNOV AND PHASE PLANE ON QUARTER CAR SUSPENSION USING LQG, LQR-PID AND MRAC-PID

ANGGIE PUTTY TRIANI

Student Number : 11555202552

Date of Final Exam : July 21th, 2022

Department of Electrical Engineering

Faculty of Science of Technology

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Soebrantas St. Number. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

A suspension system is a device that has a shock absorber (damper) which is useful for dampening vibrations in the vehicle and providing comfort and safety while driving. In designing a control system, stability is a requirement that must be considered so that the system remains stable to maintain the quality and quantity of the system. The stability test on the quarter vehicle system was carried out using the Lyapunov and Phase Plane methods with a linearization approach and solving second-order differential equations. To obtain the transfer function of the quarter vehicle suspension system on the control of LQG, LQR-PID and MRAC-PID the vitchkova method was used. The results obtained from testing the stability of the quarter vehicle suspension system using three controllers are stable by meeting the requirements for Lyapunov stability and λ_1, λ_2 obtained on Phase Plane stability are node stable.

Keyword : Lyapunov, Phase Plane, Stability, Suspension

UIN SUSKA RIAU

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr.Wb

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT, yang telah mencurahkan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat dan salam juga penulis haturkan kepada baginda Rasulullah SAW, sebagai seorang sosok pemimpin dan suri tauladan bagi seluruh umat di dunia yang patut di contoh dan di teladani bagi kita semua. Atas ridho Allah SWT penulis telah menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul **“ANALISIS IDENTIFIKASI KESTABILAN LYAPUNOV DAN PHASE PLANE PADA SISTEM SUSPENSI KENDARAAN SEPEREMPAT MENGGUNAKAN KENDALI LGQ, LQR-PID DAN MRAC-PID”**

Melalui proses bimbingan dan pengarahan yang disumbangkan oleh orang-orang yang berpengetahuan, dorongan, motivasi, dan juga do'a orang-orang yang ada disekeliling penulis sehingga penulisan Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan penuh kesederhanaan. Sudah menjadi ketentuan bagi setiap Mahasiswa yang ingin menyelesaikan studinya pada perguruan tinggi UIN SUSKA Riau harus membuat karya ilmiah berupa Tugas Akhir guna mencapai gelar sarjana.

Oleh sebab itu sudah sewajarnya penulis menyampaikan ucapan terima kasih sebesar-besarnya kepada :

1. Papa, Mama, Kakak dan Adik tercinta yang telah memberikan semangat, dukungan moril maupun materil dan doa kepada penulis serta keluarga besar penulis yang selalu mendoakan penulis.
2. Bapak Prof. Dr. H. Akhmad Mujahidin, S.Ag., M.Ag selaku rektor UIN SUSKA Riau beserta kepada seluruh staf dan jajarannya.
3. Bapak Dr. Ahmad Darmawi, M.Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN SUSKA Riau beserta kepada seluruh Pembantu Dekan, Staf dan jajarannya.
4. Ibu Dr.Zulfatri Aini,S.T.,M.T selaku ketua Program Studi Teknik Elektro Fakultas Sains dan Teknologi UIN SUSKA Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Bapak Sutoyo, S.T., M.T selaku sekretaris Program Studi Teknik Elektro Fakultas Sains dan Teknologi UIN SUSKA Riau.

Bapak Aulia Ullah, S.T.M.Eng selaku dosen pembimbing tugas akhir serta pembimbing akademik yang telah banyak meluangkan waktu serta pemikirannya dengan ikhlas dalam memberikan penjelasan dan masukan yang sangat berguna sehingga penulis menjadi lebih mengerti dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Bapak Ahmad Faizal, S.T., M.T dan Bapak Halim Mudia, S.T., M.T selaku dosen penguji yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberi kritikan dan saran yang sangat membangun terhadap penulis.

8. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Teknik Elektro yang telah memberikan bimbingan dan arahan ilmu kepada penulis sehingga bisa menyelesaikan Tugas Akhir ini.

9. Sahabat-sahabat yang juga telah memberikan banyak dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini serta teman-teman penulis lainnya yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dan memberi dorongan, motivasi dan sumbangan pemikiran dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Semoga bantuan yang telah diberikan baik moril maupun materil mendapat balasan pahala dari Allah SWT, dan sebuah harapan dari penulis semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan para pembaca semua pada umumnya.

Penulis menyadari bahwa dalam penyelesaian Tugas Akhir ini masih jauh dari kata sempurna karena keterbatasan kemampuan, pengalaman, dan pengetahuan penulis. Oleh karena itu penulis mengharap kritik dan saran dari semua pihak yang bersifat positif dan membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Demikianlah laporan ini penulis buat, semoga laporan ini memberi manfaat bagi diri penulis sendiri maupun bagi pembaca sekalian.

Pekanbaru, 21 Juli 2022

Penulis,

Anggie Putty Triani

NIM. 11555202552

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang dan
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta dimiliki UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim I

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR SINGKATAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	I-1
1.2 Rumusan Masalah	I-4
1.3 Tujuan Penelitian	I-4
1.4 Batasan Masalah	I-5
1.5 Manfaat Penelitian	I-5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terkait	II-1
2.2 Landasan Teori	II-2
2.2.1 Sistem Suspensi Kendaraan Seperempat	II-2
2.2.2 Pemodelan Sistem Suspensi Kendaraan Seperempat	II-3
2.3 Identifikasi Respons Waktu Orde Dua	II-6
2.4 Teori Pengendali	II-7
2.4.1 Kendali LQG	II-7
2.4.2 Kendali LQR-PID	II-7
2.4.3 Kendali MRAC-PID	II-8
2.5 Metode Viteckova 2	II-8
2.6 Metode Kestabilan	II-9
2.4.1 Kriteria Lyapunov	II-9
2.4.1 Kriteria <i>Phase Plane</i>	II-10
2.7 Perangkat Lunak Matlab	II-13

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Alur Penelitian	III-1
3.2 Tahap Penelitian.....	III-2
3.3 Pengumpulan Data	III-4
3.4 Verifikasi Pemodelan Matematis Sistem Kendaraan Seperempat.....	III-4
3.5 Skenario Penelitian	III-8
3.5.1 Uji Kestabilan LQR-PID dengan Metode Lyapunov dan <i>Phase Plane</i>	III-8
3.5.1 Uji Kestabilan LQG dengan Metode Lyapunov dan <i>Phase Plane</i>	III-8
3.5.1 Uji Kestabilan MRAC-PID dengan Metode Lyapunov dan <i>Phase Plane</i>	III-8
3.6 Hasil Data Penelitian yang akan Diamati	III-10
3.7 Penelitian Selanjutnya	III-11

BAB IV HASIL DAN ANALISA

4.1 Hasil dan Analisa Kestabilan Lyapunov dan <i>Phase Plane</i> pada Sistem Kendaraan Seperempat Tanpa Pengendali.....	IV-1
4.2 Hasil dan Analisa Kestabilan pada Pengendali LQG	IV-5
4.3 Hasil dan Analisa Kestabilan pada Pengendali LQR-PID	IV-12
4.4 Hasil dan Analisa Kestabilan pada Pengendali MRAC-PID	IV-18

BAB V KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan	V-1
5.2 Saran	V-1

DAFTAR PUSTAKA

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Sistem Suspensi Model Kendaraan Seperempat.....	II-3
Gambar 2. 2 Diagram Skematik Dari Quarter-Car Suspensi.....	II-4
Gambar 2. 3 Respons Sistem Orde Dua.....	II-6
Gambar 2.4 Stable Node.....	II-11
Gambar 2.5 Unstable Node.....	II-12
Gambar 2. 6 Saddle Point.....	II-12
Gambar 2. 7 Unstable Focus.....	II-12
Gambar 2. 8 Center Point.....	II-12
Gambar 2. 9 konsep kestabilan.....	II-13
Gambar 2. 10 Ikon Matlab.....	II-13
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Penelitian.....	III-1
Gambar 3.2 Blok Simulasi Sistem Kendaraan seperempat Secara Open Loop.....	III-4
Gambar 3.3 Hasil Simulasi Diagram Blok Sistem Kendaraan seperempat.....	III-5
Gambar 4.1 Hasil Grafik Kestabilan <i>Phase Plane</i> Tanpa Pengendali.....	IV-5
Gambar 4.2 Blok Simulink Kendali LQG.....	IV-6
Gambar 4.3 Hasil Respons LQG.....	IV-7
Gambar 4.4 Hasil Analisa Kestabilan <i>Phase Plane</i> pada Kendali LQG.....	IV-13
Gambar 4.5 Blok Simulink Kendali LQR-PID.....	IV-13
Gambar 4.6 Hasil Respons LQR-PID.....	IV-14
Gambar 4.7 Hasil Analisa Kestabilan <i>Phase Plane</i> pada Kendali LQR-PID.....	IV-19
Gambar 4.8 Blok Simulink Kendali MRAC-PID.....	IV-20
Gambar 4.9 Hasil Respons MRAC-PID.....	IV-21
Gambar 4.10 Hasil Analisa Kestabilan <i>Phase Plane</i> pada Kendali MRAC-PID.....	IV-26
Gambar 4.11 Hasil Kestabilan <i>Phase Plane</i> tanpa kendali, dan menggunakan kendali.....	IV-26

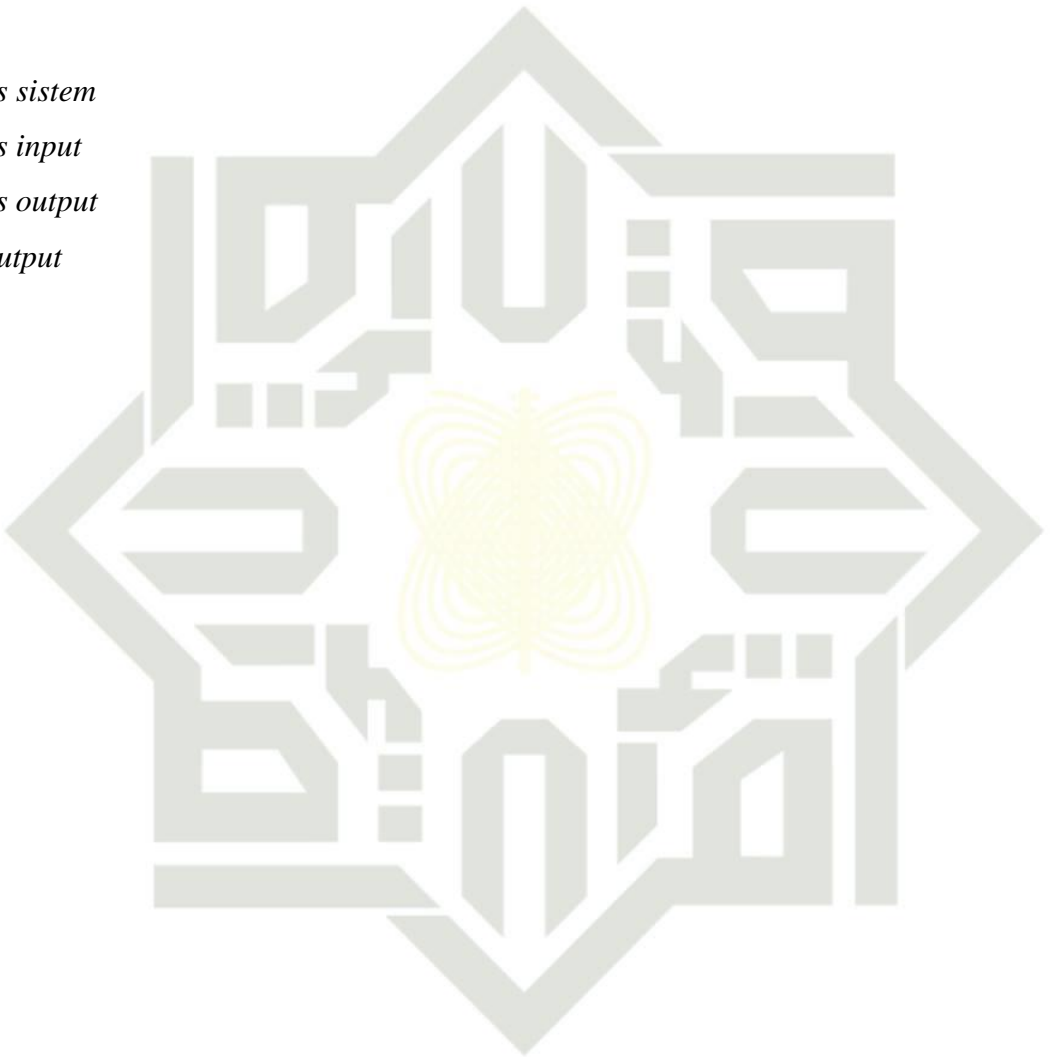
© Hak Cipta dan Hak Milik UIN Suska Riau. State Islamic University of Sultan Syarif Kasim I

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

integral
kecil dari
besar dari
waktu
matriks sistem
matriks input
matriks output
state output
lamda



UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim I

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

B
C
y
λ

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SINGKATAN

- = *Proporsional Integral Derivative*
- = *Linear Quadratic Regulator*
- = *Model Reference Adaptive Control*
- = *Linear Quadratic Gaussian*
- = *Matrix Laboratory*



UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim I

Hak Cipta Dilindungi
Undang-Undang
Mencakup
LOGO
MATLAB

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Sistem kendali merupakan salah satu bentuk kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi yang sangat membantu dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam bidang industri. Sistem kendali didefinisikan dari dua kata yaitu sistem dan kendali. Sistem merupakan sekumpulan alat (suatu alat) yang bekerja sama untuk mencapai tujuan tertentu. Kendali berarti mengatur, memerintah, dan mengendalikan. Dalam perancangan dan analisa sistem kendali terdapat tiga persyaratan yang harus dipenuhi yaitu *error steady state*, respons waktu dan kestabilan[1][2]. Hal ini menjadikan sistem kendali sebagai komponen utama.

Setiap sistem kendali harus stabil. Sistem yang tidak stabil, tidak dapat dirancang pada respons waktu tertentu, dan menjadi masalah saat akan dirancang. Karakteristik dinamik sistem kendali dilihat dari kestabilan sistem, sistem kendali yang tidak stabil ditandai dengan keluaran berosilasi. Keuntungan yang diberikan dari sistem kendali diantaranya mempermudah pengoperasian-pengoperasian industri, meningkatkan kualitas, meningkatkan daya produksi, memperkirakan biaya industri, dan memudahkan mendapatkan performansi sistem yang baik[3]. Jika pada penerapan dari sistem kendali tidak terkendali dengan baik, maka akan mempengaruhi hasil produksi pada produk yang dihasilkan.

Industri otomotif pada sarana transportasi kendaraan seperempat (mobil penumpang) di Indonesia menunjukkan tingkat perkembangan yang semakin meningkat[4]. Hal ini terlihat pada Badan Pusat Statistik (BPS) perkembangan jumlah kendaraan menurut jenis (unit) tahun 2017 sampai 2019 kendaraan seperempat mengalami kenaikan rata-rata 14.000.000 per unit tiap tahun. Kualitas kendaraan seperempat menggambarkan fungsi yang dapat memberikan kenyamanan dan keamanan saat berkendara[5]. Kenyamanan dan keamanan berkendara menjadi hal utama yang harus diperhatikan dalam mengemudi agar tidak membahayakan dan mampu membantu pengemudi dalam mengendalikan kendaraan.

Keadaan ideal kenyamanan yang diinginkan pada kendaraan seperempat kondisi kabin atau body mobil tidak terlalu mengalami guncangan saat melewati kondisi jalan yang tidak rata atau bergelombang[7]. Sistem suspensi merupakan suatu perangkat yang mempunyai peredam

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

bus (damper) yang bermanfaat untuk meredam getaran di dalam kendaraan serta memberikan dampak kenyamanan dan keamanan saat berkendara. Sistem suspensi terdiri dari sebuah pegas, sebuah damper (shock absorber), lengan-lengan penghubung sistem roda dan badan kendaraan. Tugas utama sistem suspensi adalah untuk menjaga roda selalu menapak atau berada tetap pada jalan, menjaga kestabilan kendaraan, dan mengisolasi kerangka mobil untuk meredam getaran dan guncangan dari permukaan jalan yang bergelombang dan tidak rata[8]. Untuk itu sistem suspensi perlu dilengkapi kendali.

Sistem kendali terbagi dua yaitu manual dan otomatis. Sistem kendali manual melibatkan peran manusia dalam proses pengendalian. Sedangkan sistem kendali otomatis menghilangkan peran manusia dalam proses pengendalian. Dalam sistem kendali otomatis diperlukan pengendali sebagai pengganti peran manusia. Dapat berbagai jenis pengendali dengan karakteristik yang berbeda-beda seperti kendali optimal, adaptif dan lain sebagainya. Sistem kendali optimal adalah konsep optimasi sistem kendali yang memperhitungkan pemilihan indeks atau kriteria performansi serta desain yang akan menghasilkan sistem kendali optimal dalam batas-batas kendala fisik. Indeks performansi didefinisikan sebagai suatu fungsi yang harganya menunjukkan seberapa baik performansi sistem yang sebenarnya mendekati performansi yang diinginkan[10].

Kendali *Proportional Integral Derivatif* (PID) merupakan tiga macam kendali yang dikombinasikan untuk menghasilkan respon yang baik. Penggabungan 3 pengendali ini dapat melengkapi satu lain. Kajian literatur yang membahas pengendali PID menggunakan metode *Ziegler-Nichols* dan *Genetic Algorithm*[9]. Hasil pengendali optimal PID menggunakan metode *Ziegler-Nichols* didapatkan *overshoot* sebesar 31.8% dan menggunakan metode *Genetic Algorithm* didapatkan *overshoot* sebesar 17.5%. Dari hasil penelitian ini masih memiliki *overshoot* merupakan tanda ketidakstabilan pada suatu sistem.

Kajian literatur lain yang membahas kendali optimal adalah *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dan *Linear Quadratic Gaussian* (LQG). LQR merupakan salah satu metode kendali optimal pada sistem linear dengan kriteria kuadratik untuk menyelesaikan permasalahan regulator. Disebut linier karena model dan bentuk kontroler berupa sistem linear sedangkan disebut kuadratik karena memiliki *Cost Function* yaitu kuadrat dan karena referensi sistem bukan fungsi waktu maka disebut regulator. Kajian literatur yang membahas pada perancangan pengendali LQR dan PID, pada pengendali LQR[11]. Didapatkan *overshoot* sebesar 11% dan

memiliki *error*. Selanjutnya peneliti menambahkan mengkombinasikan kendali LQR-PID, pada penelitian ini respons mampu meredam *overshoot* 0% dan tidak ada osilasi.

Kendali optimal LQG merupakan teknik kendali modern yang diimplementasikan dalam ruang dan waktu (state space) yang digunakan untuk mendesain dinamik optimal regulator. Pada konsep LQG diperkenalkan konsep teori pemisahan (*separation theorem*). Parameter-parameter kendali diatur melalui mekanisme pengaturan yang didasarkan pada error yang merupakan selisih antara keluaran proses dengan keluaran model referensi. Pada perancangan pengendali LQG, kendali LQG mampu mengatasi masalah pada sistem dibuktikan dengan tidak memiliki *overshoot* dan identifikasi respons waktu *rise time* 0.44 detik, *settling time* 0.704 detik[12].

Kendali adaptif adalah kendali yang dapat beradaptasi terhadap perubahan, baik terhadap lingkungan eksternal maupun internal, untuk mempertahankan kinerja dan stabilitas sistem dengan memodifikasi parameter dari sistem. Pengendali Model Reference Adaptive Control (MRAC) merupakan kendali adaptif dimana performansi keluaran dari sistem mengikuti performansi keluaran model referensi. Pada perancangan pengendali *Model Reference Adaptive Control* (MRAC) dan PID, pada kendali MRAC peneliti menggunakan tiga *gamma* untuk mengatasi *overshoot* dan osilasi[13]. Namun, didapatkan hasil *rise time* 2.76 detik dan *settling time* 3.95 detik. Sehingga peneliti mengkombinasikan kendali MRAC-PID mempercepat *rise time* menjadi 0.99 detik, *settling time* 1.38 detik, dan *error steady state* 0.

Pada kajian [11][12][13] ketiga penelitian menghasilkan respons waktu yang baik dan mampu meredam *overshoot*. Namun, dari kajian literatur [11][12][13] dilihat dari segi kestabilan berdasarkan respons waktu, dan belum ada memperhitungkan dari segi kestabilan sistem sebagai syarat yang harus dipenuhi dalam perancangan dan analisa sistem kendali. Sehingga, pada sistem suspensi kendaraan seperempat perlu dilakukan analisis identifikasi respons sistem kendaraan seperempat dari segi kestabilan.

Metode Lyapunov merupakan metode analisa kestabilan dengan pendekatan linierisasi, dan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kestabilan sistem melalui bentuk persamaan diferensial. Metode *Phase Plane* merupakan metode yang digunakan untuk menggambarkan kestabilan dalam bentuk grafik bidang fase sehingga sistem mudah untuk dianalisa. Metode *Phase Plane* sering digunakan pada sistem orde kedua, dan memungkinkan untuk memvisualisasikan apa yang terjadi dalam sistem[14].

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Beberapa kajian literatur yang telah dilakukan diantaranya, pada analisa kestabilan nonlinear menggunakan metode *Phase Plane* digunakan untuk menganalisis kestabilan dan penanganan kendaraan, hasil lintasan bidang fasa diperlihatkan dalam garis lurus, gerak melingkar dan gelombang sinus, perubahan titik kesetimbangan mencerminkan kestabilan sistem [17]. Pada analisa kestabilan menggunakan metode Lyapunov pada mesin sinkron untuk penanganan kecepatan sinkronisasi dengan mengidentifikasi kestabilan berdasarkan syarat Lyapunov, matriks P bernilai positif [18]. Dari beberapa penelitian terkait, analisa kestabilan dilakukan berguna mempermudah mengidentifikasi sistem untuk menjaga titik kesetimbangan dan meningkatkan ketahanan pada sistem.

Berdasarkan uraian latar belakang di atas dapat dilihat bahwa sistem suspensi kendaraan seperempat belum memperhitungkan kestabilan sistem suspensi sebagai syarat sistem kendali. Maka dari kesimpulan di atas penulis ingin mengajukan penelitian tugas akhir dengan judul **“Analisis Identifikasi Kestabilan Lyapunov dan *Phase Plane* Pada Sistem Suspensi Kendaraan Seperempat Menggunakan Kendali LQG, LQR-PID dan MRAC-PID”**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana kestabilan sistem terhadap sistem suspensi kendaraan seperempat pada metode Lyapunov dan *Phase Plane*?
2. Bagaimana respons sistem terhadap suspensi kendaraan seperempat dalam syarat metode Lyapunov dan *Phase Plane* menggunakan kendali LQR-PID, LQG, dan MRAC-PID

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

- Menganalisa kestabilan sistem pada sistem suspensi kendaraan seperempat menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane*.
- Mengidentifikasi respons sistem pada sistem suspensi kendaraan seperempat pada kestabilan Lyapunov dan *Phase Plane* menggunakan kendali LQR-PID, LQG, dan MRAC-PID

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Batasan Masalah

Agar penelitian ini lebih terarah dan mendapatkan hasil yang diharapkan, maka penulis menetapkan batasan masalah pada penelitian ini sebagai berikut:

Penelitian ini menggunakan model matematis dari jurnal yang berjudul *Optimization of PID Controller for Quarter-Car Suspension System Using Genetic Algorithm*

Penelitian ini melakukan uji kestabilan Lyapunov dan *Phase Plane* pada sistem suspensi kendaraan seperempat menggunakan kendali LQG, LQR-PID dan MRAC-PID tanpa gangguan.

Penelitian ini menggunakan uji simulasi menggunakan *software* MATLAB 2014a

Penelitian ini tidak membahas *hardware*

Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Dapat memberikan pengetahuan tentang kestabilan pada respons sistem suspensi kendaraan seperempat.
2. Sebagai studi literatur respons sistem pada sistem suspensi kendaraan seperempat berdasarkan kestabilan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini berisi kajian literatur yang telah dilakukan sebelumnya dan menjelaskan dasar teori untuk memperkuat argumentasi penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini. Dasar teori yang digunakan meliputi dinamika sistem suspensi kendaraan seperempat, identifikasi respons sistem dan *software* MATLAB.

2.1 Penelitian Terkait

Beberapa kajian literatur terkait yang telah dilakukan yaitu pada sistem suspensi kendaraan seperempat dengan kendali optimal PID menggunakan metode *Ziegler-Nichols* dan *Genetic Algorithm*[9]. Performansi pada sistem belum mampu mengatasi permasalahan *overshoot*. Peneliti mengimplementasikan pengendali optimal PID menggunakan metode *Ziegler-Nichols* didapatkan *overshoot* sebesar 31.8% dan menggunakan metode *Genetic Algorithm* didapatkan *overshoot* sebesar 17.5%. Hasil yang didapatkan belum mampu mencapai kestabilan yang baik. Perlu adanya analisa kestabilan sistem sebelum penggunaan pengendali untuk mendeskripsikan karakteristik sistem.

Kemudian pada perancangan pengendali LQR dan PID, pada pengendali LQR didapatkan *overshoot* sebesar 11% dan memiliki *error*. Selanjutnya peneliti menambahkan mengkombinasikan kendali LQR-PID, pada penelitian ini respons mampu meredam *overshoot* 0% dan tidak ada osilasi. Pada perancangan pengendali MRAC dan PID, pada kendali MRAC peneliti menggunakan tiga *gamma* untuk mengatasi *overshoot* dan osilasi. Namun, didapatkan hasil *rise time* 2.76 detik dan *settling time* 3.95 detik. Sehingga peneliti mengkombinasikan kendali MRAC-PID mempercepat *rise time* menjadi 0.99 detik, *settling time* 1.38 detik, dan *error steady state* 0[12]. Pada perancangan pengendali LQG, kendali LQG mampu mengatasi masalah pada sistem dibuktikan dengan tidak memiliki *overshoot* dan identifikasi respons waktu *rise time* 0.44 detik, *settling time* 0.704 detik[13].

Pada analisa kestabilan nonlinier menggunakan metode *Phase Plane* digunakan untuk menganalisis kestabilan dan penanganan kendaraan, hasil lintasan bidang fasa diperlihatkan dalam garis lurus, gerak melingkar dan gelombang sinus[15]. Perubahan titik kesetimbangan

meningkatkan kestabilan sistem, sehingga mempermudah melihat karakteristik sistem suspensi. Pada analisa kestabilan menggunakan metode Lyapunov pada mesin sinkron untuk penanganan kecepatan sinkronisasi dengan mengidentifikasi kestabilan berdasarkan syarat Lyapunov, matriks P bernilai positif[16].

Berdasarkan kajian literatur di atas yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya, didapatkan bahwa sistem suspensi kendaraan seperempat telah diuji dan dianalisa dengan beberapa pengendali. Pada penelitian ini, peneliti tertarik untuk melakukan identifikasi sistem kendaraan seperempat dalam uji kestabilan untuk mendeskripsikan sistem suspensi kendaraan seperempat.

2.2 Landasan Teori

2.2.1 Sistem Suspensi Kendaraan Seperempat

Sistem suspensi merupakan komponen penting dalam kendaraan. Dimana suspensi dapat mencegah kendaraan dari gangguan jalan untuk mempengaruhi keamanan dan kenyamanan pengguna kendaraan. Tugas utama sistem suspensi adalah untuk menjaga roda selalu menapak atau berada tetap pada jalan, menjaga kestabilan kendaraan, dan mengisolasi kerangka mobil untuk meredam getaran dan guncangan dari permukaan jalan yang bergelombang dan tidak rata[7]. Suspensi terdiri dari sistem pegas, peredam kejut dan hubungan yang menghubungkan kendaraan dan roda. Dalam arti lain, sistem suspensi adalah mekanisme yang memisahkan secara fisik kabin mobil dari roda mobil. Fungsi utama sistem suspensi kendaraan adalah meminimalkan percepatan vertikal yang ditransmisikan ke penumpang yang langsung mempengaruhi kenyamanan jalan. Sistem suspensi yang baik yaitu mengurangi isolasi getaran yang baik.

Sistem suspensi dikategorikan menjadi pasif, semi-aktif, dan aktif[8]. Pada sistem suspensi pasif, komponen yang digunakan masih konvensional, kekakuan pegas dan konstanta redaman bernilai konstan yaitu pegas tidak dapat dikendalikan serta peredam menyerap getaran. Sistem suspensi semi-aktif terdiri dari komponen pasif dan aktif. Sedangkan sistem suspensi aktif tidak memiliki komponen pasif dan memiliki tambahan kendali untuk menyesuaikan dengan keadaan jalan. Sistem suspensi aktif ditandai dengan aktuator hidrolis yang ditempati secara seri (*low bandwidth*) atau parallel (*high bandwidth*) dengan pegas dan peredam. Sistem suspensi aktif mempunyai kemampuan untuk mengurangi percepatan massa yang bermunculan

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Ditujukan Kepada UIN Suska Riau

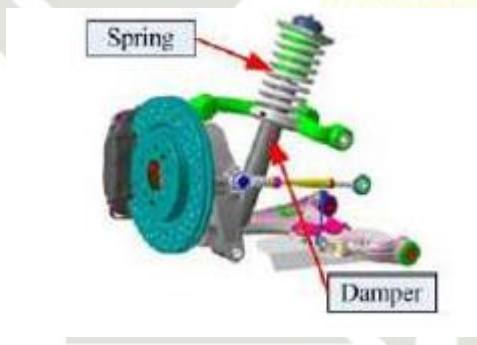
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Secara terus menerus dan juga meminimalkan defleksi suspensi, yang menghasilkan kenyamanan cengkraman roda dengan permukaan jalan. Dengan demikian, rem, kontrol traksi dan kemampuan gerakan kendaraan bisa jauh lebih baik. Pegas dan peredam merupakan komponen utama yang menyusun sistem suspensi, yang dapat menopang badan kendaraan dan meredam getaran saat berinteraksi dengan jalan[18].

Pada penelitian ini digunakan model suspensi aktif kendaraan seperempat. Model kendaraan seperempat ini adalah model paling sederhana. Ia hanya mempengaruhi vertical gerakan badan kendaraan dan roda. Model ini juga mempermudah dalam menganalisis karakteristik dari sistem suspensi. Ketika mencari kenyamanan, kita bisa pertimbangkan hanya perpindahan tubuh bukan roda. Model ini disebut model mobil kuartal 1 DOF (tingkat kebebasan). Pada model kendaraan seperempat, sistem suspensi pada keempat roda kendaraan membagi sistem suspensi menjadi empat bagian dengan asumsi setiap suspensi pada keempat roda kendaraan simetris. Massa badan kendaraan yang diperhitungkan pada setiap suspensi merupakan massa badan kendaraan keseluruhan dibagi empat. Gambar 2.1 menunjukkan sistem suspensi model kendaraan seperempat[19].



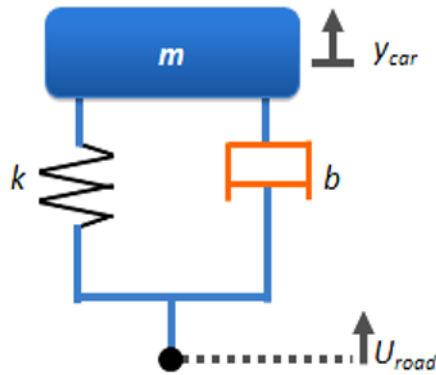
Gambar 2.1 Sistem Suspensi Model Kendaraan Seperempat[20].

2.2.2 Pemodelan sistem suspensi kendaraan seperempat

Model suspensi mobil seperempat adalah salah satu dari empat suspensi di mobil biasa. Sistem ini dapat didekati sebagai sistem massa pegas peredam, dengan input sebagai perubahan ketinggian jalan yaitu gangguan yang ada di jalan dan output sebagai perpindahan vertical dari badan mobil. Dinamika sistem dapat dimodelkan menggunakan persamaan diferensial orde kedua yang diberikan oleh persamaan 2.1 dan diagram skematik pada gambar 2.3[9].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 2. 2 Diagram Skematik Dari Quarter-Car Suspensi[9].

Dimana:

m = Massa Kendaraan

k = Konstanta Pegas

b = Konstanta peredam

Dari permodelan diatas gaya yang bekerja pada massa m adalah gaya pegas / *spring force* (F_s) dan gaya peredam / *damping force* (F_d). Dimana gaya pegas nilainya sebanding dengan nilai konstanta pegas (k) serta jarak perpindahan (vertikal) dari posisi keseimbangan (y) sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$F_s = -ky \tag{2.1}$$

Tanda negative menunjukkan gaya yang bekerja akan mengembalikan massa m ke posisi keseimbangan. Sedangkan untuk gaya peredam, dimana b adalah koefisien peredam mempengaruhi besarnya nilai kecepatan massa m pada arah vertikal.

Sehingga

$$F_d = -b \frac{dy}{dt} \tag{2.2}$$

Tanda negative menunjukkan bahwa gaya yang bekerja berlawanan dengan arah kecepatan massa.

Dimana:

y = posisi

$\frac{dy}{dt}$ = Kecepatan

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \text{percepatan}$$

Sistem suspensi kendaraan diturunkan berdasarkan persamaan Hukum Newton II

sebagai berikut:

$$\sum F = m \cdot a \tag{2.3}$$

Dengan:

F = gaya

m = massa

a = percepatan

Dimana b mempengaruhi kecepatan, k mempengaruhi posisi dan $u = F$ (gaya yang diberikan)

Sehingga

$$\sum f = m \cdot a$$

$$F_d + F_s = m a$$

$$\left(-b \frac{dx(t)}{dt}\right) + (-kx) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$b \left(\frac{du(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt}\right) + k(u(t) - y(t)) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$b \frac{du(t)}{dt} - b \frac{dy(t)}{dt} + k u(t) - k y(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$b \frac{du(t)}{dt} + k u(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + k y(t)$$

$$b \dot{u}(t) + k u(t) = m \ddot{y}(t) + b \dot{y}(t) + k y(t) \tag{2.4}$$

Dari persamaan 2.4 dilakukan transformasi laplace

$$\mathcal{L}\{b \dot{u}(t) + k u(t) = m \ddot{y}(t) + b \dot{y}(t) + k y(t)\}$$

Sehingga didapatkan transformasi laplace:

$$bs u(s) + k u(s) = ms^2 y(s) + bs y(s) + k y(s)$$

$$(bs + k) u(s) = (ms^2 + bs + k) y(s)$$

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = \frac{bs + k}{ms^2 + bs + k}$$

1. Di larang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Di larang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sehingga didapatkan fungsi alihnya:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{bs + k}{ms^2 + bs + k}$$

$$G(s) = \frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

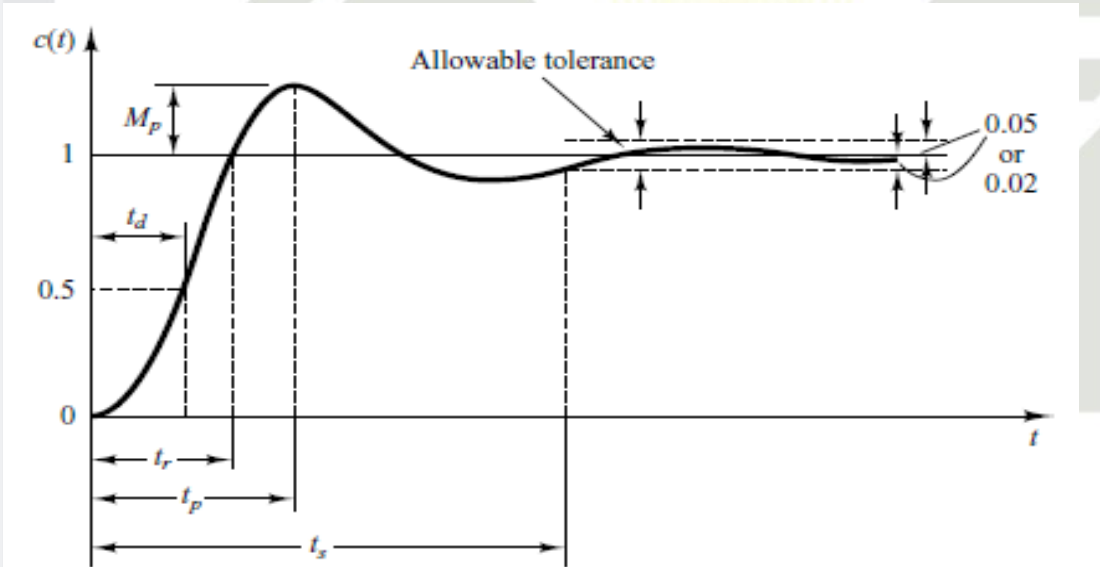
Dengan parameter *Quarter Car* adalah $m = 550\text{kg}$, $b = 1250 \text{Ns/m}$ dan $k = 22500\text{N/m}$

[9]. Sehingga didapatkan fungsi ahli dari *Quarter Car* menjadi:

$$G(s) = \frac{1250s+22500}{550s^2+1250s+22500} \tag{2.5}$$

2.3 Identifikasi Respons Waktu Orde Dua

Pada sistem suspensi kendaraan seperempat ini mengidentifikasi sistem menggunakan sistem orde dua.



Gambar 2. 3 Respon Orde Dua[1].

Berikut identifikasi respons orde dua:

1. Waktu tunda / *delay time* (t_d)
Waktu tunda yaitu waktu yang diperlukan respon untuk mencapai 50% (setengah) dari harga akhir puncak lewat lebih yang pertama.

Waktu naik / *rise time* (t_r)

Waktu naik yaitu waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10% hingga 90% hingga akhir sistem redaman lebih atau dari 0 hingga 100% dari harga akhir sistem redaman kurangnya.

Waktu puncak / *peak time* (t_p)

Waktu puncak yaitu waktu yang diperlukan respon untuk mencapai puncak lewatan (*overshoot*) dari lewatan yang pertama.

4. *Overshoot* maksimum (M_p)

Overshoot maksimum yaitu harga lewatan puncak atau lewatan maksimum dari kurva respon yang diukur dari harga satu (100%).

5. Waktu tunak / *settling time* (t_s)

Waktu tunak yaitu waktu yang diperlukan kurva respon untuk mencapai dan menetap pada daerah yang persentasenya antara 2% - 5% dari harga akhirnya.

6. *Error Steady State* (e_{ss})

Waktu dimana sistem mencapai kondisi stabil, sinyal respons akan berhenti pada nilai di kisaran input atau target dimana selisih nilai akhir dengan target

2.4 Teori Pengendali

2.4.1 Kendali LQG

Kendali optimal *linear quadratic gaussian* (LQG) didefinisikan sebagai teknik kendali modern yang diimplementasikan dalam bentuk ruang dan waktu (state space) yang digunakan untuk mendesain dinamik optimal regulator. Pada perjalanan perkembangan konsep, LQR (*Linear Quadratic Regulator*) mengalami pengembangan yaitu dengan menambahkan estimator optimal (*Filter Kalman*) [16]. Kalman filter adalah filter yang handal untuk mengeleminasi noise, noise yang terdapat didalam LQG adalah Gaussian white noise [21]. *Gaussian white noise* (noise yang dibangkitkan dari alam) sangat berpengaruh pada respon sistem. Konsep pengembangan itu diperkenalkan pada tahun 1970 dengan nama *Linier Quadratic Gaussian* (LQG). Pada konsep LQG diperkenalkan konsep teori pemisahan (*separation theorem*) atau sering disebut *Certainty Equivalence Principle*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.4.2 Kendali LQR-PID

Linear Quadratic Regulator (LQR) merupakan salah satu metode kendali optimal pada sistem linear dengan kriteria kuadratic untuk menyelesaikan permasalahan regulator. Disebut LQR karena model dan bentuk kontrolernya berupa sistem linear sedangkan disebut kuadratik karena memiliki *Cost Function* yaitu kuadrat dan karena referensi sistem bukan fungsi waktu maka disebut regulator[16]. Kendali optimal digunakan menentukan sinyal kendali yang akan proses untuk memenuhi batasan fisik sesuai dengan kriteria performansi yang diinginkan.

Pengendali PID (*Proportional, Integral, Derivative*) merupakan suatu pengendali yang mampu memperbaiki tingkat akurasi dari suatu sistem plant yang memiliki karakteristik umpan balik (*feedback*) pada sistem tersebut. Pengendali PID menghitung dan meminimalisasi nilai *error*/selisih antara output dari proses terhadap *input/setpoint* yang diberikan ke sistem. Pengendali PID terdiri dari tiga komponen yaitu *Proportional, Integral, dan Derivative* yang dapat dipakai secara bersamaan maupun sendiri-sendiri tergantung dari respon yang diinginkan pada suatu sistem.

2.4.3 Kendali MRAC-PID

Sistem kendali adaptif adalah sistem dimana parameter-parameternya dapat disesuaikan dan juga memiliki mekanisme untuk mengatur parameter-parameter tersebut. Pengendali adaptif mampu menjaga kestabilan sistem terhadap perubahan lingkungan eksternal maupun internalnya. *Model Reference Adaptive Control* (MRAC) merupakan salah satu skema kendali adaptif dimana performansi keluaran sistem (proses) mengikuti performansi keluaran model referensinya. Parameter-parameter kontroler diatur melalui mekanisme pengaturan yang didasarkan pada error yang merupakan selisih antara keluaran proses dengan keluaran model referensinya.

Kombinasi PID dilakukan karena respon yang dihasilkan dengan menggunakan MRAC masih terdapat kekurangan yaitu respon yang dihasilkan lambat untuk mencapai set point dan masih tertinggal dari model referensinya, maka dikombinasikan dengan pengendali PID untuk membantu sistem suspensi kendaraan seperempat.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Metode Viteckova 2

Metode Viteckova merupakan metode identifikasi sistem non osilasi stabil berdasarkan respon sistem. Berdasarkan hasil yang diperoleh untuk menyarankan hasil sistem yang lebih efisien. Metode viteckova orde 2 mencari nilai konstanta K dan waktu konstan yang didapat dari respon grafik asli sistem.

$$G_{V2} = \frac{K}{(\tau_{v2}s+1)^2} e^{-T_{dv2}s} \quad (2.6)$$

T_{dv2} adalah *time delay*.

$$T_{dv2} = 1.937t_{33} - 0.937t_{70} \quad (2.7)$$

Dan τ_{v2} adalah konstanta waktu.

$$\tau_{v2} = 0.794(t_{70} - t_{33}) \quad (2.8)$$

t_{33} dan t_{70} adalah saat waktu respon mencapai 33% dan 70%. Jika T_{dv2} bernilai kurang dari 0 atau negatif, maka sistem dianggap tidak memiliki *time delay*.

2.6 Metode Kestabilan

Kestabilan adalah spesifikasi sistem yang penting. Kestabilan mendeskripsikan karakteristik perilaku dinamik dari plant pada sistem kendali[1]. Dalam perancangan dan analisa sistem kendali terdapat tiga persyaratan yang harus dipenuhi yaitu *error steady state*, respon waktu dan kestabilan. Setiap sistem kendali harus stabil. Karena karakteristik dinamik sistem kendali. Dilihat dari kestabilan sistem, sistem kendali yang tidak stabil ditandai dengan keluaran berosilasi. Sistem yang tidak stabil, tidak dapat dirancang pada respon waktu tertentu, dan menjadi masalah saat akan dirancang[14][15].

2.6.1 Kriteria Lyapunov

Alexandr Mikhailovich Lyapunov merupakan seorang ilmuwan matematika dari Rusia yang memperkenalkan teori nya pada abad ke-19 tentang pendekatan untuk mempelajari kestabilan nonlinier sistem kendali[14]. Metode linierisasi menarik kesimpulan tentang stabilitas lokal sistem nonlinier sekitar melalui titik kesetimbangan dari sifat kestabilan pendekatan linier. Untuk menganalisis kestabilan sistem pada penelitian ini, diperlukan model matematis yang menghubungkan masukan, proses dan keluaran pada sistem. Sebuah sistem

Hak Cipta Ditindungi Undang-Undang No. 20/2016/Satek Islamic University of Sultan Syarif Kasim I
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dikatakan stabil jika tanggapan terhadap suatu masukan tidak menghasilkan osilasi yang besar dan berpengaruh terhadap waktu kestabilan.

Kriteria Lyapunov merupakan metode analisa kestabilan dengan pendekatan linierisasi. Kriteria Lyapunov dapat digunakan untuk menstabilkan sistem nonlinier tanpa proses linierisasi. Pada kriteria langkah pertama ialah membentuk persamaan sistem dinamis, selanjutnya menentukan jumlah energi potensial dan energi kinetik adalah konstan. Syarat-syarat pada kriteria Lyapunov yaitu:

1. $V(x) = \text{definit positif (harus pasti positif)}$.
2. Dimana $\dot{V}(x) \leq 0$, untuk menentukan jenis kestabilan sistem.

Jenis kestabilan pada kriteria Lyapunov dibedakan menjadi 2, yaitu:

1. Jika turunan $V(x) \leq 0$, maka sistem memenuhi kestabilan Lyapunov.
2. Apabila turunan $V(x) < 0$, maka sistem **stabil asimptotik**.

Kestabilan Lyapunov dikatakan tidak stabil, jika:

1. Jika turunan $V(x) \geq 0$, maka sistem tidak memenuhi kestabilan Lyapunov.
2. Apabila turunan $V(x) > 0$, maka sistem tidak stabil.

Berdasarkan hukum kekekalan energi, rumus persamaan differensial kriteria Lyapunov

adalah:

$$\begin{aligned}
 V &= E_{kinetik} + E_{potensial} \\
 &= \frac{1}{2} MV^2 + \int F dx \qquad (2.9) \\
 &= \text{tetap}
 \end{aligned}$$

Dimana:

$$\begin{aligned}
 E_{kinetik} &= \frac{1}{2} MV^2 \\
 &= \frac{1}{2} M(x_2)^2 \\
 E_{potensial} &= \int F dx \\
 &= \int kx dx \\
 &= k \frac{1}{2} (x_1)^2
 \end{aligned}$$

$F = kx$ = gaya pengembalian oleh pegas.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{1}{2} M \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \int kx dx \tag{2.10}$$

$$\frac{1}{2} M x_2^2 + k \frac{1}{2} (x_1)^2 \tag{2.11}$$

Jika:

$$\frac{1}{2} M (x_2)^2 + k \frac{1}{2} (x_1)^2 = \text{tetap}$$

6.2 Kriteria Phase Plane

Kriteria *Phase Plane* merupakan metode yang digunakan untuk melihat grafis. Kriteria *Phase Plane* sering digunakan pada sistem orde kedua, dan memungkinkan untuk memvisualisasikan apa yang terjadi dalam sistem non-linier dari kondisi awal tanpa menyelesaikan persamaan non-linier sistem secara analitis[17]. Analisis *Phase Plane* dari sistem non-linier berkaitan dengan sistem linier, karena perilaku lokal sistem non-linier dapat serupa dengan perilaku sistem linier. Pada penelitian ini, kriteria *Phase Plane* akan membahas secara visual pola gerak pada sistem.

Bidang *phasa* sistem linier orde dua:

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = 0 \tag{2.12}$$

Bentuk *laplace*

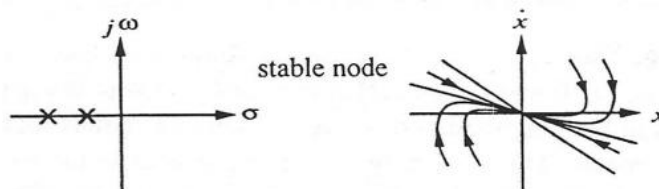
$$s^2 + as + b = 0 \leftrightarrow (s + \lambda_1)(s + \lambda_2) \tag{2.13}$$

λ_1 dan λ_2 disebut juga *eigen value*. Namun, lintasan di sekitar titik singular dapat menunjukkan sedikit perbedaan karakteristik tergantung pada nilai a dan b. bidang *phasa* sistem linier dikelompokkan menjadi 2 kasus, *Eigen value* bernilai *real* dan *eigen value* bernilai kompleks.

Eigen value bernilai *real*:

1. *Stable Node* ($\lambda_1 < \lambda_2 < 0$).

Jika kedua tanda *eigen value* negatif **menuju titik ekuilibrium.**



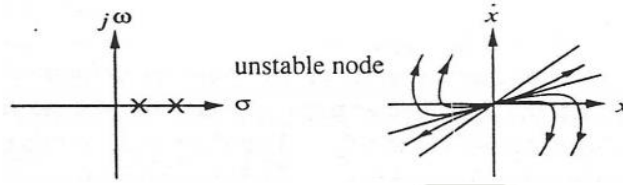
Gambar 2.4 *Stable Node*[14]

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. *Unstable Node* ($\lambda_1 > \lambda_2 > 0$).

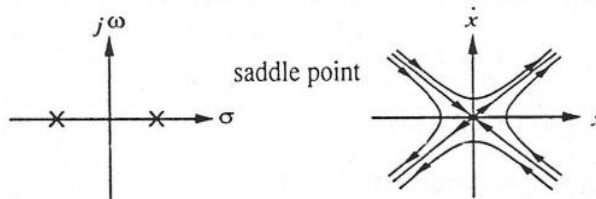
Jika kedua tanda *eigen value* positif **menjauhi titik ekuilibrium**



Gambar 2.5 *Unstable Node*[14]

3. *Saddle Point* ($\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 > 0$)

Jika tanda *eigen value* pole hampir **semua lintasan sistem menuju tak hingga.**

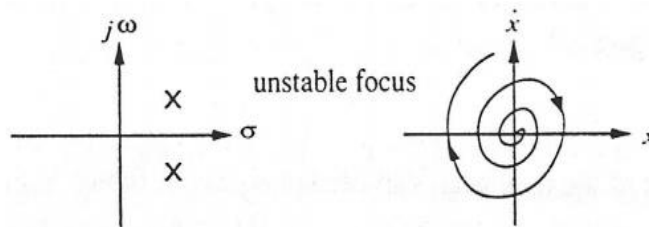


Gambar 2.6

Gambar 2. 6 *Saddle Point*[14]

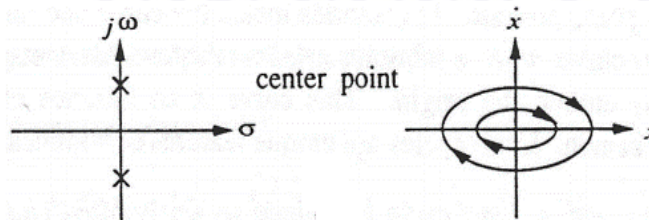
Kasus *eigen value* bernilai kompleks:

1. Jika bagian *real eigen value* adalah positif dan menjauh dari nol



Gambar 2. 7 *Unstable Focus*[14]

2. Jika bagian *real* dari *eigen value* bernilai nol

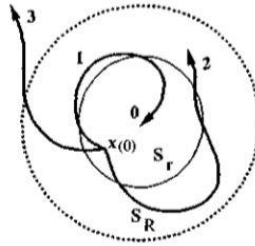


Gambar 2. 8 *Center Point*[14]

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Kestabilan bertujuan untuk dapat mengendalikan sistem mencapai target yang diinginkan. Konsep kestabilan ini terdiri atas tidak stabil, stabil marginal, dan stabil asimtotik.

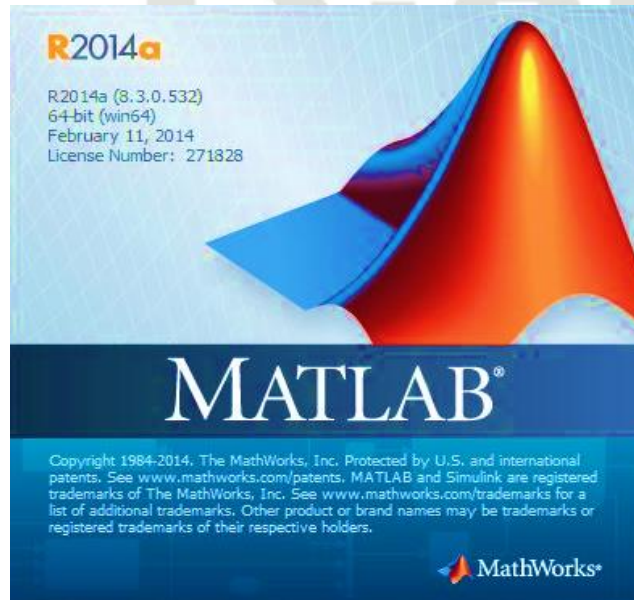


Gambar 2. 9 konsep kestabilan[14]

1. Stabil marginal apabila respon tetap atau berosilasi teratur.
2. Stabil asimtotik apabila respon pada nilai tertentu pada saat waktu t menjadi tak hingga, semua state menuju kesetimbangan.
3. Tidak stabil apabila respon mendekati tak hingga saat waktu mendekati tak hingga.

2.7 Perangkat Lunak Matlab

MATLAB (*matrix laboratory*) merupakan sebuah program yang dikhususkan untuk kebutuhan komputasi teknis, visualisasi dan pemograman seperti menganalisis data, komputasi numerik, simulasi dan pemodelan matematis serta grafik-grafik perhitungan.



Gambar 2. 10 Ikon Matlab

Pada perangkat lunak Matlab terdapat beberapa bagian penting yang digunakan waktu menjalankan program, yaitu sebagai berikut :

1. *Command window* berfungsi untuk mengetik fungsi yang diinginkan.
2. *Current Directory* berfungsi dalam menampilkan isi dari direktori kerja waktu menggunakan aplikasi matlab.
3. *Command history* berfungsi untuk menyimpan *history* atau perintah sebelumnya sehingga jika ingin menggunakan perintah yang sama maka kita dapat melihat perintah tersebut dalam *command history*.
4. *Workspace* digunakan untuk menampilkan semua variabel-variabel yang sedang aktif saat menggunakan matlab. Apabila variabel berupa data matriks berukuran besar maka kita bisa melihat data secara keseluruhan dengan double klik pada variabel, maka secara otomatis akan menampilkan window “array editor” yang berisikan data variabel yang diinginkan.

Pada penelitian ini dilakukan pemrograman modeling dan simulasi untuk mendapatkan hasil penelitian yang diinginkan. Fitur matlab yang digunakan untuk simulasi ini adalah Phase Plane dan *Simulink*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

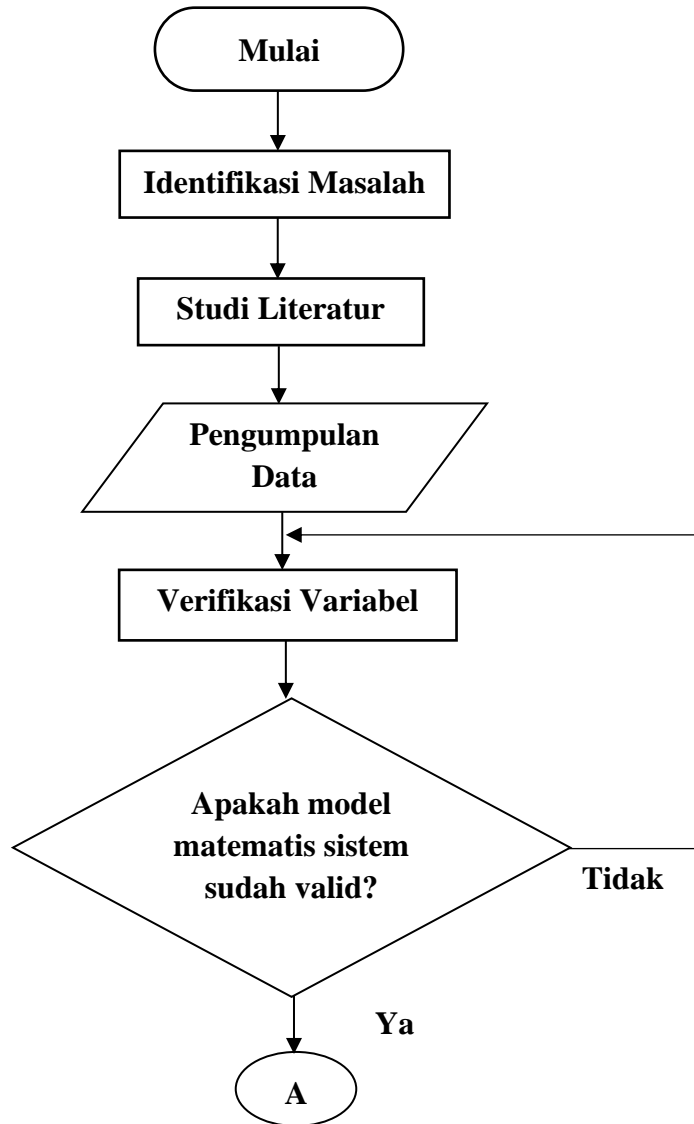
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODELOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan dijabarkan tentang alur dan tahapan penelitian. Penelitian ini akan menjelaskan tentang analisa respons sistem kendaraan seperempat dalam syarat sistem kendali menggunakan uji kestabilan Kriteria Lyapunov dan *Phase Plane* untuk mengetahui apakah sistem tersebut stabil atau tidak dan kendali apa yang tepat digunakan pada sistem kendaraan seperempat. Sistem ini akan disimulasikan menggunakan perangkat lunak MATLAB.

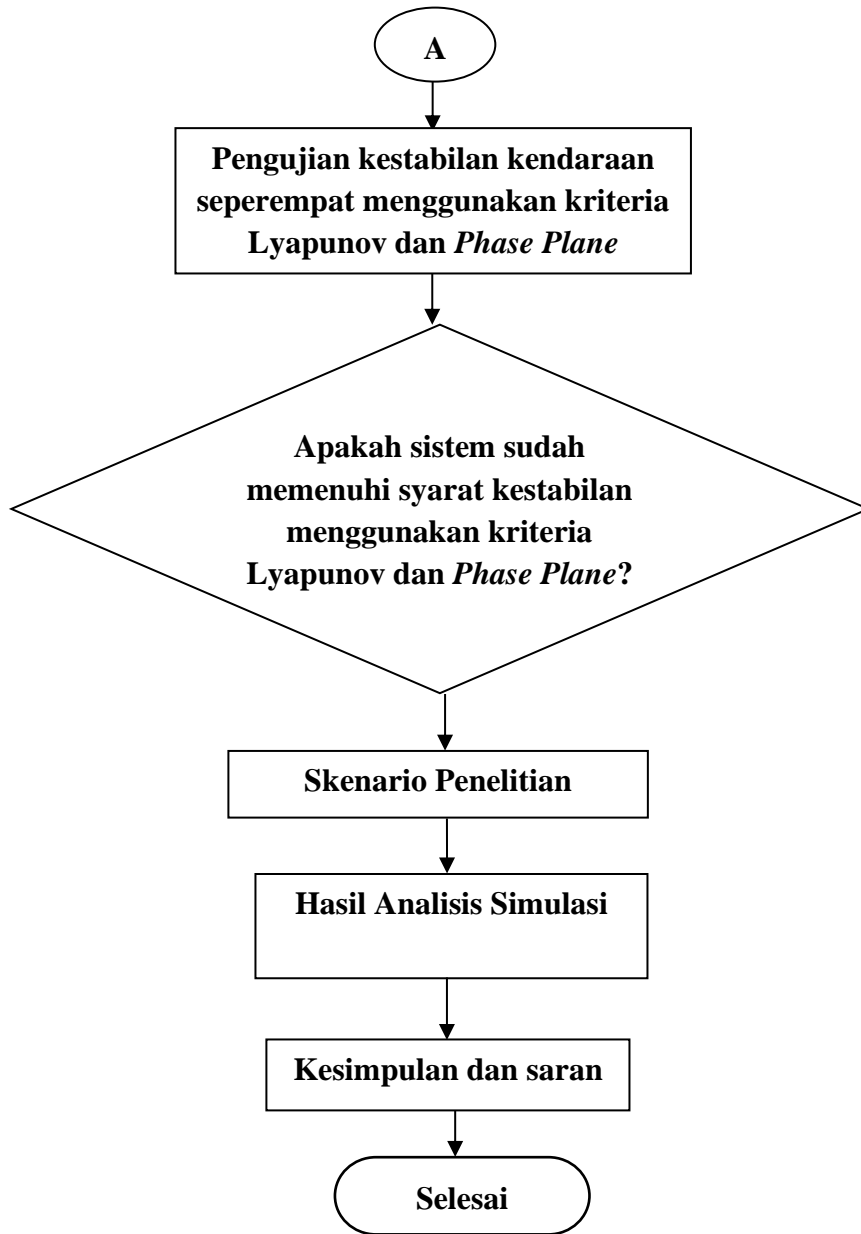
3.1 Alur Penelitian



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



(lanjutan) Gambar 3.1 *Flowchart* Penelitian

3.2

Tahapan Penelitian

1.

Identifikasi masalah

Sebelum melakukan penelitian, terlebih dahulu mengidentifikasi masalah pada respons sistem kendaraan seperempat dengan me-*review* beberapa literatur terkait.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Studi Literatur

Mencari dan mempelajari referensi penelitian terkait respons sistem kendaraan seperempat dari beberapa jurnal, buku dan sumber-sumber lainnya.

Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan untuk mendapatkan karakteristik dari sistem yang akan diteliti dan mengetahui pemodelan matematis dari sistem kendaraan seperempat.

Penentuan Variabel

Pada penelitian tugas akhir ini *transfer function* dari sistem kendaraan seperempat, dengan $y(s)$ adalah input dan $u(s)$ adalah output:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1250s+22500}{550s^2+1250s+22500} \quad (3.1)$$

5. Verifikasi model matematis

diubah ke dalam bentuk persamaan differensial.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1250s+22500}{550s^2+1250s+22500}$$

Diubah invers transformasi laplace sehingga menjadi:

$$550 \frac{d^2y}{dt^2} + 1250 \frac{dy}{dt} + 22500 = 1250 \frac{du}{dt} + 22500u = 0 \quad (3.2)$$

6. Skenario Penelitian

Skenario yang diambil pada penelitian ini berupa uji kestabilan pada metode Lyapunov dan *Phase Plane* menggunakan kendali LQG, LQR-PID dan MRAC-PID.

7. Analisa hasil

Pada tahap ini dilakukan analisa hasil dengan melihat respons terhadap gangguan dan apabila belum memenuhi tujuan penelitian maka perlu dikaji lebih lanjut.

8. Kesimpulan dan Saran

Setelah dilakukan analisa hasil dan sesuai dengan tujuan penelitian, maka penelitian berhasil dilakukan dan dapat ditarik kesimpulan serta saran yang berguna untuk dijadikan sebagai referensi penelitian.

9. Selesai

Penelitian selesai dan dilanjutkan dengan penulisan laporan hasil penelitian.

Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan cara mencari data apa saja yang dibutuhkan dari penelitian-penelitian terkait. Menggunakan *transfer function* serta *set point* rujukan [9].

Verifikasi Pemodelan Matematis Sistem Kendaraan Seperempat

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{bs + k}{ms^2 + bs + k}$$

Dengan parameter *Quarter Car* adalah $m = 550\text{kg}$, $b = 1250\text{Ns/m}$ dan $k = 22500\text{N/m}$

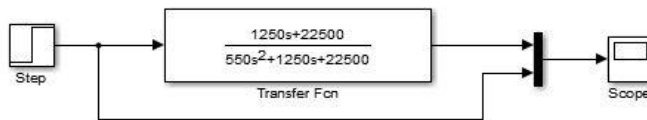
Sehingga didapatkan fungsi ahli dari *Quarter Car* menjadi

$$G(s) = \frac{1250s+22500}{550s^2+1250s+22500} \quad (3.1)$$

3.4.1 Verifikasi Pemodelan Matematis Sistem Kendaraan Seperempat Tanpa Pengendali (secara Open Loop)

Data-data yang didapatkan dibuat ke dalam bentuk model matematis sistem menjadi transfer fungsi yaitu:

$$G(s) = \frac{1250s+22500}{550s^2+1250s+22500}$$



Gambar 3. 2 Blok Simulasi Sistem Kendaraan seperempat Secara Open Loop

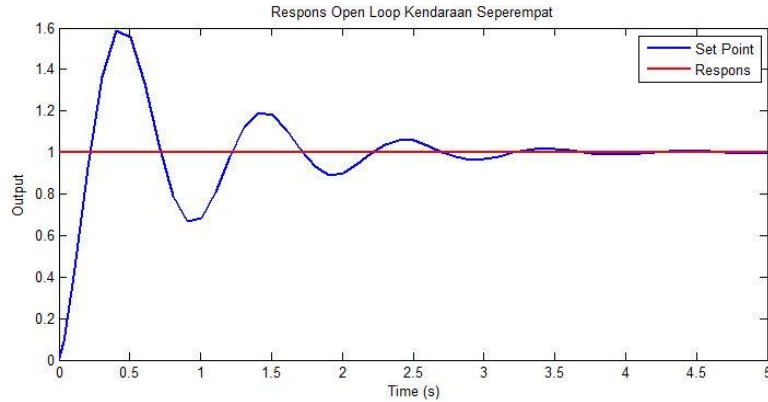
Gambar 3.2 adalah blok pengujian simulasi sistem Kendaraan seperempat secara *open loop* tanpa menggunakan pengendali, pengujian ini bertujuan untuk mengidentifikasi sistem dan merekomendasi dalam pemilihan kendali kendaraan seperempat.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

4.2 Perhitungan Respons Kendaraan seperempat secara open loop



Gambar 3. 3 Hasil Simulasi Diagram Blok Sistem Kendaraan seperempat

Dari gambar 3.3 dapat dilihat bahwa respons open loop sistem kendaraan seperempat tidak stabil dan masih memiliki *overshoot*. Sehingga berdasarkan hasil simulasi sistem kendaraan seperempat tanpa kendali perlu adanya uji analisa kestabilan sistem sebelum dalam pemasangan kendali untuk mengetahui karakteristik dari sistem. Adapun analisa hasil uji sistem kendaraan seperempat adalah:

1. Waktu tunda / *delay time* (t_d)

Kondisi saat respon mencapai 50% (setengah) dari *set point* adalah:

$$\begin{aligned} t_d &= 50\% \times \text{set point} \\ &= 0.5 \times 1 \\ &= 1 \text{ m} \end{aligned}$$

Maka *delay time* (t_d) waktu ketika mendekati *set point* 1m adalah 1.1253 detik.

2. Waktu naik / *rise time* (t_r)

Kondisi saat respon waktu naik dari 10% dari *set point* adalah:

$$\begin{aligned} 10\% &= 5\% \times \text{set point} \\ &= 0.05 \times 1 \\ &= 0.05 \text{ m} \\ &= 1.0126 \text{ detik} \end{aligned}$$

Kondisi saat respon naik dari 90% dari *set point* adalah:

$$\begin{aligned} 95\% &= 95\% \times \text{set point} \\ &= 0.95 \times 1 \\ &= 0.95 \text{ m} \end{aligned}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 &= 1.2126 \text{ detik} \\
 t_r &= t_{95\%} - t_{5\%} \\
 &= 0.2 \text{ detik}
 \end{aligned}$$

Waktu puncak / *peak time* (t_p)

Waktu puncak = -

Overshoot

$$\begin{aligned}
 M_p &= \frac{\text{keluaran tertinggi} - \text{Set point}}{\text{Set point}} \times 100\% \\
 &= \frac{1.5928 - 1}{1} \times 100\% \\
 &= 0.59\%
 \end{aligned}$$

5. Waktu tunak / *settling time* (t_s)

$$\begin{aligned}
 t_s &= \text{Set point} - (2\% \times \text{Set point}) \\
 &= 1 - (2\% \times 1) \\
 &= 0.98 \text{ m} \\
 &= 1.2184 \text{ detik}
 \end{aligned}$$

6. *Error Steady State* (e_{ss})

$$\begin{aligned}
 e_{ss} &= C_{ss} - Y_{ss} \\
 &= 1 - 1
 \end{aligned}$$

3.4.3 Verifikasi Pemodelan Matematis Sistem Kendaraan Seperempat Pada Kendali LQG

Pada pemodelan matematika sistem kendaraan seperempat menggunakan pengendali, untuk mendapatkan transfer fungsi didapatkan dari hasil respons kendali LQG menggunakan metode Vitackova pada persamaan 2.6

$$G_{V2} = \frac{K}{(\tau_{V2}S + 1)^2} e^{-T_{dv2}S}$$

Dimana

$$T_{dv2} = \text{time delay.}$$

$$\tau_{v2} = \text{konstanta waktu.}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Untuk mencari *time delay* pada metode vitackova:

$$T_{dv2} = 1.937 t_{33} - 0.937 t_{70}$$

Dengan konstanta waktu pada metode vitackova:

$$\tau_{v2} = 0.794 (t_{70} - t_{33})$$

Dengan t_{70} dan t_{33} adalah waktu saat respons berada pada kondisi 70% dan 33% dari keluaran *steady state* (Y_{ss}). Jika T_{dv2} bernilai kurang dari 0 atau negatif, maka sistem dianggap tidak memiliki *time delay*.

3.4.4 Verifikasi Pemodelan Matematis Sistem Kendaraan Seperempat Menggunakan Kendali LQR-PID

Pada pemodelan matematika sistem kendaraan seperempat menggunakan pengendali, untuk mendapatkan transfer fungsi didapatkan dari hasil respons kendali LQR-PID menggunakan metode Vitackova pada persamaan 2.6

$$G_{V2} = \frac{K}{(\tau_{V2}s + 1)^2} e^{-T_{dv2}s}$$

Dimana,

T_{dv2} = *time delay*.

τ_{v2} = konstanta waktu.

Untuk mencari *time delay* pada metode vitackova:

$$T_{dv2} = 1.937 t_{33} - 0.937 t_{70}$$

Dengan konstanta waktu pada metode vitackova:

$$\tau_{v2} = 0.794 (t_{70} - t_{33})$$

Dengan t_{70} dan t_{33} adalah waktu saat respons berada pada kondisi 70% dan 33% dari keluaran *steady state* (Y_{ss}). Jika T_{dv2} bernilai kurang dari 0 atau negatif, maka sistem dianggap tidak memiliki *time delay*.

3.4.5 Verifikasi Pemodelan Matematika pada Kendali MRAC-PID

Pada pemodelan matematika sistem kendaraan seperempat menggunakan pengendali, untuk mendapatkan transfer fungsi didapatkan dari hasil respons kendali MRAC-PID menggunakan metode Vitackova pada persamaan 2.6

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$Y_{dv2} = \frac{K}{(\tau_{v2}s + 1)^2} e^{-T_{dv2}s}$$

dimana,
 T_{dv2} = *time delay*.
 τ_{v2} = konstanta waktu.

Untuk mencari *time delay* pada metode vitackova:

$$T_{dv2} = 1.937 t_{33} - 0.937 t_{70}$$

Dengan konstanta waktu pada metode vitackova:

$$\tau_{v2} = 0.794 (t_{70} - t_{33})$$

Dengan t_{70} dan t_{33} adalah waktu saat respons berada pada kondisi 70% dan 33% dari keluaran *steady state* (Y_{ss}). Jika T_{dv2} bernilai kurang dari 0 atau negatif, maka sistem dianggap tidak memiliki *time delay*.

3.5 Skenario Penelitian

3.5.1 Uji Kestabilan Kendali LQR-PID dengan Metode Lyapunov dan *Phase Plane*.

Berdasarkan *transfer function* sistem suspensi kendaraan seperempat, me-review perancangan kendali LQR-PID[11] kemudian melakukan perhitungan uji kestabilan menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane*.

3.5.2 Uji Kestabilan Kendali LQG dengan Metode Lyapunov dan *Phase Plane*.

Berdasarkan *transfer function* sistem suspensi kendaraan seperempat, me-review perancangan kendali LQG[12] kemudian melakukan perhitungan uji kestabilan menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane*.

3.5.3 Uji Kestabilan Kendali MRAC-PID dengan Metode Lyapunov dan *Phase Plane*.

Berdasarkan *transfer function* sistem suspensi kendaraan seperempat, me-review perancangan kendali MRAC-PID[13] kemudian melakukan perhitungan uji kestabilan menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane*.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hasil data penelitian yang akan diamati

Pada tahapan ini, akan diamati yaitu:

1. Hasil pengujian kestabilan sistem kendaraan seperempat secara *open loop* menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane*
2. Hasil pengujian kestabilan sistem kendaraan seperempat menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane* pada LQR-PID
3. Hasil pengujian kestabilan sistem kendaraan seperempat menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane* pada LQG
4. Hasil pengujian kestabilan sistem kendaraan seperempat menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane* pada MRAC-PID

3.7 Penelitian Selanjutnya

Langkah yang akan dilakukan selanjutnya melakukan pengujian kestabilan pada sistem kendaraan seperempat menggunakan metode Lyapunov dan *Phase Plane* pada kendali LQR-PID, LQG, dan MRAC-PID dan mengusulkan kendali yang baik dari hasil perhitungan kestabilan yang telah dilakukan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim I

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V

KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Setelah melakukan identifikasi kestabilan pada sistem suspensi kendaraan seperempat pada metode Lyapunov dan metode phase plane sistem suspensi kendaraan seperempat tanpa pengendali maupun menggunakan kendali LQG, LQR-PID dan MRAC-PID telah memenuhi syarat kestabilan. Dimana, pada syarat Lyapunov V bernilai positif dan $\dot{V} < 0$. Pada pengujian kestabilan *Phase Plane* akar-akar yang didapatkan bernilai negatif. Dimana, $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$. Dari pengujian kestabilan yang telah dilakukan kendali MRAC-PID memiliki kestabilan yang lebih baik jika dilihat dari hasil perhitungannya dimana memiliki nilai yang mendekati nol. Karena semakin besar energi maka semakin tidak stabil suatu sistem.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya bisa dilakukan identifikasi kestabilan suspensi kendaraan seperempat dengan menambahkan gangguan atau beban. Untuk melihat seberapa stabil sistem kendaraan seperempat setelah menerima gangguan atau beban. Baik tanpa pengendali maupun menggunakan pengendali.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5 ed. USA: Prentice Hall, 2010.
- [2] Norman S, *Control Systems Engineering*, 6 ed. California: California State Polytechnic University, Pomona, 2011.
- [3] Golnaraghi dan B. C. Kuo, *Automatic Control Systems*, 9 ed. USA: Wiley, 2010.
- [4] D. Tumembouw, S. L. Mandey, dan S. Loindong, "Analisis Kualitas Produk dan Harga terhadap Keputusan Pembelian Mobil Toyota Agya di Manado," *Fak. Ekon. dan Bisnis Jur. Manaj. Univ. Sam Ratulangi Manad.*, vol. 7, no. 1, hal. 481–490, 2019.
- [5] "Perkembangan Jumlah Kendaraan Bermotor Menurut Jenis (Unit) 2016–2018."
- [6] *Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Tentang Kendaraan No 55 Tahun 2012*. Indonesia, 2012, hal. 13.
- [7] R. S. Wahjudi, "Perancangan Kendali Suspensi AKTIF," vol. 13, hal. 73–86, 2016.
- [8] S. Taini, Sumardi, dan A. Triwiyatno, "Perancangan Kontrol Optimal Linier Quadratic Regulator (LQR) dengan Glowworm Swarm Optimization (GSO) untuk Sistem Suspensi Aktif Model Kendaraan Seperempat," *Jur. Tek. Elektro, Univ. Diponegoro Semarang*, 2014.
- [9] N. Katal dan S. K. Singh, "Optimization of PID Controller for Quarter-Car Suspension System using Genetic Algorithm," *Int. J. Adv. Res. Comput. Eng. Technol.*, vol. 1, no. 7, hal. 30–32, 2012.
- [10] Mohmad, "Desain dan Analisis Kendali Sistem Suspensi Menggunakan Pid Dan Logika fuzzy Dengan Simulink Matlab," *Univ. Negeri Semarang*, vol. 4, no. 1, 2015.
- [11] A. Kautsar, "Desain Pengendali LQR-PID Untuk Mengendalikan Getaran Pada Sistem suspensi Seperempat Kendaraan (Quarter Car)," no. November, hal. 518–525, 2019.
- [12] L. S. S. Vius, "Desain Pengendali Model Referensi Adaptive Control (MRAC-PID) Untuk Mengendalikan Sistem Suspensi Seperempat Kendaraan," *J. Tek. Elektro*, 2019.
- [13] Dofela, "Desain Kendali Optimal Metode Linear Quadratic Gaussian (Lqg) Untuk pengendalian Sistem Suspensi Kendaraan Mobil Seperempat," hal. 1–6, 2019.
- [14] Xu dan W. Song, "Analysis and Research on Vehicle Handling Stability of the Trapezoidal Link Rear Independent Suspension by ADAMS/CAR," *Appl. Mech. Mater.*, vol. 851, hal. 352–358, 2016.
- [15] Hao, L. Xian-sheng, S. Shu-ming, L. Hong-fei, G. Rachel, dan L. Li, "Phase Plane

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Analysis for Vehicle Handling and Stability,” *Int. J. Comput. Intell.*, no. July, 2016.

[6]
[7]
[8]
[19]
[20]
[21]

5. Alberto, A. Muñoz, P. Pablo, C. Alzate, dan F. Mesa, “Stability Analysis Through the Direct Method of Lyapunov in the Oscillation of a Synchronous Machine,” vol. 12, no. 1, hal. 166–171, 2018.

6. J. E. Slotine dan W. Li, “Fundamentals of Lyapunov Theory,” in *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1991, hal. 40–94.

7. A. E.-N. S. Ahmed, A. S. Ali, N. M. Ghazaly, dan G. T. A. El-Jaber, “PID Controller of Active Suspension System For a Quarter Car Model,” *Assuit Univ.*, 2015.

8. B. Sumardi, dan A. Triwiyatno, “Desain Auto Tuning PID Menggunakan Logika Fuzzy Pada Sistem Suspensi Aktif Tipe Paralel Nonlinear Model Kendaraan Seperempat,” *Jur. Tek. Elektro, Univ. Diponegoro*, 2013.

9. H. Lui, H. Gao, dan P. Li, *Handbook Of Vechicle Suspension Control System*, Series 92. IET Control Engineering.

10. D. Kunto, A. Wahjudi, dan H. Nurhadi, “Perancangan Sistem Kontrol PID untuk Pengendali Sumbu Elevasi Gun pada Turret-gun Kaliber 20 mm,” *J. Tek. ITS Jur. Tek. Mesin Fak. Teknol. Ind. Inst. Teknol. Sepuluh Nop.*, vol. 5, no. 2, hal. 7, 2016.