

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KENDALI OPTIMAL PADA INVENTORI *MULTI-ITEM* YANG MENGALAMI PENINGKATAN EKSPONENSIAL

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh :

DESI RAMAYANI
11754202166



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM
PEKANBARU
2022**

LEMBAR PERSETUJUAN

**KENDALI OPTIMAL PADA INVENTORI *MULTI-ITEM*
YANG MENGALAMI PENINGKATAN EKSPONENSIAL**

TUGAS AKHIR

oleh:

DESI RAMAYANI
11754202166

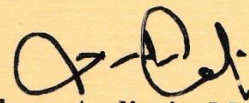
Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 24 Juni 2022

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing



Nilwan Andiraja, M.Sc.
NIP. 1984803 201101 1 005

LEMBAR PENGESAHAN

KENDALI OPTIMAL PADA INVENTORI *MULTI-ITEM* YANG MENGALAMI PENINGKATAN EKSPONENSIAL

TUGAS AKHIR

oleh:

DESI RAMAYANI

11754202166

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 24 Juni 2022

Pekanbaru, 24 Juni 2022
Mengesahkan

Ketua Program Studi



Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Wartono, M.Sc.
Sekretaris : Nilwan Andiraja, M.Sc.
Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.
Anggota II : Sri Basriati, M.Sc.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkannya sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 24 Juni 2022
Yang membuat pernyataan,

DESI RAMAYANI
11754202166

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

“Dan mereka tidak mengetahui sesuatu apapun tentang ilmu (Nya), melainkan apa yang Dia kehendaki.”

(QS Al-Baqarah : 255)

“Barang siapa yang keluar untuk menuntut ilmu, maka ia berada di jalan Allah hingga ia pulang”

(HR Tirmidzi)

Puji syukur kehadirat Allah Subhanahu Wa Ta'ala atas segala rahmat, karunia serta kasih sayang yang tiada putusnya kepada saya, sehingga saya dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat beserta salam saya haturkan kepada nabi Muhammad Shalallahu 'alaihi Wasalam semoga syafaatnya selalu tercurahkan kepada saya dan kita semua di dunia maupun di akhirat. Karya dalam bentuk tugas Akhir ini saya persembahkan kepada :

Keluarga Saya

Terimakasih banyak kepada ayah dan ibu yang doanya, didikannya, nasehatnya, serta kasih sayangnya yang tak terkira kepada saya sehingga dapat membentuk saya seperti saya sekarang ini, dan terimakasih untuk adik-adik saya yang selalu memberikan dukungannya kepada saya atas apa yang saya lakukan.

Sahabat Saya

Terimakasih untuk selalu ada disaat masa sulit saya, selalu menjadi pendengar untuk semua keluh kesah saya, selalu memberikan masukan atas apa yang saya lakukan, dan selalu memotivasi saya untuk melakukan hal baik.

Dosen Program Studi Matematika

Terimakasih pak, buk atas ilmu yang diberikan kepada saya, terimakasih pak, buk selalu memberikan masukannya nasehatnya dan motivasinya kepada saya, khususnya kepada ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc dimana di sela-sela kesibukannya selalu menanggapi pertanyaan saya, selalu menyempatkan waktu untuk membimbing saya, serta memberikan masukan dan sarannya yang membangun untuk penulisan tugas akhir ini.

KENDALI OPTIMAL PADA INVENTORI *MULTI-ITEM* YANG MENGALAMI PENINGKATAN EKSPONENSIAL

DESI RAMAYANI
11754202166

Tanggal Sidang : 24 Juni 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang model inventori yang mengalami peningkatan eksponensial dalam bentuk inventori *multi-item*, peningkatan tersebut terjadi karena adanya produksi barang yang dilakukan secara terus-menerus tanpa adanya permintaan dari konsumen, model yang diperoleh diselesaikan dengan teknik kontrol optimal. Berdasarkan persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan yang diberikan dapat ditemukan solusi persamaan diferensial untuk persediaan inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan, sehingga akan diperoleh nilai optimal tingkat inventori dan rata-rata produksi optimal. Selanjutnya menganalisa kestabilan persamaan tingkat persediaan yang optimal sehingga diperoleh persamaan tingkat persediaan yang optimal mencapai kestabilan, sehingga menuju ke satu nilai (tingkat persediaan maksimal).

Kata Kunci : *Diferensial, inventori multi-item, kontrol optimal, kestabilan, persediaan.*

OPTIMAL CONTROL OVER EXPONENTIALLY INCREASING MULTI-ITEM INVENTORY

DESI RAMAYANI
11754202166

Date of Final Exam : 24 June 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

Study discusses the inventory model which has increased exponentially in the form of multi-item inventory, this increase occurs because of the continuous production of goods without any demand from consumers, the model obtained is completed with optimal control techniques. Based on the given dynamic differential equation and objective function, it is possible to find a solution to the differential equation for increasing multi-item inventory, so that the optimal value of the inventory level and the optimal production average will be obtained. Next, analyze the stability of the optimal inventory level equation. so that the optimal inventory level equation reaches stability , so that it goes to one value (maximum inventory level).

Keywords : *Differential, multi-item inventory, optimal control, stability.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Puji syukur kepada Allah *subhanahu wata'ala* karena atas limpahan rahmat, karunia serta kasih sayang penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul **“Kendali Optimal Pada Inventori *Multi-Item* Yang Mengalami Peningkatan Eksponensial”**. shalawat serta salam dihadiahkan kepada Nabi Muhammad *shalallahu 'alaihi wasalam* yang mana atas pertolongannya kita dapat merasakan ilmu pengetahuan seperti sekarang ini.

Selanjutnya penulis mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang membantu, mendukung, serta membimbing penyusunan tugas akhir ini. Terutama kepada ayahanda Suwardi dan ibunda Irma Merianti yang selalu memberikan nasehat, perhatian serta kasih sayang yang tak terhingga. Kemudian penulis juga mengucapkan terimakasih sebanyak-banyaknya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan selaku pembimbing yang telah membimbing, mengarahkan, memotivasi serta senantiasa berbagi ilmunya dalam penulisan tugas akhir ini.
5. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc dan Ibu Sri Basriati, M.Sc Selaku Penguji yang telah memberikan kritik dan sarannya sehingga tugas akhir ini dapat diselesaikan.
6. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

7. Keluarga tercinta yang tidak henti-hentinya memberikan kasih sayang serta doanya kepada penulis.
 8. Sahabat dan rekan-rekan penulis khususnya Dini Pratiwi, Riska Rahmayani, Melvy Utari Permadhi, Aprilia Khairun Nisa, Dinda Afrianti, dan Triana Mandasari.
 9. Kawan- kawan Fakultas Sains dan Teknologi Khususnya Program Studi Matematika Angkatan 2017.
- Tugas Akhir ini ditulis semaksimal mungkin oleh penulis. Namun tidak menutup kemungkinan adanya kesalahan dalam penulisan ataupun penyampaian materi maka dari itu sangat diharapkan kritik serta saran dari berbagai pihak untuk kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 24 Juni 2022

DESI RAMAYANI
11754202166

UIN SUSKA RIAU



DAFTAR ISI

| | |
|---|-------------|
| LEMBAR PERSETUJUAN | ii |
| LEMBAR PENGESAHAN | iii |
| LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL..... | iv |
| LEMBAR PERNYATAAN | v |
| LEMBAR PERSEMBAHAN | vi |
| ABSTRAK | vii |
| ABSTRACT | viii |
| KATA PENGANTAR..... | ix |
| DAFTAR ISI..... | xi |
| DAFTAR SIMBOL | xiii |
| DAFTAR GAMBAR..... | xiv |
| BAB I PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang..... | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah | 3 |
| 1.3 Batasan Masalah..... | 3 |
| 1.4 Tujuan Penelitian..... | 3 |
| 1.5 Manfaat Penelitian..... | 3 |
| 1.6 Sistematika Penelitian | 4 |
| BAB II LANDASAN TEORI | 5 |
| 2.1 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu Koefisien Konstanta . | 5 |
| 2.2 Masalah Umum Waktu Kontinu..... | 8 |
| 2.3 Kendali Optimal Pada Masalah Sistem Persediaan Barang | 9 |
| 2.4 Bentuk Kuadratik..... | 10 |
| BAB III METODE PENELITIAN..... | 12 |
| BAB IV PEMBAHASAN..... | 13 |
| 4.1 Kendali Optimal pada Masalah Persediaan Barang | 13 |
| 4.2 Simulasi Numerik | 30 |
| BAB V PENUTUP | 35 |
| 5.1 Kesimpulan..... | 35 |

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

| | |
|-----------------------------------|-----------|
| 5.2 Saran | 35 |
| DAFTAR PUSTAKA | 36 |
| LAMPIRAN..... | 37 |
| DAFTAR RIWAYAT HIDUP | 38 |





1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

| | | |
|---|---|---|
| $I_k(t)$ | : | Tingkat fungsi inventori barang ke-k pada waktu t. |
| $P_k(t)$ | : | Tingkat fungsi produksi barang ke-k pada waktu t. |
| $v_k(t)$ | : | Rata-rata fungsi kenaikan barang ke-k pada waktu t. |
| k | : | Jenis barang ke-k. |
| I_0 | : | Nilai tingkat persediaan awal |
| \hat{P} | : | Tingkat Produksi tujuan |
| \hat{I} | : | Tingkat persediaan tujuan |
| h | : | Koefisien biaya penyimpanan |
| k | : | Koefisien biaya produksi |
| λ | : | Konstanta nonnegatif biaya diskon |
| M | : | Tingkat persediaan maksimal |
| H | : | Persamaan Hamilton |
| L | : | Persamaan Lagrange |
| $\frac{\partial H}{\partial P_k}$ | : | Turunan H terhadap parsial P |
| $L_{I_k} = \frac{\partial L}{\partial I_k}$ | : | Turunan L terhadap parsial I |
| $\frac{\partial L}{\partial P}$ | : | Turunan L terhadap parsial P |

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

| | Halaman |
|--|----------------|
| Gambar 2.1 Fase perubahan inventori (Affandi, 2019)..... | 9 |
| Gambar 4.1 Grafik persamaan $I_1(t)$ untuk $t \rightarrow 10$ | 32 |
| Gambar 4.2 Grafik persamaan $I_2(t)$ untuk $t \rightarrow 10$ | 34 |



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari terdapat masalah yang berkaitan dengan riset operasi yang melibatkan teori kontrol optimal, salah satunya adalah masalah inventori. Jika suatu perusahaan memproduksi suatu produk barang jadi, maka hasil produk barang jadi tersebut dapat disimpan di suatu tempat sebelum dijual ke konsumen. Selain mengalami penurunan, inventori juga bisa mengalami peningkatan. Inventori yang mengalami penurunan yang diakibatkan oleh kerusakan dapat menyebabkan munculnya inventori yang tentunya akan menambah biaya penyimpanan dalam suatu tempat berupa biaya secara fisik untuk menyimpan produk barang atau biaya yang muncul karena modal perusahaan terikat dalam bentuk barang. Peningkatan inventori tersebut biasanya terjadi karena adanya proses produksi yang berlangsung secara terus menerus sehingga menyebabkan bertambahnya jumlah inventori. Karena hal tersebut muncul masalah inventori, dan masalah ini dapat dimodelkan dengan menggunakan teknik kendali optimal matematika sehingga akan diperoleh nilai optimal tingkat inventori dan rata-rata produksi optimal [1].

Untuk memperjelas penerapan teori kendali pada masalah inventori, dapat dilihat dalam jurnal penelitian [2] yang berkaitan dengan hal tersebut yang berjudul, “Kendali Optimal dari Sistem Inventori dengan Peningkatan dan Penurunan Barang” dalam penelitian tersebut membahas tentang model matematika dari masalah persediaan yang mengalami peningkatan dan penurunan barang serta menyelesaikan bentuk persediaan barang tersebut menggunakan teknik kendali optimal dan peningkatan dan penurunan barang untuk waktu berhingga, selanjutnya pada penelitian [3] lainnya yang berjudul “Kendali Optimal pada Masalah Persediaan Barang yang Mengalami Peningkatan” pada penelitian tersebut membahas tentang permasalahan persediaan barang yang mengalami peningkatan dan menyelesaikannya dengan menggunakan teknik



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

kendali optimal, kemudian di analisis kestabilan dari sistem dinamik persediaan barang yang mengalami peningkatan.

Model persediaan klasik pada umumnya berhubungan dengan *single-item* tetapi dalam dunia nyata persediaan dengan single item jarang terjadi sehingga hal ini mengarah pada persediaan *multi-item*. Pada dasarnya persediaan *single-item* maupun *multi-item* memiliki tujuan yang sama yaitu memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan total biaya yang dikeluarkan selama siklus yang diberikan [4].

Selanjutnya pada penelitian [5] yang berjudul “Perubahan Inventori *Multi-Item* yang Mengalami Peningkatan atau Penurunan dengan Menggunakan Kendali Optimal” yang membahas tentang inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan atau penurunan, selanjutnya model akan diselesaikan dengan kontrol optimal dengan menggunakan prinsip *Pontryagin*, sehingga akan didapat cara menentukan biaya produksi yang optimal dari tingkat persediaan yang optimal pada inventori *multi-item*. Dan pada penelitian tersebut tidak di analisa kestabilan inventornya.

Banyak pembahasan model inventori berkaitan dengan model inventori tunggal. Meskipun dalam kenyataannya model seperti ini agak jarang terjadi. Model inventori *multi-item* lebih realistis daripada model inventori tunggal. Berdasarkan tiga penelitian terdahulu yang telah dibahas, maka didapatkan perbedaan dengan penelitian yang akan saya teliti. Penelitian ini akan dibahas model pada penelitian [3] dengan menambahkan fungsi eksponensial positif pada persamaan diferensial dinamikanya, kemudian dari penelitian [2] akan diaplikasikan kestabilan inventori ke penelitian yang akan diteliti. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk membahas penerapan teori kendali optimal pada inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial. Maka dari itu, penulis mengambil judul “**Kendali Optimal Pada Inventori *Multi-Item* yang Mengalami Peningkatan Eksponensial**”



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan kendali produksi barang untuk model persediaan *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial dalam waktu berhingga?
2. Bagaimana analisis kestabilan bentuk model persediaan *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial untuk waktu berhingga?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Fungsi tujuan berbentuk fungsi kuadratik untuk waktu berhingga.
2. Fungsi eksponensial positif diberikan di persamaan diferensial dinamik.
3. Persamaan diferensial dinamik yang di pakai hanya bagian peningkatan.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan kendali produksi barang untuk model persediaan *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial untuk waktu berhingga.
2. Mendapatkan kestabilan model matematika dari model persediaan *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial untuk waktu berhingga.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai sarana menambah wawasan dan ilmu pengetahuan mengenai teori kendali optimal.
2. Memberi kontribusi terhadap pembaca dalam mempelajari dan memperdalam masalah kestabilan barang *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial untuk waktu berhingga.
3. Sebagai literature penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah teori kendali.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.6 Sistematika Penelitian

Agar penulisan Tugas Akhir inilebih terarah dan mudah dipahami maka digunakan sistematika penulisan yang mencakup lima bab, diantaranya sebagai berikut:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang landasan pengambilan ide penelitian yang akan dijelaskan melalui latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori dasar mengenai hal-hal yang dapat digunakan sebagai acuan dan landasan untuk mengembangkan penelitian ini. Konsep dan teori terkait perlu dijelaskan, seperti: tuliskan konsep dan teori terkait dan kajian terkait sebelumnya.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi tahapan-tahapan yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan penelitian mulai dari metode penelitian, teknik penggalan data sampai tahapan penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi pembahasan tentang cara-cara untuk mendapatkan hasil penelitian Tugas Akhir.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang menjelaskan inti dari seluruh pembahasan dan saran.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu Koefisien Konstanta

Persamaan diferensial biasa orde satu adalah persamaan diferensial biasa yang turunan tertingginya berorde satu [6]. Secara umum dapat ditulis dalam bentuk:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \tag{2.1}$$

dengan $f(x, y)$ adalah fungsi dalam dua variabel yang diberikan dan kontinu di x dan y . Selanjutnya, berdasarkan [7], apabila fungsi $f(x, y)$ dalam Persamaan (2.1) berbentuk linier pada variabel bebas y , maka persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x). \tag{2.2}$$

Kemudian solusi Persamaan (2.2) dicari dengan rumusan sebagai berikut

$$y = e^{-\int P(x)dx} [\int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + C]. \tag{2.3}$$

Selanjutnya bentuk umum persamaan diferensial biasa nonhomogen diberikan sebagai berikut:

$$a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = g(x), \tag{2.4}$$

Misalkan $y_c(x) = c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$ adalah penyelesaian untuk persamaan homogen:

$$a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0. \tag{2.5}$$

Persamaan (2.5) dapat diselesaikan dengan memisalkan $y = e^{rx}$, sehingga diperoleh:

$$a \frac{d^2(e^{rx})}{dx^2} + b \frac{d(e^{rx})}{dx} + ce^{rx} = 0,$$

$$e^{rx} + bre^{rx} + ce^{rx} = 0,$$

$$e^{rx}(ar^2 + br + c) = 0.$$

Diperoleh $e^{rx} = 0$, maka $y(x) = e^{rx}$ merupakan penyelesaian Persamaan (2.5) jika dan hanya jika r memenuhi persamaan karakteristik:

$$ar^2 + br + c = 0$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Adapun penyelesaian dari Persamaan karakteristik diperoleh sebagai berikut:

$$r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{a^2 - 4c}}{2a}.$$

Penyelesaian khusus dari persoalan persamaan diferensial linear orde dua dengan persamaan karakteristik bergantung pada nilai diskriminan.

Adapun bentuk-bentuk penyelesaian berdasarkan nilai deskriminan adalah sebagai berikut:

- a. Akar-akar Real dan Berbeda ($b^2 - 4ac > 0$)

Jika akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ adalah real dan berbeda, maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.5) adalah:

$$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}.$$

Dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

- b. Akar-akar Berulang ($b^2 - 4ac = 0$)

Jika akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ adalah sama ($r_1 = r_2$), maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.5) adalah:

$$y(x) = c_1 e^{r_1 x} + c_2 x e^{r_2 x}.$$

Dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

- c. Akar-akar Imajiner ($b^2 - 4ac < 0$)

Jika akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ adalah bilangan kompleks ($r_1 = \alpha + i\beta$ dan $r_2 = \alpha - i\beta$), maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.5) adalah:

$$y(x) = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x).$$

Dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

Penyelesaian persamaan karakteristik untuk persamaan nonhomogen disimbolkan dengan $y_p(x)$. Maka, penyelesaian umum dari Persamaan nonhomogen (2.4) dapat ditulis dalam bentuk:

$$y(x) = y_c(x) + y_p(x).$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.2:

Tentukan penyelesaian umum dari persamaan diferensial biasa nonhomogen berikut:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 5.$$

Penyelesaian:

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan terlebih dahulu penyelesaian umum persamaan diferensial biasa homogen:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0.$$

Selanjutnya, dibentuk persamaan karakteristik untuk persamaan homogenya, yaitu:

$$\begin{aligned} r^2 + 3r + 2 &= 0, \\ (r + 2)(r + 1) &= 0, \\ r_1 &= -1, \quad r_2 = -2. \end{aligned}$$

Diperoleh penyelesaian homogenya, yaitu:

$$y_c(x) = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x}.$$

Selanjutnya, untuk penyelesaian persamaan karakteristik $y_p(x)$ diberikan oleh:

$$y_p(x) = Ax^2 + Bx + C,$$

Sehingga,

$$y_p'(x) = 2Ax + B \text{ dan } y_p''(x) = 2A.$$

Untuk menentukan nilai A, B dan C maka disubsitusikan nilai-nilai $y_p(x), y_p'(x)$

dan $y_p''(x)$ ke dalam persamaan $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 5$ sehingga diperoleh:

$$2A - 3(2Ax + B) + 2(Ax^2 + Bx + C) = 5.$$

Dengan menggunakan kesamaan koefisien untuk persamaan di atas, maka diperoleh nilai $A = \frac{5}{2}, B = 0$ dan $C = 0$, sehingga persamaan karakteristiknya:

$$y_p(x) = \frac{5}{2}x^2 - 0 \cdot x + 0.$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Jadi, diperoleh penyelesaian umum untuk persoalan di atas dengan menjumlahkan persamaan homogenya $y_c(x)$ dan persamaan karakteristik $y_p(x)$ sehingga diperoleh:

$$y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + \frac{5}{2}.$$

2.2 Masalah Umum Waktu Kontinu

Menurut [5] diberikan persamaan differensial dinamik yaitu sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t). \quad (2.6)$$

Sehingga bagian ini akan dibahas masalah umum kendali optimal waktu kontinu untuk persamaan diferensial dinamik untuk waktu.

Dengan $x(t) \in R^n$ adalah vector state dan $u(t) \in R^n$ adalah fungsi kendali. Fungsi tujuan yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi objektif, dengan persamaan:

$$J(t_0) = q(x(T_i)) + \int_{t_0}^{T_i} g(x(t), u(t), t) dt. \quad (2.7)$$

dengan t_0 adalah waktu awal dan T_i adalah waktu akhir.

Selanjutnya didefinisikan fungsi Hamilton sebagai berikut:

$$H = g(x(x), u(x), t) + \lambda f(x, u, t). \quad (2.8)$$

Menurut [6] dibentuk persamaan State dan Costate serta persamaan Stasioner sebagai berikut:

- a. Persamaan State: $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$,
- b. Persamaan Costate: $\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x}$,
- c. Persamaan Stasioner: $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$.

Dan fungsi langragenya adalah:

$$L = g(x(x), u(x), t) + (\lambda + \mu) f(x, u, t), t \in [t_0, t_1] \quad (2.9)$$

Syarat yang diperlukan untuk kondisi optimal, diberikan dengan:

$$H_p = 0,$$

$$L_I = -\dot{\lambda},$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

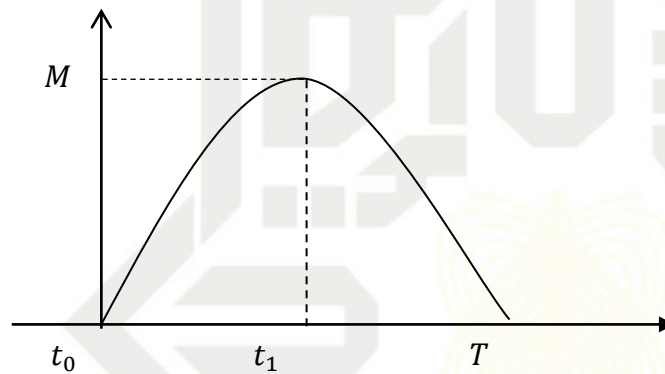
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$L_p = 0,$$

$$\mu \geq 0, \text{ dan } \mu g \geq 0.$$

2.3 Kendali Optimal Pada Masalah Sistem Persediaan Barang

Pembentukan model ini didasarkan pada sistem inventori dimana ditinjau inventori produk barang pada saat terjadi peningkatan dan penurunan inventori. Diasumsikan bahwa fase pertama dari t_0 hingga t_1 untuk tingkat inventori yang meningkat, kemudian fase kedua yaitu t_1 hingga T untuk tingkat inventori yang menurun. Seperti pada gambar berikut ini:



Gambar 2.1. Fase Perubahan Inventori (Affandi, P, 2019)

Selanjutnya untuk kasus peningkatan inventori dapat didefinisikan kedalam persamaan differensial dinamik, yaitu:

$$\dot{I} = P_k(t) + v_k(t)I_k(t), t \in [0, t_1]. \quad (2.10)$$

nilai $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

dengan:

$I(t)$: adalah tingkat fungsi inventori barang ke- k pada waktu t ,

$P(t)$: adalah tingkat fungsi produksi barang ke- k pada waktu t ,

$v_k(t)$: adalah rata-rata fungsi kenaikan barang ke- k pada waktu t ,

k : adalah jenis barang ke- k .

Kemudian, untuk menjamin tingkat inventori meningkat dari 0 hingga t_1 , lebih lanjut Persamaan (2.16) memenuhi:

$$P_k(t) + v_k(t)I_k(t) > 0, t \in [t_0, t_1]. \quad (2.11)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan Persamaan (2.11) di atas, akan dicari fungsi tujuan. Fungsi tujuan dari model inventori yang mengalami peningkatan adalah sebagai berikut:

$$J_k = \int_0^t \frac{h_k}{2} (I_k - \hat{I}_k)^2 + \frac{k_k}{2} (P_k - \hat{P}_k)^2 dt, \quad (2.12)$$

Persamaan 2.10-2.12 merupakan batasan non negatif,

$$P_k(t) \geq 0, \quad t \in [t_0, T].$$

dengan:

\hat{P} adalah tingkat produksi tujuan,

\hat{I} adalah tingkat inventori tujuan,

h adalah koefisien biaya penyimpanan,

K adalah koefisien biaya produksi.

2.4 Bentuk Kuadratik

Pada bagian ini diberikan bentuk kuadratik sebagai berikut:

$$X^T A X. \quad (2.13)$$

Dengan entri matriks A adalah $c_{ij} = c_{ji}$ untuk semua i dan j . Kemudian untuk $x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, maka Persamaan (2.13) dapat dituliskan kedalam notasi sigma yaitu:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_i x_j. \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) disebut bentuk kuadratik dengan n banyak variabel x_1, x_2, \dots, x_n dengan $i = j, j = n$ dan $c_{ij} \in \mathbb{R}$. Berdasarkan [10], dijelaskan sifat definit dari Persamaan (2.20) dapat diperoleh dengan menghitung nilai eigen dari matriks A . Jika A matriks simetri berukuran $n \times n$ dan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ merupakan nilai eigen dari matriks A , maka bentuk kudratik $x^T A x$ memenuhi:

1. Definit positif jika dan hanya jika $\lambda_i > 0$ untuk semua i ,
2. Semi definit positif jika dan hanya jika $\lambda_i \geq 0$ untuk semua i ,
3. Definit negatif jika dan hanya jika $\lambda_i < 0$ untuk semua i ,
4. Semi definit negatif jika dan hanya jika $\lambda_i \leq 0$ untuk semua i ,
5. Undefinit jika tidak memenuhi sifat diatas.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengummumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Untuk memahami penjelasan di atas, diberikan contoh sebagai berikut:

Contoh 2.3:

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$, jika $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Hitunglah X^TAX ?

Penyelesaian:

Bentuk kuadrat dari matriks A sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X^TAX &= [x_1 \quad x_2] \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = [x_1 \quad x_2] \begin{bmatrix} 3x_1 & -2x_2 \\ -2x_1 & 7x_2 \end{bmatrix} \\ &= x_1(3x_1 - 2x_2) + x_2(-2x_1 + 7x_2) \\ &= 3x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_1 + 7x_2^2 \\ &= 3x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2. \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk sifat definit diperoleh penyelesaiannya dengan mencari nilai eigen dari matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

didapat nilai eigennya:

$$\begin{aligned} \text{Det}(\lambda I - A) &= 0, \\ \text{Det} \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \right) &= 0, \\ \text{Det} \begin{bmatrix} (\lambda - 3) & 2 \\ 2 & (\lambda + 7) \end{bmatrix} &= 0, \\ ((\lambda - 3)(\lambda + 7)) - (2 \cdot 2) &= 0, \\ \lambda^2 - 10\lambda + 17 &= 0, \\ \lambda_1\lambda_2 &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 17}}{2 \cdot 1} \\ &= 5 \pm \sqrt{8}. \\ \lambda_1 &= 5 + \sqrt{8}, \\ \lambda_2 &= 5 - \sqrt{8}. \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa bentuk kuadrat di atas memiliki sifat semi definit positif.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODE PENELITIAN

Penulisan tugas akhir ini membahas penyelesaian sistem kendali optimal dengan peningkatan inventori. Dalam penelitian ini akan dilakukan tahapan-tahapan sebagai berikut:

1. Diketahui Persamaan (2.10) untuk peningkatan inventori, selanjutnya pada persamaan variabel $v_k(t)$ yaitu : rata-rata fungsi kenaikan akan di ubah ke bentuk fungsi eksponensial $e^{v_k(t)}$ menjadi kenaikan fungsi eksponensial.
2. Diketahui fungsi tujuan untuk kasus peningkatan inventori pada waktu berhingga adalah sebagai berikut:

$$J_k = \int_0^t \frac{h_k}{2} (I_k - \hat{I}_k)^2 + \frac{k_k}{2} (P_k - \hat{P}_k)^2 dt$$

3. Kemudian dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan pada Langkah 2.
4. Setelah diperoleh persamaan Hamilton pada Langkah 3 dapat dibentuk persamaan Lagrange.
5. Selanjutnya berdasarkan Langkah 3 dan 4 akan dibentuk kondisi optimal pada inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan.
6. Membentuk persamaan diferensial orde dua untuk inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan.
7. Berdasarkan Langkah 6 akan di peroleh solusi persamaan diferensial orde dua untuk inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan.
8. Kemudian akan dianalisa kestabilan persamaan diferensial dinamik berdasarkan solusi dari Langkah 7.
9. Terakhir akan diperoleh solusi optimal dan kestabilan dari inventori *multi-item* yang mengalami peningkatan eksponensial.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Peningkatan persediaan biasanya disebabkan karena adanya persediaan awal dan kemudian terjadinya penambahan persediaan sedangkan permintaan barang masih sedikit. Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Fungsi produksi model inventori multi-item yang mengalami peningkatan eksponensial diperoleh sebagai berikut:

- a. Persamaan rata-rata produksi yang optimal yaitu:

$$P_k(t) = (c_{1k}(r - e^{v_k})e^{rt} - c_{2k}(r + e^{v_k})e^{-rt} + Q_k(t) - e^{v_k}Q_k(t)), \quad t \in [t_0, t_1]$$

- b. Persamaan tingkat persediaan *multi-item* yang optimal yaitu:

$$I_k(t) = c_{1k}e^{rt} + c_{2k}e^{-rt} + Q_k(t),$$

dengan

$$Q_k(t) = \frac{h_k \hat{I}_k - e^{v_k} \hat{P}_k}{h_k + k_k e^{v_k} v_k + e^{2v_k}}$$

$$c_{1k} = \frac{e^{-rt_1}(I_0 - Q_k(t_0)) - e^{-rt_0}(M - Q_k(t_1))}{(e^{rt_0})(e^{-rt_1}) - (e^{-rt_0})(e^{rt_1})},$$

dan

$$c_{2k} = \frac{-e^{-rt_1}(I_0 - Q_k(t_0)) - e^{-rt_0}(M - Q_k(t_1))}{(e^{rt_0})(e^{-rt_1}) - (e^{-rt_0})(e^{rt_1})}.$$

2. Kestabilan model diperoleh dari analisis kurva tingkat persediaan untuk $t \in [t_0, t_1]$ pada persamaan $I_k(t) = c_{1k}e^{rt} + c_{2k}e^{-rt} + Q_k(t)$. Hasil analisis kurva diperoleh bahwa persediaan mengalami kenaikan yang optimal. Artinya tingkat persediaan $I_k(t)$ meningkat pada waktu yang ditentukan.

5.2 Saran

Tugas akhir ini menjelaskan tentang penerapan teori kendali pada masalah inventori multi-item yang mengalami peningkatan eksponensial untuk waktu berhingga. Sehingga, pembaca dapat mengembangkan dalam bentuk waktu tak terhingga.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] P. Affandi, Faisal, and Y. Yulida, "Penerapan Teori Kendali pada Masalah Inventori," *Jurnal Matematika Murni dan Terapan.*, vol. 6, no. 2, pp. 38–46, 2012.
- [2] P. Affandi, "Kendali Optimal dari Sistem Inventori dengan Peningkatan dan Penurunan Barang," *Jurnal MIPA Universitas. LAMBUNG MANGKURAT*, vol. 38, no. 1, pp. 79–88, 2015.
- [3] M. L. Usvita and N. Andiraja, "Kendali Optimal pada Masalah Inventori yang Mengalami Peningkatan," *Seminar Nasional Teknologi Informasi. Komunikasi dan Industri. 9*, pp. 590–597, 2017.
- [4] D.P. Handayani, "Kontrol optimal model persediaan multi-item dengan tingkat kerusakan fungsi eksponensial dan tingkat diskon," *Jurnal Institut Teknologi Sepuluh November.*, no. 2016, pp. 1–6.
- [5] P. Affandi and Faisal, "Perubahan Inventori Multi-Item yang Mengalami Peningkatan atau Penurunan dengan Menggunakan Kendali Optimal," *Jurnal Matematika Murni dan Terapan.*, pp. 51–55, 2019.
- [6] S. L. Ross, *Differential Equations 3rd edition John Wiley & Sons.* University of New Hampshire, New York, 1984.
- [7] W. C. Xie, *Differential Equations for Engineers and Scientists*, vol. 32, no. 126. New York: University of Waterloo Cambridge, 2010.
- [8] G. J. Olsder, *Mathematical Systems Theory*. Halaman 26, 1 Edition. Delft University of Technology, Netherlands. 1994.
- [9] K. Ogata, *Modern Control Enguneering*, 2nd ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc, 1990.
- [10] F. L. Lewis and V. L. Syrmos, *Optimal Control Lewis*. Toronto: John Wiley & Sons, Inc, 1995.

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LAMPIRAN

1. hasil uji kestabilan untuk jenis barang ke-1 pada inventori multi-item yang mengalami peningkatan eksponensial di bantu dengan aplikasi matlab

```
x=[0:0.1:10];  
y=(0.02.*exp(0.76.*x))+(-0.02.*exp(-0.76.*x))+((625-60.*x)/(25+6.*x));  
plot(x,y);  
xlabel('t');  
ylabel('I (t)');
```

2. hasil uji kestabilan untuk jenis barang ke-1 pada inventori multi-item yang mengalami peningkatan eksponensial di bantu dengan aplikasi matlab

```
x=[0:0.1:10];  
y=(0.01.*exp(0.87.*x))+(-0.01.*exp(-0.87.*x))+((450-60.*x)/(15+4.*x));  
plot(x,y);  
xlabel('t');  
ylabel('I (t)');
```



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Desi Ramayani dilahirkan di Tolan pada 18 Desember 1998. Penulis adalah anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Suganjar dan Ibu Lasiyem. Penulis menyelesaikan Pendidikan Taman Kanak-kanak di Raudhatul Athfal Al-Husna Salak Bagan Batu. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan Formal Sekolah Dasar di Madrasah Ibtidaiyah pada tahun 2011. Kemudian penulis melanjutkan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama di Madrasah Tsanawiyah dan selesai pada tahun 2014 dan di tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan di Madrasah Aliyah dan lulus pada tahun 2017. Dan melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Fakultas Sains dan Teknologi Program Studi Matematika.

Dalam masa pembelajaran penulis melakukan proses belajar mengenai program studi Matematika, melaksanakan kegiatan Kerja Praktek (KP) di Jurusan Matematika dengan judul “Optimasi Distribusi Gula Merah Pada UD. Sari Bumi Raya Menggunakan Metode *North West Corner (NWC)* Dan Metode *Stepping Stone*” dengan dosen pembimbing ibu Elfira Safitri, S.Si, M.Mat. Penulis dinyatakan lulus pada tanggal 24 Juni 2022 dalam ujian sarjana dengan judul “Kendali Optimal Pada Inventori *Multi-Item* Yang Mengalami Peningkatan Eksponensial” dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.