INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ $(n \geq 3)$ MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
11754100331

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2022

LEMBAR PERSETUJUAN

INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ $(n \geq 3)$ MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

oleh:

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
11754100331

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 21 Juni 2022

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat**
NIP. 19730818 200604 1 003	NIK. 130 517048

LEMBAR PENGESAHAN

INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ $(n \geq 3)$ MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

oleh:

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
11754100331

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 21 Juni 2022

Pekanbaru, 21 Juni 2022
Mengesahkan

Dekan	**Ketua Program Studi**
Dr. Hartono, M.Pd.	**Wartono, M.Sc.**
NIP. 19640301 199203 1 003	**NIP. 19730818 200604 1 003**

KEMENTRIAN AGAMA UIN SUSKA RIAU FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UIN SULTAN SYARIF KASIM RIAU

DEWAN PENGUJI

Ketua	**: Wartono, M.Sc**
Sekretaris	**: Ade Novia Rahma, M.Mat**
Anggota I	**: Dr. Yuslenita Muda, M.Sc**
Anggota II	**: Rahmawati, M.Sc**

Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 27 Juli 2022

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : Ricken Husnudzan Vitho

NIM : 11759100331

Tempat/ Tgl. Lahir : Siak, 27 Juni 1999

Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi

Prodi : MATEMATIKA

Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*:

INVERS MATRIKS CENTROCYMMETRIC BENTUK KHUSUS ORDO nxn (n≥3) MENGGUNAKAN ADJOIN

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan ~~Disertai~~/~~Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah lainnya~~* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan ~~Disertasi~~/~~Thesis~~/Skripsi/(~~Karya Ilmiah lainnya~~)* saya tersebut, maka saya besedia menerima sanksi sesuai peraturan peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 27 Juli 2022
Yang membuat pernyataan

SEPULUH RIBU RUPIAH
10000
METERAI TEMPEL
C42AJX924957073

NIM : 11759100331

** pilih salah salah satu sesuai jenis karya tulis*

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 21 Juni 2022
Yang membuat pernyataan,

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
11754100331

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamiin
Segala puji bagi Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang telah melimpahkan rahmat dan nikmat-Nya. Semoga kita semua selalu dalam lindungan Allah Subhanahu Wa Ta'ala. Shalawat beserta salam juga selalu tercurahkan kepada Nabi kita, Muhammad Shalallahu 'Alaihi Wasalam dengan mengucapkan "Allahhummaa shalli'alaa sayyidinaa muhammad wa'alaa aalii sayyidinaa muhammad"

KARYA KECILKU INI KU PERSEMBAHKAN UNTUK

Ayah dan Ibuku

Teruntuk Ayahanda dan Ibundaku tercinta, hanya Terimakasih yang tak terhingga yang bisa ku ucapkan pada saat ini. Terimakasih atas segala Do'a, usaha, dukungan dan kasih sayang yang tak henti-hentinya sehingga aku selalu kuat dalam menghadapi rintangan yang ada. Yaa Allah, berikanlah mereka berdua unur yang berkah. Hadiahkan lah Syurga Firdaus-Mu untuk mereka serta jauhkanlah mereka dari panasnya api neraka-Mu Untuk Ayah (Sutriono) dan Ibu (Endriyani)

Untuk pembimbingku (Ade Novia Rahma,S.Pd, M.Mat)

Terimakasih untuk segalanya, terutama kesabaran dan keikhlasan dalam membimbing diri ini yang masih lalai dan banyak kekurangan. Terimakasih telah memberikan masukan di setiap kebuntuan, serta memberikan masukan dan motivasi untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini

Untuk semua dosen Jurusan Matematika FST

Terimakasih atas semua ilmu yang diberikan selama saya masih duduk dibangku kuliah. Semoga semua ilmu yang telah Bapak/Ibu ajarkan bisa berguna bagi kehidupan saya kedepannya.

Untuk semua teman-teman

Terimakasih karena telah memberikan dukungan dan semangat ketika dalam keputus asaan

INVERS MATRIKS *CENTROSYMMETRIC* BENTUK KHUSUS ORDO $n \times n$ $(n \geq 3)$ MENGGUNAKAN ADJOIN

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
NIM : 11754100331

Tanggal Sidang : 21 Juni 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Matriks adalah suatu susunan bilangan-bilangan atau disebut entri-entri yang disusun teratur berdasarkan baris dan kolom. Ada beberapa jenis matriks, diantaranya yaitu matriks *Centrosymmetric*. Konsep dari suatu matriks sangat berguna dalam menyelesaikan beberapa permasalahan pada ilmu matematika. Salah satu masalah yang paling umum dalam matematika adalah menyelesaikan sistem persamaaan linier. Salah satu cara untuk menentukan invers suatu matriks adalah menggunakan Metode Adjoin. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk umum invers dari suatu matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus dengan menggunakan Metode Adjoin.

Kata Kunci : determinan, invers, matriks *Centrosymmetric*, matriks kofaktor, metode adjoin

THE INVERSE OF CENTROSYMMETRIC MATRIX IN SPECIAL FROM OF $n \times n$ $(n \geq 3)$ ORDER USING ADJOIN METHOD

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
NIM : 11754100331

Date of Final Exam : 21 June 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

A matrix is a collection of numbers that are often also called regularly arranged entries by rows and columns. There are several types of matrices, such as Centrosymmetric matrix. The concept of a matrix is very useful in solving some problems in mathematics. One of the most common problems in mathematics is solving system of linear equations. One way to determining the inverse of a matrix is using the Adjoin Method. This study aims to determine the inverse of a centrosymmetric matrix of a special shape using the Adjoin Method.

Keywords *: adjoin method, Centrosymmetric matrix, cofactor matrix, determinant, inverse matrix*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil 'Alamiin. Segala Puji Syukur penulis panjatkan kehadirat Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir ini dengan judul "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo $n \times n$ $(n \geq 3)$ Menggunakan Adjoin". Serta tak lupa pula penulis haturkan shalawat beriringkan salam kepada junjungan alam yakni Nabi Muhammad Shalallahu 'Alaihi Wassalam yang telah membawa kita dari zaman jahiliah atau zaman kebodohan menuju zaman yang sekarang ini zaman yang penuh dengan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Rasa terima kasih penulis ucapkan kepada kedua orang tua yang selalu menyebut nama penulis dalam do'anya serta telah banyak memberikan arahan, nasehat dan mereka menjadi sosok inspirasi bagi penulis. Selain mereka, penulisan, penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini tidak terlepas dari berbagai pihak yang telah mendukung, memotivasi, menasehati serta membimbing. Oleh sebab itu penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebanyak-banyaknya kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc, selaku dosen Pembimbing Akademik.
6. Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat selaku Pembimbing Tugas Akhir

yang telah memberikan arahan, petunjuk dan masukan.

7. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc selaku penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya Tugas Akhir ini.
8. Ibu Rahmawati, M.Sc selaku penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya Tugas Akhir ini.
9. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khususnya Program Studi Matemtika.
10. Keluarga tercinta, yang telah memberikan motivasi, dukungan, do'a dan materi yang tak henti-hentinya serta kasih sayang yang sangat tulus kepada penulis.
11. Terimaksih juga teruntuk seseorang spesial, yang selalu menemani selama penulis jauh dari keluarga. Seseorang yang selalu memberi support, yaitu calon istriku Mifta Ilmi Ismail
12. Sahabat-sahabat penulis (Rendi Ibnu Baihaqi, Teddy Irawan, Resi Arisanti, Siti Mardhiyah Jauza dan Khirul Amri) terimakasih atas bantuan, masukan dan segala dukungan yang telah diberikan kepada penulis.
13. Untuk sahabat dan teman-teman seperjuangan di Jurusan Matematika.
14. Semua pihak yang telah membantu penulis secara langsung maupun tidak langsung yang selalu memberikan nasihat-nasihat kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru,21 Juni 2022

RICKEN HUSNUDZAN VITHO
11754100331

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Teori matriks merupakan salah satu cabang ilmu aljabar linear yang menjadi pembahasan penting dalam ilmu matematika. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika maupun ilmu terapan [1].

Salah satu pembahasan menarik dalam matriks yaitu menentukan invers suatu matriks. Invers matriks dikenal juga sebagai kebalikan dari suatu matriks. Ada banyak metode yang digunakan untuk menentukan invers matriks, diantaranya substitusi, dekomposisi matriks *LU*, matriks adjoin, perkalian matriks invers elementer, eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, dan lain sebagainya. Masalah yang sering dijumpai ketika mencari invers dari suatu matriks yaitu berhubungan dengan ukuran matriks itu sendiri. Semakin besar ukuran matriks, maka semakin susah mencari invers nya. Oleh karena itu, dibutuhkan sebuah rumus yang sesuai untuk mendapatkan invers suatu matriks yang mempunyai ukuran lebih besar.

Mengenai invers matriks menggunakan metode adjoin telah banyak di teliti pada penelitian sebelumnya. Pada tahun 2014, terdapat penelitian yang yang dilakukan oleh [2]. Penelitian tersebut membahas tentang invers suatu matriks Toeplitz dengan bentuk umum sebagai berikut :

$$T_n = \begin{bmatrix} 0 & x & \cdots & x \\ x & 0 & \cdots & x \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x & x & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad \forall\ x \in R \tag{1.1}$$

kemudian hasil yang didapatkan yatu :

1. Determinan matriks T_n adalah $|T_n| = (-1)^{n+1}(n-1)x^n$
2. Kofaktor-kofaktor matriks T_n adalah

$$K_{ij}T_n = \begin{cases} |T_{n-1}| & unuk \quad i = j \\ (-1)^{n+1} x^{n-1} & untuk \quad i \neq j \end{cases}$$

3. Invers matriks T_n adalah

$$T_n = t_{ij} = \begin{cases} \dfrac{-(n-2)}{(n-1)x} & untuk \quad i = j \\ \dfrac{1}{(n-1)x} & untuk \quad i \neq j \end{cases}$$

Pada tahun 2017 juga terdapat sebuah penelitian yang dilakukan oleh [3] yang membahas invers suatu matriks positif menggunakan metode adjoin. Kemudian pada tahun 2020 terdapat sebuah skripsi yang dilakukan oleh [4] yang membahas tentang invers matriks Hankel dengan judul “Invers Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin”.

Terdapat berbagai macam jenis matriks, salah satunya yaitu matriks *Centrosymmetric*. Pada tahun 2015, terdapat penelitian yang membahas tentang matriks *Centrosymmetric*. Di dalam jurnalnya menjelaskan bahwa matriks *Centrosymmetric* merupakan salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks [5]. Bentuk umum dari matriks *Cenrtosymmetric* adalah sebagai berikut :

$$A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}, \text{dengan} \quad a_{ij} \in R \tag{1.2}$$

Pada tahun 2017 juga terdapat penelitian yang dilakukan oleh [6]. Penelitian tersebut membahas tentang determinan matriks *Centrosymmetric* dengan strukstur blok khusus pada matriks *hessenberg* yang lebih rendah dengan judul *“The Algorithm of Determinant Centrosymmetric Matrix Based on Lower Hessenberg Form”*. Kemudian pada tahun 2018 dilanjutkan untuk menentukan inversnya dengan judul *“The Inverse of Centrosymmetric Matrix”* [7]. Ditahun 2019 terdapat penelitian yang membahas jurnal yang menjelaskan tentang aljabar matriks *Centrosymmetric Sn*(R) [8]. Selanjutnya, pada tahun 2020 terdapat penelitian yang dilakukan oleh [9] dengan judul “Determinan Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor”. Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum determinan suatu matriks *Centrosymmetric* dengan bentuk khusus ordo 3×3 seperti berikut ini :

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & a & a \end{bmatrix} \qquad (1.3)$$

kemudian hasil yang didapatkan yaitu :

$$\left|A_3^n\right| = a^{3n}$$

Pada tahun 2020 terdapat penelitian yang dilakukan oleh [10] dengan judul "Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". Di dalam penelitian tersebut didapatkan bentuk umum invers suatu matriks *Centrosymmetric* dengan bentuk khusus ordo 4×4 seperti berikut ini :

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R \qquad (1.4)$$

kemudian hasil yang didapatkan yaitu :

$$A_4^{\ n} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{n-1}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n+1}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n} \end{bmatrix}, n \quad ganjil \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{a^n} & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{a^n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^n} & 0 \\ 0 & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & -\left(\frac{n}{2a^n}\right) & \frac{1}{a^n} \end{bmatrix}, n \quad genap \end{cases}$$

Dari latar belakang di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ menggunakan adjoin dengan judul **"Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus ordo $n \times n$ $(n \geq 3)$ Menggunakan Adjoin"**. Dengan bentuk khusus sebagai berikut :

Untuk n ganjil

$$A_n = \begin{bmatrix}
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a
\end{bmatrix}, \forall\, a \in R \qquad (1.5)$$

Untuk n genap

$$A_n = \begin{bmatrix}
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a & a & a & a & a & \cdots & a & a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a \\
0 & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a
\end{bmatrix}, \forall\, a \in R \qquad (1.6)$$

dengan $(n \geq 3)$

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada laporan tugas akhir ini adalah bagaimana bentuk umum invers matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ menggunakan adjoin.

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah pada laporan tugas akhir ini yaitu matriks yang digunakan adalah matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus pada Persamaan (1.5) dan Persamaan (1.6), dengan $3 \leq n \leq 12$.

1.4. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum invers matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ $(n \geq 3)$ yang sesuai dengan Persamaan (1.5) dan Persamaan (1.6) menggunakan metode adjoin.

1.5. Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan diatas, maka manfaat yang dapat diambil dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

a. Bagi penulis

Manfaat yang didapatkan melalui penelitian ini adalah memperdalam pemahaman penullis tentang matriks, dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji suatu permasalahan aljabar linear khususnya dalam hal menyelesaikan invers matriks *Centrosymmetric*.

b. Bagi lembaga pendidik

Penulis berharap penilitian ini dapat dijadikan referensi dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan menentukan invers matriks *Centrosymmetric*.

1.6. Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan tugas akhir ini terdiri atas lima bab yaitu :

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks, determinan matriks, invers matriks dan induksi matematika.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah peneliti untuk menyelesaikan bentuk umum invers matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo $n \times n$ menggunakan adjoin.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada Bab II berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks,matriks *Centrosymmetric*, determinan matriks, matriks kofaktor, invers matriks, serta induksi matematika.

2.1. Matriks dan Operasi Matriks

Definisi 2.1 [1] Matriks adalah bilangan-bilangan dalam suatu jajaran berbentuk segi empat siku-siku. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut dinamakan entri atau elemen dari matriks.

Matriks dilambangkan dengan huruf besar, sedangkan elemen (entri) dari matriks dilambangkan dengan huruf kecil. Dalam matriks terdapat ordo (ukuran matriks), yaitu banyak baris × banyak kolom (tanda × bukan menyatakan perkalian, tetapi hanya sebagai tanda pemisah). Secara umum sebuah matriks *A* berordo $m \times n$ dapat dinyatakan sebagai berikut :

Bentuk umum dari matriks berukuan $m \times n$ yaitu sebagai beerikut :

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ atau } A = [a_{ij}] \qquad (2.1)$$

dengan $i = 1,2,\ldots,m$ dan $j = 1,2,\ldots,n$. Indeks pertama (i) menyatakan baris ke-i dan indeks kedua (j) menyatakan kolom ke- j.

Definisi 2.2 [11] Suatu matriks *A* dengan jumlah baris *n* dan jumlah kolom *n* disebut matriks bujur sangkar orde *n*, dan entri-entri $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \cdots, a_{nn}$ merupakan diagonal utama dari matriks *A*. Dapat dilihat seperti pada persamaan berikut :

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Definisi 2.3 [11] Suatu matriks bujur sangkar A adalah simetris jika $A = A^T$. Jika A adalah matriks $m \times n$ maka transpose dari A dinyatakan dengan A^T, didefinisikan sebagai $n \times m$ yang diperoleh dengan mempertukarkan baris-baris dan kolom-kolom dari A sehingga baris pertama dari A^T adalah kolom pertama dari A, baris kedua A^T adalah kolom kedua dari A, dan seterusnya. Suatu matriks simetris secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Contoh 2.1

Diberikan suatu matriks berukuran 5×5 sebagai berikut :

$$A_5^{\ T} = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 3 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Maka tranpose dari matriks tersebut adalah

$$A_5^{\ T} = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 3 & 5 \\ -2 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Sehingga A_5 dapat disebut sebagai matriks simetris

Terdapat beberapa operasi dalam matriks. Salah satu nya yaitu perkalian matriks.

Definisi 2.4 [1] Jika A adalah sebarang matriks dan c adalah sebarang skalar, maka hasil perkalian cA adalah suatu matriks yang diperoleh dari perkalian setiap entri dari A dengan c. Matriks cA disebut juga sebagai perkalian skalar dari matriks A.

Jika $A = [a_{ij}]$, maka $(cA)_{ij} = c(A)_{ij} = ca_{ij}$

Contoh 2.2

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ dan skalar $c = -2$

Maka :

$$-2A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \\ 6 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.4 [1] Jika A adalah matriks berukuran $m \times r$ dan B adalah matriks berukuran $r \times n$ maka hasil kali AB adalah matriks berukuran $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut : untuk menemukan entri-entri pada baris i dan kolom j dari AB, keluarkan baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan entri-entri dari baris dan kolom yang bersesuaian secara bersamaan, kemudian jumlahkan hasil kalinya.

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \cdots & a_{ir} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2n} \\ b_{21} & \cdots & b_{3j} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{r1} & \cdots & b_{rj} & \cdots & b_{rn} \end{bmatrix}$$

$$
= \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \iddots & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & c_{ij} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \iddots & \cdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}
$$

Dimana $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ir}b_{rj} = \sum_{k=1}^{r} a_{ik}b_{kj}$ dengan $c = AB$.

Contoh 2.3

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

Maka

$$
AB = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 13 & -2 \\ 7 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}
$$

2.2.Matriks *Centrosymmetric*

Terdapat beberapa jenis matriks, yaitu seperti matriks diagonal, Hankel, segitiga atas, segitiga bawah, dan lain sebagainya. Pada subbab ini, jenis matriks yang akan dibahas adalah matriks *Centrosymmetric*.

Definisi 2.6 [6] Matriks *Centrosymmetric* adalah salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks. Diberikan $A = (a_{ij})_{n\times n} \in R^{n\times n}$ adalah matriks *Centrosymmetric*, jika $a_{ij} = a_{n-i+1,n-j+1}$, $1 \le i \le n$, $1 \le j \le n$ atau dapat ditulis

$$
A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}
$$

Definisi 2.7 [12] Diberikan $A \in M_n$. Rotasi matriks A dilambangkan dengan A^R dan didefinisikan sebagai :

$$A^R = J_n A J_n$$

Definisi 2.8 [13] A merupakan suatu matriks berukuran $n \times n$, A^R merupakan rotasi dari matriks A, dan J_n merupakan matriks contra-identitas atau dapat ditulis

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.9 [12] Diberikan matriks S berorde $n \times n$. Maka matriks S disebut matriks *Centrosymmetric* jika memenuhi

$$S^R = S$$

Definisi 2.10 [13] Sebuah matriks dikatakan *Centrosymmetric* jika entri dari rotasi matriks S^R berukuran $n \times n$ sama dengan entri matriks S berukuran $n \times n$ dimana S^R merupakan rotasi matriks berukuran $n \times n$ dan S merupakan matriks berukuran $n \times n$.

Lema 1

i. Jika $S = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$, maka S adalah matrik *Centosymmetric*

ii. Jika $S = \begin{bmatrix} a & c & b \\ d & e & d \\ b & c & a \end{bmatrix}$ maka S adalah matriks *Centrosymmetric*

Contoh 2.4

Matriks $S = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ adalah matriks *Centrosymmetric* karena

$S^R = J_3 S J_3$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= S$$

Contoh 2.5

Matriks $S = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -3 & -2 \\ 3 & 6 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 6 & 3 \\ -2 & -3 & -5 & 1 \end{bmatrix}$ adalah matriks *Centrosymmetric* karena S dapat

ditulis dalam bentuk $S = \begin{bmatrix} A & J_m B J_m \\ B & J_m A J_m \end{bmatrix}$ dengan $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

$$J_m A J_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_m B J_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2.3. Determinan Matriks

Definisi 2.11 [1] Jika A adalah matriks persegi, maka minor dari entri a_{ij} dinotasikan dengan M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan dari submatriks yang tersisa setelah baris ke i dan kolom ke j dihilangkan dari A. Bilangan $(-1)^{i+j} M_{ij}$ dinotasikan dengan C_{ij} dan disebut sebagai kofaktor dari entri a_{ij}.

Contoh 2.6 :

Jika terdapat matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

maka minor dari a_{11} adalah

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4$$

dan kofaktor dari a_{11} adalah

$$C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = -4$$

Teorema 2.1 [11] Misalkan *A* adalah suatu matriks bujur sangkar. Jika *A* memiliki satu baris atau satu kolom bilangan nol, maka $|A| = 0$.

Contoh 2.7 Akan ditentukan determinan dari matriks 2×2 dengan

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

Berdasarkan Teorema 2.2 maka $|A_2| = 0$

Contoh 2.8 Akan ditentukan determinan dari matriks 3×3 dengan

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

Berdasarkan Teorema 2.2 maka $|A_3| = 0$

Definisi 2.12 [11] Suatu matriks persegi *A* dikatakan singular apabila $|A| = 0$, jika $|A| \neq 0$ maka dikatakan matriks nonsingular. Matriks nonsingular memiliki invers dan singular tidak memiliki invers.

Teorema 2.2 [11] Determinan dari matriks *A* berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada sebarang baris atau kolom dengan kofaktor-

kofaktornya dan menjumlahkan hasil kali yang diperoleh, dimana setiap $1 \le i \le n$ dan $1 \le j \le n$,

$$|A| = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + a_{3j}C_{3j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$

(ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke- j)

$$|A| = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + a_{i3}C_{i3} + \cdots + a_{in}C_{in}$$

(ekspansi kofaktor sepanjang baris ke- i)

Contoh 2.9 Jika terdapat $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

maka ekspansi kofaktor sepanjang baris ke dua adalah

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -(-1)\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-6) + 1(11) - 2(-4) = -13$$

Suatu matriks akan mempunyai invers apabila determinan matriks tersebut tak nol. Berikut akan didefinisikan invers dari suatu matriks.

2.4. Invers Matriks

Definisi 2.13 [14] Jika A adalah matriks bujur sangkar, dan jika sebuah matriks yang berukuran sama bisa didapatkan sedemikian sehingga $AB=BA=I$, maka A disebut bisa dibalik dan B disebut invers dari A.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj(A) = \frac{1}{|A|}[C_A]^T$$

Invers suatu matriks dapat ditentukan dengan beberapa metode yaitu diantaranya substitusi, dekomposisi matriks LU, matriks adjoin, perkalian matriks invers elementer, eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, dan lain sebagainya. Berdasarkan metode-metode tersebut penulis hanya menggunakan metode adjoin dalam menentukan invers suatu matriks.

Definisi 2.14 [15] Jika A adalah matriks $n \times n$ sebarang dan C_{ij} adalah kofaktor dari a_{ij} maka matriks

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

disebut matriks kofaktor dari A. Transpose dari matriks ini disebut adjoin dari A dan dinyatakan sebagai $adj(A)$.

Suatu matriks A mempunyai invers atau tidak dapat dilihat dari determinan matriks A tersebut. Apabila $|A| \neq 0$ berarti matriks A memiliki invers. Hal tersebut dijelaskan dalam teorema berikut.

Teorema 2.3 [11] Suatu matriks A dapat dibalik jika dan hanya jika $|A| \neq 0$.

Berdasarkan pembahasan sebelumnya telah diperoleh formula adjoin yang akan digunakan untuk mencari invers dari suatu matriks yang dapat dibalik. Berikut diberikan teorema untuk mencari invers tersebut.

Teorema 2.4 [11] Jika A adalah suatu matriks yang dapat dibalik, maka

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj(A)$$

Bukti :

$$A\,adj(A) = |A|\, I$$

$$A\,adj(A) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{11} & \cdots & C_{11} \\ C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{11} & \cdots & C_{11} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ C_{11} & C_{11} & \cdots & C_{11} & \cdots & C_{11} \end{bmatrix}$$

Entri pada baris ke-1 dan kolom ke-1 dari hasil kali A *adj(A)* adalah

$$a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} + \cdots + a_{1n}C_{1n}$$

Entri pada baris ke-2 dan kolom ke-2 dari hasil kali A *adj(A)* adalah

$$a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} + \cdots + a_{2n}C_{2n}$$

Entri pada baris ke-3 dan kolom ke-3 dari hasil kali A *adj(A)* adalah

$$a_{31}C_{31} + a_{32}C_{32} + a_{33}C_{33} + \cdots + a_{3n}C_{3n}$$

Begitu seterusnya hingga entri pada baris ke-i dan kolom ke-j, sehingga hasil kali A *adj(A)* pada ke-i dan kolom ke-j adalah

$$a_{i1}C_{j1} + a_{i2}C_{j2} + a_{i3}C_{j3} + \cdots + a_{in}C_{jn} \tag{2.6}$$

Jika $i=j$, maka Persamaan (2.6) adalah ekspansi kofaktor dari det(A) sepanjang garis ke-i dan jika $i \neq j$, maka semua a dan kofaktor-kofaktornya berasal dari baris-baris yang berbeda dari A sehingga nilai dari Persamaan (2.6) adalah nol. Oleh karena itu

$$A\,adj(A) = \begin{bmatrix} |A| & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & |A| & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & |A| \end{bmatrix}$$

$$= |A| \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$= |A| I \tag{2.7}$$

karena A dapat dibalik, mak $|A| \neq 0$, sehingga Persamaan (2.7) dapat ditulis kembali sebagai berikut :

$$A\left[\frac{1}{|A|}adj(A)\right] = I$$

dengan mengalikan kedua sisi disebelah kiri dengan A^{-1} menghasilkan

$$A^{-1}A\left[\frac{1}{|A|}adj(A)\right] = A^{-1}I$$

$$I\left[\frac{1}{|A|}adj(A)\right] = A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}adj(A)$$

Contoh 2.10 Tentukan invers matriks A dengan menggunakan metode adjoin

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

Menentukan determinan matriks A

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -(-1)\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - (2)\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 1(-6) + 1(11) - 2(-4) = -13$$

Menentukan minor kofaktor dari matriks A

$$C_{11} = (-1)^2\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \quad C_{12} = (-1)^3\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6 \quad C_{13} = (-1)^4\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3$$

$$C_{21} = (-1)^3\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 7 \quad C_{22} = (-1)^4\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 11 \quad C_{23} = (-1)^5\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -1$$

$$C_{31}=(-1)^4\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-1 \quad C_{32}=(-1)^5\begin{vmatrix}2 & 0\\ 3 & -2\end{vmatrix}=4 \quad C_{33}=(-1)^6\begin{vmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{vmatrix}=2$$

maka diperoleh

$$Adj(A)=\begin{bmatrix}5 & 6 & 3\\ 7 & 11 & -1\\ -1 & 4 & 2\end{bmatrix}$$

Maka invers dari matriks A adalah :

$$A^{-1}=\frac{1}{-13}\begin{bmatrix}5 & 6 & 3\\ 7 & 11 & -1\\ -1 & 4 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{5}{13} & -\frac{6}{13} & -\frac{3}{13}\\ -\frac{7}{13} & -\frac{11}{13} & \frac{1}{13}\\ \frac{1}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{2}{13}\end{bmatrix}$$

2.5. Induksi Matematika

Definisi 2.15 [16] Misallkan $p(n)$ adalah pernyataan perihal bilangan bulat dan akan dibuktikan bahwa $p(n)$ tersebut benar untuk semua bilangan bulat $n \geq 1$, maka untuk membuktikan pernyataan ini, cukup dengan menunjukkan bahwa :

1. $p(1)$ benar, dan
2. Jika $p(n)$ benar, maka $p(n+1)$ juga benar, untuk setiap $n \geq 1$. Sehingga $p(n)$ benar untuk semua bilalngan bulat positif $n \geq 1$.

Langkah 1 dinamakan basis induksi, sedangkan langkah 2 dinamakan langkah induksi. Langkah induksi berisi asumsi (andaian) yang menyatakan bahwa $p(n)$ benar. Asumsi tersebut dinamakan hipotesis induksi. Bila sudah ditunjukkan kedua langkah tersebut benar maka sudah dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan n.

Contoh 2.11 Buktikan bahwa $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ untuk semua bilangan bulat $n \geq 1$.

Penyelesaian :

Misalkan bahwa $p(n)$ menyatakan proposisi bahwa untuk $n \geq 1$, jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah $\frac{n(n+1)}{2}$, yaitu $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

Kebenaran proposisi ini harus dibuktikan dengan dua langkah induksi sebagai berikut :

1. Basis induksi : akan ditunjukkan untuk $n=1$ maka $p(1)$ benar, yaitu

$$p(1)=\frac{1(1+1)}{2}$$
$$=\frac{2}{2}$$
$$=1$$

2. Langkah induksi : misalkan $p(n)$ benar, yaitu mengasumsikan bahwa $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ adalah benar (hipotesis induksi), maka akan ditunjukkan bahwa $p(n+1)$ juga benar, yaitu :

$$1+2+3+\cdots+n+(n+1)=\frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$$

Untuk membuktikan ini, tunjukkan bahwa

$$1+2+3+\cdots+n+(n+1)=(1+2+3+\cdots n)+(n+1)$$
$$=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)+(n+1)$$
$$=\left(\frac{n^2+n}{2}\right)+\left(\frac{2n+2}{2}\right)$$
$$=\frac{n^2+3n+2}{2}$$
$$=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$$
$$=\frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$$

Karena langkah 1 dan 2 telah terbukti benar, maka untuk semua bilangan bulat positif n, terbukti bahwa untuk semua $n \geq 1$, $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada Bab III ini akan dijelaskan mengenai jenis penelitian dan proses penelitian. Selengkapnya akan dijelaskan pada Subbab 3.1 dan 3.2

3.1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penyelesaian tugas akhir ini adalah studi literatur dengan referensi seperti jurnal, buku referensi, internet dan lainnya.

3.2. Prosedur Penelitian

Langkah-langkah yang digunakan dalam metologi penelitian ini adalah :

1. Diberikan matriks *Centrosymmetric* yang di bentuk dari Persamaan (1.5) dan Persamaan (1.6) untuk ordo n dengan $3 \le n \le 12$.
2. Menentukan determinan dari matriks *Centrosymmetric* berorde 3×3 sampai 12×12 menggunakan ekspansi kofaktor.
3. Menduga bentuk umum determinan matriks *Centrosymmetric* berorde $n\times n$.
4. Membuktikan bentuk umum determinan matriks *Centrosymmetric* berorde $n\times n$ menggunakan induksi matematika.
5. Menentukan kofaktor dari matriks *Centrosymmetric* berorde 3×3 sampai 12×12.
6. Menduga bentuk umum kofaktor matriks *Centrosymmetric* berorde $n\times n$.
7. Membuktikan bentuk umum kofaktor matriks *Centrosymmetric* berorde $n\times n$ menggunakan pembuktian langsung.
8. Menentukan invers dari matriks *Centrosymmetric* berorde 3×3 sampai 12×12.
9. Menduga bentuk umum invers matriks *Centrosymmetric* berorde $n\times n$.
10. Membuktikan bentuk umum invers matriks *Centrosymmetric* berorde $n\times n$ dengan pembuktian $A_n A_n^{-1} = A_n^{-1} A_n = I$.
11. Mengaplikasikan bentuk umum invers secara umum dari matriks *Centrosymmetric* pada contoh soal.

DAFTAR PUSTAKA

[1] H. Anton and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, Kesebelas. Wiley, 2013.

[2] B. Siregar, Tulus, dan Sawaluddin, "Invers Suatu Matriks Toeplitz Menggunakan Metode Adjoin". Saintia Matematika, 2014.

[3] M. E. K. Putra dan F. Aryani, "Invers Matriks Positif Menggunakan Metode Adjoin". Jurnal Sains Matematika dan Statistik, Vol.3, 2017.

[4] Z. Aqilah, "Invers Matriks Hankel Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilngan Bulat Positif Menggunakan Adjoin", 2020

[5] N. Khasanah, dkk, "*Analisis Konvergensi Dari Komputasi Invers Matriks Centrosymmetric*". Prosiding SNMPM undip. halaman 15-19, 2015.

[6] N. Khasanah, dkk. "The Algorithm of Determinant Centrosymmetric Matrix Based on Lower Hessenberg Form". Conference Series. halaman 1-6, 2017.

[7] N. Khasanah, dkk. "The Inverse of Centrosymmetric Matrix". Conference Series. halaman 1-6, 2018.

[8] Xi, Changchang, dan Shujun Yin. "Cellularity of Centrosymmetric Matrix Algebras and Frobenius Axtensions". Math.RA. halaman 1-8, Oktober 2019.

[9] Rahma. Ade Novia, dkk. "Determinan Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 3x3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Dengan Kofaktor". Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol.6, No.2, 2020.

[10] E. Erizona, "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4x4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". UIN Suska Riau, 2020.

[11] H. Anton, and C. Rorres, "Aljabar Linear Elementer", Kedelapan. Jakarta : Erlangga, 2004.

[12] B. P. Tamasow.”Karekteristik Matriks Centro-Simetris”. Barekeng. Vol 10, No.2, Hal. 69-76, Desember 2016.

[13] A. K. Nisa, “Nilai Eigen dan Vektor Eigen Matriks *Centrosymmetric* Berordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif”. UIN Suska Riau, 2022.

[14] H. Anton, *Aljabar Linear Elementer*, Kelima. Jakarta: Erlangga, 2000.

[15] R. Munir, *Matematika Diskrit*, Ketiga. Bandung: Informatika Bandung, 2007.

[16] M. Rinaldi, Matematika Diskrit”. Edisi Revisi kelima. Informatika, Bandung. 2005.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Ricken Husnudzan Vitho dilahirkan di Siak pada tanggal 27 Juni 1999, sebagai anak pertama dari dua bersaudara pasangan Bapak Sutriono dan Ibu Endriyani. Penulis menyelesaikan Pendidikan Formal Sekolah Dasar di SD Negeri 007 Merempan Hulu,Siak pada tahun 2011. Pada tahun 2014 penulis menyelesaikan Pendidikan Lanjutan Tingkat Pertama di MTs Merempan Hulu dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di Madrasah Aliyah Negeri Siak pada tahun 2017.

Tahun 2017 penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan lulus di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Jurusan Matematika. Bulan Juli-Agustus 2020 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kabupaten Siak, Kcamatan Siak, kampung Merempan Hulu. Pada tahun 2021, penulis melaksanakan Kerja Praktek. Namun, dikarenakan adanya pandemi Covid-19 pada saat itu, maka KP yang awalnya bersifat lapangan dialihkan menjadi berupa Studi Literatur. Adapun Studi Literatur tersebut berjudul **“Inevers Matriks Segitiga Atas Bentuk Khusus Ordo $n\times n$, $n\geq 3$ Menggunakan OBE”** yang dibimbing oleh Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat, yang diseminarkan pada tanggal 3 Februari 2021. Penulis dinyatakan lulus ujian sarjana pada tanggal 15 Mei 2018 dengan judul Tugas Akhir **“Invers Matriks *Centrosymmetric* Bentuk Khusus Ordo $n\times n$ Menggunakan Metode Adjoin”** dengan dosen pembimbing Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat.