TRACE MATRIKS $FLDcirc_r$ BERBENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika

oleh:

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2022

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

TRACE MATRIKS $FLDclrc_r$ BERBENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Juli 2022

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Fitri Aryani, M.Sc.**
NIP. 19730818 200604 1 003	NIP. 19770913 200604 2 002

Dipindai dengan CamScanner

LEMBAR PENGESAHAN

TRACE MATRIKS $FLDcirc_r$ BERBENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 12 Juli 2022

Pekanbaru, 12 Juli 2022
Mengesahkan

Dekan	Ketua Program Studi
Dr. Hartono, M.Pd.	**Wartono, M.Sc.**
NIP. 19640301 199203 1 003	**NIP. 19730818 200604 1 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua	**: Sri Basriati, M.Sc**
Sekretaris	**: Fitri Aryani, M.Sc**
Anggota I	**: Corry Corazon Marzuki, M.Si**
Anggota II	**: Rahmawati, S.Si, M.Sc**

Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : DISKA LILY PRATIWI
NIM : 11654200006
Tempat/ Tgl. Lahir : KAYANGAN / 14 NOVEMBER 1998
Fakultas/Pascasarjana : SAINS DAN TEKNOLOGI
Prodi : MATEMATIKA
Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*:
TRACE MATRIKS FLDalcer BERBENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Disertai/~~Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah~~ lainnya * dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/~~Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah~~ lainnya , *saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/~~Thesis~~/Skripsi/(~~Karya Ilmiah lainnya~~-)*saya tersebut, maka saya besedia menerima sanksi sesuai peraturan peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 28 Juli 2022
Yang membuat pernyataan

METERAI TEMPEL
5C36DAJX977056763

NIM : 11654200006

- *pilih salah salah satu sesuai jenis karya tulis*

Dipindai dengan CamScanner

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkansumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

UIN SUSKA RIAU

LEMBAR PERNYATAAN

Denganinisayamenyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secaratertulisdiacudalamnaskahini dan disebutkandalam daftar pustaka.

Pekanbaru,12 Juli 2022
Yangmembuatpernyataan,

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrohmanirrohim

Allah memberikan hikmah (ilmu pengetahuan) kepada yang dikehendakinya dan barang siapa yang diberi hikmah (ilmu pengetahuan), sungguh telah diberikan kebajikan yang banyak, dan tidak ada yang dapat mengambil pelajaran kecuali orang-orang yang berakal (Q.S. Al-Baqarah:269)

MasyaAllah betapa besar rahmat yang engkau berikan

kepada hambamu ini ya allah, dan takkan pernah sanggup diri ini unyuk menghitung

berapa banyak nikmat yang engkau berikan..

Alhamdulillahirobbil'alamin, puji syukur kehadirat Allah Subnahu Wa Ta'ala yang telah memberikan rahmat dan karunianya sehingga saya dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan baik.

Teristimewa Ayah(Ngatemin) dan Ibu(Jumiatun) serta Adik-adikku yang tercinta dan tersayang.

Ayah tiada kata yang ingin ku ucapkan selain kata terima kasih. Terima kasih ayah atas cucuran keringat mu yang selama ini di korbankan demi biaya sekolah ku, terima kasih ayah sudah menjadi pahlawan terhebat yang selalu sabar dan tegar.Terima kasih yang sebesar-besarnya untuk ayah yang telah mendidik ku dan membesarkan ku, ayah yang selalu menjadi sosok terbaik ku serta bertanggung jawab.Terima kasih ayah yang selalu memberi semangat kepada anak mu terima kasih atas doa-doa mu yang selalu di ucakpan dalam sujud. Tiada kata seindah lantunan doa dan tiada doa yang tulus selain doa dari dari kedua orang tua. semoaga ayah sehat selalu dan dalam lindungan Allah Aamiin..

Ibu yang selalu sabar dan tegar, ibu bisa menggantikan siapa pun tapi ibu tidak bisa digantikan dengan siapa pun.Ibu terima kasih atas pengorbanan dan kasih sayang selama ini terima kasih atas dukungannya.Ibu yang selalu mendoakan anak-anaknya di setiap sujudnya, terima kasih sudah menjadi ibu yang baik buat anak-anak mu ini

ibu.Ibu terima kasih atas segalanya yang tak bisa ku tuliskan semuanya.Terima kasih atas jasa yang suah ibu beri selama ini.Ya Allah hamba bersyukur memiliki orang tua seperti mereka. Terima kasih ya Allah telah hadirkan malaikat tanpa sayap yaitu sosok ayah dab ibu yang baik sepeeti mereka. Semoga ibu sehat selalu diberkahi segala pengorbanannya dan usahanya untuk anak~anak mu ibu dan ibu selalu dalam lindungan Allah aamiin..

Terima kasih juga untuk ke 3 adik~adikku (Dinda Dwi Agustin, S.Pd) (Dzul Arsyil Majiid) dan (Zahdan Amar Maulana), terima kasih untuk kalian yang selama ini menjadi teman canda tawa didalam keluarga walaupun kadang sering gak akur. Terima kasih atas kasih sayangnya dan dukungannya. Semoga kita semua bisa menjadi anak~anak yang sukses yang bisa membanggakan orang tua kita Aamiin...

Untuk yang selalu mensupport saya dari jauh Nenek, Kakek, Ibuk dan Oom.

Terima kasih untuk kalian yang selalu mendukung saya dari jauh dan membantu segala materi dari kalian.Semoga nenek, Kakek, Ibuk dan Oom di murahan rezeky nya di beri kesehatan sampai saat ini.Terima kasih atas kasih sayangnya selama ini.

Untuk Dosen Pembimbing ibu Fitri Aryani, M.Sc

Terimakasih banyak kepada ibu yang sangat sabar dan baik yang telah menyempatkan waktunya untuk membimbing saya selama saya mengerjakan dan menyelesaikan tugas akhir ini.Terimakasih yang sebesar~besarnya kepada ibu semoga kebahagianku uga merupakan kebahagianmu sebagai "guruku" yang teramat baik.

Untuk Dosen Pembimbing Akademik Bapak Wartono, M.Sc.

Terimakasih banyak bapak yang telah membimbing saya selama ini, terimakasih atas arahan dan dukungan nya.Terimakasih telah membantu saya ketika ada kendala masalah akademik selama kuliah.

Untuk orang yang selalu membantu dan mendukung saya dari kejauhan (mas angga)

Saya ingin mengucapkan terimakasih karena begitu baik dan simpatik.Terima sih atas dukungan, perhatian, dan semangatnya sampai saat ini. Tidak banyak yang ingin disampaikan hanya ingin berterima kasih sebesar~besarnya buat mas angga.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Untuk teman-teman kost, terkhusus Rumah Nomor 70

Tugas akhir ini saya persembahkan untuk teman-teman baikku dirumah nomor 70 (Wirdatul Jannah), (Masliana), (Dina Mariana).Terima kasih kepada teman-teman di rumah nomor 70 telah menyediakan pundak untuk menangis dan memberi bantuan saat saya membutuhkannya. Semoga kebaikan kalian di balas oleh Allah Subhanahu Wa Ta'ala Aamiin..

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

TRACE MATRIKS $FLDcirc_r$ BERBENTUK KHUSUS BERPANGKAT BILANGAN BULATPOSITIF

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

TanggalSidang : 12 Juli 2022
TanggalWisuda :

Program StudiMatematika
FakultasSains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini bertujuan untuk menentukan bentuk umum*trace* matriks $\boldsymbol{FLDcirc_r}$ berbentuk khusus berpangkat dua, tiga dan empat.Sebelum menentukan bentuk umum *trace* matriks $\boldsymbol{FLDcirc_r}$ berbentuk khusus tersebut maka akan ditentukan perpangkatan matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus dari $(\boldsymbol{A_n})^{\boldsymbol{2}}$ sampai $(\boldsymbol{A_n})^{\boldsymbol{4}}$. Selanjutnya pembuktian*trace* matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus berpangkat dua, tiga dan empat dengan pembuktian langsung menggunakan definisi *trace*matriks. Diberikan juga contoh aplikasi dari *trace* matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus dari $(\boldsymbol{A_n})^{\boldsymbol{2}}$ sampai$(\boldsymbol{A_n})^{\boldsymbol{4}}$.

Kata Kunci : matriks $FLDcirc_r$,matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus, perpangkatan matriks, pembuktian langsung, *trace* matriks.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

TRACE OF POSITIVE INTEGER POWER OF $FLDcirc_r$ SPECIAL MATRIX

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

Date of Final Exam : July, 12th 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final project aims to determine the general form of a special shaped trace matrix $FLDcirc_r$ with powers of two, three and four. Before determine the general form of the special shaped $FLDcirc_r$ trace matrix, the power of special shaped $FLDcirc_r$ matrix will be determine from $(A_n)^2$ to $(A_n)^4$. Then the proof of the trace matrix $FLDcirc_r$ is of special from to the power of two, three and four by direct proof using the definition of the trace matrix. Also given An application example of a special shape $FLDcirc_r$ from $(A_n)^2$ to $(A_n)^4$.

***Keyword**: matrix $FLDcirc_r$, special matrix of $FLDcirc_r$, power of matrix, direct proof, trace matrix.*

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikumwarahmatullahiwabarakatuh

Alhamdulillahhirabbil'alamin segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhannahu Wata'ala* yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.Berkat rahmat, nikmat kesempatan dan kesehatan sehinga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "*Trace* Matriks$FLDcirc_r$Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif".

Shalawat serta salam kita hadiahkan kepada junjungan alam Nabi Besar Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalam* karena berkat perjuangan beliaulah kita umat manusia dapat dibawa dari alam kegelapan ditunjukkan kealam yang penuh dengan pengetahuan. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar sarjana sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung.Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih khususnya kepada kedua orang tua tercinta dan keluarga yang senantiasa mendo'akan, melimpahkan kasih sayang, perhatian dan materi yang tak terhingga. Selain itu, penulis juga mengucapkan terimakasih dengan hati tulus ikhlas yang tak terhingga kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua dan Pembimbing akademik Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja,M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi

Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

5. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku pembimbing Tugas Akhir penulis yang selalu ada dan memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. dan ibu Rahmawati, M.Sc. selaku penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
7. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
8. Adik-adik saya tercinta yaitu Dinda Dwi Agustin, Dzul Arsyil Maiid, dan Zahdan Amar Maulana yang tidak henti-hentinya memberikan motivasi, dukungan, semangat, do'a, materi serta kasih sayang yang sangat tulus kepada penulis.
9. Kakek saya Romadi, nenek saya Salbiyah serta oom dan buk semua yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
10. Sahabat-sahabat saya yang selalu memotivasi dan mendukung saya yaitu Masliana, Wirdatul Jannah, dan Dina Mariana
11. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Angkatan 16.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis.Namun tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahn dan kekurangan daam penulisan maupun penyajian materi.Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikumwarahmatullahiwabarakatuh

Pekanbaru, 12 Juli 2022

DISKA LILY PRATIWI
11654200006

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN ..... **ii**
LEMBAR PENGESAHAN ..... **iii**
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL ..... **iv**
LEMBAR PERNYATAAN ..... **v**
LEMBAR PERSEMBAHAN ..... **vi**
ABSTRAK ..... **ix**
ABSTRACT ..... **x**
KATA PENGANTAR ..... **xi**
DAFTAR ISI ..... **xiii**
BAB I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Batasan Masalah 4
1.4 Tujuan Penelitian 4
1.5 Manfaat Penelitian 4
1.6 Sistematika Penelitian 5
BAB II LANDASAN TEORI **6**
2.1 Matriks *Circulant* 6
2.2 Perkalian Matriks 7
2.2.1 Perkalian Matriks dengan Skalar 7
2.2.2 Perkalian Dua Matriks 7
2.2.3 Perpangkatan Matriks 8
2.3 *Trace* Matriks 9
2.4 Trace Matriks Berpangkat Bilangan Bulat Positif 13
BAB III METODE PENELITIAN **16**
BAB IV PEMBAHASAN **17**
4.1 Bentuk Umum Perpangkatan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus Pangkat Dua 17

4.2 Bentuk Umum Perpangkatan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus Pangkat Tiga 21
4.3 Bentuk Umum Perpangkatan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus Pangkat Empat 25
4.4 *Trace* Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus Berpangkat Dua Sampai Empat 29
4.5 Aplikasi Bentuk Umum$tr(A_n)^2, tr(A_n)^3, tr(A_n)^4$ dalam Bentuk Contoh Soal..... 30
BAB V PENUTUP 34
5.1 Kesimpulan 34
5.2 Saran 35
DAFTAR PUSTAKA..... 36
DAFTAR RIWAYAT HIDUP 38

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Terdapat beberapa jenis matriks, diantaranya matriks segitiga, matriks simetris, matriks diagonal, matriks *circulant* dan lain sebagainya. Menurut [1] matriks *circulant* adalah matriks dengan elemen baris pertama dan baris berikutnya merupakan pergeseran kekanan sekali (satu elemen) dari elemen-elemen baris sebelumnya. Bentuk umum dari matriks *circulant* adalah sebagai berikut:

$$C_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \cdots & t_{-(n-1)} \\ t_{-(n-1)} & t_0 & t_{-1} & \cdots & t_{-(n-2)} \\ t_{-(n-2)} & t_{-(n-1)} & t_0 & \cdots & t_{-(n-3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{-1} & t_{-2} & t_{-3} & \cdots & t_0 \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Matriks Toeplitz adalah matriks berukuran $n \times n$ dinotasikan $T_n = [t_{k,j}; k, j = 0,1, \dots, n-1]$ dengan $t_{k,j} = t_{k-j}$ [1]. Bentuk umum dari matriks Toeplitz sebagai berikut:

$$T_n = \begin{bmatrix} t_0 & t_{-1} & t_{-2} & \cdots & t_{-(n-1)} \\ t_1 & t_0 & t_{-1} & \cdots & t_{-(n-2)} \\ t_2 & t_1 & t_0 & \cdots & t_{-(n-3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{(n-1)} & t_{(n-2)} & t_{(n-3)} & \cdots & t_0 \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

Matriks $FLDcirc_r$ adalah sebuah tipe baru dari matriks *circulant* [2]. Bentuk umum dari matriks $FLDcirc_r$ adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ra_{n-1} & a_0 - ra_{n-1} & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ra_{n-2} & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ra_2 & ra_3 - ra_2 & ra_4 - ra_3 & \cdots & a_0 - ra_{n-1} & a_1 \\ ra_1 & ra_2 - ra_1 & ra_3 - ra_2 & \cdots & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

dapat ditulis dengan $A = FLDcirc_r\ (a_0,\ a_1, a_2, \dots\ , a_{n-1})$.

Matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus pada Persamaan (1.4) dibawah ini telah dibahas oleh [3] tetapi pembahasannya hanya mengenai bagaimana bentuk umum

determinan dan invers dari matriks tersebut. Berikut diberikan matriksnya determinanya dan inversnya:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x \\ rx & -rx & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

maka bentuk umum determinan dan invers dari Persamaan (1.4) tersebut yaitu:

$|A_n| = (-1)^{n+1} x^n r$, dan

$$(A_n)^{-1} = \begin{bmatrix} x^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & (rx)^{-1} \\ x^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x^{-1} & 0 \end{bmatrix}.$$

Pembahasan mengenai *trace* matriks berpangkat telah banyak diteliti oleh beberapa peneliti sebelumnya. Diantaranya [4] dalam makalahnya yang membahas mengenai analisis jaringan kompleks, suatu permasalahan yang penting untuk menghitung jumlah bilangan pada segitiga dalam graf terhubung sederhana. Bilangan yang diperoleh adalah $Tr\,(A^3)/6$, dengan A adalah matriks ketetanggaan pada graf.

Menurut [5] dalam makalahnya dengan judul *"Trace Matriks Berbentuk Khusus* 3×3 *Berpangkat Bilangan Bulat Positif"*, yang membahas tentang bentuk umum *trace* matriks berbentuk khusus 3×3 dengan pangkat bilangan bulat positif dengan entri bilangan real.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Matriks yang digunakan adalah $A_{3\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & a \\ 0 & b & b \end{bmatrix}, \forall a, b \in \mathbb{R}$. Hasil yang diperoleh adalah bentuk umum perpangkatan matriks atau $(A_{3\times3})^n$ dan $tr(A_{3\times3})^n$ yaitu:

$$(A_{3\times3})^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sum_{r-0}^{n-1} C(n-1,r)a^{n-r}b^r & \sum_{r-0}^{n-1} C(n-1,r)a^{n-r}b^r \\ 0 & \sum_{r-0}^{n-1} C(n-1,r)a^{n-(r+1)}b^r + 1 & \sum_{r-0}^{n-1} C(n-1,r)a^{n-(r+1)}b^r + 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} tr(A_{3\times3})^n &= 1 + \sum_{r=0}^{n} C(n,r)^{a^{n-r}} b^r \\ &= 1 + (a+b)^n. \end{aligned}$$

Selanjutnya menurut [6] dalam penelitiannya yang berjudul *"Bentuk umum trace matriks ordo* 2×2 *berpangkat bilangan bulat positif"* juga membahas mengenai pembentukan bentuk umum *trace* matriks ordo 2×2 berpangkat bilangan positif. Hasil dari persamaan bentuk umum *trace* matriks tersebut terdapat dua bentuk persamaan *trace* matriks berpangkat. Pertama bentuk persamaan *trace* matriks berpangkat untuk n genap:

$$trA^n = \sum_{r=0}^{n/2} \frac{(-1)^r}{r!} n[n-(r+1)][n-(r+2)] \cdots [n-(r+(r-1))](detA)^r (trA)^{n-2r}$$

Kedua, bentuk persamaan *trace* matriks berpangkat untuk n ganjil:

$$trA^n = \sum_{r=0}^{(n-1)/2} \frac{(-1)^r}{r!} n[n-(r+1)][n-(r+2)] \cdots [n-(r+(r-1))](detA)^r (trA)^{n-2r}$$

Menurut [7] dalam penelitiannya yang berjudul *"Trace Matriks Berbentuk Khusus* 2×2 *Berpangkat Bilangan Bulat Positif"*, membahas mengenai bentuk umum dari *trace* matriks 2×2 berpangkat bilangan bulat positif untuk n genap dan n ganjil. Matriks yang digunakan adalah $A_{2\times2} = \begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}, \forall a, b \in \mathbb{R}$. hasil yang diperoleh ada dua bentuk umum. Pertama bentuk umum dari perpangkatan matriks atau A^n yaitu:

$$(A_{2\times2})^n = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & a^{\frac{n+1}{2}}b^{\frac{n-1}{2}} \\ a^{\frac{n-1}{2}}b^{\frac{n+1}{2}} & 0 \end{bmatrix}, & untuk\ n\ \ ganjil \\ \begin{bmatrix} a^{\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}} & 0 \\ 0 & a^{\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}} \end{bmatrix}, & untuk\ n\ genap \end{cases}$$

dan yang kedua bentuk umum *trace* matriks berbentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif yaitu:

$$tr(A_{2\times2})^n = \begin{cases} 0 & , \quad untuk\ n\ ganjil \\ 2(ab)^{\frac{n}{2}} & , \quad untuk\ n\ genap \end{cases}$$

Berdasarkan hasil uraian penelitian diatas maka penulis tertarik untuk menyelesaikan bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$ pada Persamaan (1.4). Sehingga pada tugas akhir penulis tertarik untuk melakukan kajian mengenai bentuk umum "***Trace* Matriks $FLDcirc_r$ Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan oleh penulis, maka rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah "Bagaimana bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus pada Persamaan (1.4) Berpangkat Bilangan Bulat Positif?".

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, maka harus dilakukan batasan masalah agar penelitian ini dapat tercapai dengan baik dan tepat. Adapun batasan masalahnya yaitu:

1 Matriks $FLDcirc_r$pada Persamaan (1.4)

2 Perpangkatan matriks hanya untuk$A_n{}^2$,$A_n{}^3$ dan$A_n{}^4$ dengan $n \geq 3$

1.4 Tujuan Masalah

Berdasarkan dari rumusan masalah maka tujuan penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum dari *trace* matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus pada Persamaan (1.4) Berpangkat Bilangan Bulat Positif.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1.5 Manfaat Penelitian

Ada beberapa manfaat dari penelitian yaitu :

1. Menambah ilmu dan wawasan bagi penulis tentang subbab mengenai matriks dan *trace* matriks.
2. Diharapkan dapat memeberikan wawasan mengenai materi dalam mendpatkan bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$berpagkat bilangan bulat positif.
3. Diharapkan dapat dijadikan referensi bagi yang membutuhkan.

1.6 Sistematika Penelitian

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, *circulant*, perkalian matriks, *trace* matriks dan *trace* matriks berpangkat bilangan positif.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah dalam menentukan bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$berpangkat bilangan bulat positif.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan bagaimana mendapatkan bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$berpangkat bilangan bulaat positif.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan kesimpulan secara singkat dari pembahasan dan saran dari penulis.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB II

LANDASAN TEORI

Bab ini berisi teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, *circulant*, perkalian matriks, *trace* matriks dan *trace* matriks berpangkat bilangan positif.

2.1 Matriks *Circulant*

Definisi 2.1Matriks *Circulant* [8] Matriks *circulant* adalah matriks dengan elemen baris pertama dan baris berikutnya merupakan pergeseran kekanan sekali (satu elemen) dari elemen-elemen baris sebelumnya. Jadi elemen matriks *circulant* tergantung pada input baris pertamanya. Bentuk umum dari matriks *circulant* sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{(n-1)} \\ a_{(n-1)} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{(n-2)} \\ a_{(n-2)} & a_{(n-1)} & a_0 & \cdots & a_{(n-3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_0 \end{bmatrix}. \tag{2.1}$$

Contoh 2.1 Diberikan matriks *circulant* berode 5×5 adalah sebagai berikut:

$$A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Definisi 2.2 Matriks $\boldsymbol{FLDcirc_r}$ [2] Suatu matriks bujur sangkar dikatakan matriks *FLDcircr* (*the first and the last difference r-circulant matrix)*. Bentuk umum dari matriks *FLDcircr* sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ra_{n-1} & a_0 - ra_{n-1} & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ra_{n-2} & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ra_2 & ra_3 - ra_2 & ra_4 - ra_3 & \cdots & a_0 - ra_{n-1} & a_1 \\ ra_1 & ra_2 - ra_1 & ra_3 - ra_2 & \cdots & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} \end{bmatrix}. \tag{2.2}$$

dapat ditulis dengan $A = FLDcirc_r\ (a_0,\ a_1, a_2, \ldots\ , a_{n-1})$.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Contoh2.2 Diberikan matriks $FLDcirc_r$ berorde 6×6 adalah sebagai berikut:

$$A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 12 & -11 & 2 & 3 & 3 & 5 \\ 10 & 2 & -11 & 2 & 3 & 3 \\ 8 & 2 & 2 & -11 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 2 & 2 & -11 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & 2 & -11 \end{bmatrix}$$

Matriks A_6 diatas dapat ditulis dengan $A_6 = FLDcirc_2(1,2,3,4,5,6)$.

2.2 Perkalian Matriks

2.2.1 Perkalian Matriks dengan Skalar

Definisi 2.2 Perkalian Matriks dan Skalar[9] jika A adalah suaatu matriks dan c adalah suatu skalar, maka hasil kalinya (*product*) cA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing-masing entri A oleh c.

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m2} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Contoh 2.3

Jika $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ dan $c = 2$ maka,

$$2A = 2\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 4 & 2 \\ 8 & 12 & 6 & 4 \\ 4 & 4 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}.$$

2.2.2 Perkalian Dua Matriks

Definisi 2.3 Perkalian Dua Matriks [9] jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$ maka hasil kali (*product*) AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri pada baris i dan kolom j dari AB, yaitu dengan memisahkan baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut dan kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} & \cdots & a_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{i3} & \cdots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{p1} & b_{p2} & b_{p3} & \cdots & b_{pn} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Entri $(AB)_{ij}$ pada baris i dan kolom j dari AB diperoleh dengan :

$(AB)_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik}b_{1k}$.

Contoh 2.4 Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

Penyelesaian:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 25 \\ 17 & 26 \\ 30 & 47 \end{bmatrix}.$$

2.2.3 Perpangkatan Matriks

Definisi 2.4 Perpangkatan Matriks[9] jika A adalah matriks bujursangkar, maka definisi dari pangkat bilangan bulat tak negatif dari A adalah:

$$A^0 = I, A^n = \underbrace{AA \dots A}_{n\ faktor}\ (n > 0).$$

Selanjutnya, jika A dapat di balik, maka definisi dari pangkat bulat negatif dari A adalah:

$$A^{-n} = (A^{-1})^n = \underbrace{A^{-1}A^{-1} \dots A^{-1}}_{n\ faktor}.$$

Teorema 2.1 Perpangkatan Matriks[9] jika A adalah matriks bujursangkar dengan r dan s adalah bilangan bulat, maka:

$$A^r A^s = A^{r+s}, (A^r)^s = A^{rs}.$$

Definisi 2.5 Menurut [10] misalkan A adalah suatu matriks bujursangkar. Pangkat dari A didefinisikan $A^2 = A.A, A^3 = A^2.A., \dots, A^{n+1}A = A^n.A$ dan $A^0 = 1$.

Contoh 2.6 Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ maka hasil dari A^3 sebagai berikut:

$A^3 = A^2.A$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 30 & 28 & 34 \\ 24 & 31 & 30 \\ 20 & 19 & 44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 240 & 268 & 350 \\ 232 & 243 & 314 \\ 204 & 201 & 362 \end{bmatrix}.$$

2.3 *Trace* Matriks

Definisi 2.5 *Trace* Matriks [9] jika A adalah matriks bujursangkar, maka *trace* dari A, yang dinyatakan sebagai $tr(A)$, didefinisikan sebagai jumlah entri-entri pada diagonal utama A. *Trace* dari A tidak dapat didefenisikan jika A bukan matriks bujursangkar.

Diberikan matriks A berukuran $n \times n$ sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \tag{2.5}$$

maka *trace* matriks A adalah

$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$.

Contoh 2.7 Diberikan matriks $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, maka nilai *trace* dari matriks B, yaitu:

$tr(B) = 3 + 6 + 1 + 5 = 15$.

Teorema 2.2 Sifat-sifat *Trace* Matriks [11] jika A dan B adalah matriks bujursangkar dengan orde yang sama dan c adalah skalar, maka berlaku:

i. $tr(A) = tr(A^T)$,

ii. $tr(cA) = c\ tr(A)$,

iii. $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$,

iv. $tr(AB) = tr(BA)$.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Bukti: Diberikan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

maka,

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn}. \tag{2.6}$$

dan

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix},$$

maka,

$$tr(B) = b_{11} + b_{22} + b_{33} + \cdots + b_{nn}. \tag{2.7}$$

i. Akan ditunjukkan bahwa $tr(A) = tr(A^t)$. *Transpose* dari matriks A yaitu:

$$A^t = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & \cdots & a_{n2} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & \cdots & a_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

sehingga diperoleh $tr(A^t) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn}$. (2.8)

Berdasarkan Persamaan (2.6) dan Persamaan (2.8) maka terbukti $tr(A) = tr(A^t)$.

ii. Akan di tunjukkan bahwa $tr(cA) = c\ tr(A)$, untuk c adalah sebarang skalar.

Diberikan:

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & ca_{13} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & ca_{23} & \cdots & ca_{2n} \\ ca_{31} & ca_{32} & ca_{33} & \cdots & ca_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{n1} & ca_{n2} & ca_{n3} & \cdots & ca_{nn} \end{bmatrix},$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} tr(cA) &= ca_{11} + ca_{22} + ca_{33} + \cdots + ca_{nn}, \\ &= c(a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn}), \\ &= c\ tr(A). \end{aligned} \tag{2.9}$$

Oleh karena itu, terbukti $tr\ (cA) = c\ tr(A)$.

iii. Akan ditunjukkan bahwa $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$. Berdasarkan matriks A dan B, diperoleh:

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} & \cdots & a_{3n} + b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} + b_{n1} & a_{n2} + b_{n2} & a_{n3} + b_{n3} & \cdots & a_{nn} + b_{nn} \end{bmatrix},$$

maka,

$$\begin{aligned} tr(A+B) &= (a_{11} + b_{11}) + (a_{22} + b_{22}) + (a_{33} + b_{33}) + \\ &\quad \ldots + (a_{nn} + b_{nn}), \\ &= a_{11} + b_{11} + a_{22} + b_{22} + a_{33} + b_{33} + \cdots + \\ &\quad a_{nn} + b_{nn}\ , \\ &= (a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn}) + \\ &\quad (b_{11} + b_{22} + \quad b_{33} + \cdots + b_{nn}). \end{aligned} \tag{2.10}$$

Berdasarkan Persamaan (2.5) dan Persamaan (2.6) maka terbukti bahwa $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$.

iv. Akan ditunjukkan bahwa $tr(AB) = tr(BA)$. Dari matriks A dan B maka diperoleh:

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix},$$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

sehingga

$$tr(AB) = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + \cdots + a_{1n}b_{n1}) + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2}) + \cdots + (a_{n1} + b_{1n} + a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}). \tag{2.11}$$

selanjutnya untuk

$$BA = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

sehingga

$$\begin{aligned} tr(BA) &= (b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + b_{13}a_{31} + \cdots + b_{1n}a_{n1}) + (b_{21}a_{12} + b_{22} + b_{23}a_{32} + \cdots + b_{2n}a_{n2}) + \cdots + (b_{n1}a_{1n} + b_{n2}a_{2n} + b_{13}a_{3n} + \cdots + b_{nn}a_{nn}) \\ &= b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + b_{13}a_{31} + \cdots + b_{1n}a_{n1} + b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + b_{23}a_{32} + \cdots \\ &\quad + b_{2n}a_{n2} + \cdots + b_{n1}a_{1n} + b_{n2}a_{2n} + b_{13}a_{3n} + \cdots + b_{nn}a_{nn} \\ &= (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + \cdots + a_{1n}b_{n1}) + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} + \cdots + a_{2n}b_{n2}) + \cdots + (a_{n1}b_{1n} + a_{n2}b_{2n} + a_{13}b_{3n} + \cdots + a_{nn}b_{nn}). \end{aligned} \tag{2.12}$$

Berdasarkan Persamaan (2.11) maka terbukti $tr(AB) = tr(BA)$. ■

Diberikan contoh untuk menentukan *trace* matriks ordo 3×3 berpangkat bilangan bulat positif untuk n genap dan n ganjil.

Contoh 2.8 Tentukan $tr(A^5)$ dari matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Untuk mendapatkan *trace* matriks tersebut, maka harus dikalikan sebanyak 5 kali sehingga diperoleh:

$$A^2 = AA = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 28 & 34 \\ 24 & 31 & 30 \\ 20 & 19 & 44 \end{bmatrix},$$

$$A^3 = A^2A = \begin{bmatrix} 30 & 28 & 34 \\ 24 & 31 & 30 \\ 20 & 19 & 44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240 & 268 & 350 \\ 232 & 243 & 314 \\ 204 & 201 & 362 \end{bmatrix},$$

$$A^4 = A^3A = \begin{bmatrix} 240 & 268 & 350 \\ 232 & 243 & 314 \\ 204 & 201 & 362 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2252 & 2354 & 3356 \\ 2064 & 2203 & 3066 \\ 1936 & 1985 & 3186 \end{bmatrix},$$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$A^5 = A^4A = \begin{bmatrix} 2252 & 2354 & 3356 \\ 2064 & 2203 & 3066 \\ 1936 & 1985 & 3186 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20632 & 21678 & 31600 \\ 19072 & 19995 & 28994 \\ 1814 & 1821 & 28894 \end{bmatrix},$$

Sehingga diperoleh

$tr(A^4) = 2252 + 2203 + 3186 = 7641.$

$tr(A^5) = 20632 + 19995 + 28894 = 69521.$

2.4 *Trace* Matriks Berpangkat Bilangan Bulat Positif

Pembahasan mengenai *trace* matriks berpangkat telah di bahas oleh [12] pada penelitian tersebut menggunakan matriks ketetanggaan $n \times n$ dari graf roda. Berikut langkah-langakah untuk mendapatkan ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dan *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat negatif dua:

1. Diberikan matriks ketetanggaan $n \times n$ dari graf roda yaitu:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

2. Mendapatan bentuk umum matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dari graf roda $(A_n)^2$.

Teorema 2.3 Bentuk umum ${A_n}^2$ dari matriks berbentuk ketetanggaan $n \times n$ dari graf roda yaitu:

$$(A_n)^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & \vdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 3 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 2 & 2 & (n-1) \end{bmatrix},$$

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Bukti:

Membuktikan bentuk umum ${A_n}^2$ dengan menggunakan pembuktian langsung. Maka terlebih dahulu ditentukan${A_n}^2$ sebagai berikut:

$$A_n^2 = A_n . A_n$$

$$A_n^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$ {A_n}^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & \vdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 3 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 2 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & 2 & 2 & (n-1) \end{bmatrix}$$

Penjabaran pembuktian Teorema (2.3) terdapat pada laporan Tugas Akhir[12] halaman IV-4.

3. Membuktikan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$berpangkat dua dari graf roda

Berdasarkan Teorema 2.3 maka dapat ditentukan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dari graf roda yang di sajikan pada Teorema 2.5 sebagai berikut:

Teorema 2.5 Diberikan matriks ketetanggaan $n \times n$berpangkat graf roda

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

maka,

$$tr(A_n)^2 = 4(n-1)$$

Bukti. Pembuktian Teorema (2.5) telah dibuktikan pada laporan Tugas Akhir [12] pada halaman IV-50.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III
METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang penulis gunakan adalah studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Diberikan suatu matriks $FLDcirc_r$ sebagai berikut :

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x \\ rx & -rx & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, n \geq 2$$

2. Membuktikan bentuk umum matriks ${A_n}^2$ dengan cara $A_n \cdot A_n$.
3. Membuktikan bentuk umum matriks ${A_n}^3$, dengan cara ${A_n}^2 \cdot A_n$.
4. Membuktikan bentuk umum matriks ${A_n}^4$, dengan cara ${A_n}^3 \cdot A_n$.
5. Membuktikan bentuk umum $tr(A_n)^2$, $tr(A_n)^3$ dan $tr(A_n)^4$ menggunakan pembuktian langsung.
6. Mengaplikasikan bentuk umum $tr(A_n)^2$, $tr(A_n)^3$ dan $tr(A_n)^4$ pada beberapa contoh soal.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB V

PENUTUP

Bab ini berisi penutup yang dibagi menjadi dua bagian, yaitu kesimpulan yang membahas tentang rangkuman hasil yang diperoleh dari Bab IV, dan saran yang berisi masukan bagi pembaca yang tertarik untuk melanjutkan penulisan tugas akhir ini.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah di paparkan pada Bab IV tentang bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus berpangkat dua sampai empat, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Diberikan A_n suatu matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x \\ rx & -rx & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, n \geq 2$$

maka diperoleh

a) $$(A_n)^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x^2 \\ rx^2 & -rx^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rx^2 & -rx^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, n \geq 2$$

atau dapat ditulis $(A_n)^2 = [a_{i,j}]$ dengan:

$$a_{i,j} = \begin{cases} x^2, & j = i+2, \quad i = 1,2,3,\dots,n-2 \\ rx^2, & i = j+n-2, \quad j = 1,2 \\ -rx^2, & i = j+n-3, \quad j = 2,3 \\ 0, & untuk\ yang\ lainnya \end{cases}$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

b) $$(A_n)^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x^3 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x^3 \\ rx^3 & -rx^3 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rx^3 & -rx^3 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rx^3 & -rx^3 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, n \geq 2$$

atau dapat ditulis $(A_n)^3 = [b_{i,j}]$ dengan:

$$b_{i,j} = \begin{cases} x^3, & j = i + 3, \quad i = 1,2,3 \ldots, n-3 \\ rx^3, & i = j + n - 3, \quad j = 1,2,3 \\ -rx^3, & i = j + n - 4, \quad j = 2,3,4 \\ 0, & untuk\ yang\ lainnya \end{cases}$$

c) $$(A_n)^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ rx^4 & -rx^4 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rx^4 & -rx^4 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rx^4 & -rx^4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & rx^4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, n \geq 2$$

atau dapat ditulis $(A_n)^4 = [c_{i,j}]$ dengan:

$$c_{i,j} = \begin{cases} rx^4, & i = j + n - 4, \quad j = 1,2,3,4 \\ -rx^4, & i = j + n - 5, \quad j = 2,3,4, \\ 0, & untuk\ yang\ lainnya \end{cases}$$

2. Bentuk umum *trace* matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus

Bentuk umum matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus berpangkat dua sampai empat adalah sebagai berikut:

$$tr(A_n)^2 = tr(A_n)^3 = tr(A_n)^4 = 0$$

5.2 Saran

Dalam pembahasan yang telah dikemukakan, penulis membahas tentang langkah-langkah dalam menentukan *trace* suatu matriks $FLDcirc_r$ berpangkat dua sampai empat. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik yang dibahas ini maka dapat membahas *trace* matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus berpangkat negatif atau menentukan *trace* dari bentuk matriks lain.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

[1] R. M.Gray, “Toeplitz dan Circulant Matriks: A review," *Foundation and Trends Communications and Information Theory*, vol. 2, no. 3, hal. 155–239, 2006, doi: 10. 1561/010000006.

[2] X. Pan and M. Qin, “The Discriminance for FLDcirc r Matrices and the Fast Algorithm of Their Inverse and Generalized Inverse, " *University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai, China*, 2015.

[3] Rysfan, “Menentukan Invers Matriks FLDcircr Dengan Bentuk Khusus Menggunakan Metode Adjoin,” *J. Ekon. Vol. 18, Nomor 1 Maret201*, vol. 2, no. 1, pp. 41–49, 2018.

[4] H. Avron, “Counting Triangles in Large Graphs using Randomized Matrix Trace Estimation Categories and Subject Descriptors,” 2010.

[5] F. Aryani, R. Andesta, and C. C. Marzuki, “Trace Matriks Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif,”*Jurnal Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, pp. 40–49, 2020.

[6] J. Pahade and M. Jha, “Trace of Positive Integer Power of Real2 x 2 Matrices,”*Advances in Linear Algebra & Matrix Theory*, vol. 5, n0. 4, hal. 150–155, 2015, doi:10.4236/alamt.2015.54015.

[7] F. Aryani and Titik Fatonah, “Trace Matriks Berbentuk Khusus 2 x 2 Berpangkat Bilangan Bulat Positif,” 2018.

[8] D. Kalman and J. . White, “Polynomial Equations and Circulant Matrices,” *The Mathematical Association of America*no. 2001, hal, 821-840, 2008.

[9] H. Anton and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*, Edisi ke sembilan. 2004.

[10] S. Lipschutz and M. L. Lipson, *Discrete Mathematics*, Edisi ke tiga, Erlangga. 2006.

[11] J. E.Gentle, *Matrix Algebra*, Edisi ke dua. 2007.

[12] V. Putri,"Trace Matriks Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2020.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis lahir pada tanggal 14 November 1998 di Kayangan. Sebagai anak pertama dari empat bersaudara pasangan Bpk Ngatemin dan Ibu Jumiatun.Penulis menyelesaikan pendididkan formal pada Sekolah Dasar Swasta 044 Kayangan, Kabupaten Rokan Hilir, Provinsi Riau tahun 2010. Pada tahun 2013 penulis menyelesaikan Pendidikan lanjutan Tingkat Pertama di SMPS BINA SISWA Kayangan, kabupaten Rokan Hilir, Provinsi Riau dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas dengan Jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di SMAS BINA SISWA Kayangan, Kabupaten Rokan Hilir, Provinsi Riau pada Tahun 2016. Pada tahun 2016 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri sultan Syarif Kasim Riau di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Program Studi Matematika.

Pada bulan Januari tahun 2020 penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Balai Pemasyarakatan Klas II Pekanbaru Riau dengan judul "**Prediksi Keadaan Bimbingan Klien Anak Pada Tahun 2020-2022 Menggunakan Metode *Fuzzy Time Series Chen*"** yang di bimbing oleh Ibu Ade Novia Rahma, S.pd, M.Mat dan diseminarkan pada 12 Mei 2020. Pada bulan Juli-Agustus penulis mengikuti Kuliah kerja Nyata (KKN) di Kelurahan Kota Gumanti, Kec. Peranap, Kabupaten Indra Giri Hulu.

UIN SUSKA RIAU