

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

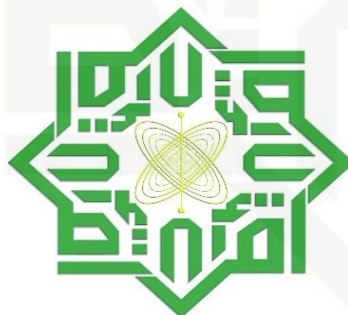
**KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN MODEL
EPIDEMIK SEIRS PADA PENYAKIT TUBERKULOSIS
DENGAN SATURATED INCIDENCE RATE**

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika

oleh:

SYAFIRA ALIFIA
11750425257



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2022**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN SATURATED INCIDENCE RATE

TUGAS AKHIR

oleh:

SYAFIRA ALIFIA
11750425257

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 14 Juli 2022

Ketua Program Studi Matematika

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Mohammad Soleh, M.Sc
NIP. 19751231200910 1 052



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN *SATURATED INCIDENCE RATE*

TUGAS AKHIR


oleh:

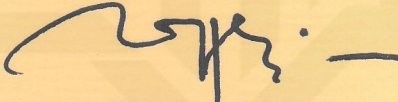
SYAFIRA ALIFIA
11750425257

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 14 Juli 2022

Pekanbaru, 14 Juli 2022
Mengesahkan
Ketua Program Studi

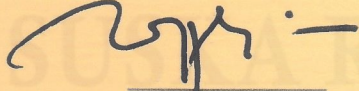
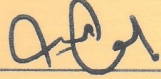
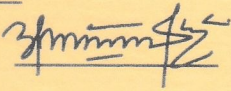
Dekan


Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003


Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI

Ketua : Wartono, M.Sc
Sekretaris : Mohammad Soleh, M.Sc
Anggota I : Nilwan Andiraja, M.Sc
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 14 Juli 2022
Yang membuat pernyataan,



SYAFIRA ALIFIA
11750425257

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

“Barang siapa menempuh suatu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu, maka Allah SWT pasti memudahkan baginya jalan menuju surga”
(HR. Muslim)

Alhamdulillahirabbil’aalamiin ucapan syukur kepada Allah Subhanahu Wata’ala atas nikmat, karunia serta rahmatnya sehingga saya dapat menyelesaikan sebuah skripsi sederhana ini. Shalawat dan salam selalu terlimpahkan kepada Rasulullah Muhammad Shalallahu Alaihi Wassalaam.

Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kukasihi dan kusayangi.

Bapak dan Ibu Tercinta

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tiada terhingga ku persembahkan karya kecil ini kepada Bapak (Syafri) dan Ibu (Herlina) Terima kasih Ayah... Terima kasih Ami...

Orang terdekatku

Sebagai tanda terima kasih, ku persembahkan karya kecil ini kepada Abang dan kakakku (Bang Rito, Bang Ridho, Kak Rizka, Bang Aldi, Kak Sandra, Kak Angga, Bang Fajar), keponakanku (Khalif, Alka, Kia, Arshaka) dan saudara-saudaraku yang selalu memberiku semangat dan selalu menjadi tempatku untuk berkeluh kesah. Terima kasih...

Teman-teman

Buat kawan-kawanku yang selalu memberikan motivasi, nasehat, dukungan, yang selalu memberikan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini sekaligus pejuang skripsi (Uus, Tifa, Vicky, RIska, Dani, Guek, Alm Fajar dan Kawan-kawan matematika angkatan 2017 terutama kelas C)

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Bapak Mohammad Soleh, M.Sc selaku dosen pembimbing skripsiku. Terima kasih banyak kepada bapak sudah membantuku selama ini, serta menasehati, membimbing dan mengarahkanku sampai skripsi ini selesai.

KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN *SATURATED INCIDENCE RATE*

SYAFIRA ALIFIA
11750425257

Tanggal Sidang : 14 Juli 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tuberkulosis merupakan penyakit menular terbesar kedua di dunia setelah HIV. Penularan tuberkulosis dikarenakan bakteri *Mycobacterium Tuberculosis* yang menyerang paru serta di sebagian kasus bakteri ini juga dapat menyerang ginjal, otak, maupun tulang belakang. Salah satu upaya dalam memprediksi pengendalian penyakit tuberkulosis dimasa yang akan datang yaitu dengan menggunakan model matematika. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate* dan menganalisa kestabilan titik kesetimbangan pada model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate*. Data yang digunakan dalam penelitian adalah data sekunder yang diperoleh Dinas Kesehatan Kota Pekanbaru tahun 2020. Titik kestabilan ditentukan dengan menyelesaikan persamaan pada model SEIRS dan diuji kestabilannya dengan kriteria nilai eigen. Hasil yang diperoleh yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik dan titik kesetimbangan endemik penyakit tidak stabil. Berdasarkan data tersebut, maka suatu saat penyakit tuberkulosis akan hilang.

Kata Kunci : Tuberkulosis, model SEIRS, titik kesetimbangan, Routh-Hurwitz, *Saturated incidence rate*, Stabil asimtotik

KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN SATURATED INCIDENCE RATE

SYAFIRA ALIFIA
11750425257

Date of Final Exam : 14 Juli 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

Tuberculosis is the second largest infectious disease in the world after HIV. Tuberculosis transmission is caused by the bacterium Mycobacterium Tuberculosis which attacks the lungs and in some cases this bacterium can also attack the kidneys, brain, and spine. One of the attempts to predict the control of tuberculosis disease in the future is by using a mathematical model. The purpose of this study is to obtain the SEIRS epidemic model with the saturated incidence rate and analyze the stability of the equilibrium point in the SEIRS epidemic model with the saturated incidence rate. The data used in this study is secondary data obtained by the Pekanbaru City Health Office in 2020. The stability point is determined by solving the equations in the SEIRS model and testing its stability with the eigenvalue criteria. The results obtained are asymptotically stable disease-free equilibrium point and unstable disease endemic equilibrium point. Based on these data, then one day tuberculosis will disappear.

Keywords : *Tuberculosis, SEIRS model, equilibrium point, Routh-Hurwitz, Saturated incidence rate, Asymptotically stable*

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil 'alamiin. Pada tempatnya yang paling utama dihati ini, penulis ucapkan puji dan syukur kepada Allah Subhanahu wa Ta'ala karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis diberi kemudahan untuk menyelesaikan tugas akhir dengan judul “Kestabilan Titik Kesetimbangan Model Epidemik SEIRS Pada Penyakit Tuberkulosis Dengan *Saturated Incidence Rate*”. Shalawat dan salam juga selalu tercurah kepada kekasih Allah, Nabi Muhammad Sallallahu'alaihi Wasallam yang telah membawa kita ke zaman yang penuh dengan ilmu pengetahuan ini, semoga kelak seluruh umatnya mendapat syafa'at dari beliau. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Rasa syukur dan terimakasih atas diberikannya dua orang tua yang paling berharga dimuka bumi ini yaitu Ayahanda Syafri dan Ibunda Herlina yang selama penyusunan tugas akhir ini selalu mendengarkan semua yang penulis rasakan, bimbingan yang tiada hentinya dan selalu berdoa dan menyemangati penulis dalam diam. Selain mereka, penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau

5. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan dukungan serta arahan kepada penulis selama perkuliahan
6. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc., selaku pembimbing Tugas Akhir penulis yang selalu ada dan memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
7. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc., dan Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
8. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
9. Abang, kakak, dan keponakan penulis yang tersayang yaitu Ritho Syafriyanto S.T., Ridho Ramadhan S.E., Rizka Syafrutri S.Si., Reynaldi Syafitra S.T., Sandra Rahmadani S.Pd., Dr. Angga Agus Dian Tina, Fajar Dini Yulianta Amd., Khalif Khatir Arasyad, Cendikia Qhaira Syafa, Kodrat Alkalifi Zikri, dan Arshaka Syarif.
10. Team berlima (Riska Nasrillianti, Ummu Athifa, Vicky lisespasepti, dan Siti Uswatun Hasanah) dan teman seperjuangan dari SMP Abdul Rahim ST., dan Alm Fajar Pratama yang telah memotivasi dan mendengarkan keluh kesar penulis selama menyelesaikan tugas akhir ini.
11. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
12. Teman-teman seperjuangan dan juga kakak-kakak serta adik adik di Fakultas Sains dan Teknologi khususnya Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi dan angkatan 2017 kelas C yang telah banyak memberikan bantuan, masukan serta dukungan.
Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun,

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 14 Juli 2022

Syafira Alifia
11750425257



UIN SUSKA RIAU



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR SIMBOL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Masalah	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penelitian	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.2 Titik Keseimbangan	6
2.3 Analisis Kestabilan.....	7
2.4 Kriteriai Routh-hurwitz	8
2.5 Model Epidemik SEIRS	11
BAB III METODE PENELITIAN	13
BAB IV PEMBAHASAN	15
4.1 Pembentukan Model Epidemik SEIRS	15

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.2	Titik Keseimbangan	17
4.2.1	Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	17
4.2.2	Titik Keseimbangan Endemik Penyakit	18
4.3	Kestabilan Titik Keseimbangan	19
4.3.1	Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	21
4.3.2	Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik Penyakit	23
4.3.3	Simulasi	27
4.3.3.1	Simulasi 1	29
4.3.3.2	Simulasi 2	33
BAB V	PENUTUP	36
5.1	Kesimpulan	36
5.2	Saran	37
	DAFTAR PUSTAKA	39
	LAMPIRAN 1	41
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP	42



DAFTAR SIMBOL

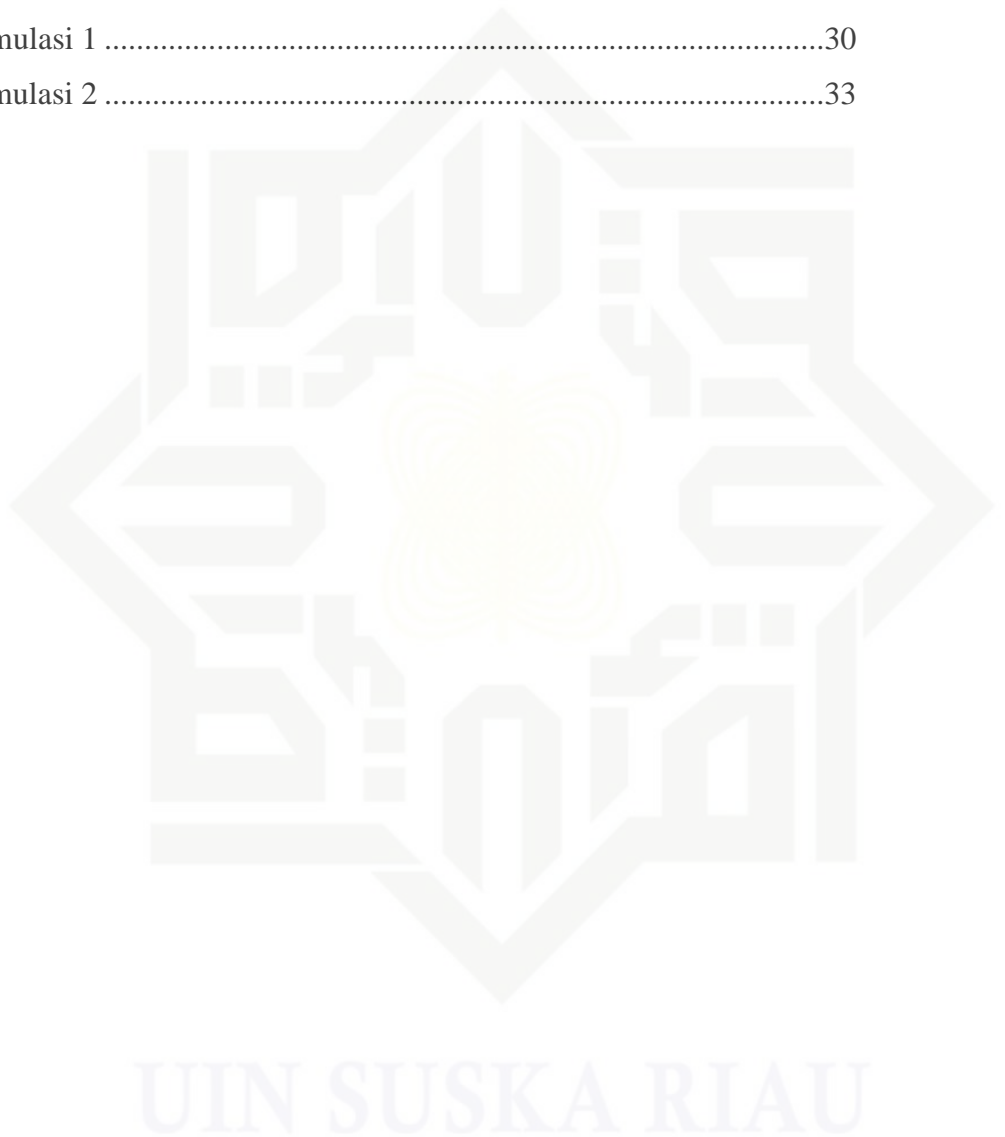
$N(t)$: Jumlah populasi individu pada waktu ke- t
$S(t)$: Jumlah individu rentan terinfeksi pada waktu ke- t
$E(t)$: Jumlah individu laten pada waktu ke- t
$I(t)$: Jumlah individu terinfeksi pada waktu ke- t
$R(t)$: Jumlah individu sembuh pada waktu ke- t
μ	: laju kematian alami
π	: laju kelahiran.
c	: laju individu yang sembuh.
ε	: laju individu yang terinfeksi.
β	: laju individu laten
α	: laju kematian karna penyakit.
k	: laju individu yang rentan.
δ	: laju kesembuhan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Model SEIR Rahmad,dkk	11
Gambar 4. 1 Model SEIR.....	16
Gambar 4. 2 simulasi 1	30
Gambar 4. 3 simulasi 2	33



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Nilai Parameter untuk simulasi 1	27
Tabel 4.2 Nilai parameter untuk simulasi 2	27
Tabel 4.3 Data penyakit tuberkulosis tahun 2020.....	28



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	39
------------------	----





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

menambahkan 2 pengaruh vaksinasi. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa populasi yang terinfeksi seiring berjalannya waktu akan hilang dari populasi, kemudian populasi yang rentan seiring berjalannya waktu akan mengalami penurunan karena pengaruh vaksinasi yang diberikan pada bayi sejak lahir.

Penelitian selanjutnya oleh Rahmat, dkk [3] dengan menggunakan model matematika SEIRS pada penyebaran penyakit Tuberkulosis. Analisis kestabilan bilangan reproduksi dasar (R_0) model SEIRS diperoleh nilai sebesar 0,312 bahwa seseorang yang terinfeksi penyakit Tuberkulosis tidak menyebabkan orang lain terkena penyakit tuberkolusis. Penelitian ini menunjukkan bahwa semakin besar laju penularan suatu penyakit mengakibatkan populasi pada kelas *infected* mengalami penurunan yang menyebabkan populasi *exposed* semakin menurun dan kelas *susceptible* semakin menurun serta kelas *recovered* semakin meningkat dan semakin besar parameter yang digunakan mengakibatkan penyakit Tuberkulosis menjadi konstan.

Penelitian selanjutnya oleh Irma dan febby [6] Menggunakan model SEIRS pada penyebaran penyakit Flu Singapura dengan *saturated incidence rate*. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa proses penularan suatu penyakit tidak hanya laju infeksi bilinier melainkan juga laju infeksi jenuh, jika jumlah individu yang terinfeksi sangat banyak atau mencapai titik jenuh maka infeksi semakin menurun. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$ dan titik ekuilibrium endemik penyakit stabil asimtotik jika syarat dan kondisi terpenuhi. Berdasarkan latar belakang di atas, penulis ingin melakukan penelitian dengan judul “Kestabilan Titik Keseimbangan Model Epidemik SEIRS pada Penyakit Tuberkulosis dengan *Saturated Incidence Rate*”.

1.2 Rumusan Masalah

Dari uraian pada latar belakang tersebut, maka rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah:

1. Bagaimana model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate*?
2. Bagaimana analisis kestabilan titik keseimbangan pada model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate*?



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, penulis memberikan pembatasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Data penderita Tuberculosis yang digunakan dalam penelitian ini diambil dari Dinas Kesehatan Kota Pekanbaru tahun 2020.
2. Dalam penelitian ini diasumsikan bahwa individu yang sudah pulih Tuberculosis rentan terkena Tuberculosis kembali.

1.4 Tujuan Masalah

Tujuan dari penelitian yang dilakukan penulis adalah sebagai berikut :

1. Memperoleh model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate*.
2. Menganalisa kestabilan titik kesetimbangan pada model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate*.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memiliki manfaat agar model epidemik SEIRS dengan *saturated incidence rate* dapat menganalisa penyebaran serta pengendalian Tuberkulosis.

1.6 Sistematika Penelitian

Adapun sistematika pada tugas akhir ini yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan menguraikan tentang latar belakang pemilihan judul, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori dasar mengenai hal-hal yang dapat digunakan sebagai acuan dan landasan untuk mengembangkan penelitian ini. Konsep dan teori terkait perlu dijelaskan,

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tahapan-tahapan yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan penelitian mulai dari metode penelitian, teknik pengambilan data sampai ke tahapan penelitian

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang tahapan-tahapan dilakukan oleh penulis untuk mendapatkan hasil seperti yang disampaikan pada rumusan masalah.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian yang dilakukan oleh penulis.



BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bagian ini akan dibahas teori pendukung untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini.

2.1 Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan salah satu bentuk persamaan yang terdapat derivatif (turunan) satu atau beberapa variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas disuatu fungsi [7].

Contoh 2.1 : Diberikan persamaan diferensial

$$\frac{dy}{dx} = x + 10$$

Jika persamaan diferensial mengandung turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas maka disebut persamaan diferensial biasa [8]. Contoh 2.1 adalah contoh persamaan diferensial biasa karena pada contoh tersebut terdapat satu variabel bebas yaitu y .

Berdasarkan sifat kelinieran, persamaan diferensial biasa terbagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa linier dan diferensial biasa tidak linier [9]. Persamaan diferensial biasa linier dapat ditulis sebagai berikut :

$$a_0y + a_1y' + a_2y'' + \dots + a_ny^n = b. \quad (2.1)$$

Contoh 2.2

1. $\frac{dy}{dx} = xy^2$ (tidak linier, karena terdapat pangkat 2 dari y).
2. $\frac{dy}{dx} = 1$ (tidak linier, karena terdapat perkalian y dan y').

Dengan demikian, persamaan diferensial biasa disebut linear, jika memenuhi kriteria berikut :

1. Variabel tak bebas dan turunannya paling tinggi berderajat satu.
2. Tidak terdapat fungsi transenden dalam bentuk variabel tak bebas.
3. Tidak terdapat perkalian antara variabel tak bebas dengan turunannya.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan diferensial yang tidak dapat dituliskan ke dalam bentuk Persamaan (2.1) atau tidak memenuhi kriteria diatas disebut persamaan diferensial tidak linier.

Sedangkan pada sistem persamaan diferensial merupakan gabungan dari n buah persamaan diferensial, kemudian dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n, \\ x_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n, \\ &\vdots \\ x_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Kemudian sistem (2.2) dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut :

$$\mathbf{x} = A\mathbf{x}$$

Persamaan diferensial dikatakan linear ketika persamaan tersebut dapat ditulis ke dalam bentuk Persamaan (2.2), tetapi jika persamaan tersebut tidak dapat dituliskan kedalam Persamaan (2.2) maka persamaan tersebut adalah persamaan diferensial tidak linear.

2.2 Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan adalah solusi dari suatu sistem yang tidak mengalami perubahan terhadap waktu (konstan). Titik kesetimbangan terdiri dari dua titik, yaitu kesetimbangan bebas penyakit dimana keadaan ini tidak terdapat individu yang terinfeksi penyakit dalam populasi ($I = 0$) dan kesetimbangan endemik dimana keadaan ini terdapat suatu populasi individu yang terinfeksi penyakit ($I \neq 0$).

Berikut akan diberikan definisi mengenai kestabilan titik kesetimbangan :

Definisi 2.1 [10] Titik kesetimbangan $x^* \in R^n$ dari Sistem (2.2) dikatakan :

1. Titik kesetimbangan x^* dikatakan stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga jika $\|x_0 - x^*\| < \delta$ maka $\|x(t, x_0) - x^*\| < \varepsilon$, untuk setiap $t \geq 0$.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2. Titik kesetimbangan x^* dikatakan stabil asimtotik jika titik kesetimbangannya stabil dan terdapat $\delta_1 > 0$ sedemikian sehingga $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0) - x^*\| = 0$ asalkan $\|x_0 - x^*\| < \delta_1$.
3. Titik kesetimbangan x^* dikatakan tidak stabil jika tidak memenuhi 1.

2.3 Analisis Kestabilan

Pelinearan menggunakan matriks Jacobian dapat digunakan untuk mencari hasil dari analisa kestabilan sistem persamaan diferensial yang tidak linear

$$J(f(x^*)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x^*) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x^*) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x^*) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$J(f(x^*))$ dimana matriks Jacobiab dari f di titik x^*

Definisi 2.2 [11] Jika A adalah sebuah matriks $n \times n$, maka suatu vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x yaitu:

$$Ax = \lambda x \quad (2.4)$$

untuk suatu skalar λ . Skalar λ disebut nilai eigen dari A , dan x disebut vektor eigen dari A yang terkait dengan λ .

Untuk memperoleh nilai eigen dari matriks A yang berukuran $n \times n$, maka pada Persamaan (2.4) dapat ditulis sebagai $Ax = \lambda Ix$, dengan I adalah matriks identitas atau secara ekuivalen yaitu:

$$(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.5)$$

Agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi tak nol dari Persamaan (2.5). Persamaan (2.5) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika :

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) disebut persamaan karakteristik matriks A .

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Nilai eigen yang dihasilkan matriks Jacobian dapat menentukan kestabilan titik kesetimbangan pada Persamaan (2.6). Ada beberapa ciri – ciri kestabilan titik kesetimbangan pada Persamaan (2.2), antara lain :

Teorema 2.1 [12] :

1. Jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian $J(f(x^*))$ mempunyai bagian real negatif, maka titik kesetimbangan x^* dari Persamaan (2.2) stabil asimtotik.
2. Jika terdapat nilai eigen dari matriks Jacobian $J(f(x^*))$ mempunyai bagian real positif, maka titik kesetimbangan x^* dari Persamaan (2.2) tidak stabil.

2.4 Kriteria Routh-hurwitz

Nilai eigen dapat ditentukan dengan cara mencari akar persamaan karakteristik $\det(A-\lambda I)$. Permasalahan yang sering kali terjadi dalam menentukan suatu tipe kestabilan sistem dengan menggunakan nilai eigen adalah ketika mencari akar persamaan katakteristik berorde tinggi.

Kriteria Routh-Hurwitz ialah model yang digunakan agar mendapat nilai eigen polinomial yang tidak mudah dilakukan. Nilai kestabilan titik kesetimbangan dapat dilihat dari tanda positif maupun negatife dapat digunakan [13].

Teorema 2.2 [14] Persamaan karakteristik dalam bentuk polynomial yang diberikan adalah sebagai berikut:

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n,$$

Dengan demikian, kriteria Routh-Hurwitz untuk $n = 2, 3, 4$ dan 5 dikatakan titik ekuilibrium stabil jika dan hanya jika sebagai berikut:

$$n = 2 : a_1 > 0, \text{ dan } a_2 > 0 .$$

$$n = 3 : a_1 > 0, a_3 > 0 \text{ dan } a_1a_2 > a_3 .$$

$$n = 4 : a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0 \text{ dan } a_1a_2a_3 > a_3^2 + a_1^2a_4 .$$

$$n = 5 : a_1 > 0, a_1 = 1, 2, 3, 4, 5, a_1a_2a_3 > a_3^2 + a_1^2a_4. \text{ Dan}$$

$$(a_1a_4 - a_5)(a_1a_2a_3 - a_3^2 + a_1^2a_4) > a_5(a_1a_2 - a_3)^2 + a_1a_5^2.$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Jika kriteria *Routh-Hurwitz* terpenuhi, maka titik kesetimbangan x^* stabil asimtotik.

Contoh 2.3: Diberikan sistem persamaan diferensial

$$\frac{dx}{dt} = x - xy.$$

$$\frac{dy}{dt} = -y + xy.$$

Carilah titik kesetimbangan serta kestabilan dari persamaan diatas !

Penyelesaian :

Jika $\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} = 0$, maka kita dapat menggunakan persamaan diatas untuk mencari titik kesetimbangannya

$$x - xy = x(1 - y) = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } x = 0 \text{ maka } 0(1 - y) &= 0, \\ y &= 0. \end{aligned}$$

$$-y + xy = y(-1 + x) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Jika } y = 1 \text{ maka } 1(-1 + x) &= 0, \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Dari Penyelesaian diatas maka didapatkan titik kesetimbangan (0,0) dan (1,1). Selanjutnya kita akan mencari nilai kestabilannya dengan cara pelinearan matriks Jacobian seperti berikut :

Misalkan :

$$f_1 = x - xy = x(1 - y),$$

$$f_2 = -y + xy = y(-1 + x).$$

Kemudian kita akan menurunkan fungsi f_1 dan f_2 terhadap x dan y secara parsial

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = 1 - y$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y} = -x$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} = y$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial y} = -1 + x$$

Sehingga diperoleh matriks Jacobiannya yaitu :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} 1 - y & -x \\ y & -1 + x \end{bmatrix}$$

Kemudian pada kestabilan titik kesetimbangan (0,0) dan (1,1) sebagai berikut :

1. Titik kesetimbangan (0,0).

Langkah awal yang harus kita lakukan adalah mensubstitusikan titik kesetimbangan (0,0) pada Persamaan (2.10) sehingga didapatkan matriks Jacobian seperti :

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Setelah itu mencari nilai eigen dari matriks diatas berdasarkan persamaan (2.6), yaitu:

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right) = 0$$

$$\lambda^2 - 1 = 0$$

Dari Persamaan (2.11), maka didapatkan nilai $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = -1$. Karena salah satu nilai eigen yang didapat adalah bilangan real negatif, maka titik keseimbangan pada (0,0) dapat dikatakan tidak stabil.

2. Titik kesetimbangan (1,1).

Selanjutnya adalah mensubstitusikan titik kesetimbangan (1,1) pada Persamaan (2.10) sehingga didapat matriks Jacobian seperti :

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Lalu kita akan mencari nilai eigen dari matriks di atas berdasarkan Persamaan (2.6), yaitu :

$$\det \left(\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = 0$$

$$\lambda^2 + 1 = 0$$

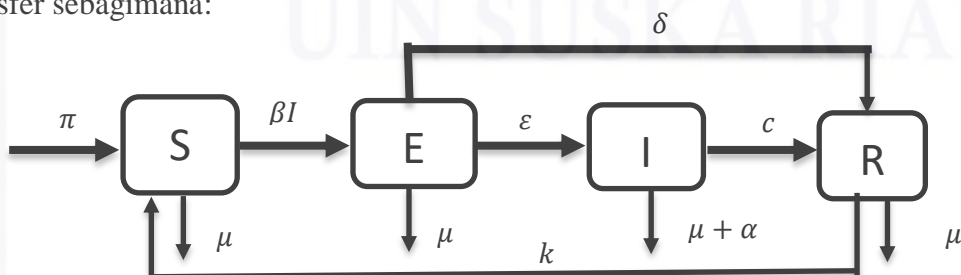
Dari Persamaan (2.12), maka didapatkan nilai $\lambda_{1,2} = \pm i$. Karena nilai eigen yang didapat adalah serta memiliki bagian real 0 maka titik kesetimbangan pada (1,1) dapat dikatakan stabil.

2.5 Model Epidemik SEIRS

Model ini secara umum identik dengan penurunan model SIR, hanya mengalami penambahan sebuah variabel Exposed (E), yaitu individu yang telah terpapar oleh penyakit namun belum sepenuhnya terinfeksi [15].

Pada jurnal [3] model epidemik SEIRS, populasinya terbagi menjadi empat kelas, yaitu kelas *S* (*susceptible*) dimana kelas ini berisi tentang jumlah individu sehat yang rentan terhadap Tuberkulosis, kelas *E* (*exposed*) berisi tentang jumlah individu yang terinfeksi Tuberkulosis namun tidak dapat menularkannya, kelas *I* (*infected*) berisi tentang jumlah individu terinfeksi serta dapat menularkan penyakit Tuberculosis, dan kelas *R* (*Recovered*) berisi tentang jumlah individu yang telah sembuh dari penyakit Tuberculosis. Dalam penelitian ini menambahkan asumsi bahwa manusia yang pulih dapat rentan kembali terkena penyakit tuberkulosis akibat hilangnya kekebalan tubuh *k*.

Model SEIR untuk penyebaran penyakit tuberkulosis dalam bentuk diagram transfer sebagaimana:



Gambar II.1 Model SEIR Rahmad,dkk[3]

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Berdasarkan Gambar 2.1 diperoleh model pada Persamaan (2.7), (2.8), (2.9) dan

(2.10)

$$\frac{dS(t)}{dt} = \pi + kR - (\mu + \beta I)S \quad (2.7)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta IS - (\mu + \varepsilon + \delta)E \quad (2.8)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \varepsilon E - (\mu + \alpha + c)I \quad (2.9)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = cl + \delta E - (\pi + k)R \quad (2.10)$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengummumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Metodologi penelitian yang digunakan oleh penulis dalam tugas akhir ini adalah studi literatur yang berhubungan pada penyakit tuberkolosis. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Mendefinisikan variabel dan parameter yang digunakan dalam model. Variabel dan parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

S : *Susceptible*.

E : *Exposed*.

I : *Infected*.

R : *Recovered*.

μ : laju kematian alami untuk tiap kompartemen.

π : laju kelahiran.

c : laju individu yang sembuh.

ε : laju individu yang terinfeksi.

β : laju individu laten.

α : laju kematian karna penyakit.

k : laju individu yang rentan.

δ : laju individu kelompok exposed menjadi individu infected.

2. Diberikan persamaan pada model SEIRS berdasarkan Jurnal Rahmat, dkk.[3]

$$\frac{dS(t)}{dt} = \pi + kR - (\mu + \beta I)S$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta IS - (\mu + \varepsilon + \delta)E$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \varepsilon E - (\mu + \alpha + c)I$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{dR(t)}{dt} = cI + \delta E - (\mu + k)R$$

3. Mengubah laju infeksi bilinear βIS pada proses penularannya menjadi laju infeksi jenuh (*saturated incidence rate*) pada transisi dari kompartemen *susceptible* ke *exposed* $\frac{\beta SI}{1+\alpha I^2}$

4. Membuat model matematika dari langkah (3), model matematika ini akan membentuk sistem persamaan diferensial.

$$\frac{dS(t)}{dt} = \pi + kR - \mu S - \frac{\beta IS}{1 + \alpha I^2}$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{\beta IS}{1 + \alpha I^2} - \mu E - \varepsilon E - \delta E$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \varepsilon E - \mu I - \alpha I - cI$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = cI + \delta E - \mu R - kR$$

5. Menentukan titik ekuilibrium dari sistem persamaan diferensial yang telah di peroleh pada langkah (4), baik itu titik ekuilibrium bebas penyakit $(\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}, \bar{R})$ maupun titik ekuilibrium endemik (S^*, E^*, I^*, R^*) penyakit dengan cara mengubah sistem persamaan diferensial pada langkah (4) menjadi $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$.
6. Menganalisa kestabilan titik ekuilibrium apakah stabil asimtotik atau tidak. Kestabilan dari titik ekuilibrium dapat ditentukan berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian.
7. Melakukan simulasi numerik kestabilan titik ekuilibrium menggunakan software maple.
8. Menyimpulkan hasil dari analisis kestabilan di titik ekuilibrium yang diperoleh secara keseluruhan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Model epidemik SEIRS dengan *Saturated Incidence Rate* yaitu:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \pi + kR - \mu S - \frac{\beta IS}{1 + aI^2}$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{\beta IS}{1 + aI^2} - \mu E - \varepsilon E - \delta E$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \varepsilon E - \mu I - \alpha I - cI$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = cI + \delta E - \mu R - kR$$

Dengan $S(t) + E(t) + I(t) + R(t) = N$ merupakan jumlah keseluruhan populasi. Dimana S merupakan populasi *susceptible* (populasi yang rentan), E merupakan populasi *exposed* (populasi laten), I merupakan populasi *infected* (populasi yang terinfeksi penyakit), dan R merupakan populasi *recovered* (populasi yang dinyatakan sembuh)

2. Terdapat dua titik kesetimbangan pada model SEIR diperoleh :

- a. Titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_1 = \left(\frac{\pi}{\mu}, 0, 0, 0 \right)$$

- b. Titik kesetimbangan endemik penyakit

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$E_2 = \left(\frac{(\mu - \varepsilon - \delta)(\mu + \alpha + c)(1 + \alpha I^{*2})}{\varepsilon \beta}, \frac{(\mu + \alpha + c)I^*}{\varepsilon}, \pi + \frac{kI^*(c\varepsilon + \delta\mu + \delta\alpha + \delta c)}{\varepsilon(\mu + k)} - \frac{\mu(\mu + \varepsilon + \delta)(\mu + \alpha + c)(1 + \alpha I^{*2})}{\varepsilon \beta} - \frac{(\mu + \varepsilon + \delta)(\mu + \alpha + c)I}{\varepsilon}, \frac{I^*(c\varepsilon + \delta\mu + \delta\alpha + \delta c)I^*}{\varepsilon} \right)$$

Kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik karna terdapat nilai dari $\lambda < 0$ dan kestabilan titik kesetimbangan endemik penyakit diperoleh tidak stabil karna terdapat nilai $\lambda > 0$

5.2. Saran

Penelitian ini membahas tentang model epidemik SEIRS dengan *Saturated Incidence Rate*. Bagi pembaca yang tertarik dengan pembahasan ini dapat menambahkan beberapa asumsi, atau merubah laju penularannya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Soleh, S. Dhuha, J. Matematika, F. Sains dan Teknologi, dan U. Sultan Syarif Kasim Riau, “Pengaruh Treatment Pada Penyebaran Penyakit Malaria Dengan Model Sis,” *Jurnal Sains Maematika dan Statistika*, vol. 5, no. 2, hal. 81–89, 2019.
- [2] T. Kristini dan R. Hamidah, “Potensi Penularan Tuberculosis Paru pada Anggota Keluarga Penderita,” *Jurnal Kesehatan Masyarakat Indonesia*, vol. 15, no. 1, hal. 24, 2020, doi: 10.26714/jkmi.15.1.2020.24-28.
- [3] S. Rahmat, S. Side, dan S. Said, “Model SEIRS Penyebaran Penyakit Tuberculosis di Kota Makassar,” vol. 3, no. 1, hal. 11–19, 2020.
- [4] N. Inayah, M. Manaqib, N. Fitriyati, dan I. Yupinto, “Model Matematika Penyebaran Penyakit Pulmonary Tuberculosis Dengan Penggunaan Masker Medis,” vol. 14, no. 3, hal. 459–470, 2020.
- [5] Indrawati, F. Datau, P. Akuba, I. Anani, dan J. Matematika, “Pemodelan Matematika 318 Universitas Negeri Gorontalo Model Epidemik SIR Penyebaran Penyakit Tuberculosis dengan Vaksinasi,” hal. 318–330, 2020.
- [6] I. Suryani dan F. Ariad, “Analisis Kestabilan Model Seirs Pada Penyebaran Penyakit Flu Singapura (Hand, Food, and Mouth Disease) dengan Saturated Incidence Rate,” *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 4, no. 2, hal. 63–73, 2018.
- [7] D. Lestari, “Diktat Persamaan Diferensial,” hal. 41, 2013.
- [8] V. A. Fitria, “Model Matematika Terhadap Penyebaran Penyakit Tuberculosis di Rumah Sakit Paru Batu,” *Jurnal Ilmul Teknologi informasi. Asia*, vol. 5, no. 2, hal. 60–67, 2011.
- [9] P. Sistem, P. Diferensial, dan M. D. Matriks, “Edy Sarwo Agus Wibowo , Yuni Yulida , Thresye,” vol. 7, no. 2, hal. 1–8, 2013.
- [10] Olsder. G.J. dan Woude. J.W. van der, “*Mathematical Sistem Theory.*” Edisi ke-2. Netherlands, 2003.
- [11] A. H dan R.P C, “Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi,” jakarta: Erlangga, 2004.
- [12] H. J.K dan H. Kocak, “*Dynamic and Bifurcations,*” Springer-V. New York, 1991.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- [13] H. Hasnawati, R. Rationingsih, dan J. W. Puspita, “Analisis Kestabilan Model Matematika Pada Penyebaran Kanker Serviks Menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz,” *Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, vol. 14, no. 1, hal. 120–127, 2017, doi: 10.22487/2540766x.2017.v14.i1.8360.
- [14] A. Linda J.S., “An Introduction to Mathematical Biology.” Pearson, Inggris, 2007.
- [15] Resmawan, “Pemodelan matematika Epidemi,” no. September, 2017.





Lampiran 1

```

> restart : with(plots) : with(DEtools);
> pi := 0.092; ε := 0.021; β := 0.034; μ := 0.021; α := 0.401; c
  := 0.221; k := 0.009; δ := 0.62; N := 983356 :
> de1 := diff(S(t), t) = pi + k · R(t) - μ · S(t) -  $\frac{\beta \cdot M(t) \cdot S(t)}{1 + \alpha \cdot (M(t))^2}$ ;
> de2 := diff(E(t), t) =  $\frac{\beta \cdot M(t) \cdot S(t)}{1 + \alpha \cdot (M(t))^2}$  - (μ + ε + δ) · E(t);
> de3 := diff(M(t), t) = ε · E(t) - (μ + α + c) · M(t);
> de4 := diff(R(t), t) = c · M(t) + δ · E(t) - (μ + k) · R(t);
> inits := [S(0) = 981409, E(0) = 859, M(0) = 1088, R(0) = 473];
> myopts := stepsize = 0.1;
> plot1 := DEplot([de1, de2, de3, de4], [S(t), E(t), M(t), R(t)], t
  = 0 ..2500, [inits], scene = [t, S], arrows = none, myopts) :
  display(plot1);

> plot2 := DEplot([de1, de2, de3, de4], [S(t), E(t), M(t), R(t)], t
  = 0 ..2500, [inits], scene = [t, E], arrows = none, myopts,
  linecolor = red) : display(plot2);

> plot3 := DEplot([de1, de2, de3, de4], [S(t), E(t), M(t), R(t)], t
  = 0 ..2500, [inits], scene = [t, M], arrows = none, myopts,
  linecolor = green) : display(plot3);

> plot4 := DEplot([de1, de2, de3, de4], [S(t), E(t), M(t), R(t)], t
  = 0 ..2500, [inits], scene = [t, R], arrows = none, myopts,
  linecolor = blue) : display(plot4);

```

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan di Pekanbaru, 07 Juli 1999, sebagai anak kelima dari lima bersaudara dari pasangan Bapak Syafri dan Ibu Herlina. Penulis menyelesaikan pendidikan formal pada Taman Kanak – Kanak Diniyah Putri Pekanbaru tahun 2005. Menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar Negeri 036 Pekanbaru yang telah berubah nama menjadi Sekolah Dasar Negeri 49 Pekanbaru pada tahun 2011. Menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP N 32 Pekanbaru pada tahun 2014 dan menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA N 2 Mandau pada tahun 2017. Setelah menyelesaikan pendidikan di bangku SMA, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan lulus di Fakultas Sains dan Teknologi dengan program studi Matematika.

Pada bulan Januari 2020 penulis melaksanakan Kerja Praktek di UPT Perbenihan Tanaman Hutan Dinas Lingkungan Hidup dan Kehutanan Provinsi RIAU dengan judul “Penerapan Metode Peramalan Pemulusan Eksponensial Ganda Dari Brown Pada Jumlah Produksi Bibit Nangka Tahun 2020 Di UPT Perbenihan Tanaman Hutan Dinas Lingkungan Hidup Dan Kehutanan Provinsi Riau” yang dibimbing oleh bapak Zukrianto, M.Si, dan bapak Dedy Sugiartono, S.Hut.T pada tanggal 06 Januari sampai 16 Februari 2020 dan diseminarkan pada tanggal 20 Juni 2020. Kemudian pada tahun yang sama penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kabupaten Bengkalis, Kecamatan Mandau, Kelurahan Duri Barat,

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.