



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



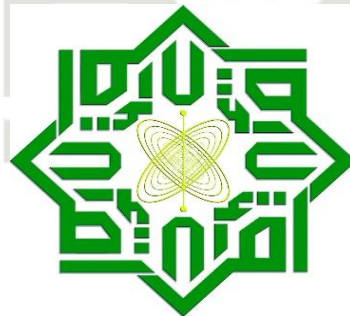
**MODEL EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK SERTA ANALISIS
KESTABILAN MODEL PADA PERHITUNGAN PROYEKSI
PENDUDUK PROVINSI RIAU**

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

NUR KHASANAH
11754200219



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU**

2022

LEMBAR PERSETUJUAN

MODEL EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK SERTA ANALISIS KESTABILAN MODEL PADA PERHITUNGAN PROYEKSI PENDUDUK PROVINSI RIAU

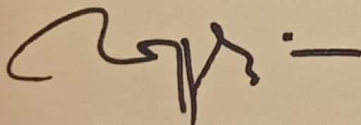
TUGAS AKHIR

oleh:

NUR KHASANAH
11754200219

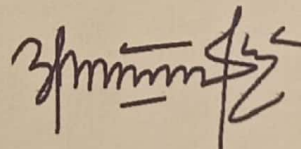
Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 15 Juli 2022

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing



Irma Suryani, M.Sc
NIK. 130 517 091

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK SERTA ANALISIS KESTABILAN MODEL PADA PERHITUNGAN PROYEKSI PENDUDUK PROVINSI RIAU

TUGAS AKHIR

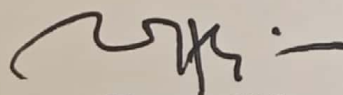
oleh:

NUR KHASANAH
11754200219

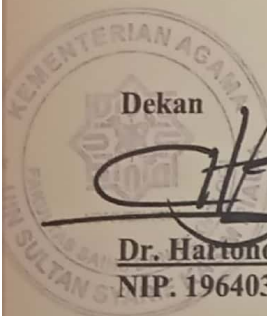
Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 15 Juli 2022

Pekanbaru, 15 Juli 2022
Mengesahkan

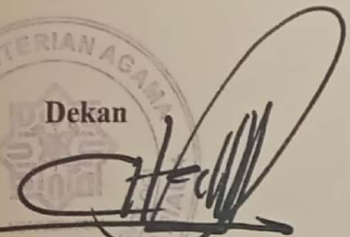
Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003



Dekan



Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

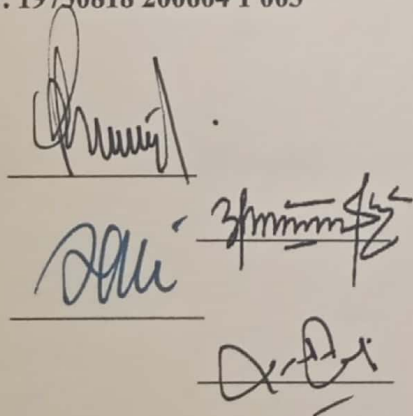
DEWAN PENGUJI

Ketua : Rahmadeni, M.Si.

Sekretaris : Irma Suryani, M.Sc.

Anggota I : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.

Anggota II : Nilwan Andiraja, M.Sc.



Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : Nur Khasanah.
NIM : 11754200219
Tempat/ Tgl. Lahir : Selatpanjang, 27-Maret-2000
Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi
Prodi : Matematika.

Judul ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*~~:

Model Eksponensial dan Logistik Serta Analisis Kestabilan Model
Pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Provinsi Riau.

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*~~ dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*~~ saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/(Karya Ilmiah lainnya)*~~ saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 26 - Juli - 2022
Yang membuat pernyataan



Nur Khasanah.
NIM : 11754200219

- pilih salah satu sesuai jenis karya tulis



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 15 Juli 2022
Yang membuat pernyataan,

NUR KHASANAH
11754200219

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim. Tiada henti ungkapan syukur kepada Allah 'Azza wa Jalla, atas kemudahan, karunia dan limpahan rahmat yang telah diberikan-Nya sehingga penulisan Tugas Akhir ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam senantias tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shalallahu 'alaihi wassallam.*

Kupersembahkan karya sederhana ini kepada mereka yang sangat berjasa

Bapak dan Ibu Tercinta

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tiada terhingga kepada Bapak Komalasari, A.Ma.Pd (*Rahimahullah*) dan Ibu Muryani, S.Pd. SD, sosok yang tak kenal letih berjuang dalam membesarkanku, mendoakan kebaikan untukku, memberikan dukungan, serta ridho dan cinta kasih tulus yang tiada terbilang. *Jazakumullahu Khairon.* Semoga Allah 'Azza Wa Jalla membalas segala kebaikan Bapak dan Ibu di dunia maupun di akhirat. *Aamiin.*

Keluargaku Terkasih

Terima kasih kepada seluruh keluargaku teristimewa kakak, abang, ipar dan adikku (Kak Yenni, Bang Beni, Kak As, Bang Rozi, Bang Ryo Haryadi, dan Fauzan) yang selalu memberikan dukungan, bantuan, perhatian, motivasi, serta nasihat kepada penulis selama menempuh dunia pendidikan.

Sahabatku Tersayang

Untuk sahabat dan teman-temanku yang menjadi *support system* dan penghibur dikala sedih dan gundah. Terima kasih atas bantuan dan dukungan kalian (Ferdawati Putri, Aldewissiana, Nelly Yana, Sherly Andriani, Dewi Angelina, Sri Putri Ayu, Fitri Kurniyawati, Nuria Dani Rambe, Lisa Rahayu, Nadiatul Khairi, Yolanda Wulandari, Muhammad Nurhidayat, Khaidir, Stray Kids, BTS, serta seluruh teman-teman Matematika Angkatan 2017 terkhusus kelas B) *Jazakumullahu Khairon*, semoga kelak kalian semua menjadi orang yang sukses dimanapun kalian berada. *Aamiin.*

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Kepada Ibu Irma Suryani, M.Sc selaku dosen pembimbing tugas akhir saya, terima kasih banyak atas bantuan, nasihat dan tunjuk ajar ibu kepada saya, semoga Allah membalas kebaikan ibu. *Aamiin.*

Selembar kertas ini tidaklah cukup untuk menuliskan seluruh kebaikan mereka yang tak terhitung banyaknya. Semoga dengan terselesaikannya Tugas Akhir ini bisa menjadi langkah awal agar penulis bisa menjadi insan yang lebih baik dan bermanfaat. Semoga kelak kita dikumpulkan kembali dalam kebaikan di tempat terbaik. *Aamiin ya Rabbal 'Alamin.*

MODEL EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK SERTA ANALISIS KESTABILAN MODEL PADA PERHITUNGAN PROYEKSI PENDUDUK PROVINSI RIAU

NUR KHASANAH
11754200219

Tanggal Sidang : 15 Juli 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Pertumbuhan penduduk di Indonesia mengalami peningkatan setiap tahunnya, sehingga perlu dilakukan proyeksi kependudukan. Proyeksi penduduk dapat dihitung menggunakan pemodelan matematika menggunakan persamaan diferensial yaitu dengan model eksponensial dan logistik. Model eksponensial adalah model yang menggambarkan populasi yang terus bertumbuh dan tidak dibatasi oleh lingkungan. Sedangkan model logistik adalah model pertumbuhan populasi yang mempertimbangkan daya dukung lingkungan yang terbatas. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan proyeksi penduduk menggunakan model eksponensial dan logistik serta menganalisis kestabilan pada model logistik pada data penduduk Provinsi Riau. Pada model eksponensial dan logistik diasumsikan bahwa N_0 adalah populasi awal dan t adalah waktu yang diukur dalam tahun. Analisis kestabilan dilakukan dengan metode linearisasi persamaan disekitar titik tetap, lalu menyelidiki distribusi nilai eigen dari matriks jacobian sistem linier yang didapatkan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model eksponensial IV dengan bentuk persamaan $N = 6.344.402e^{(0,02357)t}$ sebagai model terbaik dengan galat sebesar 1,9845, dan model logistik IV dengan bentuk persamaan $N = \frac{13.709.495,15}{(1,16088)e^{-(0,04582)t} + 1}$ sebagai model terbaik dengan galat sebesar 1,91629. Analisis kestabilan model logistik mempunyai 2 titik tetap yaitu $N^* = 0$ dan $N^* = K$. Titik tetap $N^* = 0$ merupakan titik kesetimbangan stabil. Sedangkan $N^* = K$ terjadi perubahan kestabilan akibat adanya waktu tunda.

Kata Kunci : Analisis Kestabilan, Model Eksponensial, Model Logistik, Waktu Tunda

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



EXPONENTIAL AND LOGISTIC MODELS AND ANALYSIS OF MODEL STABILITY IN THE CALCULATION OF POPULATION PROJECTIONS FOR RIAU PROVINCE

**NUR KHASANAH
11754200219**

Date of Final Exam : 15th July 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

Population growth in Indonesia is increasing every year, so it is necessary to do population projections. Population projections can be calculated using mathematical modeling using differential equations, namely exponential and logistic models. The exponential model is a model that describes a population that continues to grow and is not limited by the environment. While the logistic model is a population growth model that considers the limited carrying capacity of the environment. This final project aims to obtain population projections using exponential and logistic models as well as to analyze the stability of the logistic model in the population data of Riau Province. In the exponential and logistic models it is assumed that N_0 is the initial population and t is the time measured in years. Stability analysis was carried out by linearizing the equations around a fixed point, then investigating the distribution of the eigenvalues of the jacobian matrix of the linear system obtained. The results showed that the exponential model IV with the equation form $N = 6.344.402e^{(0,02357)t}$ as the best model with error value of 1.9845, and the logistical model IV with the equation form $N = \frac{13.709.495,15}{(1,16088)e^{-(0,04582)t} + 1}$ with error value of 1.91629..

The stability analysis of the logistic model has two fixed points, $N^* = 0$ and $N^* = K$. The fixed point $N^* = 0$ is the point of stable equilibrium. While $N^* = K$ there is a change in stability due to the time delay.

Keywords : Stability Analysis, Exponential Model, Logistic Model, Time Delay

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Bismilahirrahmanirrahim.

Alhamdulillahrabbi' alamin. Ungkapan syukur kepada Allah *Subhanahu wa Ta'ala* atas rahmat dan hidayah-Nya penulis mendapat kemudahan dalam penyusunan laporan Tugas Akhir dengan judul **“Model Eksponensial dan Logistik serta Analisis Kestabilan Model pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Provinsi Riau”**. Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shalallahu'alaihi Wassallam*.

Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat dalam menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc., selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, dan selaku Penguji II yang telah banyak memberikan arahan, kritik dan saran kepada penulis.

Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si., selaku Penasihat Akademik yang telah memberi tuntunan serta arahan kepada penulis selama proses perkuliahan.

Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Pembimbing Tugas Akhir penulis yang telah banyak bersabar, meluangkan waktu, membantu, serta memberi dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc., selaku Penguji I yang telah banyak memberikan arahan, kritik dan saran dalam pengerjaan tugas akhir ini.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Terkhusus untuk kedua orangtua penulis, yang selalu memberikan dukungan, mendoakan, memotivasi, memberikan nasihat serta petunjuk ajar kepada penulis.

Seluruh Bapak dan Ibu Dosen serta staf pegawai Program Studi Matematika yang telah memberi ilmu pengetahuan, arahan dan masukan selama proses perkuliahan, semoga kebaikan Bapak dan Ibu menjadi pemberat amal kebaikan di hari akhir nanti.

Seluruh Sahabat dan Teman penulis serta keluarga besar Program Studi Matematika.

Penulis menyadari bahwa laporan tugas akhir ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini.

Pekanbaru, 15 Juli 2022

Penulis,

NUR KHASANAH
NIM. 11754200219

UIN SUSKA RIAU



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	4
1.6 Sistematika Penelitian	4
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Pemodelan Matematika	5
2.2 Persamaan Diferensial	7
2.3 Analisis Kesetimbangan	8
2.4 Linearisasi.....	9
2.5 Model Pertumbuhan Populasi.....	11
2.5.1 Model Pertumbuhan Eksponensial	11
2.5.2 Model Pertumbuhan Logistik	12
2.5.3 Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda.....	13
2.6 MAPE.....	14

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB III METODE PENELITIAN	15
BAB IV PEMBAHASAN.....	16
4.1 Penyelesaian Model Eksponensial	17
4.2 Penyelesaian Model Logistik	22
4.3 Analisis Galat Model	32
4.4 Analisis Kestabilan	33
4.5 Simulasi Numerik	38
BAB V PENUTUP	43
5.1 Kesimpulan.....	43
5.2 Saran	44
DAFTAR PUSTAKA	45
LAMPIRAN 1 DATA PENDUDUK.....	47
LAMPIRAN 2 SOURCE CODE PROGRAM MATLAB.....	48
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	50

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Alur Pemodelan Matematika	5
Gambar 2.2 Grafik Pertumbuhan Eksponensial	11
Gambar 2.3 Grafik Pertumbuhan Logistik	12
Gambar 4.1 Grafik Jumlah Penduduk Provinsi Riau 2015-2020.....	16
Gambar 4.2 Grafik Model Eksponensial Jumlah Penduduk Provinsi Riau	22
Gambar 4.3 Grafik Model Logistik Jumlah Penduduk Provinsi Riau	31
Gambar 4.4 Grafik Model Logistik dengan $N(0) = 6.344.402$, $K = 13.709.495,15$ dan $r = 0,04586$	31
Gambar 4.5 Simulasi Persamaan Logistik Dengan dan Tanpa Waktu Tunda.....	39

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Interpretasi Nilai <i>Mean Absolute Percentage Error</i>	14
Tabel 4.1 Jumlah Penduduk di Provinsi Riau Tahun 2015-2020	16
Tabel 4.2 Perbandingan Data Aktual dan Model Eksponensial.....	21
Tabel 4.3 Perbandingan Data Aktual dan Model Logistik.....	30
Tabel 4.4 Galat Model Eksponensial dalam Persen.....	32
Tabel 4.5 Galat Model Logistik dalam Persen.....	33

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penduduk	47
Lampiran 2 <i>Source Code</i> Program MATLAB	48



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Populasi adalah sekumpulan individu dengan spesies yang sama yang hidup pada suatu wilayah tertentu, sehingga populasi manusia juga dapat diartikan seluruh jumlah penduduk di suatu daerah tertentu. Setiap tahunnya pertumbuhan penduduk di Indonesia semakin meningkat. Dengan angka kepadatan dan laju pertumbuhan penduduk yang tinggi, dapat menyebabkan permasalahan dalam berbagai aspek kehidupan, seperti kemacetan, berkurangnya ketersediaan lahan, krisis keamanan, kebutuhan pangan, lapangan pekerjaan yang semakin berkurang, angka pengangguran yang tinggi dan lain-lain [1]. Dengan adanya permasalahan ini diperlukan proyeksi kependudukan sebagai sistem pendukung yang membantu pemerintah dalam pembuatan kebijakan. Hasil dari proyeksi kependudukan bermanfaat untuk perencanaan dalam persediaan pangan, fasilitas Kesehatan, keamanan, fasilitas Pendidikan, pemukiman, lapangan kerja dan rencana pembangunan lainnya.

Adapun metode yang digunakan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) dalam melakukan proyeksi kependudukan adalah dengan metode matematik, metode komponen dan metode campuran. Proyeksi penduduk juga dapat dihitung menggunakan pemodelan matematika menggunakan persamaan diferensial. Sehingga model matematika yang digunakan dalam kasus ini adalah persamaan diferensial model eksponensial dan logistik [2].

Model eksponensial menggambarkan populasi yang terus bertumbuh dan tidak dibatasi oleh lingkungan sehingga tidak terjadi suatu kompetisi untuk mendapatkan sumberdaya. Pada model eksponensial diasumsikan laju pertumbuhan penduduk proporsional dengan jumlah penduduk. Sedangkan pada model logistik memasukkan sejumlah batas agar jumlah populasi tidak berkembang secara tak terhingga [3]. Pada model logistik pertumbuhan populasi

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

tidak hanya bergantung pada jumlah yang terus bertumbuh tetapi juga sejauh mana batas dari faktor logistik yang tersedia untuk mendukung kehidupan [4].

Namun pada keadaan sebenarnya, sepanjang waktu pertumbuhan daya dukung lingkungan mengalami perubahan, yang mengakibatkan pertumbuhan akan mengalami penundaan. Akibatnya akan terjadi penurunan populasi namun kemudian terjadi peningkatan kembali sehingga membentuk osilasi pada pertumbuhan populasi. Jika persamaan logistik diasumsikan tidak terjadi penundaan waktu pada proses pertumbuhan populasi, maka model akan menghasilkan solusi yang berbentuk fungsi monoton naik atau turun. Sedangkan jika terjadi osilasi, solusi yang dihasilkan bukan fungsi yang monoton [5].

Penelitian yang relevan mengenai model eksponensial dan logistik diantaranya oleh Dewi Anggreini [4] untuk mengetahui proyeksi penduduk di Provinsi Jawa Timur dengan menggunakan model eksponensial dan logistik berdasarkan tingkat pertumbuhan dan daya dukung. Penelitian ini memilih model terbaik berdasarkan hasil nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) terkecil. Diperoleh Model Eksponensial V dengan proyeksi penduduk pada tahun 2030 sebesar 43.997.165,5 jiwa dan Model Logistik V dengan proyeksi penduduk pada tahun 2030 sebesar 41.444.035 jiwa dengan laju pertumbuhan penduduk sebesar 0,05111.

Berdasarkan penelitian oleh Nasrun Rozikin [6] mengenai aplikasi persamaan diferensial pada model pertumbuhan penduduk Kota Mataram yaitu Model Eksponensial dan Model Logistik dapat ditentukan besarnya pendugaan jumlah penduduk Kota Mataram pada tahun 2024. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model pertumbuhan eksponensial memiliki tingkat keakuratan sebesar 99,6% sedangkan dengan model pertumbuhan logistik menghasilkan tingkat kepercayaannya sebesar 97,9%. Adapun hasil estimasi jumlah penduduk di Kota Mataram pada tahun 2024 adalah sebesar 526.085 jiwa.

Berdasarkan penelitian oleh Timuneno [5] untuk memeriksa kesetimbangan dari model pertumbuhan logistik dilakukan analisis titik-titik kesetimbangan model pertumbuhan populasi dengan penundaan waktu. Hal inilah yang mendasari penulis untuk membahas kembali proyeksi kependudukan menggunakan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

model eksponensial dan logistik serta menganalisis kestabilan model logistik dengan pengaruh waktu tunda. Oleh karena itu penulis mengambil judul penelitian yaitu “**Model Eksponensial dan Logistik serta Analisis Kestabilan Model pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Provinsi Riau**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan pada latar belakang, maka dalam penelitian ini permasalahan yang akan diselesaikan yaitu:

Bagaimana proyeksi penduduk menggunakan model eksponensial dan model logistik di Provinsi Riau.

Bagaimana analisis kestabilan model logistik.

Bagaimana simulasi model persamaan logistik tanpa waktu tunda dan persamaan logistik dengan waktu tunda.

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah yang perlu diperhatikan pada penulisan laporan tugas akhir ini sebagai berikut:

- a. Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa data jumlah penduduk per tahun 2015-2020 yang diambil dari *website* Badan Pusat Statistik Provinsi Riau.

Metode yang digunakan pada penelitian adalah model eksponensial dan model logistik.

Populasi bersifat tertutup dan daya dukung lingkungan terbatas.

2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini sebagai berikut:

Mendapatkan proyeksi penduduk menggunakan model eksponensial dan model logistik di Provinsi Riau.

Mengetahui kestabilan model logistik.

Mensimulasikan model persamaan logistik tanpa waktu tunda dan persamaan logistik dengan waktu tunda.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini diantaranya:

- Untuk mendapatkan bentuk model pertumbuhan penduduk Provinsi Riau.
- Memberikan informasi serta penerapan penyelesaian persamaan diferensial dalam proyeksi penduduk Provinsi Riau.

Sistematika Penelitian

Sistematika penulisan laporan Tugas Akhir terdiri dari:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan menguraikan tentang latar belakang pemilihan judul, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penelitian.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini berisi tentang teori-teori mengenai hal-hal yang digunakan sebagai acuan penelitian, seperti: pemodelan matematika, persamaan diferensial, analisis kesetimbangan, linearisasi, model pertumbuhan populasi, dan MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*).

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisi tahapan-tahapan yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi tentang tahapan-tahapan yang dilakukan untuk mendapatkan hasil penelitian.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian.

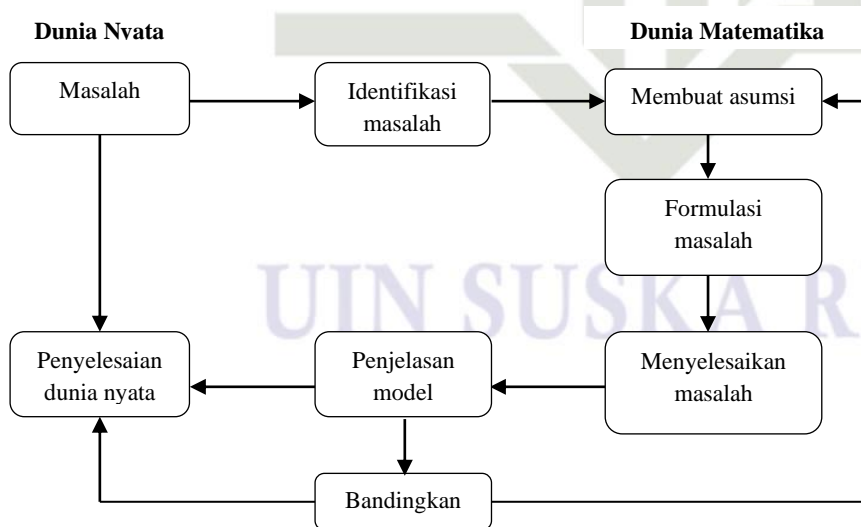
BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Pemodelan Matematika

Model menggambarkan pemahaman kita tentang bagaimana dunia berfungsi. Dalam pemodelan matematika, pemahaman tersebut diterjemahkan ke dalam bahasa matematika. Keuntungan menggunakan model matematika diantaranya:

- a. Matematika adalah bahasa yang sangat tepat, sehingga memudahkan untuk merumuskan ide-ide dan mengidentifikasi yang mendasari asumsi.
- b. Matematika adalah bahasa yang ringkas, dengan aturan manipulasi yang jelas.
- c. Semua hasil yang telah dibuktikan oleh para ahli matematika selama ratusan tahun sudah tersedia untuk diterapkan.
- d. Perhitungan numerik dapat digunakan menggunakan komputer.

Tujuan dari pemodelan adalah mengembangkan pemahaman ilmiah, menguji pengaruh perubahan dalam suatu sistem, serta membantu dalam pengambilan keputusan [7]. Langkah-langkah pemodelan matematika sebagai berikut: [8]



Gambar 2.1 Diagram Alur Pemodelan Matematika

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Keterangan :

Identifikasi masalah, yaitu mampu memahami masalah yang diambil dari dunia nyata yang akan dirumuskan sehingga dapat ditranslasi ke dalam bahasa matematika.

Membuat asumsi, yaitu dengan cara menyederhanakan banyaknya faktor yang berpengaruh terhadap kejadian yang sedang diamati dengan mengasumsikan hubungan sederhana antara variabel. Asumsi tersebut dibagi dalam dua kategori utama yaitu:

- a. Klasifikasi variabel

Pemodelan mengidentifikasi variabel terhadap hal-hal yang mempengaruhi tingkahlaku pengamatan.

- b. Menentukan interelasi antara variabel yang terseleksi untuk dipelajari. Pemodelan membuat sub model sesuai asumsi yang telah dibuat pada model utama, kemudian mempelajari secara terpisah pada satu atau lebih variabel bebas.

3. Memformulasikan masalah ke dalam bentuk matematika

Setelah asumsi-asumsi dibuat, maka selanjutnya asumsi-asumsi tersebut dibentuk ke dalam bentuk matematika atau sering disebut sebagai model matematika.

Menyelesaikan dan menginterpretasikan model

Setelah model diperoleh kemudian diselesaikan secara matematis, dalam hal ini model yang digunakan dan penyelesaiannya menggunakan persamaan diferensial. Apabila pemodel mengalami kesulitan untuk menyelesaikan model dan interpretasi model, maka ke Langkah 2 dan membuat asumsi sederhana tambahan atau kembali ke langkah 1 untuk membuat definisi ulang dari permasalahan. Penyederhanaan atau definisi ulang sebuah model merupakan bagian yang penting dalam model matematika.

Membandingkan solusi atau hasil yang diperoleh, artinya apakah hasil yang diperoleh sesuai dengan asumsi yang dibuat berdasarkan data yang ada



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan yang mengandung turunan dari satu atau lebih fungsi yang tidak diketahui (atau variabel tak bebas), masing-masing dengan satu atau lebih variabel bebas disebut persamaan diferensial.

Definisi 2.1 [9] Suatu persamaan diferensial biasa orde n adalah suatu persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk

$$y^{(n)} = F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}) \tag{2.1}$$

dimana $y, y', \dots, y^{(n)}$ semua ditentukan oleh nilai x .

Persamaan diferensial biasa orde satu biasanya dapat ditulis dalam bentuk

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0. \tag{2.2}$$

Dari bentuk umum Persamaan (2.2), dimisalkan $M(x, y) = f_1(x)g_2(y)$ dan $N(x, y)dy = f_2(x)g_1(y)$, berdasarkan persamaan diferensial orde satu dengan peubah terpisah diperoleh penyelesaian umum

$$\int \frac{f_1x}{f_2x} dx + \int \frac{g_1y}{g_2y} dy = C. \tag{2.3}$$

$$\int f(x)dx + \int g(y)dy = c. \tag{2.4}$$

Suatu persamaan diferensial biasa orde n dalam satu variabel tak bebas dapat ditulis ke dalam bentuk $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$. Dimana F adalah fungsi bernilai riil dari $n + 2$ variabel: $x, y, y', \dots, y^{(n)}$ ditentukan oleh nilai x .

Suatu persamaan diferensial biasa orde n dikatakan linier jika F linier di $y, y', \dots, y^{(n)}$. Artinya sebuah persamaan orde n linier jika

$$y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y - g(x) = 0 \text{ atau}$$

$$y^{(n)} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x) \tag{2.5}$$

Pada Persamaan (2.5) untuk $n = 1$ linier orde satu dan $n = 2$ linier orde dua.

$$y' + a_0(x)y = g(x), \text{ dan } a_2(x) \frac{d^2y}{dx^2} + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x) \tag{2.6}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sifat-sifat dari persamaan diferensial linier diantaranya adalah:

Variabel terikat y dan seluruh turunannya $y', y'', \dots, y^{(n)}$ yang paling tinggi berpangkat satu.

Koefisien a_0, a_1, \dots, a_n dari $y, y', \dots, y^{(n)}$ bergantung pada variabel bebas x .

Persamaan diferensial non linier adalah persamaan diferensial biasa yang variabel terikat atau turunannya berderajat lebih dari satu dan atau terdapat perkalian antara variabel tak bebas dan turunannya [10].

2.3 Analisis Kestimbangan

Suatu sistem persamaan diferensial dikatakan stabil jika sistem tersebut tidak mengalami perubahan sepanjang waktu (konstan). Analisis kestabilan dilakukan untuk mengetahui informasi yang menggambarkan perilaku sistem pada titik kesetimbangan. Keadaan setimbang tersebut dikatakan stabil jika semua solusi yang dekat dengan titik kesetimbangan menuju titik kesetimbangan tersebut. Berikut ini diberikan definisi tentang titik kesetimbangan dan kestabilan:

Definisi 2.2 (Titik Kesetimbangan) [11]: Misalkan diberikan suatu persamaan diferensial autonomus

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x(t_0) = x_0. \tag{2.7}$$

Titik x^* disebut titik kritis jika $f(x^*) = 0$. Titik tetap x^* merupakan solusi (2.7) yang bernilai konstan sebab $\frac{dx}{dt} = 0$, sehingga titik tetap disebut juga titik

kesetimbangan. Keadaan yang menyebabkan $\frac{dx}{dt} = 0$ disebut dengan keadaan setimbang dan titik yang memenuhi disebut titik kesetimbangan.

Sedangkan kestabilan titik kesetimbangan dapat dijelaskan menggunakan definisi berikut:

Definisi 2.3 (Kestabilan Titik Kesetimbangan) [11]: Misalkan solusi dari Persamaan diferensial (2.7) adalah $\bar{x} = x(t_0)$. Titik kesetimbangan $(x_1^*, \dots, x_n^*) = \bar{x}^*$ dikatakan:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Stabil jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - x^*\| < \delta$ berlaku $\|x(t) - x^*\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$.

Stabil asimtotik jika titik ekuilibrium $x^* \in R^n$ stabil dan terdapat bilangan $\delta_0 > 0$ sehingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - x^*\| < \delta_0$ maka berlaku $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x^*$.

Tidak stabil jika ekuilibrium $x^* \in R^n$ tak memenuhi (a).

Selanjutnya untuk mempelajari perilaku dari solusi sistem dilakukan penyelidikan terhadap perilaku titik kesetimbangan. Titik kesetimbangan dan kestabilannya dapat memberikan informasi mengenai solusi periodik dari persamaan diferensial. Berikut diberikan definisi mengenai orbit periodik.

Pertimbangkan bidang vektor

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x \in \mathbb{R}^n \tag{2.8}$$

dan memetakan

$$x \rightarrow g(x), \quad x \in \mathbb{R}^n$$

Definisi 2.4 (Orbit Periodik) [12]: (Bidang Vektor) sebuah solusi dari persamaan (2.8) melalui titik x_0 dikatakan periodik dengan periode T jika terdapat $T > 0$ sehingga $x(t, t_0) = x(t + T, x_0)$ untuk setiap $t \in \mathbb{R}$. Orbit $x_0 \in \mathbb{R}^n$ dikatakan periodik dengan periode $k > 0$ jika $g^k(x_0) = x_0$.

Dapat dinyatakan bahwa jika solusi dari (2.8) adalah periodik dari periode T maka jelas itu adalah periode nT untuk setiap bilangan bulan $n > 1$.

2.4 Linearisasi

Linearisasi adalah perubahan dari suatu sistem persamaan nonlinier ke sistem persamaan linier. Untuk mendapatkan kestabilan titik kesetimbangan pada sistem persamaan nonlinier digunakan Matriks Jacobian.

Definisi 2.4 [13]: Matriks yang berhubungan dengan sebuah fungsi $f : R^n \rightarrow R^n$ yang memiliki koordinat fungsi f_1, f_2, \dots, f_m dengan entri (i, j) dari $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_0)$, turunan parsial pertama dari atas daerah asal fungsi f .



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\text{Matriks : } J(f(x)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Dinamakan matriks jacobian dari f di titik x . Selanjutnya akan dilakukan penyelesaian dengan metode linearisasi. Berikut definisi metode linearisasi:

Definisi 2.5 [14]: Sistem $\dot{x} = J(f(x^*))$ disebut linearisasi sistem (2.9) di x^* .

Setelah proses linearisasi dilakukan pada Sistem (2.9) selanjutnya perilaku kestabilan di sekitar titik ekuilibrium dapat ditentukan. Kestabilan titik tetap pada Sistem (2.9) dapat ditentukan berdasarkan nilai eigen matriks jacobian pada metode linearisasi dengan melihat persamaan karakteristik dari matriks Jacobian di titik x^* . Definisi nilai eigen sebagai berikut:

Definisi 2.6 [14]: Jika A adalah suatu matriks $n \times n$, maka sebuah vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen dari A jika Ax adalah sebuah kelipatan skalar dari x , berlaku:

$$Ax = \lambda x \quad (2.10)$$

untuk skalar sebarang λ . Skalar λ disebut nilai eigen dari A dan x disebut vektor eigen yang bersesuaian dengan λ . Untuk menentukan nilai eigen dari matriks A yang berukuran $n \times n$, maka Persamaan (2.10) ditulis sebagai berikut:

$$Ax = \lambda Ix$$

atau secara ekuivalen,

$$(\lambda I - A)x = 0 \quad (2.11)$$

dimana I merupakan matriks identitas. Agar λ dapat menjadi nilai eigen, Persamaan (2.11) harus terdapat satu solusi tak nol dengan jika dan hanya jika:

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) disebut persamaan karakteristik matriks A .

Dengan memperhatikan nilai-nilai eigen, yaitu $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ yang diperoleh dari persamaan karakteristik, dapat diketahui kestabilan titik tetap x^* .

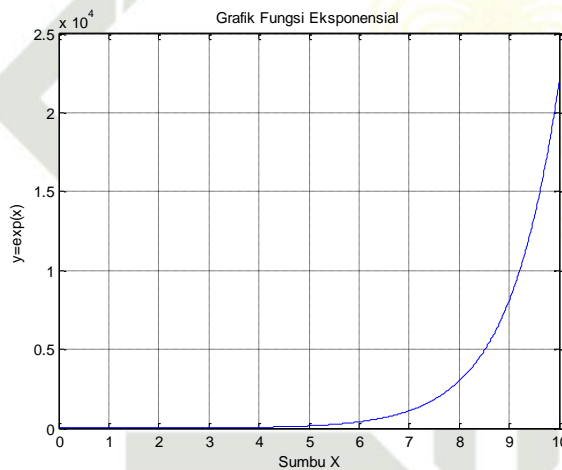
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.5 Model Pertumbuhan Populasi

2.5.1 Model Pertumbuhan Eksponensial

Model pertumbuhan eksponensial dikenal dengan model pertumbuhan populasi penduduk Malthus. Thomas Malthus (1798) membuat sebuah model pertumbuhan penduduk dasar (model pertumbuhan eksponensial) untuk mengestimasi populasi yang laju pertumbuhannya konstan. Model eksponensial mengatakan bahwa populasi penduduk berkembang tak terbatas sebab faktor lingkungan semisal kompetisi dalam memperoleh makanan. Alam bebas merupakan tempat pertama dilakukan pengamatan untuk populasi yang tumbuh secara eksponensial. Dinamika populasi bisa diaproksimasi menggunakan model eksponensial hanya untuk waktu jangka pendek dengan asumsi laju pertumbuhan terhadap jumlah populasi berbanding lurus [15].



Gambar 2.2 Grafik Pertumbuhan Eksponensial

Misal jumlah populasi pada saat t dinyatakan dengan $N(t)$, kemudian jumlah populasi saat $t = 0 = t_0$ adalah N_0 yang laju kelahiran dan kematiannya konstan b dan d serta laju pertumbuhan populasi dinyatakan dengan r , dimana $k = b - d$ maka bentuk model eksponensial dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) \tag{2.13}$$

Solusi model dari Persamaan (2.13) adalah sebagai berikut:

$$N(t) = N_0 e^{rt} \tag{2.14}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

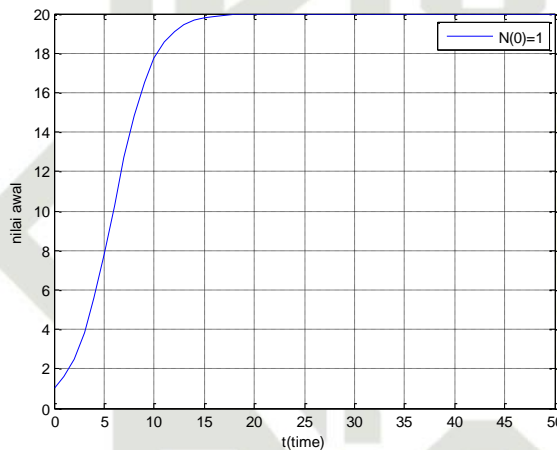
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dalam hal ini jika r bernilai positif artinya populasi akan meningkat secara eksponensial sedangkan jika r bernilai negatif maka populasi akan semakin punah. Dari Persamaan (2.14) diperoleh persamaan laju intrinsik (r)

$$\ln \frac{N_t}{N_0} = \frac{r t}{t} \tag{2.15}$$

2.5.2 Model Pertumbuhan Logistik

Model logistik diperkenalkan oleh seorang matematikawan dan ahli biologi Belanda pada tahun 1836 yaitu Pierre Verhulst. Model tersebut adalah sebuah inovasi dari model sebelumnya yaitu model eksponensial (Malthus).



Gambar 2.3 Grafik Pertumbuhan Logistik

Model logistik melibatkan faktor logistik yaitu faktor ruang hidup dan makanan disebabkan model pertumbuhan alami tidak cukup akurat untuk populasi besar dan tempat yang terbatas yang akhirnya menimbulkan kendala disebabkan populasi yang padat akan menyebabkan populasi di tempat tersebut berkurang. Penggunaan model logistik didasari oleh fakta bahwa besar kecilnya populasi bergantung pada kerapatannya, oleh karenanya laju kelahiran dan laju kematian tidak konstan. Verhulst mengajukan persamaan logistik sebagai berikut:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right) \tag{2.16}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi khusus Persamaan (2.16) adalah

$$N = \frac{K}{e^{-rt} \left(\frac{K}{N_0} - 1 \right) + 1} \quad (2.17)$$

Keterangan :

- N = jumlah populasi
- N_0 = jumlah populasi awal $t = 0$
- K = daya tampung (*carrying capacity*)
- r = laju pertumbuhan
- t = waktu

Persamaan (2.17) adalah bentuk sederhana dari solusi khusus model logistik yang selanjutnya akan dipakai dalam melakukan proyeksi penduduk.

2.5.3 Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda

Persamaan logistik dengan waktu tunda dikenal dengan persamaan Hutchinson memiliki bentuk umum sebagai berikut:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) \left(1 - \frac{N(t-\tau)}{K} \right) \quad (2.18)$$

dimana τ adalah tundaan waktu yang diasumsikan positif. Titik kesetimbangan yang positif untuk Persamaan (2.18) adalah $N^* = K$. Model pada Persamaan (2.18) dapat digunakan untuk memodelkan dinamika pertumbuhan populasi ke arah tingkat jenuh K dengan laju pertumbuhan intrinsik konstan r . Bentuk $\left(1 - \frac{N(t-\tau)}{K} \right)$ pada model menyatakan suatu mekanisme kepadatan populasi (penduduk) yang bergantung pada keadaan sebelumnya, di sini diperlukan waktu untuk merespon perubahan kepadatan populasi oleh model (2.18) [16].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.6 MAPE

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah kesalahan rata-rata absolut atau rata-rata diferensiasi absolut antara nilai peramalan dan aktual, yang dinyatakan sebagai presentase nilai aktual. Pada penelitian ini penggunaan MAPE adalah untuk menilai kecocokan suatu model dalam proyeksi penduduk. Rumus MAPE sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - Y'_t|}{Y_t} \times 100\% \quad (2.19)$$

dimana :

Y_t = Jumlah penduduk sebenarnya

Y'_t = Jumlah penduduk proyeksi

n = Banyaknya data

Interpretasi nilai MAPE disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 2.1 Interpretasi Nilai Mean Absolute Percentage Error

Nilai MAPE	Interpretasi MAPE
MAPE < 10%	Sangat akurat
10% ≤ MAPE < 15%	Sangat baik
15% ≤ MAPE < 20%	Baik
20% ≤ MAPE < 50%	Masuk akal
MAPE > 50%	Tidak akurat

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tahapan-tahapan pada penulisan tugas akhir. Adapun tahapan-tahapan tersebut sebagai berikut:

Mempelajari definisi beserta teorema yang dijadikan landasan penelitian. Data yang digunakan dalam penelitian ini meliputi data jumlah penduduk Kabupaten/Kota se-provinsi Riau tahun 2015-2020.

Mengkontruksikan model eksponensial dan logistik.

Mencari solusi dari $\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)$ dan $\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$, dengan

menentukan waktu dan jumlah awal penduduk dan populasi pada tahun berikutnya, diasumsikan jika diketahui nilai awal $t = 0$ adalah $N(0) = N_0$, pada $t = 1$ adalah N_1 dan $t = 2$ dan N_2 .

4. Menentukan *carrying capacity*, laju pertumbuhan r menggunakan solusi dari model persamaan logistik.
5. Menghitung hasil proyeksi penduduk provinsi Riau menggunakan solusi persamaan eksponensial dan logistik, serta membandingkan keakuratan hasil perhitungan penduduk menggunakan model eksponensial dan logistik dengan membandingkan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

Menentukan proyeksi penduduk menggunakan model pertumbuhan logistik yang mendekati data sebenarnya.

Memeriksa kestabilan model logistik tanpa waktu tunda dan dengan waktu tunda melalui tahapan sebagai berikut:

- a. Mengkontruksi model persamaan logistik tanpa waktu tunda dan dengan waktu tunda.
- b. Menentukan titik tetap.
- c. Melakukan linearisasi untuk persamaan logistik waktu tunda.
- d. Menganalisis kestabilan di sekitar titik tetap

Membuat simulasi menggunakan bahasa pemrograman MATLAB.



BAB V PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dari penelitian dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

Hasil perhitungan proyeksi penduduk menggunakan model eksponensial dan model logistik menghasilkan 5 model sesuai dengan laju intrinsik (r) yang berbeda-beda untuk setiap modelnya. Setelah dilakukan analisis galat model, disimpulkan bahwa Model Eksponensial IV dengan bentuk persamaan $N = 6.344.402e^{(0,02357)t}$ sebagai model terbaik dengan galat atau nilai MAPE terkecil yaitu sebesar 1,9845, dan Model Logistik IV dengan bentuk persamaan

$$N = \frac{13.709.495,15}{(1,16088)e^{-(0,04582)t} + 1}$$

sebagai model terbaik dengan galat sebesar

1,91629. Dari kedua model eksponensial dan logistik yang terbaik, diperoleh proyeksi penduduk Provinsi Riau pada tahun 2030 adalah sebesar 9.035.153 jiwa menggunakan Model Eksponensial IV, sedangkan dengan model logistik IV sebesar 8.656.294 jiwa. Hampir semua hasil perhitungan estimasi penduduk provinsi Riau menggunakan model logistik mendekati data yang sebenarnya. Sehingga dapat disimpulkan model logistik adalah model yang lebih tepat digunakan untuk memproyeksi jumlah penduduk provinsi Riau.

Analisis kestabilan model logistik mempunyai 2 titik tetap yaitu $N^* = 0$ dan $N^* = K$. Titik tetap $N^* = 0$ merupakan titik kesetimbangan stabil. Sedangkan $N^* = K$ bersifat stabil asimptotik. Titik tetap $N^* = K$ dibahas untuk kasus adanya keterlambatan atau penundaan. Disimpulkan bahwa untuk jumlah populasi yang sama dengan *carrying capacity* ($N^* = K$) keadaan setimbangnya stabil untuk $\tau < \frac{\pi}{2r}$, tidak stabil untuk $\tau > \frac{\pi}{2r}$, sedangkan untuk $\tau = \frac{\pi}{2r}$ terjadi bifurkasi. Secara umum semakin besar waktu tunda dalam pertumbuhan populasi menyebabkan ketidakstabilan pada pertumbuhan, dalam hal ini terjadi

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



ledakan populasi dan juga populasi dapat berkurang hingga akhirnya mengalami kepunahan.

2. Simulasi numerik menunjukkan kesimpulan yang sama dengan hasil analisis.

Saran

Pada penelitian ini proyeksi penduduk dilakukan dengan menggunakan model eksponensial dan logistik, oleh karena itu pembaca dapat melanjutkan menggunakan model matematika lain serta mengkaji lebih dalam mengenai bifurkasi pada kasus model logistik dengan waktu tunda $\tau = \frac{\pi}{2r}$. Semoga penelitian ini dapat menambah wawasan bagi penulis maupun pembaca.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- C. Christiani, P. Tedjo, dan B. Martono, "Analisis Dampak Kepadatan Penduduk Terhadap Kualitas Hidup Masyarakat Provinsi Jawa Tengah," *Jurnal Ilmiah UNTAG Semarang*, vol. 3, no. 1, hal. 102–114, 2014.
- Y. K. Pandu, "Prediksi Penduduk Kabupaten Alor Dengan Menggunakan Model Pertumbuhan Logistik Pada Beberapa Tahun Mendatang," *Asimtot : Jurnal Kependidikan Matematika*, vol. 2, no. 1, hal. 71–81, 2020.
- A. Kurniawan, I. Holisin, dan F. Kristanti, "Aplikasi Persamaan Diferensial Biasa Model Eksponensial dan Logistik pada Pertumbuhan Penduduk Kota Surabaya," *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, vol. 2, no. 1, hal. 129, 2017.
- D. Anggreini, "Penerapan Model Populasi Kontinu Pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Di Indonesia (Studi Kasus: Provinsi Jawa Timur)," *E-Jurnal Matematika*, vol. 9, no. 4, hal. 229, 2020.
- H. M. Timuneno, R. H. Soelistyo Utomo, dan Widowati., "Model Pertumbuhan Logistik dengan Waktu Tunda," *Jurnal Matematika*, vol. 11, no. 1, hal. 43–51, 2008.
- N. Rozikin, K. Sarjana, A. Arjudin, dan N. Hikmah, "Aplikasi Persamaan Diferensial Dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk dengan Menggunakan Model Eksponensial dan Logistik," *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, vol. 1, no. 1, hal. 44–55, 2021.
- G. Marion, *An Introduction to Mathematical Modeling*, 3 ed. 2008.
- Widowati dan Sutimin, *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro, 2007.
- N. Finizio dan G. Ladas, *Introduction to Differential Equations*. University of Rhode Island, 1982.
- D. G. Zill, *A First Course in Differential Equations, 10th Ed.*, 10 ed. Richard Stratton, 2013.
- D. H. Trahan, W. E. Boyce, dan R. C. DiPrima, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.*, 11 ed., vol. 86, no. 7. John Wiley & Sons, 2017.
- Stephen Wiggins, *Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos*. Springer, 2000.



- [3] B. Maxfield, *Calculus and Differential Equations*, 2 ed. CRC Press, 2000.
- [4] L. Perko, “Differential Equations and Dynamical Systems,” *Department of Mathematics Northern Arizona University Flagstaff*. USA, 1983.
- [5] N. S. Nurkholipah, N. Anggriani, dan A. K. Supriatna, “Perbandingan Proyeksi Penduduk Jawa Barat Menggunakan Malthus dan Verhust dengan Variasi Internal Pengambilan Sampel,” *Jurnal DIALEKTIKA*, vol. 1, no. 1, hal. 195-202., 2017.
- [6] S. Toaha, “Analisis Kestabilan Model Logistik Satu Populasi Dengan Tundaan Waktu,” *Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi*, vol. 8, no. 2, hal. 131–138, 2012.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LAMPIRAN 1 DATA PENDUDUK

Data jumlah Penduduk Provinsi Riau 2015 – 2020

Kabupaten/Kota	Penduduk Kabupaten/Kota (Jiwa)					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Kuantan Singingi	314.276	317.935	321.216	324.413	327.316	334.943
Indragiri Hulu	409.431	417.733	425.897	433.934	441.789	444.548
Indragiri Hilir	703.734	713.034	722.234	731.396	740.598	654.909
Pelalawan	396.990	417.498	438.788	460.780	483.622	390.046
Siak	440.841	453.052	465.414	477.670	489.996	457.940
Kampar	793.005	812.702	832.387	851.837	871.117	841.332
Rokan Hulu	592.278	616.466	641.208	666.410	692.120	561.385
Bengkalis	543.987	551.683	559.081	566.228	573.003	565.569
Rokan Hilir	644.680	662.242	679.663	697.218	714.497	637.161
Kepulauan Meranti	181.095	182.152	183.297	184.372	185.516	206.116
Pekanbaru	1.038.118	1.064.566	1.091.088	1.117.359	1.143.359	983.356
Dumai	285.967	291.908	297.638	303.292	308.812	316.782
RIAU	6.344.402	6.500.971	6.657.911	6.814.909	6.971.745	6.394.087

Sumber : [Badan Pusat Statistik Provinsi Riau \(bps.go.id\)](http://bps.go.id)

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LAMPIRAN 2

SOURCE CODE PROGRAM MATLAB

Program Model Pertumbuhan Eksponensial

```
x=0:0.01:10;
y=exp(x);
plot(x,y)
title('Grafik Fungsi Eksponensial')
xlabel('Sumbu X')
ylabel('y=exp(x)')
grid on
```

Program Model Pertumbuhan Logistik

```
function dxdt=logistik(x,t)
t=0:50;
x=1;
[t,x]=ode45(@logistik,t,[x]);
```

```
plot(t,x(:,1));
grid on
xlabel('t(time)');
ylabel('nilai awal');
legend('N(0)=1');
```

```
function dxdt=logistik(t,x)
dxdt_1=0.5*x(1)*(1-(x(1)/20));
```

```
dxdt=[dxdt_1];
end
end
```

Model persamaan logistik dengan $N(0) = 6.344.402, K = 13.709.495,15$ dan

$r = 0,04586$

```
function dxdt=logistik(x,t)
t=0:300;
x=6344402;
[t,x]=ode45(@logistik,t,[x]);
plot(t,x(:,1));
grid on
xlabel('t(time)');
ylabel('nilai awal');
legend('N(0)=1');
function dxdt=logistik(t,x)
dxdt_1=0.04586*x(1)*(1-(x(1)/13709495.15));
dxdt=[dxdt_1];
end
end
```

end
end

Syarif Kasim Ria

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



© H a r i c

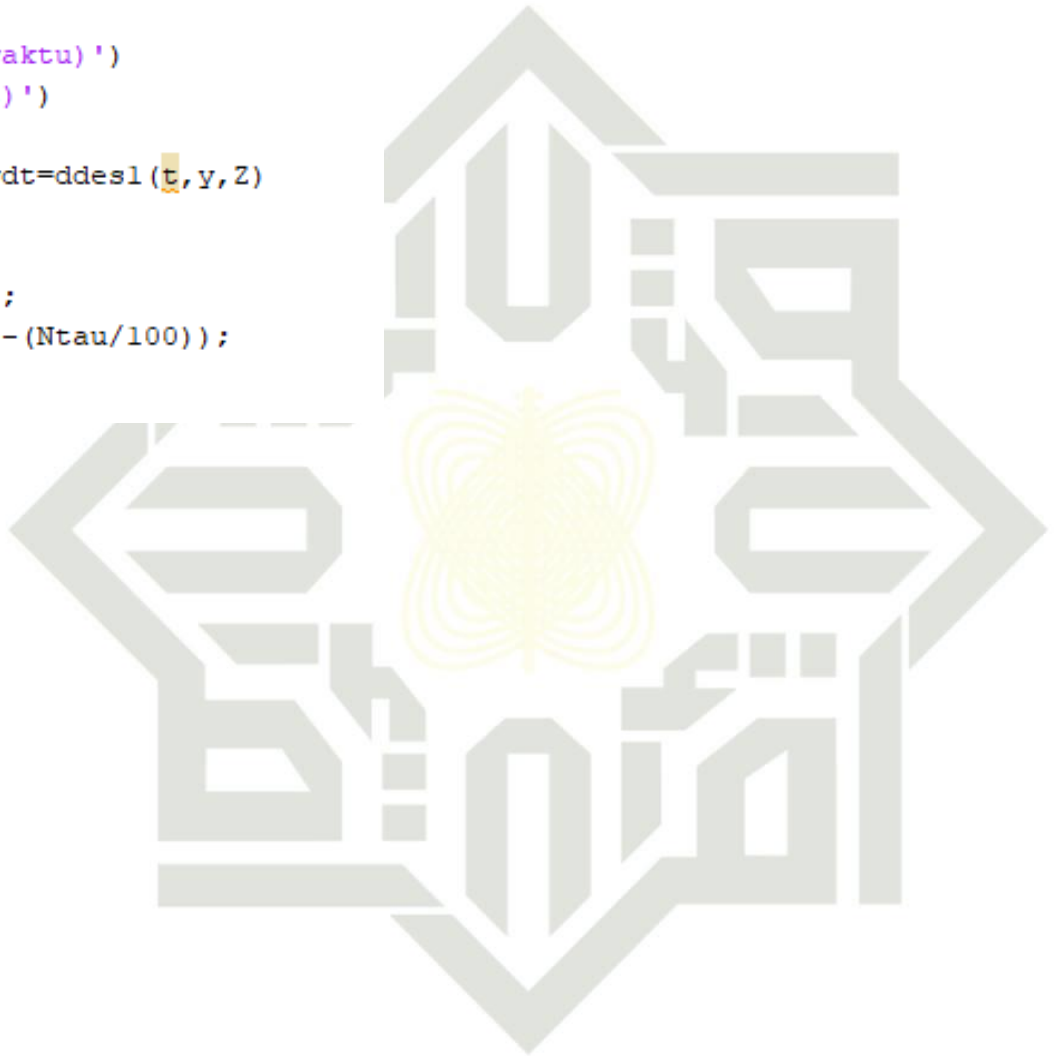
Program Model Logistik dengan Waktu Tunda

```
function sol=aa
global tau
tau=0.5;
sol=dde23(@ddes1,tau,1,[0,200]);
plot(sol.x,sol.y,'LineWidth',3)
grid on
xlabel('t(waktu)')
ylabel('N(t)')

function dydt=ddes1(t,y,Z)
global tau
N=y(1);
Ntau=Z(1,1);
dNdt=1*N*(1-(Ntau/100));
dydt=dNdt;
```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis lahir di Selatpanjang, Kec. Tebingtinggi, Kabupaten Kepulauan Meranti pada 27 Maret 2000. Penulis merupakan anak keempat dari lima bersaudara oleh pasangan Bapak Komalasari dan Ibu Muryani. Penulis menyelesaikan Pendidikan di SD Negeri 09 Selatpanjang Timur pada tahun 2011, MTs Negeri Selatpanjang pada tahun 2014, MAN 1 Kepulauan Meranti pada tahun 2017. Selanjutnya Penulis melanjutkan Pendidikan Strata-1 (S1) di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau pada tahun 2017 pada program studi Matematika melalui jalur SNMPTN.

Pada Januari 2020 Penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Badan Pendapatan Daerah Kota Pekanbaru dengan judul laporan KP **“Penerapan Metode Fuzzy Sugeno untuk Menentukan Jumlah Penerimaan Pajak Daerah Kota Pekanbaru”** yang dibimbing oleh Ibu Rahmawati, M.Sc dan diseminarkan pada 16 Juni 2020. Penulis menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **“Model Eksponensial dan Logistik serta Analisis Kestabilan Model pada Perhitungan Proyeksi Penduduk Provinsi Riau”**, dibawah bimbingan Ibu Irma Suryani, M.Sc pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi. Pada tanggal 15 Juli 2022 Penulis dinyatakan **“LULUS”** dengan prediket memuaskan dan berhak mendapatkan gelar Sarjana Sains (S.Si).

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.