# PENGEMBANGAN TEOREMA MENELAUS DAN TRANSVERSAL MENELAUS PADA HEPTAGON

## TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

**LUTHFI MURTADHA**
**11850412310**

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU**
**PEKANBARU**
**2022**

# LEMBAR PERSETUJUAN

# PENGEMBANGAN TEOREMA MENELAUS DAN TRANSVERSAL MENELAUS PADA HEPTAGON

## TUGAS AKHIR

oleh:

**LUTHFI MURTADHA**
**11850412310**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Juni 2022

| | |
|---|---|
| Ketua Program Studi | Pembimbing |
| **Wartono, M.Sc.** | **Zukrianto, M.Si.** |
| NIP. 19730818 200604 1 003 | NIP. 19861103 201801 1 001 |

# LEMBAR PENGESAHAN

## PENGEMBANGAN TEOREMA MENELAUS DAN TRANSVERSAL MENELAUS PADA HEPTAGON

**TUGAS AKHIR**

oleh:

**LUTHFI MURTADHA**
**11850412310**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Juni 2022

Pekanbaru, 23 Juni 2022
Mengesahkan

| | |
|---|---|
| **Dekan** | **Ketua Program Studi** |
| **Dr. Hartono, M.Pd.** | **Wartono, M.Sc.** |
| **NIP. 19640301 199203 1 003** | **NIP. 19730818 200604 1 003** |

**DEWAN PENGUJI**

| | |
|---|---|
| **Ketua** | **: Nilwan Andiraja, M.Sc.** |
| **Sekretaris** | **: Zukrianto, M.Si.** |
| **Anggota I** | **: Corry Corazon Marzuki, M.Si.** |
| **Anggota II** | **: Rahmawati, M.Sc.** |

Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : LUTHFI MURTADHA

NIM : 11850412310

Tempat/Tgl. Lahir : PEKANBARU, 10 NOVEMBER 1999

Fakultas/Pascasarjana : SAINS DAN TEKNOLOGI

Prodi : MATEMATIKA

Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*:

PENGEMBANGAN TEOREMA MENELAUS DAN TRANSVERSAL MENELAUS PADA HEPTAGON

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/(Karya Ilmiah lainnya)* saya tersebut, maka saya besedia menerima sanksi sesua peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 25 JULI 2022
embuat pernyataan

LUTHFI MURTADHA
NIM : 11850412310

*pilih salah satu sasuai jenis karya tulis

# LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

# LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Juni 2022
Yang membuat pernyataan,

**LUTHFI MURTADHA**
**11850412310**

# LEMBAR PERSEMBAHAN

بِسْمِ ٱللَّٰهِ ٱلرَّحْمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

*Alhamdulillahirabbil'alaamiin, puji syukur sebanyak-banyaknya kepada Allah Subhanahu Wa Ta'ala, yang pastinya selalu ada dan selalu memberikan yang terbaik untuk hamba-Nya. Terima kasih ya Allah, terima kasih ya Rasulullah.*

***Sebuah karya kecilku ini ku persembahkan untuk***

**○○Orang Tuaku Tercinta○○**

Terima kasih sudah selalu ada dan tak pernah lelah memberiku dukungan, motivasi disaat aku sedang lelah, memberiku nasehat disaat aku lalai, terima kasih sudah selalu mendoakanku dan memberiku ridhomu disetiap langkahku. Mungkin ini belum cukup untuk membalas semua kasih sayangmu, namun semoga ini menjadi langkah awal untuk membuat ayah dan ibu bahagia.

**○○Dosen Pembimbing Tugas Akhir dan Dosen-dosen Program Studi Matematika○○**

Terima kasih banyak sudah meluangkan waktu, tenaga, pikiran, memberikan motivasi, membimbing, dan memberikan ilmu kepada kami.

# PENGEMBANGAN TEOREMA MENELAUS DAN TRANSVERSAL MENELAUS PADA HEPTAGON

**LUTHFI MURTADHA**
**11850412310**

Tanggal Sidang : 23 Juni 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

## ABSTRAK

Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada dasarnya merupakan suatu teorema yang berlaku pada segitiga. Dalam tulisan ini, Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus dikembangkan pada heptagon atau segitujuh konveks dan tidak konveks. Pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan tidak konveks dibagi menjadi empat kasus, yaitu kasus pertama Teorema Menelaus pada heptagon konveks menunjukkan kolinearitas tujuh titik yang dua titiknya berada pada heptagon dan lima titiknya lagi berada pada perpanjangan rusuk lainnya, kasus kedua Teorema Transversal Menelaus pada heptagon konveks menunjukkan kolinearitas tujuh titik yang seluruh titiknya berada pada perpanjangan rusuk-rusuk heptagon konveks, kasus ketiga Teorema Menelaus pada heptagon tidak konveks menunjukkan kolinearitas tujuh titik yang empat titiknya berada pada heptagon dan tiga titiknya lagi berada pada perpanjangan rusuk lainnya, kasus keempat Teorema Transversal Menelaus pada heptagon tidak konveks menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang seluruh titiknya berada pada perpanjangan rusuk-rusuk heptagon. Proses ini dimulai dengan pengkonstruksian heptagon konveks dan tidak konveks dengan menggunakan aplikasi Geogebra, sedangkan untuk pembuktian Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini yaitu ketujuh titik yang berada pada rusuk-rusuk atau perpanjangan rusuk-rusuk heptagon konveks dan tidak konveks adalah kolinear.

**Kata Kunci** : Heptagon, Kolinearitas, Teorema Menelaus, Transversal Menelaus, Segitiga.

# *DEVELOPMENT OF THE MENELAUS' AND MENELAUS' TRANSVERSAL THEOREM IN HEPTAGON*

***LUTHFI MURTADHA***
***11850412310***

*Date of Final Exam : June 23rd, 2022*
*Date of Graduation :*

*Department of Mathematics*
*Faculty of Science and Technology*
*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*
*Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia*

## ABSTRACT

*Menelaus' and Menelaus' Transversal Theorem is basically a theorem that applies to triangles. In this paper, Menelaus' and Menelaus' Transversal Theorem are developed on the heptagon or convex and non-convex heptagons. The development of Menelaus' and Menelaus' Transversal Theorem on convex and non-convex heptagons is divided into four cases, the first case Menelaus' theorem on a convex heptagon shows collinearity of seven points where two points are on the heptagon and five points are on the extension of the other rib, the second case is Menelaus' Transversal Theorem on a convex heptagon shows collinearity of seven points where all points are on the extension of the edges of the convex heptagon, the third case of Menelaus' Theorem on a non-convex heptagon shows collinearity of seven points where four points are on the heptagon and three points are on the extension of the other edge, the fourth case of the Menelaus' transversal Theorem on a non-convex heptagon shows the collinearity of seven points whose all points are on the extension of the edges of the heptagon. This process begins with the construction of convex and non-convex heptagons using the Geogebra application, while to prove Menelaus' and Menelaus' Transversal Theorem using the principle of similarity in triangles. The results obtained from this study are that the seven points on the ribs or extensions of the convex and non-convex heptagon ribs are collinear.*

**Keywords** : *Heptagon, Collinearity, Menelaus' Theorem, Menelaus' Transversal, Triangle.*

# KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.*

*Alhamdulillahirabbil 'Alaamiin*. Puji dan syukur kehadirat Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* yang telah memberikan rahmat, hidayah, pertolongan, ampunan, dan ridho-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul "Pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada Heptagon". Shalawat dan salam selalu tercurahkan kepada Nabi besar kita yakni Nabi Muhammad *Shalallahu 'Alaihi Wassalam* yang telah membawa kita dari zaman jahiliah menuju zaman yang penuh dengan ilmu pengetahuan dan teknologi seperti sekarang ini.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak mendapatkan bimbingan, bantuan, motivasi, serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Bapak Zukrianto, M.Si., selaku Pembimbing Tugas Akhir yang selalu memberikan bimbingan, dukungan, dan arahan kepada penulis dari awal proses hingga Tugas Akhir ini selesai.
6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Sc. dan Ibu Rahmawati, M.Si., selaku Penguji yang telah memberikan kritik dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan lebih baik.
7. Ibu Elfira Safitri, M.Mat., selaku Pembimbing Akademik yang telah

memberikan bantuan, dukungan, dan motivasi kepada penulis.

8. Bapak dan Ibu Dosen dan Staf di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khususnya Program Studi Matematika.
9. Orang tuaku Tersayang, Ayahanda Bambang Suhendro, Ayahanda Anggia Putra, Ibunda Yun Ismirad Sari, dan Ibunda Fitri Aryani, serta adikku Muhammad Baihaqi, Fatimah Azzahro, Humairoh, Abu Bakar Jauzi, Calysta Ariqa, yang selalu memberikan kasih sayang, dukungan, dan doa yang menjadi motivasi terbesar bagi penulis.
10. Sahabat dan teman-teman penulis khususnya Maghfiratin Walni, Susi Hermawati, Khotimah, Lisa Harianto, Veny Alvionita, Ariessandy, Muhammad Taufiq, Wahyu Ardian, Frans Jaya T, Givandri Akbar, Delfinus Praseptia, Roy Paturoni Aruan, Aldi Hendriko Pratama, Rizal Aulia, Erenzi Tahara, PK, dan Keluarga Bahagia, yang selalu memberikan semangat dan motivasi kepada penulis.
11. Rekan-rekan seperjuangan di Program Studi Matematika angkatan 2018.
12. Semua pihak yang telah membantu penulis secara langsung maupun tidak langsung yang memberikan nasehat kepada penulis yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Mudah-mudahan Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* membalas semua kebaikan-kebaikan dengan imbalan yang berlipat ganda. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan Tugas Akhir ini masih terdapat kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini agar menjadi lebih baik lagi. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi kita semua. *Aamiin Yaa Rabbal 'Alamiin*. *Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*.

Pekanbaru, 23 Juni 2022

**LUTHFI MURTADHA**
**11850412310**

# DAFTAR ISI

# DAFTAR GAMBAR

# DAFTAR SIMBOL

| **Simbol** | **Arti** |
|---|---|
| $\Delta$ | Segitiga |
| $\cup$ | Gabungan |
| $\angle$ | Sudut |
| $\sim$ | Sebangun |
| $=$ | Sama dengan |
| $\overline{AB}$ | Ruas garis AB |
| $\Rightarrow$ | Pembuktian dari kiri ke kanan |
| $\Leftarrow$ | Pembuktian dari kanan ke kiri |

# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Geometri merupakan salah satu bentuk pada matematika yang didasari oleh konsep pangkal, yakni titik. Kemudian titik tersebut digunakan untuk membuat sebuah garis. Lalu beberapa garis akan menyusun membentuk suatu bidang [1].

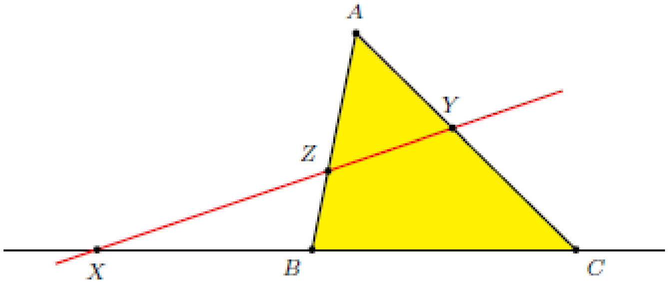
Geometri membahas mengenai titik, garis, bentuk bidang, dan ruang. Terdapat dua bidang pada geometri, yakni bangun ruang dan bangun datar. Menurut [2], bangun matematika yang memiliki titik sudut, rusuk, sisi, serta volume disebut bangun ruang. Sedangkan bangun datar menurut [3], yaitu bentuk bangun atau bidang yang datar, yang mempunyai panjang dan lebar.

Salah satu bentuk dari bangun datar yaitu segitiga. Jika terdapat tiga titik yang tidak segaris, setiap dua titik dihubungkan menjadi sebuah garis, maka hasilnya terdapat tiga garis. Gabungan dari tiga garis ini disebut segitiga [4].

Terdapat banyak teorema yang dibahas pada bangun segitiga, salah satunya yaitu Teorema Menelaus. Berdasarkan [5], dijelaskan bahwa Teorema Menelaus (*Menelaus's Theorem*), atau kadang disebut sebagai Dalil Menelaus, digunakan untuk menunjukkan kolinearitas atau kesegarisan pada dua titik yang berada pada penggal garis rusuk segitiga dan satu titik lainnya berada pada perpanjangan penggal garis dari rusuk lainnya. Namun jika tiga titik yang kesemuanya tidak berada pada penggal garis dari rusuk-rusuk segitiga tersebut, akan tetapi berada pada perpanjangan dari penggal garis rusuk segitiga disebut dengan Teorema Transversal Menelaus.

Menurut [6] yang menjelaskan Teorema Menelaus pada segitiga. Pada Gambar 1.1 menjelaskan bahwa jika titik $X$, $Y$, dan $Z$ yang masing-masing berturut-turut berada pada rusuk $BC$, $CA$, dan $AB$ pada $\Delta ABC$, maka titik $X$, $Y$, dan $Z$ kolinear jika dan hanya jika:

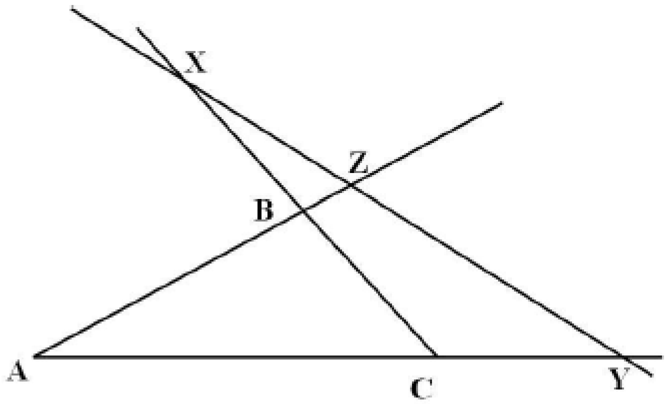
$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = -1$$




**Gambar 1.1 Teorema Menelaus pada Segitiga**

Penelitian [6] juga membahas Teorema Transversal Menelaus pada segitiga yang dijelaskan pada Gambar 1.2. Didapat bahwa jika titik $X$, $Y$ dan $Z$ yang masing-masing berturut-turut berada pada perpanjangan rusuk $CB$, $AC$ dan $AB$, maka $X$, $Y$ dan $Z$ adalah kolinear jika dan hanya jika:

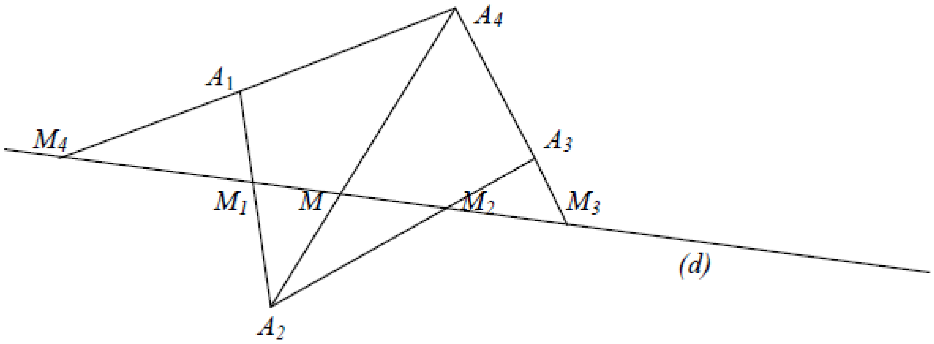
$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = -1$$




**Gambar 1.2 Teorema Transversal Menelaus pada Segitiga**

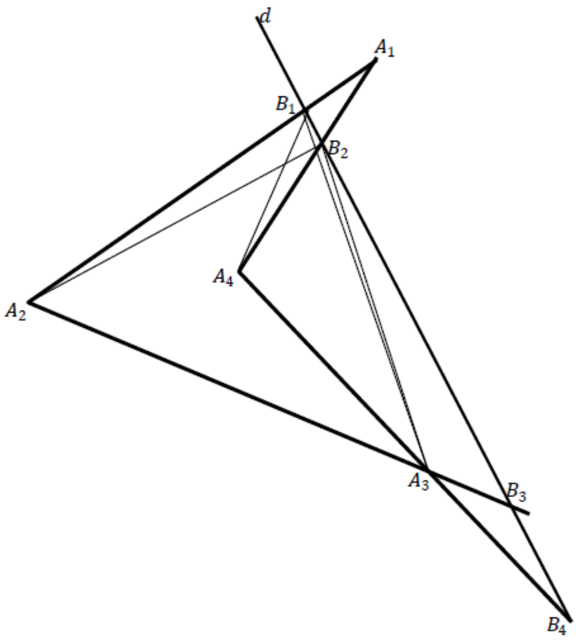
Beberapa peneliti telah membahas mengenai pegembangan dari Teorema Menelaus. Diantaranya [7], menyatakan bahwa Teorema Menelaus pada segiempat menunjukkan kolinearitas dari keempat titik $M_4$, $M_1$, $M_2$, dan $M_3$ yang masing-masing berturut-turut berada pada rusuk-rusuk $A_4A_1$, $A_1A_2$, $A_2A_3$, dan $A_3A_4$ menggunakan prinsip Teorema Menelaus pada segitiga, yang terlihat pada Gambar 1.3. Sehingga didapat:

$$\frac{A_1M_1}{M_1A_2} \cdot \frac{A_2M_2}{M_2A_3} \cdot \frac{A_3M_3}{M_3A_4} \cdot \frac{A_4M_4}{M_4A_1} = 1.$$

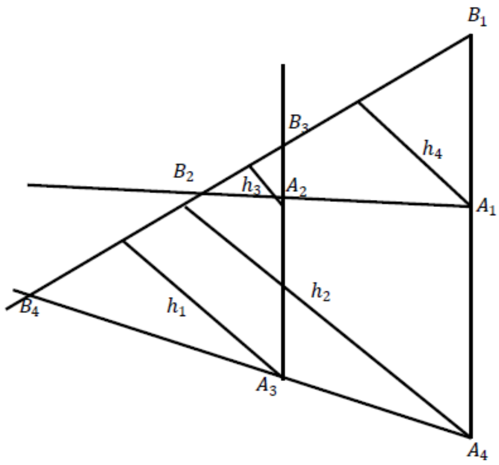



**Gambar 1.3 Teorema Menelaus pada Segiempat**

Pada tahun 2014 dalam penelitian [8], juga membahas pengembangan Teorema Menelaus. Tepatnya Teorema Menelaus pada segiempat tidak konveks yang menggunakan prinsip perbandingan luas segitiga dan pengembangan teorema Transversal Menelaus pada segiempat yang menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga. Terlihat pada Gambar 1.4 dan Gambar 1.5 berikut.




**Gambar 1.4 Teorema Menelaus pada Segiempat Tidak Konveks**

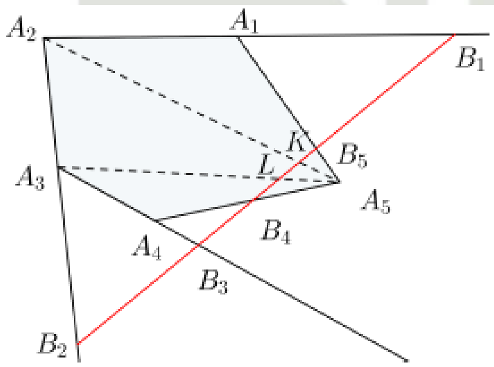



**Gambar 1.5 Teorema Transversal Menelaus pada Segiempat Konveks**

Masih berhubungan dengan pengembangan Teorema Menelaus pada [9], menyatakan bahwa Teorema Menelaus tidak sekadar berlaku pada segitiga dan segiempat saja, tapi juga berlaku untuk segilima. Teorema Menelaus pada segilima menjelaskan bahwa dimisalkan terdapat bangun segilima $A_1A_2A_3A_4A_5$, dan andaikan sebuah garis memotong di rusuk $A_iA_{i+1(mod\ 5)}$ di titik $B_i$ untuk $i =$ 1,2,3,4,5, maka berlaku:

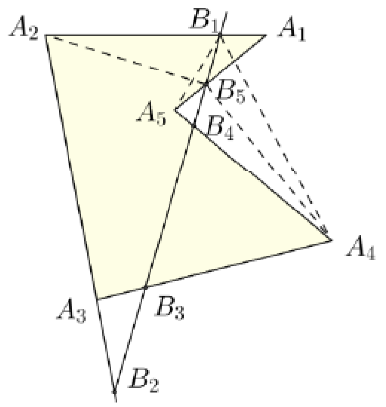
$$\prod_{i=1}^{5}\left[\frac{A_iB_i}{B_iA_{i+1(mod\ 5)}}\right] = -1.$$

Dalam tulisan tersebut membahas empat kasus. Dapat dilihat pada Gambar 1.6 untuk kasus pertama membahas Teorema Menelaus pada segilima konveks menggunakan prinsip Teorema Menelaus pada segitiga.



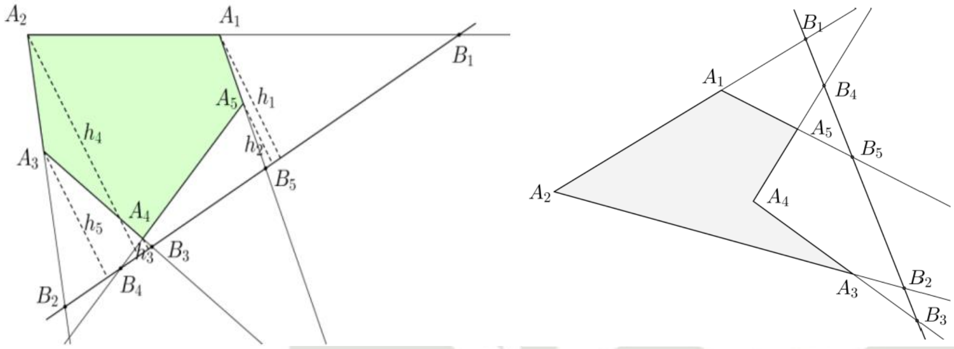

**Gambar 1.6 Teorema Menelaus pada Segilima Konveks**

Kasus kedua membahas Teorema Menelaus pada segilima tidak konveks menggunakan prinsip perbandingan luas segitiga. Terlihat pada Gambar 1.7.



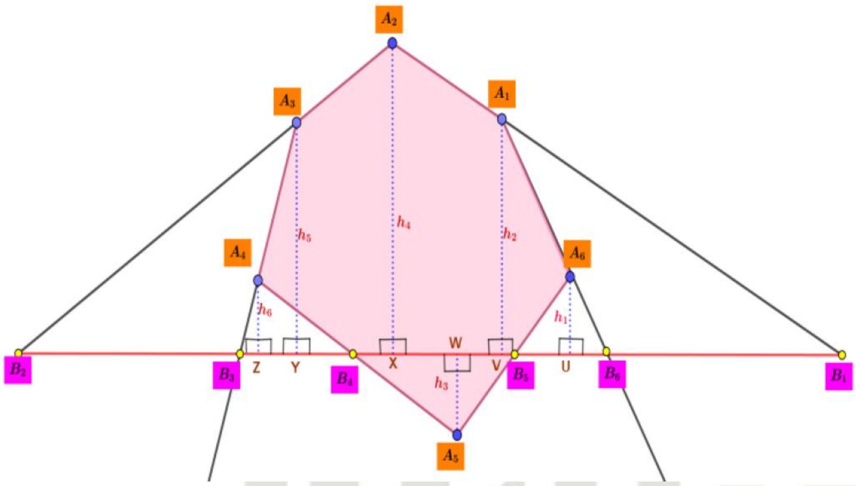

**Gambar 1.7 Teorema Menelaus pada Segilima Tidak Konveks**

Kasus ketiga dan keempat membahas teorema Transversal Menelaus pada segilima konveks dan tidak konveks menggunakan prinsip kesebangunan segitiga. Seperti pada Gambar 1.8 berikut.

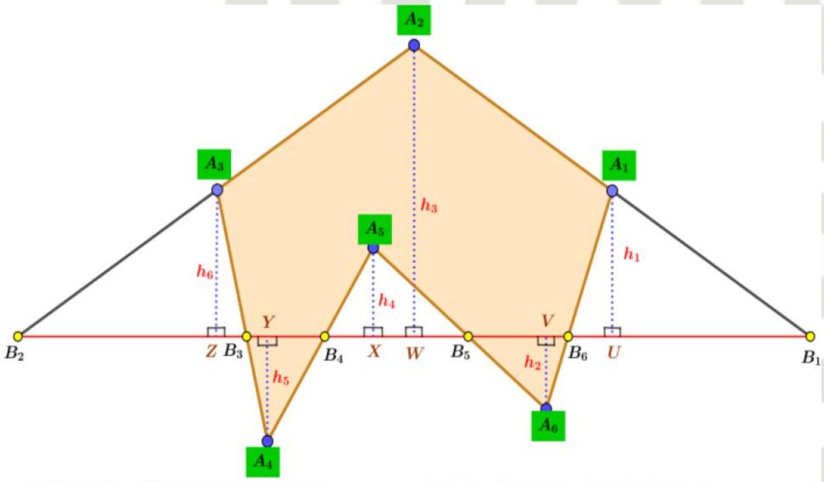



**Gambar 1.8 Teorema Transversal Menelaus pada Segilima Konveks dan Tidak Konveks**

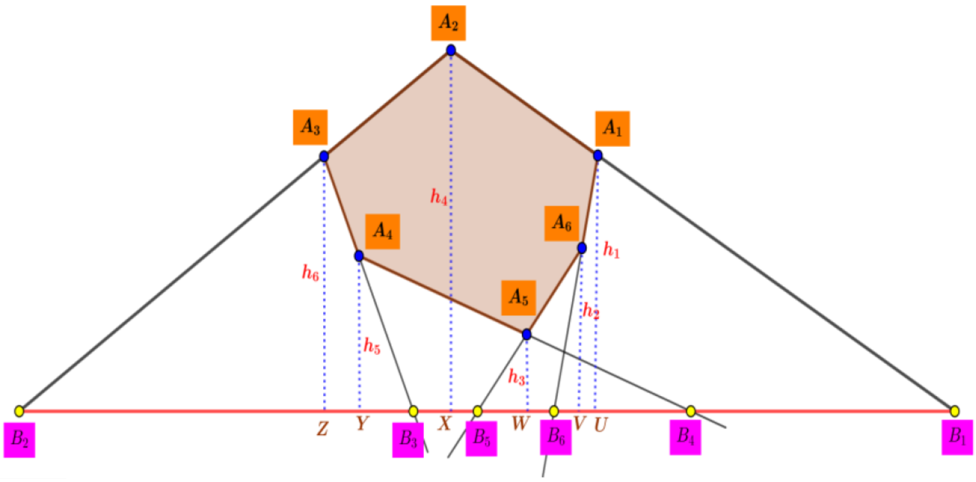
Adapun pengembangan Teorema Menelaus pada segienam telah diteliti oleh [10]. Pada tulisan tersebut membahas Teorema Menelaus pada segienam konveks dan tidak konveks, dan Teorema Transversal Menelaus pada segienam konveks dan tidak konveks yang terlihat masing-masing berturut-turut pada Gambar 1.9, Gambar 1.10, Gambar 1.11, dan Gambar 1.12.



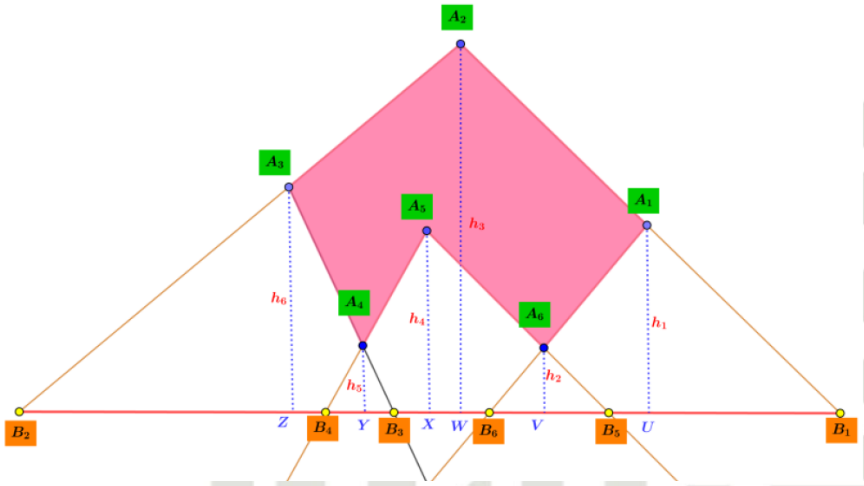

**Gambar 1.9 Teorema Menelaus pada Segienam Konveks**




**Gambar 1.10 Teorema Menelaus pada Segienam Tidak Konveks**




**Gambar 1.11 Teorema Transversal Menelaus pada Segienam Konveks**

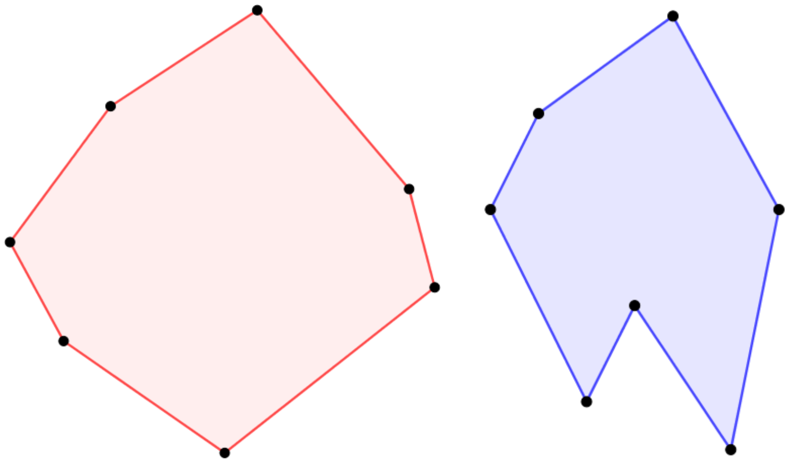



**Gambar 1.12 Teorema Transversal Menelaus pada Segienam Tidak Konveks**

Hasilnya menunjukkan bahwa enam titik $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ yang masing-masing berturut-turut berada pada rusuk $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5$, dan $A_5A_6$ pada segienam $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ dikatakan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_5}{B_5A_6} \cdot \frac{A_6B_6}{B_6A_1} = 1.$$

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, penulis tertarik untuk meneliti lebih lanjut mengenai pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon. Jika keliling lingkaran dibagi menjadi tujuh bagian yang sama, dan titik-titik dari setiap bagian digabungkan, hasilnya adalah heptagon [11]. Maka dari itu, judul dari tugas akhir ini yaitu "*Pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada Heptagon*". Dengan bangun heptagon yang digunakan adalah sebagai berikut:



**Gambar 1.13 (a) Heptagon Konveks dan (b) Heptagon Tidak Konveks**

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana cara mengkonstruksi kolinearitas dari tujuh titik yang berada pada penggal garis dan perpanjangan garis rusuk-rusuk pada bangun heptagon konveks dan tidak konveks?
2. Bagaimana membuktikan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan tidak konveks menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya pembahasan dalam penelitian ini, maka ditetapkan batasan masalah sebagai berikut:

1. Penelitian yang akan dilakukan yaitu pada heptagon konveks dan tidak konveks seperti pada Gambar 1.11 (a) dan Gambar 1.11 (b).
2. Pembuktian kolinearitas dari tujuh titik yang berada pada rusuk-rusuk dan perpanjangan rusuk-rusuk heptagon konveks dan tidak konveks dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini ialah sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan bagaimana cara mengkonstruksi kolinearitas dari tujuh titik yang berada pada rusuk-rusuk dan perpanjangan rusuk-rusuk heptagon konveks dan tidak konveks dengan menggunakan aplikasi Geogebra.
2. Untuk membuktikan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan tidak konveks dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian diatas, manfaat dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis

   Penulis mengharapkan dapat mengembangkan wawasan keilmuan dalam matematika mengenai suatu permasalahan geometri, khususnya dalam menyelesaikan pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan tidak konveks.

2. Bagi Pembaca

   Penulis berharap penelitian ini dapat memberikan informasi kepada pembaca mengenai pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan tidak konveks, dan dapat dijadikan referensi bagi mahasiswa dalam menyelesaikan tugas akhir.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Adapun penataan dalam penulisan tugas akhir ini terdiri atas tiga bab antara lain:

**BAB I PENDAHULUAN**

Bab ini berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematikan penulisan.

**BAB II LANDASAN TEORI**

Bab ini berisi tentang teori-teori pendukung yang berhubungan dengan prinsip kesebangunan antara dua segitiga, definisi bidang konveks, dan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus.

**BAB III METODE PENELITIAN**

Bab ini berisi tentang langkah-langkah yang dilakukan peneliti dalam mengkonstruksi kolinearitas tujuh titik menggunakan aplikasi Geogebra serta pembuktian Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus.

**BAB IV PEMBAHASAN**

Bab ini membahas tentang pengkonstruksian dan pembuktian Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan tidak konveks untuk menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang berada pada rusuk dan perpanjangan rusuk pada heptagon di dalam dan di luar heptagon dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga.

**BAB V PENUTUP**

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari seluruh pembahasan mengenai penelitian yang penulis lakukan.

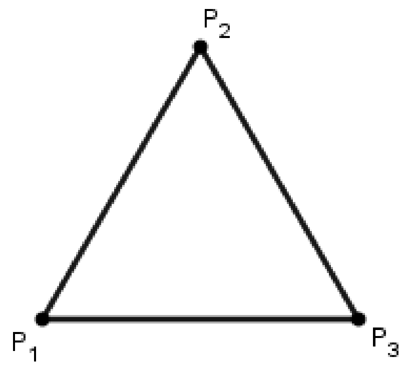
# BAB II
# LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan menjelaskan teori-teori pendukung dalam penyelesaian tugas akhir ini, yang berhubungan dengan prinsip kesebangunan antara dua segitiga, definisi bidang konveks, dan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus.

## 2.1 Kesebangunan antara Dua Segitiga

Pada sub bab ini, akan diuraikan tentang pengertian segitiga, garis tinggi segitiga, dan prinsip kesebangunan dua segitiga.

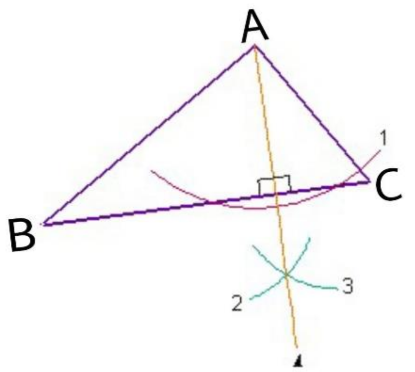
**Definisi 2.1 Segitiga** [12] Misalkan $P_1$, $P_2$, dan $P_3$ adalah tiga titik yang tidak kolinear. $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, dan $\overline{P_3P_1}$ adalah ruas garis yang terbentuk dari tiap dua ujung titik-titik itu. Maka $\overline{P_1P_2} \cup \overline{P_2P_3} \cup \overline{P_3P_1}$ adalah segitiga.




**Gambar 2.1 Segitiga $P_1P_2P_3$**

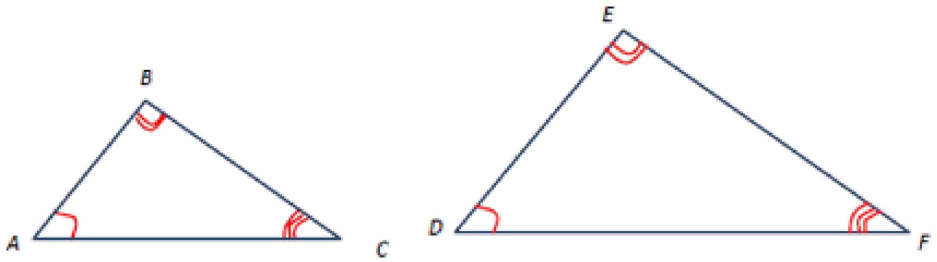
Jika titik-titik ujung ruas garis itu dinamai titik $P_1$, $P_2$, dan $P_3$, kondisi yang sesuai dengan definisi ini adalah Gambar 2.1. Karena segitiga itu adalah gabungan ruas garis, maka segitiga yang dimaksud dalam definisi ini hanya "bingkai" dan segitiga itu dinamai berdasarkan titik sudutnya. Pada segitiga terdapat garis-garis istimewa antara lain: garis tinggi, garis berat, garis sumbu, dan garis bagi.

**Definisi 2.2 Garis Tinggi Segitiga** [13] Ketinggian (*altitude*) dari titik $A$ pada $\Delta ABC$ adalah ruas garis dari titik $A$ tegak lurus pada rusuk $\overline{BC}$ (atau perpanjangan $\overline{BC}$).




**Gambar 2.2 Garis Tinggi Segitiga**

**Definisi 2.3 Kesebangunan Segitiga** [14] Dua segitiga dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan semua perbandingan panjang rusuk-rusuk yang bersesuaian sama. Perhatikan Gambar 2.3.



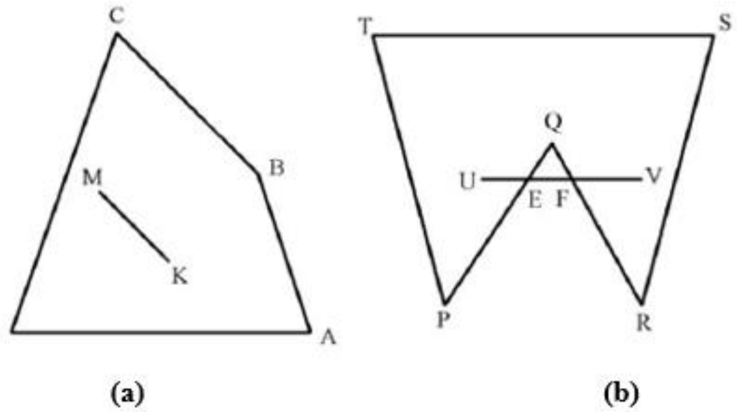

**Gambar 2.3 Segitiga $ABC$ dan Segitiga $DEF$**

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Leftrightarrow m\angle A = m\angle D, m\angle B = m\angle E, m\angle C = m\angle F$$

dan $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$.

## 2.2 Bidang Konveks

**Definisi 2.4 Konveks** [15] Misalkan titik $M$ dan $K$ pada daerah dalam bangun $ABCD$. Bangun $ABCD$ dikatakan konveks jika ruas garis $MK$ seluruhnya berada pada daerah dalam bangun $ABCD$.




**Gambar 2.4 Bangun Konveks dan Tidak Konveks**

Gambar 2.4 (a) menunjukkan bidang konveks dengan titik $M$, $K$, dan ruas garis $\overline{MK}$ berada didalam bangun $ABCD$, hal ini bersesuaian dengan definisi 2.4. Gambar 2.4 (b) menunjukkan ruas garis $\overline{UV}$ tidak seluruhnya berada pada daerah dalam bangun $PQRST$. Jadi daerah bangun $PQRST$ adalah tidak konveks.

## 2.3 Teorema Menelaus

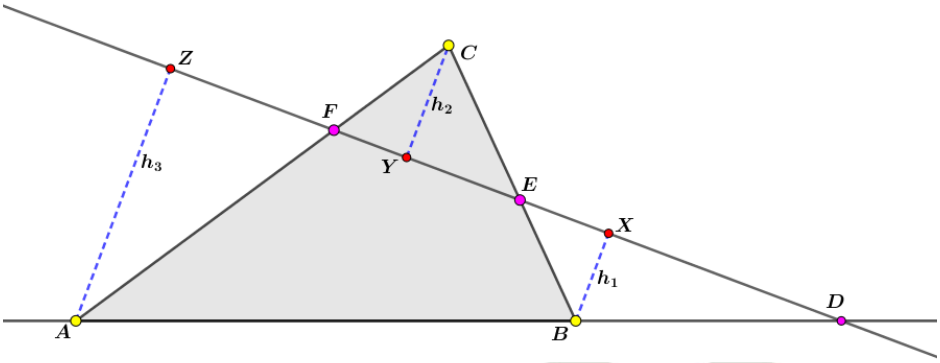
Pada sub bab ini akan membahas tentang Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada segitiga. Teorema Menelaus pada segitiga menunjukkan kolinearitas dari dua titik yang berada pada rusuk-rusuk segitiga dan satu titik lainnya berada pada perpanjangan garis dari rusuk segitiga. Sedangkan Teorema Transversal Menelaus pada segitiga menunjukkan kolinearitas dari tiga titik yang kesemuanya berada pada perpanjangan garis dari rusuk-rusuk segitiga.

**Teorema 2.1 Teorema Menelaus** [16] Jika titik $D$, $E$, dan $F$ masing-masing b pada rusuk $BC$, $CA$, dan $AB$ pada $\Delta ABC$, maka titik $D$, $E$, dan $F$ adalah kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{AF}{FC} \cdot \frac{CE}{EB} \cdot \frac{BD}{DA} = -1. \quad (2.1)$$

**Bukti:** $\Rightarrow$ Misalkan ketiga titik $D$, $E$, dan $F$ yang masing-masing berturut-turut berada pada rusuk $AB$, $BC$, dan $CA$ kolinear jika:

$$\frac{AF}{FC} \cdot \frac{CE}{EB} \cdot \frac{BD}{DA} = -1.$$




**Gambar 2.5 Teorema Menelaus pada Segitiga**

Perhatikan Gambar 2.5, dengan mengkonstruksi garis tegak lurus dari titik A ke perpanjangan rusuk $DF$, $B$ ke rusuk $DE$, dan $C$ ke rusuk $EF$ dengan panjang masing-masing $h_3$, $h_1$, dan $h_2$ di titik $Z$, $X$, dan $Y$. Berdasarkan prinsip kesebangunan, diperoleh tiga pasang segitiga yang sebangun.

Dari $\Delta AZF \sim \Delta CYF$ diperoleh:

$$\frac{AF}{FC} = \frac{YF}{FZ} = \frac{AZ}{CY} = \frac{h_3}{h_2}$$

$$\frac{AF}{FC} = \frac{h_3}{h_2} \tag{2.2}$$

Kemudian dari $\Delta CYE \sim \Delta BXE$ diperoleh:

$$\frac{CE}{EB} = \frac{XE}{EY} = \frac{AZ}{CY} = \frac{h_3}{h_2}$$

$$\frac{CE}{EB} = \frac{h_2}{h_1} \tag{2.3}$$

Selanjutnya dari $\Delta BDX \sim \Delta ADZ$ diperoleh:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{XD}{ZD} = \frac{BX}{AZ} = \frac{h_1}{h_3}$$

Dengan menggunakan konsep vektor berlaku:

$$\frac{BD}{-DA} = \frac{h_1}{h_3}$$

$$\frac{BD}{DA} = -\frac{h_1}{h_3} \tag{2.4}$$

Dengan mengalikan Persamaan (2.2), (2.3), dan (2.4) diperoleh:

$$\frac{AF}{FC}\cdot\frac{CE}{EB}\cdot\frac{BD}{DA}=\frac{h_3}{h_2}\cdot\frac{h_2}{h_1}\cdot-\frac{h_1}{h_3}$$

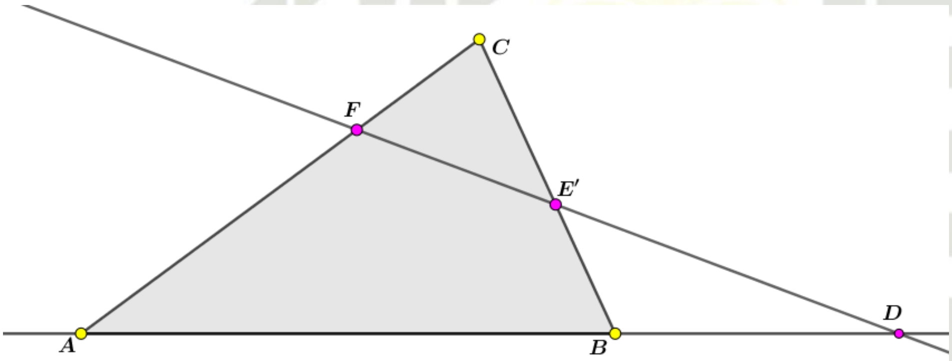
$$\frac{AF}{FC}\cdot\frac{CE}{EB}\cdot\frac{BD}{DA}=-1 \tag{2.5}$$

Ini menunjukkan bahwa Persamaan (2.1) terpenuhi sehingga $D$, $E$, dan $F$ yang berada pada rusuk $BC$, $CA$, dan $AB$ adalah segaris atau kolinear.

⇐ Untuk membuktikan dari kanan ke kiri, jika

$$\frac{AF}{FC}\cdot\frac{CE}{EB}\cdot\frac{BD}{DA}=-1 \tag{2.6}$$

Maka akan ditunjukkan titik $D$, $E$, dan $F$ kolinear. Perhatikan Gambar 2.6 berikut.




**Gambar 2.6 Titik $E'$ Berada pada Perpotongan Garis $DF$ dan $BC$**

Untuk pembuktian dari kanan ke kiri kali ini akan digunakan konsep ketunggalan. Misalkan perpotongan antara garis $DF$ dan $BC$ tidak di titik $E$ melainkan di titik $E'$. Sehingga diperoleh:

$$\frac{AF}{FC}\cdot\frac{CE'}{E'B}\cdot\frac{BD}{DA}=-1 \tag{2.7}$$

Berdasarkan Persamaan (2.6) dan Persamaan (2.7) diperoleh:

$$\frac{CE}{EB}=\frac{FC}{AF}\cdot\frac{DA}{BD} \tag{2.8}$$

$$\frac{CE'}{E'B} = \frac{FC}{AF} \cdot \frac{DA}{BD} \tag{2.9}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.8) ke Persamaan (2.9) diperoleh:

$$\frac{CE}{EB} = \frac{CE'}{E'B}$$

$$\frac{CE}{EB} + 1 = \frac{CE'}{E'B} + 1$$

$$\frac{CE + EB}{EB} = \frac{CE' + E'B}{E'B}$$

$$\frac{CB}{EB} = \frac{CB}{E'B} \tag{2.10}$$

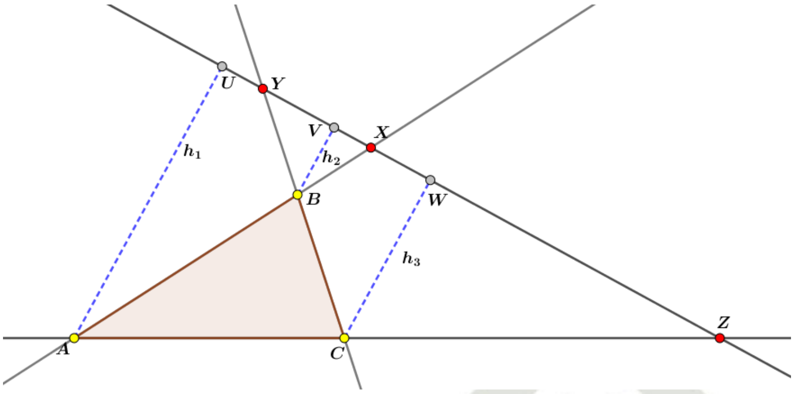
Karena pembilang dari Persamaan (2.10) telah sama, artinya penyebut juga harus sama yaitu $EB = E'B$ dimana $EB$ merupakan jarak titik $E$ ke titik $B$ dan $E'B$ merupakan jarak titik $E'$ ke titik $B$. Sehingga $E = E'$ yang berarti $E$ dan $E'$ berada di satu titik (tunggal). Sehingga dapat disimpulkan bahwa titik $D$, $E$, dan $F$ adalah kolinear.

**Teorema 2.2 Teorema Transversal Menelaus** [16] Jika terdapat titik $X$, $Y$, dan $Z$ yang masing-masing berturut-turut berada pada perpanjangan rusuk-rusuk $AB$, $CB$, dan $AC$ pada segitiga $ABC$. Maka titik $X$, $Y$, dan $Z$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{AX}{XB} \cdot \frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} = -1 \tag{2.11}$$

**Bukti:** $\Rightarrow$ Misalkan ketiga titik $X$, $Y$, dan $Z$ yang masing-masingnya berada pada rusuk-rusuk $AB$, $CB$, dan $AC$ kolinear jika:

$$\frac{AX}{XB} \cdot \frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} = -1$$




**Gambar 2.7 Teorema Transversal Menelaus pada Segitiga**

Perhatikan Gambar 2.7, dengan mengkonstruksi garis tegak lurus dari titik A ke perpanjangan rusuk $ZY$, $B$ ke rusuk $XY$, dan $C$ ke rusuk $ZX$ dengan panjang masing-masing $h_1$, $h_2$, dan $h_3$ di titik $U$, $V$, dan $W$. Berdasarkan prinsip kesebangunan, diperoleh tiga pasang segitiga yang sebangun.

Dari $\Delta AUX \sim \Delta BVX$ diperoleh:

$$\frac{AX}{BX} = \frac{UX}{VX} = \frac{AU}{BV} = \frac{h_1}{h_2}$$

Dengan menggunakan konsep vektor berlaku:

$$\frac{AX}{-XB} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\frac{AX}{XB} = -\frac{h_1}{h_2} \qquad (2.12)$$

Kemudian dari $\Delta BVY \sim \Delta CWY$ diperoleh:

$$\frac{BY}{CY} = \frac{VY}{WY} = \frac{BV}{CW} = \frac{h_2}{h_3}$$

Dengan menggunakan konsep vektor berlaku

$$\frac{BY}{-YC} = \frac{h_2}{h_3}$$

$$\frac{BY}{YC} = -\frac{h_2}{h_3} \qquad (2.13)$$

Selanjutnya dari $\Delta CWZ \sim \Delta AUZ$ diperoleh:

$$\frac{CZ}{AZ} = \frac{WZ}{UZ} = \frac{CW}{AU} = \frac{h_3}{h_1}$$

Dengan menggunakan konsep vektor berlaku:

$$\frac{CZ}{-ZA} = \frac{h_3}{h_1}$$

$$\frac{CZ}{ZA} = -\frac{h_3}{h_1} \tag{2.14}$$

Dengan mengalikan Persamaan (2.12), (2.13), dan (2.14) diperoleh:

$$\frac{AX}{XB} \cdot \frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} = -\frac{h_1}{h_2} \cdot -\frac{h_2}{h_3} \cdot -\frac{h_3}{h_1}$$

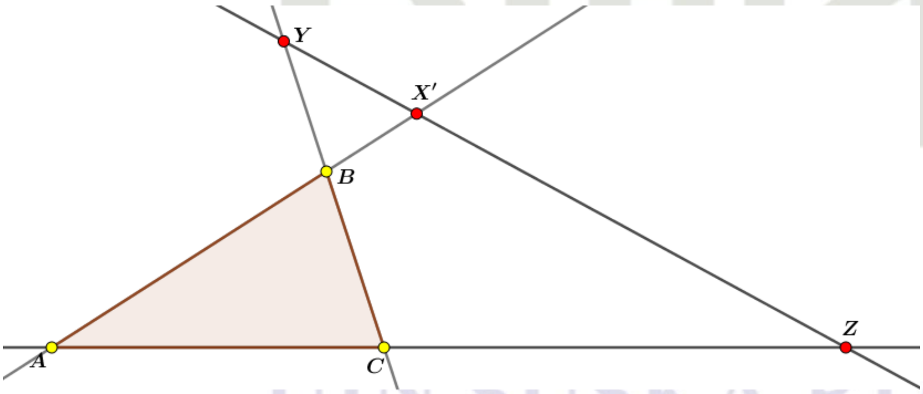
$$\frac{AX}{XB} \cdot \frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} = -1 \tag{2.15}$$

Ini menunjukkan bahwa Persamaan (2.11) terpenuhi sehingga $X$, $Y$, dan $Z$ yang berada pada perpanjangan rusuk-rusuk $AB$, $CB$, dan $AC$ adalah segaris atau kolinear.

$\Leftarrow$ Untuk membuktikan dari kanan ke kiri, jika

$$\frac{AX}{XB} \cdot \frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} = -1 \tag{2.16}$$

Maka akan ditunjukkan titik $X$, $Y$, dan $Z$ kolinear. Perhatikan Gambar 2.8 berikut.




**Gambar 2.8 Titik $X'$ Berada pada Perpotongan Garis $YZ$ dan Perpanjangan Rusuk $AB$**

Untuk pembuktian dari kanan ke kiri kali ini akan digunakan konsep ketunggalan. Misalkan perpotongan antara garis $YZ$ dan perpanjangan rusuk $AB$ tidak di titik $X$ melainkan di titik $X'$. Sehingga diperoleh:

$$\frac{AX'}{X'B} \cdot \frac{BY}{YC} \cdot \frac{CZ}{ZA} = -1 \tag{2.17}$$

Berdasarkan Persamaan (2.16) dan Persamaan (2.17) diperoleh:

$$\frac{AX}{XB} = \frac{YC}{BY} \cdot \frac{ZA}{CZ} \tag{2.18}$$

$$\frac{AX'}{X'B} = \frac{YC}{BY} \cdot \frac{ZA}{CZ} \tag{2.19}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.18) ke Persamaan (2.19) diperoleh:

$$\frac{AX}{XB} = \frac{AX'}{X'B}$$

$$\frac{AX}{XB} + 1 = \frac{AX'}{X'B} + 1$$

$$\frac{AX + XB}{XB} = \frac{AX' + X'B}{X'B}$$

$$\frac{AB}{XB} = \frac{AB}{X'B} \tag{2.20}$$

Karena pembilang dari Persamaan (2.20) telah sama, artinya penyebut juga harus sama yaitu $XB = X'B$ dimana $XB$ merupakan jarak titik $X$ ke titik $B$ dan $X'B$ merupakan jarak titik $X'$ ke titik $B$. Sehingga $X = X'$ yang berarti $X$ dan $X'$ berada di satu titik (tunggal). Sehingga dapat disimpulkan bahwa titik $X$, $Y$, dan $Z$ adalah kolinear.

# BAB III
# METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur yaitu mengumpulkan materi dan informasi yang berhubungan dengan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus melalui beberapa buku dan artikel. Untuk mengkonstruksi heptagon konveks dan heptagon tidak konveks peneliti menggunakan aplikasi Geogebra. Adapun langkah-langkah untuk pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon konveks dan heptagon tidak konveks sebagai berikut:

## 3.1 Mengkonstruksi Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada Heptagon Konveks dan Tidak Konveks Menggunakan Aplikasi Geogebra

3.1.1 Jalankan aplikasi Geogebra. Buat sebarang heptagon $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ dengan memilih tujuh titik yang menjadi titik dari *polygon* menggunakan *tool Polygon*.

3.1.2 Buat perpanjangan rusuk dari tiap rusuk heptagon dengan memilih *tool Line*, dan mengkonstruksi tujuh titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, dan $B_7$ pada masing-masing rusuk atau perpanjangan rusuk heptagon menggunakan *tool Point*.

3.1.3 Menghubungkan ketujuh titik pada langkah 2 dengan memilih *tool* Line, kemudian memisalkan titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, dan $B_7$ berturut-turut adalah titik perpotongan antara rusuk atau perpanjangan garis rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$, $A_6A_7$, $A_7A_1$ dengan garis $B_1B_2B_3B_4B_5B_6B_7$.

## 3.2 Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada Heptagon Konveks

### 3.2.1 Teorema Menelaus pada Heptagon Konveks

Teorema Menelaus pada heptagon konveks menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang dua titiknya berada pada rusuk heptagon dan lima titik lainnya berada pada perpanjangan rusuk heptagon. Adapun penjabaran langkah-langkahnya yaitu sebagai berikut:

1. Diberikan heptagon konveks $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ sebarang seperti pada Gambar 1.11 (a).
2. Membuat titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_6$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_6A_7$, dan $A_7A_1$. Kemudian titik $B_4$ dan $B_5$ masing-masing berturut-turut pada rusuk $A_4A_5$ dan rusuk $A_5A_6$.
3. Kemudian berdasarkan langkah kedua dan teorema dasar dari Teorema Menelaus, dapat dibentuk pernyataan yakni titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B_5}{B_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1}=-1 \tag{3.1}$$

4. Untuk membuktikan pernyataan dari kiri ke kanan ($\Longrightarrow$) yaitu:
   a. Memisalkan titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ adalah kolinear.
   b. Mengkonstruksi garis tinggi dari titik $A_3$, $A_4$, $A_2$, $A_5$, $A_1$, $A_7$, dan $A_6$ ke ruas garis yang terbentuk di poin a dengan panjang masing-masing berturut-turut $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, $h_5$, $h_6$, dan $h_7$ di titik $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$, $C_5$, $C_6$, dan $C_7$. Dari proses ini akan terbentuk 14 buah segitiga siku-siku.
   c. Dari langkah b, dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga terbentuk tujuh pasang segitiga yang sebangun yaitu $\Delta A_1C_5B_1 \sim \Delta A_2C_3B_1$, $\Delta A_2C_3B_2 \sim \Delta A_3C_1B_2$, $\Delta A_3C_1B_3 \sim \Delta A_4C_2B_3$, $\Delta A_4C_2B_4 \sim \Delta A_5C_4B_4$, $\Delta A_5C_4B_5 \sim \Delta A_6C_7B_5$, $\Delta A_6C_7B_6 \sim \Delta A_7C_6B_6$,

dan $\Delta A_7C_6B_7 \sim \Delta A_1C_5B_7$. Maka akan diperoleh tujuh persamaan dari masing-masing segitiga yang sebangun tersebut.

d. Dengan menganalisis ketujuh persamaan tersebut, sehingga terbukti dari kiri ke kanan.

5. Selanjutnya untuk membuktikan dari kanan ke kiri ($\Leftarrow$) yaitu:

   a. Memisalkan perpotongan antara garis $A_5A_6$ dengan $B_1B_7$ adalah $B'_5$.

   b. Lalu membuat persamaan teorema baru dari pemisalan titik $B'_5$ terhadap heptagon $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ yaitu:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B'_5}{B'_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1 \qquad (3.2)$$

   c. Selanjutnya bandingkan Persamaan (3.2) dan (3.1). Sehingga terbukti pernyataan dari kanan ke kiri.

### 3.2.2 Teorema Transversal Menelaus pada Heptagon Konveks

Teorema Transversal Menelaus pada heptagon konveks menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang ketujuh titiknya berada pada perpanjangan rusuk heptagon. Adapun penjabaran langkah-langkahnya yaitu sebagai berikut:

1. Diberikan heptagon konveks $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ sebarang seperti pada Gambar 1.11 (a).
2. Membuat titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$, $A_6A_7$, dan $A_7A_1$.
3. Kemudian berdasarkan langkah kedua dan teorema dasar dari Teorema Transversal Menelaus, dapat dibentuk pernyataan yaitu titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B_5}{B_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1 \qquad (3.3)$$

4. Untuk membuktikan pernyataan dari kiri ke kanan ($\Longrightarrow$) yaitu:
   a. Memisalkan titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ adalah kolinear.
   b. Mengkonstruksi garis tinggi dari titik $A_3$, $A_4$, $A_2$, $A_5$, $A_1$, $A_7$, dan $A_6$ ke ruas garis yang terbentuk di poin a dengan panjang masing-masing berturut-turut $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, $h_5$, $h_6$, dan $h_7$ di titik $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$, $C_5$, $C_6$, dan $C_7$. Dari proses ini akan terbentuk 14 buah segitiga siku-siku.
   c. Dari langkah b, dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga terbentuk tujuh pasang segitiga yang sebangun yaitu $\Delta A_1C_5B_1 \sim \Delta A_2C_3B_1$, $\Delta A_2C_3B_2 \sim \Delta A_3C_1B_2$, $\Delta A_3C_1B_3 \sim \Delta A_4C_2B_3$, $\Delta A_4C_2B_4 \sim \Delta A_5C_4B_4$, $\Delta A_5C_4B_5 \sim \Delta A_6C_7B_5$, $\Delta A_6C_7B_6 \sim \Delta A_7C_6B_6$, dan $\Delta A_7C_6B_7 \sim \Delta A_1C_5B_7$. Maka akan diperoleh tujuh persamaan dari masing-masing segitiga yang sebangun tersebut.
   d. Dengan menganalisis ketujuh persamaan tersebut, sehingga terbukti dari kiri ke kanan.
5. Selanjutnya untuk membuktikan dari kanan ke kiri ($\Longleftarrow$) yaitu:
   a. Memisalkan perpotongan antara garis perpanjangan rusuk $A_5A_6$ dengan $B_1B_7$ adalah $B'_5$.
   b. Lalu membuat persamaan teorema baru dari pemisalan titik $B'_5$ terhadap heptagon $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ yaitu:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \cdot \frac{A_5B'_5}{B'_5A_6} \cdot \frac{A_6B_6}{B_6A_7} \cdot \frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1 \qquad (3.4)$$

   c. Selanjutnya bandingkan Persamaan (3.4) dan (3.3). Sehingga terbukti pernyataan dari kanan ke kiri.

## 3.3 Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada Heptagon Tidak Konveks

### 3.3.1 Teorema Menelaus pada Heptagon Tidak Konveks

Teorema Menelaus pada heptagon tidak konveks menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang empat titiknya berada pada rusuk heptagon dan tiga titik lainnya berada pada perpanjangan rusuk heptagon. Adapun penjabaran langkah-langkahnya yaitu sebagai berikut:

1. Diberikan heptagon konveks $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ sebarang seperti pada Gambar 1.11 (b).
2. Membuat titik $B_1$, $B_2$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, dan $A_7A_1$. Kemudian titik $B_3$, $B_4$, $B_5$ dan $B_6$ masing-masing berturut-turut pada rusuk $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$ dan rusuk $A_6A_7$.
3. Kemudian berdasarkan langkah kedua dan teorema dasar dari Teorema Menelaus, dapat dibentuk pernyataan yaitu titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B_5}{B_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1}=-1 \tag{3.5}$$

4. Untuk membuktikan pernyataan dari kiri ke kanan ($\Longrightarrow$) yaitu:
   a. Misalkan titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ adalah kolinear.
   b. Mengkonstruksi garis tinggi dari titik $A_3$, $A_2$, $A_4$, $A_5$, $A_1$, $A_6$, dan $A_7$ ke ruas garis yang terbentuk di poin a dengan panjang masing-masing berturut-turut $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, $h_5$, $h_6$, dan $h_7$ di titik $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$, $C_5$, $C_6$, dan $C_7$. Dari proses ini akan terbentuk 14 buah segitiga siku-siku.
   c. Dari langkah b, dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga terbentuk tujuh pasang segitiga yang sebangun yaitu $\Delta A_1C_5B_1 \sim \Delta A_2C_2B_1$, $\Delta A_2C_2B_2 \sim \Delta A_3C_1B_2$, $\Delta A_3C_1B_3 \sim \Delta A_4C_3B_3$, $\Delta A_4C_3B_4 \sim \Delta A_5C_4B_4$, $\Delta A_5C_4B_5 \sim \Delta A_6C_6B_5$, $\Delta A_6C_6B_6 \sim \Delta A_7C_7B_6$,

dan $\Delta A_7C_7B_7 \sim \Delta A_1C_5B_7$. Maka akan diperoleh tujuh persamaan dari masing-masing segitiga yang sebangun tersebut.

d. Dengan menganalisis ketujuh persamaan tersebut, sehingga terbukti dari kiri ke kanan.

5. Selanjutnya untuk membuktikan dari kanan ke kiri ($\Leftarrow$) yaitu:
   a. Memisalkan perpotongan antara garis $A_5A_6$ dengan $B_1B_7$ adalah $B'_5$.
   b. Lalu membuat persamaan teorema baru dari pemisalan titik $B'_5$ terhadap heptagon $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ yaitu:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \cdot \frac{A_5B'_5}{B'_5A_6} \cdot \frac{A_6B_6}{B_6A_7} \cdot \frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1 \quad (3.6)$$

   c. Selanjutnya bandingkan Persamaan (3.6) dan (3.5). Sehingga terbukti pernyataan dari kanan ke kiri.

### 3.3.2 Teorema Transversal Menelaus pada Heptagon Tidak Konveks

Teorema Transversal Menelaus pada heptagon tidak konveks menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang ketujuh titiknya berada pada perpanjangan rusuk heptagon. Adapun penjabaran langkah-langkahnya yaitu sebagai berikut:

1. Diberikan heptagon tidak konveks $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ sebarang seperti pada Gambar 1.11 (b).
2. Membuat titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$, $A_6A_7$, dan $A_7A_1$.
3. Kemudian berdasarkan langkah kedua dan teorema dasar dari Teorema Transversal Menelaus, dapat dibentuk pernyataan yaitu titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \cdot \frac{A_5B_5}{B_5A_6} \cdot \frac{A_6B_6}{B_6A_7} \cdot \frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1 \quad (3.7)$$

4. Untuk membuktikan pernyataan dari kiri ke kanan ($\Longrightarrow$) yaitu:
   a. Misalkan titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ adalah kolinear.
   b. Mengkonstruksi garis tinggi dari titik $A_3$, $A_2$, $A_4$, $A_5$, $A_1$, $A_6$, dan $A_7$ ke ruas garis yang terbentuk di poin a dengan panjang masing-masing berturut-turut $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$, $h_5$, $h_6$, dan $h_7$ di titik $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$, $C_5$, $C_6$, dan $C_7$. Dari proses ini akan terbentuk 14 buah segitiga siku-siku.
   c. Dari langkah b, dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga terbentuk tujuh pasang segitiga yang sebangun yaitu $\Delta A_1C_5B_1 \sim \Delta A_2C_2B_1$, $\Delta A_2C_2B_2 \sim \Delta A_3C_1B_2$, $\Delta A_3C_1B_3 \sim \Delta A_4C_3B_3$, $\Delta A_4C_3B_4 \sim \Delta A_5C_4B_4$, $\Delta A_5C_4B_5 \sim \Delta A_6C_7B_5$, $\Delta A_6C_6B_6 \sim \Delta A_7C_6B_6$, dan $\Delta A_7C_7B_7 \sim \Delta A_1C_5B_7$. Maka akan diperoleh tujuh persamaan dari masing-masing segitiga yang sebangun tersebut.
   d. Dengan menganalisis ketujuh persamaan tersebut, sehingga terbukti dari kiri ke kanan.
5. Selanjutnya untuk membuktikan dari kanan ke kiri ($\Longleftarrow$) yaitu:
   a. Memisalkan perpotongan antara garis perpanjangan rusuk $A_5A_6$ dengan $B_1B_7$ adalah $B'_5$.
   b. Lalu membuat persamaan teorema baru dari pemisalan titik $B'_5$ terhadap heptagon $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ yaitu:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \cdot \frac{A_5B'_5}{B'_5A_6} \cdot \frac{A_6B_6}{B_6A_7} \cdot \frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1 \qquad (3.8)$$

   c. Selanjutnya bandingkan Persamaan (3.8) dan (3.7). Sehingga terbukti pernyataan dari kanan ke kiri.

# BAB V
# PENUTUP

## 5.1 Kesimpulan

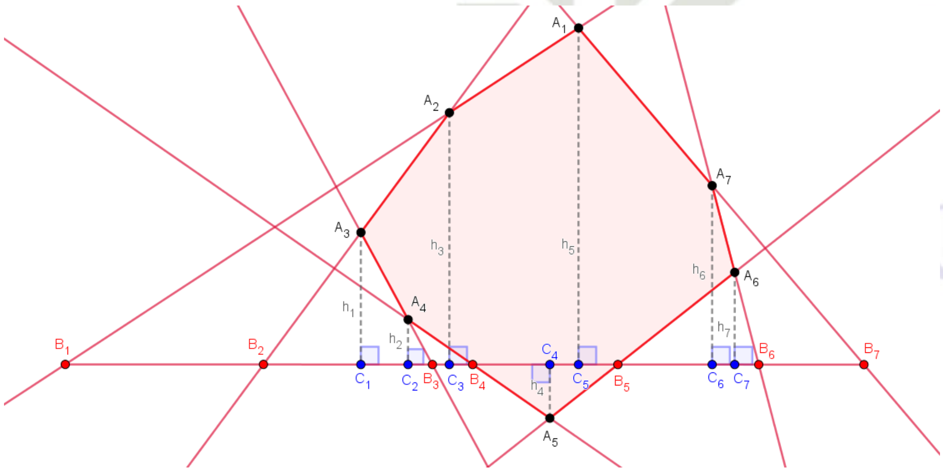
Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus berlaku dan dapat dikembangkan pada heptagon konveks dan tidak konveks dalam empat kasus. Dalam penelitian ini penulis mengkonstruksi Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus menggunakan aplikasi Geogebra, dengan menunjukkan kolinearitas dari tujuh titik yang berada pada rusuk dan perpanjangan rusuk heptagon dengan menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga.

Adapun Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus yang diperoleh pada heptagon konveks dan tidak konveks dalam empat kasus yaitu:

1. Teorema Menelaus pada heptagon konveks

   Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ adalah heptagon konveks sebarang, titik $B_4$ dan $B_5$ masing-masing berturut-turut berada pada rusuk $A_4A_5$ dan $A_5A_6$. Kemudian titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_6$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut berada pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_6A_7$, dan $A_7A_1$. Titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_4}{B_4A_5} \cdot \frac{A_5B_5}{B_5A_6} \cdot \frac{A_6B_6}{B_6A_7} \cdot \frac{A_7B_7}{B_7A_1} = -1$$

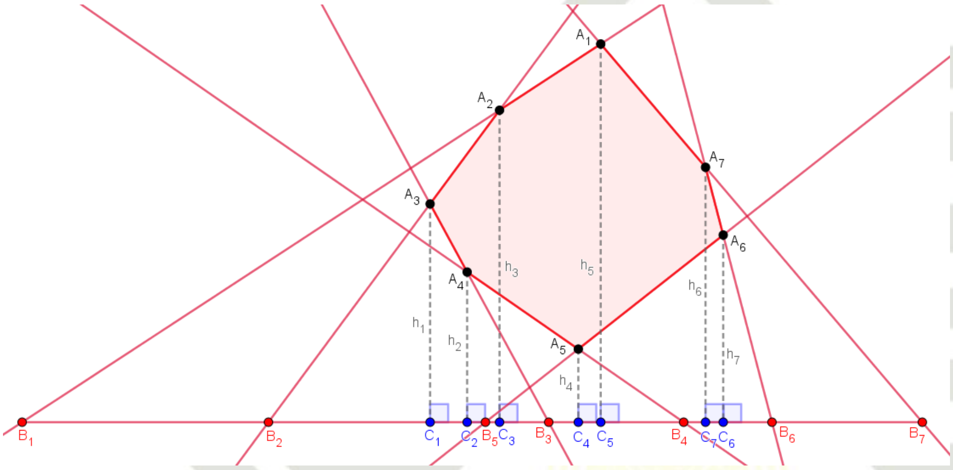



**Gambar 5.1 Teorema Menelaus pada Heptagon Konveks**

2. Teorema Transversal Menelaus pada heptagon konveks

Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ adalah heptagon konveks sebarang, titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ masing-masing berturut-turut berada pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$, $A_6A_7$, dan $A_7A_1$. Titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B_5}{B_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1}=-1$$

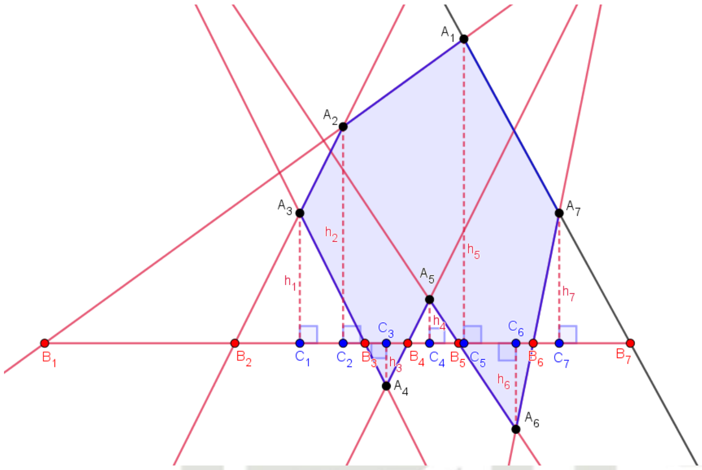



**Gambar 5.2 Teorema Transversal Menelaus pada Heptagon Konveks**

3. Teorema Menelaus pada heptagon tidak konveks

Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ adalah heptagon tidak konveks sebarang, titik $B_3$, $B_4$, $B_5$ dan $B_6$ masing-masing berturut-turut berada pada rusuk $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$, dan $A_6A_7$. Kemudian titik $B_1$, $B_2$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut berada pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, dan $A_7A_1$. Titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B_5}{B_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1}=-1$$

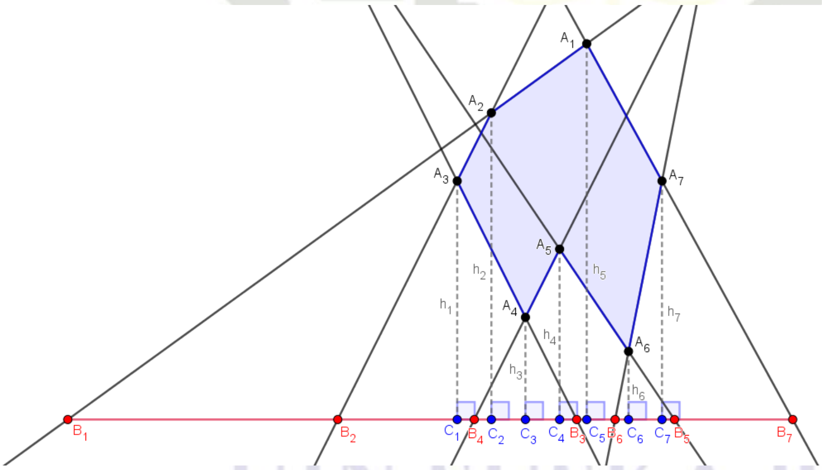


**Gambar 5.3 Teorema Menelaus pada Heptagon Tidak Konveks**

4. Teorema Transversal Menelaus pada heptagon tidak konveks

Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ adalah heptagon tidak konveks sebarang, titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, dan $B_7$ masing-masing berturut-turut berada pada perpanjangan rusuk $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$, $A_6A_7$, dan $A_7A_1$. Titik $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$, $B_7$ akan kolinear jika dan hanya jika:

$$\frac{A_1B_1}{B_1A_2}\cdot\frac{A_2B_2}{B_2A_3}\cdot\frac{A_3B_3}{B_3A_4}\cdot\frac{A_4B_4}{B_4A_5}\cdot\frac{A_5B_5}{B_5A_6}\cdot\frac{A_6B_6}{B_6A_7}\cdot\frac{A_7B_7}{B_7A_1}=-1$$



**Gambar 5.4 Teorema Transversal Menelaus pada Heptagon Tidak Konveks**

## 5.2 Saran

Pada penelitian ini penulis hanya membahas Pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada heptagon menggunakan prinsip kesebangunan pada segitiga. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini, disarankan untuk dapat membahas pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada segi-$n$ lainnya dimana pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus dapat dikembangkan dengan prinsip lainnya seperti perbandingan luas pada segitiga.

# DAFTAR PUSTAKA

[1] J. H. Lumbantoruan, Buku Materi Pembelajaran Geometri 1. Jakarta: Universitas Kristen Indonesia, 2019. [Daring]. Tersedia pada: http://repository.uki.ac.id/1655/1/BMP Geometri 1.pdf

[2] Y. Dianrizkita, H. Seruni, dan H. Agung, “Analisa Perbandingan Metode Marker Based Dan Markless Augmented Reality Pada Bangun Ruang,” Jurnal Simantec, vol. 6, no. 3, hal. 121–128, 2018.

[3] Elfawati, “Meningkatkan Pengenalan Bangun Datar Sederhana Melalui Media Puzzle Bagi Anak Tunagrahita Ringan,” Jurnal Ilmiah Pendidikan Khusus, vol. 1, no. 3, hal. 198–207, 2012.

[4] D. Iswadji dan M. Mukhlisin, Diktat Geometri, vol. 1, no. 11150331000034. 2017.

[5] Mashadi, Geometri Lanjut. Pekanbaru: Pusbangdik Universitas Riau, 2015.

[6] P. Yiu, Introduction to the Geometry of the Triangle, no. December. Florida Atlantic University, 2012. [Daring]. Tersedia pada: http://math.fau.edu/Yiu/GeometryNotes020402.pdf

[7] F. Smarandache, “A Self-Recurrence Method for Generalizing Known Scientific Results,” hal. 1–7, 1991.

[8] S. Nurahmi, Mashadi, dan and Hasriati, “Pengembangan Teorema Ceva dan Teorema Menelaus pada Segiempat,” Prosiding Seminar Nasional dan Kongres IndoMS Wilayah Sumatera Bagian Tengah, hal. 978–979, 2014.

[9] S. A. Sandi, M. Mashadi, dan S. Gemawati, “Pengembangan Teorema Menelaus Pada Segilima,” Jurnal Mathematic Paedagogic, vol. 3, no. 1, hal. 57, 2018, doi: 10.36294/jmp.v3i1.311.

[10] S. Rohmawati, “Pengembangan Teorema Menelaus Dan Transversal Menelaus Pada Segienam,” 2020. [Daring]. Tersedia pada: http://repository.uin-suska.ac.id/28555/

[11] H. Saati dan J. Aghakazemi, “Relationship between Structures of C5C7 Carbon Nanotubes and Geometry of Ornamental,” Journal of Mathematical and Statistical Analysis, vol. 1, no. 1, 2018.

[12] I. N. Parta dan S. H. Nasution, Segitiga. Malang, 2019.

[13] D. L. Vossler, Exploring Analytic Geometry with Mathematica. New York: Academic Press, 2000.

[14] S. T. Guntoro, S. Suryopurnomo, M. Danuri, dan Murdanu, Aplikasi Konsep

Kesebangunan dalam Pembelajaran Matematika SMP. Yogyakarta, 2011.

[15] M. A. Karim dan E. Hidayanto, Bangun Datar.

[16] Mashadi, Geometri Edisi Kedua. Pekanbaru: Pusbangdik Universitas Riau, 2015.

# DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Pekanbaru pada tanggal 10 November 1999, sebagai anak pertama dari pasangan Bapak Bambang Suhendro dan Ibu Yun Ismirad Sari. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 20 Pekanbaru pada tahun 2006-2012, kemudian melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 12 Pekanbaru pada tahun 2012-2015, dan penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas dengan Jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di SMAN 15 Pekanbaru pada tahun 2015-2018.

Setelah menyelesaikan pendidikan SMA pada tahun 2018, penulis melanjutkan studi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis dinyatakan lulus ujian sarjana dengan judul Tugas Akhir "Pengembangan Teorema Menelaus dan Transversal Menelaus pada Heptagon" dengan dosen pembimbing Bapak Zukrianto, M.Si.. Segala kritik, saran dan pertanyaan untuk penulis dapat disampaikan melalui alamat e-mail luthfimurtadha.lm@gmail.com. Terima kasih.