

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**PENERAPAN METODE *BRANCH AND CUT* DALAM
MENGOPTIMALKAN BIAYA PEMUPUKAN
TANAMAN KELAPA SAWIT
(Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)**

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

Oleh:

NIKMATUL AUFA

11850420526



**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU**

2022

LEMBAR PERSETUJUAN

**PENERAPAN METODE *BRANCH AND CUT* DALAM
MENGOPTIMALKAN BIAYA PEMUPUKAN
TANAMAN KELAPA SAWIT
(Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)**

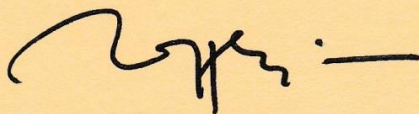
TUGAS AKHIR

oleh:

**NIKMATUL AUFA
11850420526**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 21 Juni 2022

Ketua Program Studi



**Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003**

Pembimbing



**Elfira Safitri, M.Mat.
NIK. 130 517 049**

LEMBAR PENGESAHAN

PENERAPAN METODE *BRANCH AND CUT* DALAM MENGOPTIMALKAN BIAYA PEMUPUKAN TANAMAN KELAPA SAWIT

(Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)

TUGAS AKHIR

oleh:

NIKMATUL AUFA
11850420526

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 21 Juni 2022

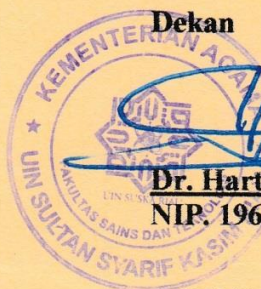
Pekanbaru, 21 Juni 2022
Mengesahkan

Ketua Program Studi



Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

Dekan



Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

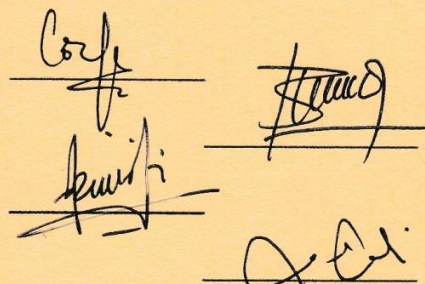
DEWAN PENGUJI :

Ketua : Corry Corazon Marzuki, M.Si.

Sekretaris : Elfira Safitri, M.Mat.

Anggota I : Sri Basriati, M.Sc.

Anggota II : Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.





Lampiran Surat :

Nomor : Nomor 25/2021
 Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :
 : NIKMATUL AUFA
 : 11850420526
 Tel. Lahir : DUMAI / 18 NOVEMBER 2000
 Fakultas/Pascasarjana : SAINS DAN TEKNOLOGI
 : MATEMATIKA
 Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah-lainnya*:

PENERAPAN METODE BRANCH AND CUT DALAM MENGOPTIMALKAN
 BIAYA PEMUPUKAN TANAMAN KELAPA SAWIT (Studi Kasus :
 Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

Penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah~~ lainnya* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.

Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.

Oleh karena itu ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah~~ lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.

Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan ~~Disertasi/Thesis/Skripsi/(Karya Ilmiah lainnya)*~~ saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 21 Juli 2022
 Yang membuat pernyataan



NIKMATUL AUFA
 NIM : 11850420526

* pilih salah satu sesuai jenis karya tulis

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak cipta Diindungi Undang-undang
 Dilarang menyalin atau memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seijin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa di dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan oleh saya maupun orang lain untuk keperluan lain, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak memuat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali disebutkan dalam referensi dan didalam daftar pustaka.

Saya bersedia menerima sanksi jika pernyataan ini tidak sesuai dengan yang sebenarnya.

Pekanbaru, 21 Juni 2022
Yang membuat pernyataan,

NIKMATUL AUFA
11850420526

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillah rabbil'alam in ucapan syukur kepada Allah Subhaannahu Wata'ala atas rahmat dan karunia-Nya yang telah memberikan kemudahan dalam menuntut ilmu sehingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan baik. Shalawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad Shalallahu 'Alaihi Wassalam.

Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kukasihi dan kusayangi

******Ayahanda Ben Aldi dan Ibunda Fitriani******

“Terimakasih ayah dan ibu atas segala yang telah kalian berikan kepadaku, tangan yang tak pernah lelah berdoa untuk kebaikanmu dan kelancaranku dalam menuntut ilmu, yang senantiasa berjuang dan berkorban untuk kehidupanku”

******Dosen Pembimbingku Ibu Elfira Safitri, M.Mat.******

“Terimakasih bu telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, pengarahan serta masukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini”

******Yang Tersayang******

Terimakasih untuk adik-adikku Nadratul Aufa dan Nazihatul Aufa atas semua dukungan dan doa yang telah diberikan”

******Sahabat dan Teman-Teman******

Terimakasih untuk sahabatku (Auzia, Ismah, dan Risa), teman-temanku grup anak kalem, dan teman-teman Better-B yang telah memberikan semangat, bantuan serta dukungan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini”

****** Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi******

“Terimakasih atas segala ilmu dan nasehat yang telah diberikan selama perkuliahan”

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**PENERAPAN METODE *BRANCH AND CUT* DALAM
MENGOPTIMALKAN BIAYA PEMUPUKAN
TANAMAN KELAPA SAWIT
(Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)**

**NIKMATUL AUFA
NIM: 11850420526**

Tanggal Sidang : 21 Juni 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas KM 15 No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Kelapa sawit merupakan tanaman yang memiliki nilai ekonomis tinggi, dengan produk utamanya yaitu minyak sawit (CPO) dan minyak inti sawit (KPO). Kelapa sawit memerlukan pupuk sebagai penunjang dalam pertumbuhannya agar kebutuhan unsur hara tercukupi. Tetapi umumnya para petani kurang memperhatikan penggunaan pupuk dan hanya berdasarkan pada pengalaman sebelumnya. Sehingga, menyebabkan kurang optimalnya pemberian jumlah pupuk dan menyebabkan pemborosan biaya yang dikeluarkan untuk pemupukan. Dalam penelitian ini, metode yang digunakan adalah metode *Branch and Cut* yang bertujuan untuk mendapatkan solusi optimal dalam menentukan jumlah pupuk agar mendapatkan biaya yang efisien pada perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar. Metode *Branch and Cut* merupakan penggabungan antara metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane* sebagai pendekatan model *Integer Programming*. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh solusi optimal yaitu pemilik perkebunan harus menyediakan pupuk jenis Urea sebanyak 9 karung, pupuk jenis TSP sebanyak 6 karung, pupuk jenis KCL sebanyak 9 karung, pupuk Dolomite sebanyak 8 karung, dan tidak perlu menyediakan pupuk jenis NPK Yaramila Winner agar mendapat biaya minimum sebesar Rp. 11,460.000 untuk setiap hektarnya dalam satu tahun.

Kata Kunci: *Integer Programming* , Kelapa Sawit, Metode *Branch and Cut* , Pupuk.



APPLICATION OF THE BRANCH AND CUT METHOD IN OPTIMIZING THE COST OF FERTILIZING PALM OIL PLANT

(Case Study: Oil Palm Plantation in Siabu Village, Kampar Regency)

**NIKMATUL AUFA
NIM: 11850420526**

*Date of Final Exam : 21th June 2022
Date of Graduation :*

*Departement of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru-Indonesia*

ABSTRACT

Oil palm is a plant that has high economic value, with the main products being palm oil (CPO) and palm kernel oil (KPO). Oil palm requires fertilizer as a support for its growth so that the nutrient needs are fulfilled. But in general, farmers pay less attention to the use of fertilizers and only based on previous experience. Thus, causing a less than optimal amount of fertilizer and causing a waste of costs incurred for fertilization. In this study, the method used is the Branch and Cut method which aims to obtain the optimal solution in determining the amount of fertilizer in order to get an efficient cost on oil palm plantations in Siabu Village, Kampar Regency. The Branch and Cut method is a combination of the Branch and Bound method and the Cutting Plane method as an Integer Programming model approach. Based on the results of the study, the optimal solution was obtained, namely the plantation owner had to provide 9 sacks of Urea fertilizer, 6 sacks of TSP fertilizer, 9 sacks of KCL fertilizer, 8 sacks of Dolomite fertilizer, and there was no need to provide Yaramila Winner NPK fertilizer in order to get costs. a minimum of Rp. 11,460,000 for each hectare in one year.

Keywords: *Integer Programming, Palm Oil, Branch and Cut Method, Fertilizer.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillah rabbil 'alamiin. Segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhanahu wa Ta'ala* yang telah memberikan rahmat serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan judul **“Penerapan Metode *Branch And Cut* Dalam Mengoptimalkan Biaya Pemupukan Tanaman Kelapa Sawit (Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)”**. Shalawat dan salam juga selalu tercurah kepada Nabi Muhammad *Sallallahu 'alaihi Wasallam*, semoga kelak di akhirat seluruh umatnya mendapat *syafa'at* dari beliau.

Selama melaksanakan proses penulisan tugas akhir ini, penulis mendapatkan bimbingan, arahan, masukan, nasehat, dan lain sebagainya dari berbagai pihak hingga akhir penyusunan tugas akhir ini. Terutama sekali penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta ayahanda Ben Aldi dan ibunda Fitriani yang senantiasa memberikan kasih sayang, dukungan, dan doa-doa yang tak pernah henti kepada penulis. Kemudian, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc., selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Elfira Safitri, M.Mat., selaku Pembimbing Akademik sekaligus Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan dukungan dan arahan kepada penulis sehingga mampu menyelesaikan tugas akhir ini.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

11.

6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si., selaku ketua sidang yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan baik.

7. Ibu Sri Basriati, M.Sc., selaku Penguji I yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan baik.

8. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc., selaku Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan baik.

9. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau khususnya Program Studi Matematika.

10. Sahabat dan teman-teman seperjuangan di Program Studi Matematika.

11. Semua pihak yang telah membantu penulis dari awal penyusunan hingga selesai yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan laporan tugas akhir ini masih terdapat kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari semua pihak yang membangun demi kesempurnaan laporan penelitian ini dan demi menciptakan laporan penelitian yang lebih baik lagi untuk kedepannya.

Pekanbaru, Juni 2022

Nikmatul Aufa

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN.....	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	4
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Program Linier (Linear Programming)	5
2.2 Metode Simpleks.....	7
2.3 Metode Dual Simpleks	8
2.4 Integer Programming (IP)	9
2.5 Metode Branch and Bound	10
2.6 Metode Cutting Plane	11
2.7 Metode Branch and Cut.....	12

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III	MEOTODOLOGI PENELITIAN.....	25
BAB IV	PEMBAHASAN.....	28
	4.1 Deskripsi Data	28
	4.2 Penyelesaian Menggunakan Metode <i>Branch and Cut</i>	29
	4.3 Interpretasi Model	79
BAB V	PENUTUP.....	81
	5.1 Kesimpulan	81
	5.2 Saran	81
	DAFTAR PUSTAKA	82
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP.....	89

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

- z : Nilai fungsi tujuan yang dioptimalkan (maksimum atau minimum)
- x_j : Variabel keputusan (untuk $j = 1, 2, \dots, n$)
- c_j : Koefisien untuk fungsi tujuan
- a_{ij} : Banyaknya sumber daya i yang dipakai oleh setiap unit aktivitas j .
- b_j : Banyaknya sumber daya i yang tersedia untuk dialokasikan ke aktivitas (untuk $i = 1, 2, \dots, m$).
- S_{gt} : Kendala tambahan (*gomory*) ke- i
- f_{ij} : Bagian pecahan dalam a_{ij}
- f_i : Bagian pecahan dalam b_i



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Percabangan Awal.....	19
Gambar 2.2 Percabangan Model Sub-Masalah 2 dan Sub-Masalah 3	22
Gambar 2.3 Penambahan <i>Gomory</i> Pertama	25
Gambar 2.4 Percabangan Keseluruhan dengan Metode <i>Branch And Cut</i>	26
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Metodologi Penelitian	29
Gambar 4.1 Percabangan Awal Sub-Masalah 1.....	41
Gambar 4.2 Percabangan Model Sub-Masalah 2 dan Sub-Masalah 3	46
Gambar 4.3 Percabangan Awal Sub-Masalah 4.....	50
Gambar 4.4 Percabangan Model Sub-Masalah 5 dan Sub-Masalah 6.....	54
Gambar 4.5 Percabangan Awal Sub-Masalah 7.....	59
Gambar 4.6 Percabangan Model Sub-Masalah 8 dan Sub-Masalah 9.....	66
Gambar 4.7 Percabangan Awal Sub-Masalah 10.....	71
Gambar 4.8 Percabangan Model Sub-Masalah 11 dan Sub-Masalah 12.....	79
Gambar 4.9 Percabangan Keseluruhan dengan Metode <i>Branch And Cut</i>	81



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tabel 4.15 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 2	43
Tabel 4.16 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 3.....	45
Tabel 4.17 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 3	45
Tabel 4.18 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 4.....	49
Tabel 4.19 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 4	49
Tabel 4.20 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 5.....	52
Tabel 4.21 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 6.....	53
Tabel 4.22 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 6	54
Tabel 4.23 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 7.....	57
Tabel 4.24 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 7	58
Tabel 4.25 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 8.....	61
Tabel 4.26 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 8	62
Tabel 4.27 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 9.....	64
Tabel 4.28 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 9	65
Tabel 4.29 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 10.....	69
Tabel 4.30 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 10 ..	70
Tabel 4.31 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 11	73
Tabel 4.32 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 11 ..	74
Tabel 4.33 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 12.....	77
Tabel 4.34 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 12 ..	78
Tabel 4.35 Solusi Optimal Optimal <i>Integer</i>	82

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data jenis pupuk dan harga pupuk yang digunakan pada tanaman kelapa sawit di perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar, Riau.....	87
Lampiran 2	Penyelesaian permasalahan optimasi pada studi kasus menggunakan software QM.....	88
Lampiran 3	Hasil perhitungan dengan metode <i>branch and bound</i> menggunakan software POM-QM for windows.....	89

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan sektor pertanian terutama subsektor perkebunan di Indonesia saat ini bisa dibilang cukup pesat. Salah satu komoditas primadona yaitu kelapa sawit. Tanaman ini menghasilkan produk utama yaitu minyak sawit (CPO) yang berasal dari daging buah sawit dan minyak inti sawit (KPO) yang berasal dari inti buahnya, dimana kedua produk utama dari tanaman kelapa sawit ini memiliki nilai ekonomis tinggi dan menjadi salah satu penyumbang devisa negara yang terbesar [1]. Oleh karena itu, perkebunan kelapa sawit dapat menjadi sumber penting dalam penuntasan kemiskinan di suatu daerah melalui usaha budidaya dan pengolahan kelapa sawit.

Dalam usaha budidaya kelapa sawit, terdapat beberapa faktor penunjang dalam pertumbuhannya, salah satunya yaitu ketersediaan unsur hara yang cukup dalam tanah. Apabila tanah tidak dapat menyediakan unsur hara yang cukup, maka untuk memenuhi kekurangan tersebut pemberian pupuk pun dilakukan. Tetapi tidak hanya dilihat dari keadaan tanah dan lingkungan saja, dalam pemberian pupuk juga harus mempertimbangkan kebutuhan pokok unsur hara tanaman itu sendiri [2].

Pupuk merupakan bahan yang dapat digunakan untuk meningkatkan produksi tanaman, dimana pupuk dapat mengganti kehilangan unsur hara dari dalam tanah. Terdapat dua jenis pupuk yaitu pupuk organik yang berasal dari bahan-bahan organik (alami) dan pupuk anorganik yang berasal dari bahan anorganik [2]. Sekitar 40-60% dari biaya pemeliharaan dikeluarkan untuk pemupukan atau sekitar 24% dari total biaya produksi [3].

Pada umumnya para petani kurang memperhatikan penggunaan pupuk dan hanya berdasarkan pada pengalaman sebelumnya. Salah satunya terjadi pada perkebunan kelapa sawit yang berlokasi di Desa Siabu, Kabupaten Kampar, Riau. Dimana hal ini dapat menyebabkan kurang optimalnya pemberian jumlah pupuk

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

pada tanaman dan dapat menyebabkan pemborosan biaya yang dikeluarkan untuk pemupukan itu sendiri. Sehingga diperlukan optimalisasi dalam pemberian pupuk agar dapat meminimumkan biaya namun tetap mencukupi unsur hara yang dibutuhkan tanaman.

Permasalahan pengoptimalan baik untuk permasalahan meminimumkan biaya atau memaksimalkan keuntungan dapat diselesaikan dengan Program Linier (*Linear Programming*), begitu juga dengan permasalahan pengoptimalan biaya pupuk ini. Tetapi pada permasalahan program linier penyelesaian optimumnya dapat berupa bilangan real atau dapat berupa bilangan pecahan, sedangkan dikehidupan nyata banyak permasalahan yang memerlukan penyelesaian optimumnya harus berupa bilangan bulat (*integer*). Oleh karena itu, muncullah *Integer Programming* yang merupakan pengembangan dari program linier dimana semua variabel keputusannya berupa bilangan bulat (*integer*) [4].

Untuk menghasilkan hasil yang optimal dengan *Integer Programming* maka dapat menggunakan beberapa metode, salah satunya yaitu metode *Branch and Cut*. Metode *Branch and Cut* merupakan penggabungan antara metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane* sebagai pendekatan model *Integer Programming*. Kombinasi kedua metode tersebut merupakan kombinasi yang baik digunakan sebagai penyelesaian dalam persoalan *Integer Programming* [5].

Penelitian tentang metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* sudah pernah dibahas sebelumnya oleh [6] yang mana pada penelitian ini metode *Cutting Plane* dan *Branch and Bound* dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Integer Programming* yaitu untuk pengoptimalan produksi tahu. Dan juga oleh [2] yang menggunakan metode *Cutting Plane* untuk mengetahui biaya minimum yang harus dikeluarkan untuk pemupukan tanaman cabai. Selanjutnya, penelitian tentang metode *Branch and Cut* sudah pernah dibahas sebelumnya oleh beberapa peneliti, diantaranya oleh [5] dimana pada penelitian ini metode *Branch and Cut* digunakan untuk mengoptimalkan jumlah produksi pot bunga pada perusahaan UD. Pot Bunga Mukhlis Rangkuti. Dan juga oleh [7] yang menggunakan metode *Branch and Cut* untuk mengoptimalkan jumlah produk yang akan diproduksi untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum.



Hak Cipta Ditindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan dari beberapa penelitian dan permasalahan yang telah diuraikan sebelumnya maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian yang membahas tentang pengoptimalan jumlah pupuk pada tanaman kelapa sawit dengan menggunakan metode *Branch and Cut* dengan judul **“Penerapan Metode *Branch And Cut* dalam Mengoptimalkan Biaya Pemupukan Tanaman Kelapa Sawit (Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)”**

1.2 Rumusan Maslah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah “Bagaimana solusi optimal dalam menentukan jumlah pupuk untuk tanaman kelapa sawit agar mendapat biaya yang efisien dengan metode *Branch and Cut*?”

1.3 Batasan Maslah

Agar pembahasan dalam penelitian ini terarah dan sesuai dengan tujuan penelitian, maka diperlukan pembatasan masalah. Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Data yang digunakan adalah data penggunaan pupuk pada tanaman kelapa sawit yang diambil dari perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar.
2. Fungsi tujuan yang digunakan merupakan kasus minimasi.
3. Terdiri dari 5 variabel keputusan yaitu jumlah setiap jenis pupuk yang digunakan (per karung/ per 50 kg), diantaranya jumlah pupuk jenis Urea, jumlah pupuk jenis TSP, jumlah pupuk jenis KCL, jumlah pupuk jenis Dolomite, dan jumlah pupuk jenis NPK Yaramila winner.
4. Terdiri dari 5 fungsi kendala, yaitu jumlah kandungan nitrogen pada pupuk (%), jumlah kandungan fosfor pada pupuk (%), jumlah kandungan kalium pada pupuk (%), jumlah kandungan kalsium pada pupuk (%), jumlah kandungan magnesium pada pupuk (%).
5. Penelitian ini hanya mempertimbangkan kebutuhan unsur hara tanaman kelapa sawit.


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

6. Penelitian ini menggunakan metode *Branch and Cut* untuk menyelesaikan persoalan yang diteliti.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan dari rumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah mendapatkan solusi optimal dalam menentukan jumlah pupuk pada tanaman kelapa sawit agar mendapatkan biaya yang efisien dengan menggunakan metode *Branch and Cut*.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

- a. Dapat menjadi bahan pertimbangan dalam menentukan jumlah pemberian pupuk yang optimal dengan biaya yang efisien pada tanaman kelapa sawit.
- b. Dapat dijadikan bahan referensi bagi pihak yang membutuhkan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan laporan tugas akhir ini mencakup tiga bab yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab I ini menguraikan tentang latar belakang pemilihan judul, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Pada bab II ini berisikan tentang hal-hal yang dijadikan sebagai dasar teori yang digunakan untuk penelitian.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab III ini berisi tentang langkah-langkah yang digunakan penulis untuk memperoleh hasil yang diinginkan dalam penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab IV ini berisi tentang penjelasan bagaimana penyelesaian pengoptimalan biaya pemupukan tanaman kelapa sawit dengan menggunakan metode *Branch and Cut*.

BAB V PENUTUP

Pada bab V ini berisikan kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Program Linier (Linear Programming)

Program Linier (*Linear Programming*) adalah suatu cara untuk merencanakan aktivitas-aktivitas, yang mana perencanaan ini digunakan untuk memperoleh hasil yang optimum, yaitu suatu hasil untuk mencapai tujuan terbaik diantara seluruh alternatif yang layak [8]. Menurut [9] program linier adalah sebuah metode matematis berbentuk linier untuk menyelesaikan suatu permasalahan dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap satu susunan kendala guna mendapatkan penyelesaian yang optimal. Program linier umumnya digunakan dalam permasalahan yang dapat dimodelkan ke dalam model matematika dan harus berupa fungsi linier. Misalnya, dalam mencari keuntungan suatu usaha, pengoptimalan biaya produksi, dan beberapa masalah industri maupun ekonomi lainnya.

Model program linier merupakan susunan untuk menggambarkan masalah-masalah yang akan diselesaikan dengan teknik program linier. Berikut ini adalah karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam membentuk model program linier [8]:

1. Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang diinginkan, dimana variabel ini menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat.

2. Fungsi tujuan

Fungsi tujuan adalah fungsi pada permasalahan program linier yang menggambarkan tujuan yang ingin dicapai dan disimbolkan dengan z . Ada dua kemungkinan dari fungsi tujuan, yaitu:

- a. Maksimumkan $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- b. Minimumkan $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3. Pembatas

Pembatas adalah kendala yang dihadapi sehingga kita tidak bisa dengan sembarang menentukan harga-harga dari variabel keputusan.

4. Pembatas Tanda

Pembatas tanda adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan berharga positif atau boleh berharga negatif (tidak terbatas dalam tanda).

Tabel 2.1 Data yang Dibutuhkan untuk Model Program Linier

Sumber Daya	Penggunaan Sumber Daya Per Unit Aktivitas				Jumlah Sumber Daya Yang Tersedia
	Aktivitas				
	1	2	...	n	
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	b_2
⋮	⋮
m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	b_m
Koefisien z	c_1	c_2	...	c_n	

Sumber : [10]

Berdasarkan pada Tabel 2.1, maka dapat dibentuk model matematis program linier sebagai berikut [10]:

$$\text{Maksimum/Minimum } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{2.1}$$

Kendala

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq/\geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq/\geq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq/\geq b_m \end{aligned} \tag{2.2}$$

Da

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$



Dimana :

- z : Nilai fungsi tujuan yang dioptimalkan (maksimum atau minimum)
 x_j : Variabel keputusan (untuk $j = 1, 2, \dots, n$)
 c_j : Koefisien untuk fungsi tujuan
 a_{ij} : Banyaknya sumber daya i yang dipakai oleh setiap unit aktivitas j .
 b_j : Banyaknya sumber daya i yang tersedia untuk dialokasikan ke aktivitas (untuk $i = 1, 2, \dots, m$).

2.2 Metode Simpleks

Permasalahan program linier yang sederhana yang terdiri dari dua atau tiga variabel dapat diselesaikan dengan menggunakan metode grafis. Namun jika permasalahannya mengandung lebih dari tiga variabel, akan sulit jika menggunakan metode grafis. Maka, digunakanlah metode simpleks untuk menyelesaikannya.

Metode simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat iteratif, yang bergerak selangkah demi selangkah, dimulai dari suatu titik ekstrem pada daerah fisibel (ruang solusi) menuju ke titik ekstrem yang optimum [8]. Selain itu, menurut [9] metode simpleks yaitu suatu cara yang biasa digunakan untuk menentukan kombinasi optimal dari dua variabel atau lebih, dengan menggunakan tabel-tabel.

Adapun tahapan-tahapan yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan program linier dengan metode simpleks adalah sebagai berikut [9]:

1. Mengkonversikan formulasi persoalan program linier kedalam bentuk standar metode simpleks. Kendala-kendalanya diubah ke bentuk persamaan, dengan menambahkan variabel *slack* untuk kendala bertanda (\leq), untuk kendala bertanda (\geq) dikurangi dengan variabel *surplus*, dan untuk kendala bertanda ($=$) maka ditambahkan variabel *artificial*.
2. Menyusun persoalan program linier yang sudah diubah ke bentuk standar ke dalam tabel awal simpleks.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Metode dual simpleks pada dasarnya menggunakan tabel yang sama seperti metode simpleks biasa, namun untuk menentukan *leaving variable* dan *entering variable*-nya dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut [8]:

1. *Leaving Variable* (LV)

Yang menjadi *leaving variable* adalah variable basis yang memiliki nilai negatif terbesar.

2. *Entering variable* (EV)

- a. Menentukan rasio yaitu perbandingan antara koefisien persamaan z dengan koefisien persamaan *leaving variabel* dengan mengabaikan penyebut yang positif atau nol. Persoalan tidak memiliki solusi fisibel apabila semua penyebutnya positif atau nol.
- b. Variabel dengan rasio absolut terkecil merupakan *entering variabel* untuk persoalan maksimasi. Sedangkan, untuk persoalan minimasi *entering variable*-nya merupakan variabel dengan rasio terkecil.

3. Apabila pada kolom NK sudah bernilai positif, sedangkan baris fungsi tujuan z sudah bernilai positif atau nol untuk kasus maksimasi dan bernilai negatif atau nol untuk kasus minimasi, maka solusi sudah optimal.

2.4 **Integer Programming (IP)**

Integer Programing (IP) merupakan bentuk lain dari program linier dimana semua atau sebagian dari variabel keputusannya harus berupa bilangan bulat (*integer*) [8]. Dalam banyak prakteknya, variabel keputusan masuk akal hanya jika mereka memiliki nilai *integer*. Contohnya, dalam penugasan orang, mesin, dan kendaraan untuk beraktivitas dalam jumlah bilangan bulat. Permasalahan ini merupakan permasalahan *Integer Programming* (IP) [10].

Model persoalan *Integer Programming* secara umum diformulasikan sebagai berikut [8]:

$$Maks / Min \quad Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.3)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq/=/\geq b_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$x_j \text{ integer untuk } j = 1, 2, \dots, p \quad (p \leq n)$$
(2.4)

Berikut ini beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Integer Programming*, yaitu :

1. Metode *Branch and Bound*
2. Metode *Cutting Plane*
3. Metode *Branch and Cut*

2.5 Metode Branch and Bound

Metode *Branch and Bound* merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan *Integer Programming* dengan mengenumerasi titik-titik dalam daerah fisibel dari suatu sub-masalah [8]. Menurut [11], prinsip kerja dari metode *Branch and Bound* ini adalah dengan mencabangkan persoalan yang penyelesaiannya belum *integer*, percabangan akan terus dilakukan hingga diperoleh penyelesaian *integer*.

Berikut ini langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan *Integer Programming* dengan metode *Branch and Bound* [6]:

1. Menyelesaikan permasalahan program linier dengan metode simpleks biasa.
2. Apabila variabel basis sudah bernilai *integer*, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi apabila belum bernilai *integer*, maka lanjut ke Langkah (3).
3. Melakukan percabangan kedalam sub-masalah dengan memilih variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel. Buat dua pembatas baru yaitu $x_j \leq \lfloor x_j^* \rfloor$ dan $x_j \geq \lceil x_j^* \rceil$.
4. Solusi pada Langkah (1) dijadikan sebagai batas atas. Sedangkan, batas bawahnya adalah solusi yang variabel keputusannya telah dibulatkan.
5. Menyelesaikan permasalahan program linier dengan pembatas baru yang sudah ditambahkan di setiap sub-masalah.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

6. Apabila sub-masalah belum menghasilkan solusi *integer*, maka dipilih sub-masalah dengan batas atas terbaik untuk dicabangkan kembali seperti langkah (3).
7. Solusi dikatakan optimal apabila variabel basisnya sudah bernilai *integer*.

2.6 Metode Cutting Plane

Metode *Cutting Plane* adalah metode untuk menyelesaikan persoalan *Integer Programming* dengan menambahkan sejumlah kendala/batasan baru yang disebut *gomory*, sehingga diperoleh daerah fisibel baru yang penyelesaiannya merupakan bilangan bulat (*integer*) [11].

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan *Integer Programming* dengan metode *Cutting Plane* adalah sebagai berikut [6]:

1. Menyelesaikan permasalahan *Integer Programming* dengan metode simpleks biasa dan mengabaikan syarat *integer*.
2. Apabila penyelesaian pada langkah sebelumnya memuat variabel bernilai pecahan, maka:
 - a. Pilih sembarang baris tabel optimum simpleks yang pada b_i atau kolom nilai kanannya yang memuat pecahan.
Jika ada beberapa variabel yang bernilai pecahan, terdapat dua kemungkinan [8]:
 - (i) $maks_i(f_i)$, artinya dari baris dengan pecahan terbesar.
 - (ii) $maks_i\{f_i/\sum_{j=1}^n f_{ij}\}$, artinya dari baris dengan rasio $f_i/\sum_{j=1}^n f_{ij}$ terbesar.
 - b. Misalkan baris ke- i adalah baris yang terpilih maka persamaan yang terbentuk adalah :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \tag{2.5}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan tambahan kendala:

$$S_{gi} - \sum_{j=1}^n f_{ij}x_j = -f_i \tag{2.6}$$

Dimana :

S_{gi} : Kendala tambahan (*gomory*) ke- i

f_{ij} : Bagian pecahan dalam a_{ij}

f_i : Bagian pecahan dalam b_i

3. Kemudian diselesaikan dengan menggunakan metode dual simpleks, dimana kendala tambahan (*gomory*) diletakkan pada baris terakhir tabel simpleks.
4. Solusi dikatan optimal, jika solusi baru bernilai *integer*. Jika tidak, maka sebuah *gomory* ditambahkan dan metode dual simpleks digunakan lagi sampai solusi *integer* tercapai.

2.7 Metode Branch and Cut

Metode *Branch and Cut* merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Integer Programming*, dimana metode ini merupakan kombinasi dari metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*. Metode ini bekerja dengan menyelesaikan rangkaian relaksasi program linier dari permasalahan *Integer Programming* [12]. Metode *Branch and Cut* memecahkan masalah atau mencabangkannya menjadi dua sub-masalah yang lebih kecil dan akan dibuat kendala tambahan yang memotong daerah penyelesaian yang layak, sehingga dapat mengeliminasi penyelesaian yang bukan *integer* [7].

Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan *integer programming* dengan menggunakan metode *Branch and Cut* adalah sebagai berikut [12]:

1. Membentuk model *Integer Programming*.
2. Mengkonversikan model *Integer Programming* ke dalam bentuk standar. Untuk fungsi kendalanya diubah ke bentuk persamaan, dengan menambahkan variabel *slack* untuk kendala bertanda (\leq), untuk kendala bertanda (\geq)



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dikurangi dengan variabel *surplus*, dan untuk kendala bertanda (=) maka ditambahkan variabel *artificial*.

3. Menyelesaikan *Integer Programming* menggunakan metode dual simpleks.
4. Apabila variabel basis masih memuat pecahan atau belum *integer*. Maka lanjutkan ke langkah 5.
5. Melakukan percabangan ke dalam sub-masalah. Pilih variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel. Buat dua pembatas baru yaitu $x_j \leq [x_j^*]$ dan $x_j \geq [x_j^* + 1]$.
6. Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah yang sudah ditambahkan kendala baru dengan metode dual simpleks.
7. Apabila sub-masalah belum menghasilkan solusi *integer*, maka pilih sub-masalah dengan nilai *z* terbaik, lalu lakukan *Cutting Plane* dengan memilih variabel yang memuat pecahan untuk dijadikan kendala tambahan (*gomory*).
8. Menyelesaikan permasalahan pada Langkah 7 dengan metode dual simpleks.
9. Solusi dikatakan optimal, jika solusi baru bernilai *integer*. Jika tidak maka kembali ke Langkah 5.

Contoh 2.1 :

Sebuah toko “To Ming Se” menyediakan dua merek pupuk, yaitu standar dan super. Setiap jenis mengandung campuran bahan nitrogen dan fosfat dalam jumlah tertentu.

Tabel 2.3 Data Jumlah Kandungan Nitrogen dan Fosfat dalam Pupuk

Jenis	Kandungan Bahan Kimia	
	Nitrogen (kg/sak)	Fosfat (kg/sak)
Satandar	2	4
Super	4	3

Sumber : [13]

Seorang petani membutuhkan paling sedikit 16 kg nitrogen dan 24 kg fosfat untuk lahan pertaniannya. Harga pupuk Standar dan Super masing-masing \$3 dan \$6. Petani tersebut ingin mengetahui berapa sak masing-masing jenis pupuk harus dibeli agar total harga pupuk mencapai minimum dan kebutuhan pupuk untuk lahannya terpenuhi.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan permasalahan diatas, maka digunakanlah metode *Branch and Cut* dalam penyelesaiannya. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

Langkah 1 : Membentuk model program linier

- a. Menentukan variabel keputusan :

x_1 : Banyaknya pupuk merek Standard yang harus digunakan

x_2 : Banyaknya pupuk merek Super yang harus digunakan

- b. Menentukan fungsi tujuan

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2 \tag{2.7}$$

- c. Menentukan fungsi kendala

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 24 \tag{2.8}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad ; \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

- d. Model program linier

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2$$

Dengan Kendala

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16 \tag{2.9}$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 24$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

Langkah 2 : Mengkonversikan model program linier pada Langkah (1) ke dalam bentuk standar.

Karena semua pembatas bertanda (\geq), maka dapat diselesaikan dengan metode dual simpleks dengan mengubah semua pembatas menjadi pertidaksamaan yang bertanda (\leq) dengan mengalikan -1 pada setiap kendala. Lalu konversikan kedalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* sebagai berikut:



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2 + 0S_1 + 0S_2$$

Dengan Kendala

$$-2x_1 - 4x_2 + S_1 = -16 \tag{2.10}$$

$$-4x_1 - 3x_2 + S_2 = -24$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

Iterasi 1 :

Langkah 3 : Menentukan variabel basis dan nonbasis lalu dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks.

Berdasarkan Persamaan (2.10) diketahui variabel basisnya yaitu S_1 dan S_2 , dan variabel nonbasisnya yaitu x_1 dan x_2 . Lalu elemen-elemen pada Persamaan (2.10) dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks sebagai berikut :

Tabel 2.4 Awal Simpleks untuk Metode Dual Simpleks

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	NK
z	-3	-6	0	0	0
S_1	-2	-4	1	0	-16
S_2	-4	-3	0	1	-24

EV

LV

Langkah 4 : Menentukan *leaving variable*.

Berdasarkan Tabel 2.4, didapatlah baris S_2 sebagai *leaving variable* karena variabel basis atau nilai pada kolom NK memiliki nilai negatif terbesar yaitu -24.

Langkah 5 : Menentukan *entering variable*.

Dengan mencari rasio antara koefisien persamaan z dengan koefisien persamaan *leaving variable*, sehingga diperoleh :

Tabel 2.5 Rasio Metode Dual Simpleks

	x_1	x_2	S_1	S_2
Koefisien persamaan z	-3	-6	0	0
Koefisien persamaan S_2	-4	-3	0	1
Rasio	$\frac{3}{4}$	2	0	0

Berdasarkan Tabel 2.5, didapatlah x_1 sebagai *entering variable* karena memiliki nilai rasio terkecil, yaitu $x_1 = \frac{3}{4} = 0,75$.



Langkah 6 : Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk membuat tabel baru, lalu menghitung nilai z yang baru. Maka didapat:

Tabel 2.6 Iterasi 1 Metode Dual Simpleks

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	NK
z	0	$-15/4$	0	$-3/4$	18
S_1	0	$-5/2$	1	$-1/2$	-4
x_1	1	$3/4$	0	$-1/4$	6

LV

EV

Berdasarkan Tabel 2.6, dapat dilihat koefisien persamaan z sudah optimal karena sudah bernilai nol atau negatif (untuk kasus minimasi), tetapi variabel basis atau nilai pada kolom NK yaitu S_1 masih bernilai negatif sehingga belum memberikan solusi awal yang fisibel. Maka proses iterasi dilanjutkan.

Iterasi 2 :

Langkah 4 : Menentukan *leaving variable*.

Berdasarkan Tabel 2.6, didapatlah baris S_1 sebagai *leaving variable* karena variabel basis atau nilai pada kolom NK memiliki nilai negatif terbesar yaitu -4 .

Langkah 5 : Menentukan *entering variable*.

Dengan mencari rasio antara koefisien persamaan z dengan koefisien persamaan *leaving variable*, sehingga didapatlah :

Tabel 2.7 Rasio Metode Dual Simpleks

	x_1	x_2	S_1	S_2
Koefisien persamaan z	0	$-15/4$	0	$-3/4$
Koefisien persamaan S_1	0	$-5/2$	1	$-1/2$
Rasio	0	$3/2$	0	$3/2$

Berdasarkan Tabel 2.7, dapat dilihat bahwa rasio pada variabel x_2 dan S_2 bernilai sama, maka pilih salah satu. Dan dipilihlah x_2 sebagai *entering variable*.

Langkah 6 : Melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk membuat tabel baru, lalu menghitung nilai z yang baru. Maka didapat:

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

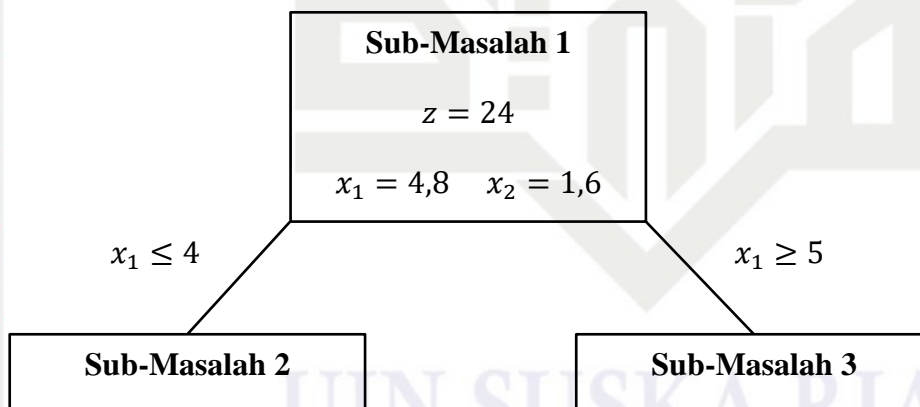
Tabel 2.8 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	NK
z	0	0	$-\frac{3}{2}$	0	24
x_2	0	1	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{5}$
x_1	1	0	$\frac{3}{10}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{24}{5}$

Berdasarkan Tabel 2.8, dapat dilihat koefisien persamaan z sudah bernilai nol atau negatif (untuk kasus minimasi). Maka solusi optimal telah tercapai. Dengan $z = 24$; $x_1 = \frac{24}{5} = 4,8$; $x_2 = \frac{8}{5} = 1,6$. Akan tetapi solusi optimal *integer* belum tercapai karena nilai variabel keputusan yaitu x_1 dan x_2 masih bernilai pecahan. Maka, lakukan langkah berikutnya.

Langkah 7 : Melakukan percabangan kedalam sub-masalah.

Berdasarkan dari solusi optimal yang sudah didapat, variabel x_1 dan x_2 masih bernilai pecahan. Maka, pilih yang memiliki nilai pecahan terbesar yaitu $x_1 = \frac{24}{5} = 4,8$ sebagai variabel untuk percabangan dan tambahkan pembatas baru yaitu $x_1 \leq 4$ untuk sub-masalah 2 dan $x_1 \geq 5$ untuk sub-masalah 3. Maka percabangan untuk sub-masalah 1 adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1 Percabangan Awal

Langkah 8 : Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah yang sudah ditambahkan pembatas baru.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sub-Masalah 2

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2$$

Dengan Kendala

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 24$$

$$x_1 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

(2.11)

Berdasarkan Persamaan (2.11), dapat dilihat ada pembatas bertanda (\geq), maka dapat diselesaikan dengan metode dual simpleks dengan mengubah semua pembatas menjadi pertidaksamaan yang bertanda (\leq) dengan mengalikan -1 pada setiap kendala. Lalu konversikan kedalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* sebagai berikut:

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Dengan Kendala

$$-2x_1 - 4x_2 + S_1 = -16$$

$$-4x_1 - 3x_2 + S_2 = -24$$

$$x_1 + S_3 = 4$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

(2.12)

Berdasarkan Persamaan (2.12), diketahui variabel basisnya yaitu $S_1, S_2,$ dan S_3 , sedangkan variabel nonbasisnya yaitu x_1 dan x_2 . Lalu, elemen-elemen pada Persamaan (2.12) dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks sebagai berikut:

Tabel 2.9 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 2

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
z	-3	-6	0	0	0	0
S_1	-2	-4	1	0	0	-16
S_2	-4	-3	0	1	0	-24
S_3	1	0	0	0	1	4

Dengan melakukan iterasi sebanyak 3 kali, didapatkan solusi optimal untuk sub-masalah 2 sebagai berikut:



Tabel 2.10 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 2

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
z	0	0	0	-2	-5	28
x_2	0	1	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{8}{3}$
x_1	1	0	0	0	1	4
S_1	0	0	1	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{8}{3}$

Berdasarkan Tabel 2.10, solusi optimal untuk sub-masalah 2 yaitu:

$$z = 28, x_1 = 4, x_2 = \frac{8}{3} = 2,67.$$

2. Sub-Masalah 3

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2$$

Dengan Kendala

$$2x_1 + 4x_2 \geq 16 \tag{2.13}$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 24$$

$$x_1 \geq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

Berdasarkan Persamaan (2.13), dapat dilihat ada pembatas bertanda (\geq), maka dapat diselesaikan dengan metode dual simpleks dengan mengubah semua pembatas menjadi pertidaksamaan yang bertanda (\leq) dengan mengalikan -1 pada setiap kendala. Lalu konversikan kedalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* sebagai berikut:

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Dengan Kendala

$$-2x_1 - 4x_2 + S_1 = -16 \tag{2.14}$$

$$-4x_1 - 3x_2 + S_2 = -24$$

$$-x_1 + S_3 = -5$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

Berdasarkan Persamaan (2.14), diketahui variabel basisnya yaitu $S_1, S_2,$ dan S_3 , sedangkan variabel nonbasisnya yaitu x_1 dan x_2 . Lalu, elemen-elemen pada Persamaan (2.14) dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks sebagai berikut:

Tabel 2.11 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 3

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
z	-3	-6	0	0	0	0
S_1	-2	-4	1	0	0	-16
S_2	-4	-3	0	1	0	-24
S_3	-1	0	0	0	1	-5

Dengan melakukan iterasi sebanyak 4 kali, didapatkan solusi optimal untuk sub-masalah 3 sebagai berikut:

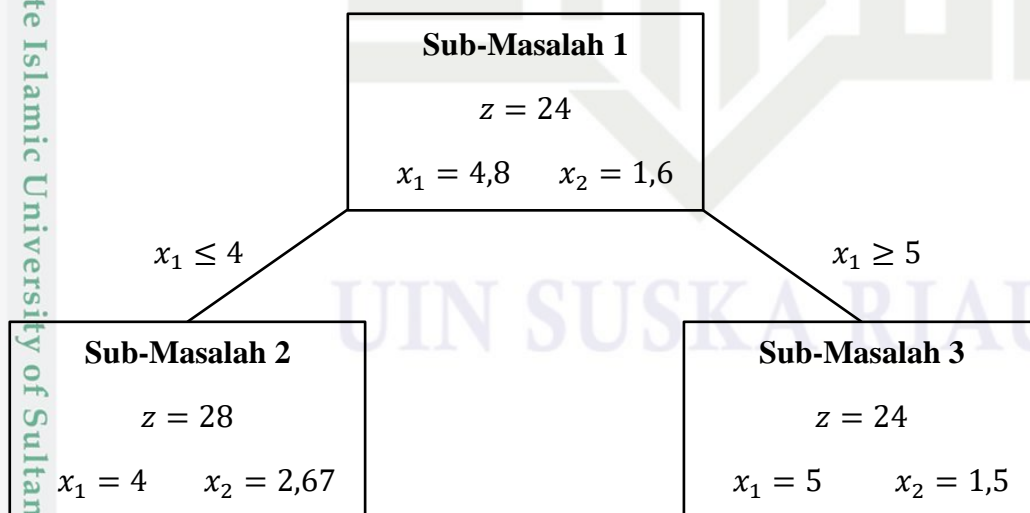
Tabel 2.12 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 3

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	NK
z	0	0	$-\frac{3}{2}$	0	0	24
x_2	0	1	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
x_1	1	0	$-\frac{3}{5}$	0	-1	5
S_2	0	0	$-\frac{3}{4}$	1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$

Berdasarkan Tabel 2.12 solusi optimal untuk sub-masalah 3 yaitu:

$$z = 24, \quad x_1 = 5, \quad x_2 = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Sehingga percabangan untuk sub-masalah 2 dan sub-masalah 3 dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.2 Percabangan Model Sub-Masalah 2 dan Sub-Masalah 3



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan Gambar 2.2, nilai variabel keputusan pada sub-masalah 2 dan sub-masalah 3 masih belum *integer*. Maka lanjut kelangkah berikutnya.

Langkah 9 : Lakukan metode *cutting plane* dengan menambahkan pembatas tambahan (*gomory*).

Berdasarkan Gambar 2.2, diketahui bahwa sub-masalah 2 dan sub-masalah 3 variabel keputusannya masih sama-sama belum *integer*. Maka pilih sub-masalah yang memiliki nilai z terkecil, yaitu sub-masalah 3. Kemudian, tambahkan pembatas tambahan (*gomory*) dengan memilih variabel keputusan yang masih bernilai pecahan, yaitu $x_2 = 3/2 = 1,5$. Maka didapatlah persamaan:

$$\begin{aligned} x_2 - \frac{1}{4}S_1 + \frac{1}{2}S_3 &= \frac{3}{2} \\ x_2 + \left(-1 + \frac{3}{4}\right)S_1 + \left(0 + \frac{1}{2}\right)S_3 &= 1 + \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{2.15}$$

Sehingga pembatas tambahan (*gomory*) yang akan ditambahkan adalah:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}S_1 + \frac{1}{2}S_3 &\geq \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4}S_1 - \frac{1}{2}S_3 &\leq -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4}S_1 - \frac{1}{2}S_3 + S_{g1} &= -\frac{1}{2} \\ S_{g1} - \frac{3}{4}S_1 - \frac{1}{2}S_3 &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\tag{2.17}$$

Fungsi kendala pada Persamaan (2.14) dapat diubah menjadi :

$$\begin{aligned} S_1 &= -16 + 2x_1 + 4x_2 \\ S_2 &= -24 + 4x_1 + 3x_2 \\ S_3 &= -5 + x_1 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Selanjutnya, substitusikan Persamaan (2.18) ke dalam Persamaan (2.16), sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}S_1 + \frac{1}{2}S_3 &\geq \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4}(-16 + 2x_1 + 4x_2) + \frac{1}{2}(-5 + x_1) &\geq \frac{1}{2} \\ -12 + \frac{3}{2}x_1 + 3x_2 - \frac{5}{2} + \frac{1}{2}x_1 &\geq \frac{1}{2} \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq \frac{1}{2} + 12 + \frac{5}{2} \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 15 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Hak Cipta Ditindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan (2.19) merupakan bentuk lain dari Persamaan (2.17) dan akan menjadi pembatas tambahan untuk sub-masalah 4.

Langkah 10 : Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah 4 dengan metode dual simpleks.

Sub-masalah 4

$$\text{Minimum } z = 3x_1 + 6x_2$$

Dengan Kendala

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 &\geq 16 \\ 4x_1 + 3x_2 &\geq 24 \\ x_1 &\geq 5 \\ 2x_1 + 3x_2 &\geq 15 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \quad x_1, x_2 \text{ integer} \end{aligned} \tag{2.20}$$

Berdasarkan Persamaan (2.20), dapat dilihat ada pembatas bertanda (\geq), maka dapat diselesaikan dengan metode dual simpleks dengan mengubah semua pembatas menjadi pertidaksamaan yang bertanda (\leq) dengan mengalikan -1 pada setiap kendala. Lalu konversikan kedalam bentuk standar dengan menambahkan variabel *slack* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{Minimum } z &= 3x_1 + 6x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 \\ \text{Dengan Kendala} \\ -2x_1 - 4x_2 + S_1 &= -16 \\ -4x_1 - 3x_2 + S_2 &= -24 \\ -x_1 + S_3 &= -5 \\ -2x_1 - 3x_2 + S_4 &= -15 \\ x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4 &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Berdasarkan Persamaan (2.21), diketahui variabel basisnya yaitu $S_1, S_2, S_3,$ dan S_4 , sedangkan variabel nonbasisnya yaitu x_1 dan x_2 . Lalu, elemen-elemen pada Persamaan (2.21) dimasukkan ke dalam tabel awal simpleks sebagai berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tabel 2.13 Awal Simpleks untuk Sub-Masalah 4

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	NK
z	-3	-6	0	0	0	0	0
x_2	-2	-4	1	0	0	0	-16
x_1	-4	-3	0	1	0	0	-24
S_2	-1	0	0	0	1	0	-5
S_3	-2	-3	0	0	0	1	-15

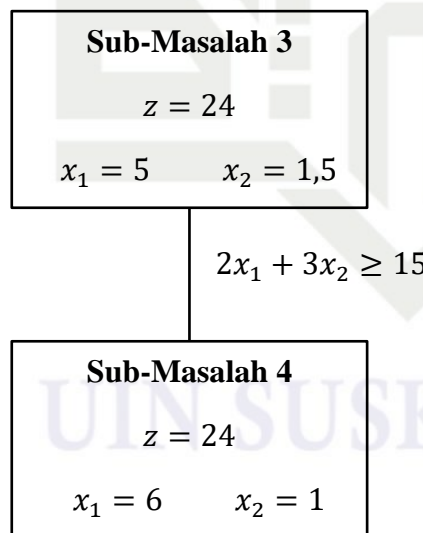
Setelah melakukan iterasi sebanyak 8 kali dengan metode dual simpleks, didapatlah solusi optimal untuk sub-masalah 4 sebagai berikut:

Tabel 2.14 Solusi Optimal Metode Dual Simpleks untuk Sub-Masalah 4

VB	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	NK
z	0	0	$-\frac{3}{2}$	0	0	0	24
x_2	0	1	-1	0	0	1	1
x_1	1	0	$\frac{9}{10}$	0	0	-2	6
S_2	0	0	3	1	0	-5	3
S_3	0	0	$\frac{3}{2}$	0	1	-2	1

Berdasarkan Tabel 2.14, solusi optimal untuk sub-masalah 4 yaitu:

$$z = 24, \quad x_1 = 6, \quad x_2 = 1.$$



Gambar 2.3 Penambahan Gomory Pertama

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

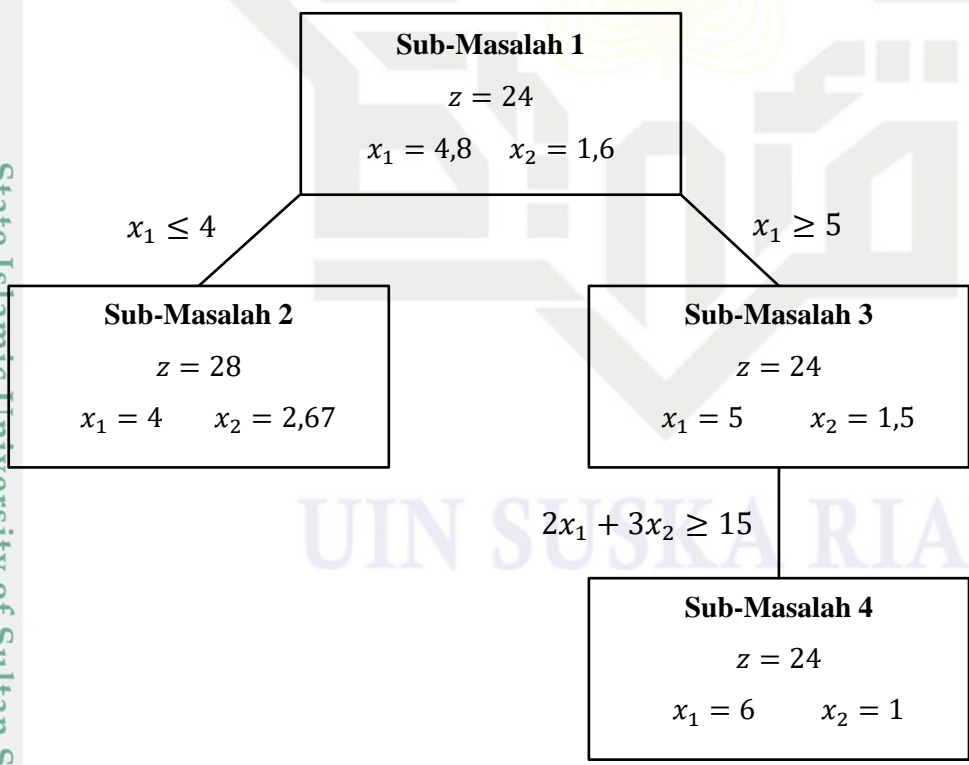
Dapat dilihat bahwa pada sub-masalah 4 solusi optimal *integer* telah tercapai. Sehingga perhitungan dengan metode *Branch and Cut* dihentikan. Maka, solusi optimal untuk penyelesaian permasalahan pada Contoh 2.1 disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 2.15 Solusi Optimal Integer

Variabel Keputusan	Nilai Optimal
z	24
x_1	6
x_2	1

Berdasarkan Tabel 2.15, dapat disimpulkan bahwa petani harus membeli pupuk jenis standar (x_1) sebanyak 6 sak dan pupuk jenis super (x_2) sebanyak 1 sak agar mendapat biaya minimum (z) sebesar \$24.

Berikut ini adalah gambar percabangan secara keseluruhan dari penyelesaian dengan metode *Branch and Cut* pada Contoh 2.1:



Gambar 2.4 Percabangan Keseluruhan dengan Metode *Branch And Cut*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Pada Bab III ini akan dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan dari penelitian ini. Adapun tahapan-tahapan tersebut adalah sebagai berikut:

1. Pengumpulan Data

Data pemupukan tanaman kelapa sawit yang digunakan penulis dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh melalui wawancara dengan pemilik perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar.

2. Penyusunan Data

Menyusun data yang diperoleh ke dalam model *Integer Programming*.

3. Mencari solusi optimal dengan menggunakan metode *Branch and Cut*.

Adapun langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *Integer Programming* dengan metode *Branch and Cut* adalah sebagai berikut:

- a. Membentuk model *Integer Programming*.
- b. Mengkonversikan model *Integer Programming* ke dalam bentuk standar. Untuk fungsi kendalanya diubah ke bentuk persamaan, dengan menambahkan variabel *slack* untuk kendala bertanda (\leq), untuk kendala bertanda (\geq) dikurangi dengan variabel *surplus*, dan untuk kendala bertanda ($=$) maka ditambahkan variabel *artificial*.
- c. Menyelesaikan *Integer Programming* menggunakan metode dual simpleks.
- d. Apabila variabel basis masih memuat pecahan atau belum *integer*. Maka lanjutkan ke Langkah e.
- e. Melakukan percabangan ke dalam sub-masalah. Pilih variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar dari masing-masing variabel. Buat dua pembatas baru yaitu $x_j \leq \lfloor x_j^* \rfloor$ dan $x_j \geq \lceil x_j^* \rceil$.

- f. Menyelesaikan permasalahan pada sub-masalah yang sudah ditambahkan kendala baru dengan metode dual simpleks.
- g. Apabila sub-masalah belum menghasilkan solusi *integer*, maka pilih sub-masalah dengan nilai z terbaik, lalu lakukan *Cutting Plane* dengan memilih variabel yang memuat pecahan untuk dijadikan kendala tambahan (*gomory*).
- h. Menyelesaikan permasalahan pada Langkah g dengan metode dual simpleks.
- i. Solusi dikatakan optimal, jika solusi baru bernilai *integer*. Jika tidak maka kembali ke Langkah e.

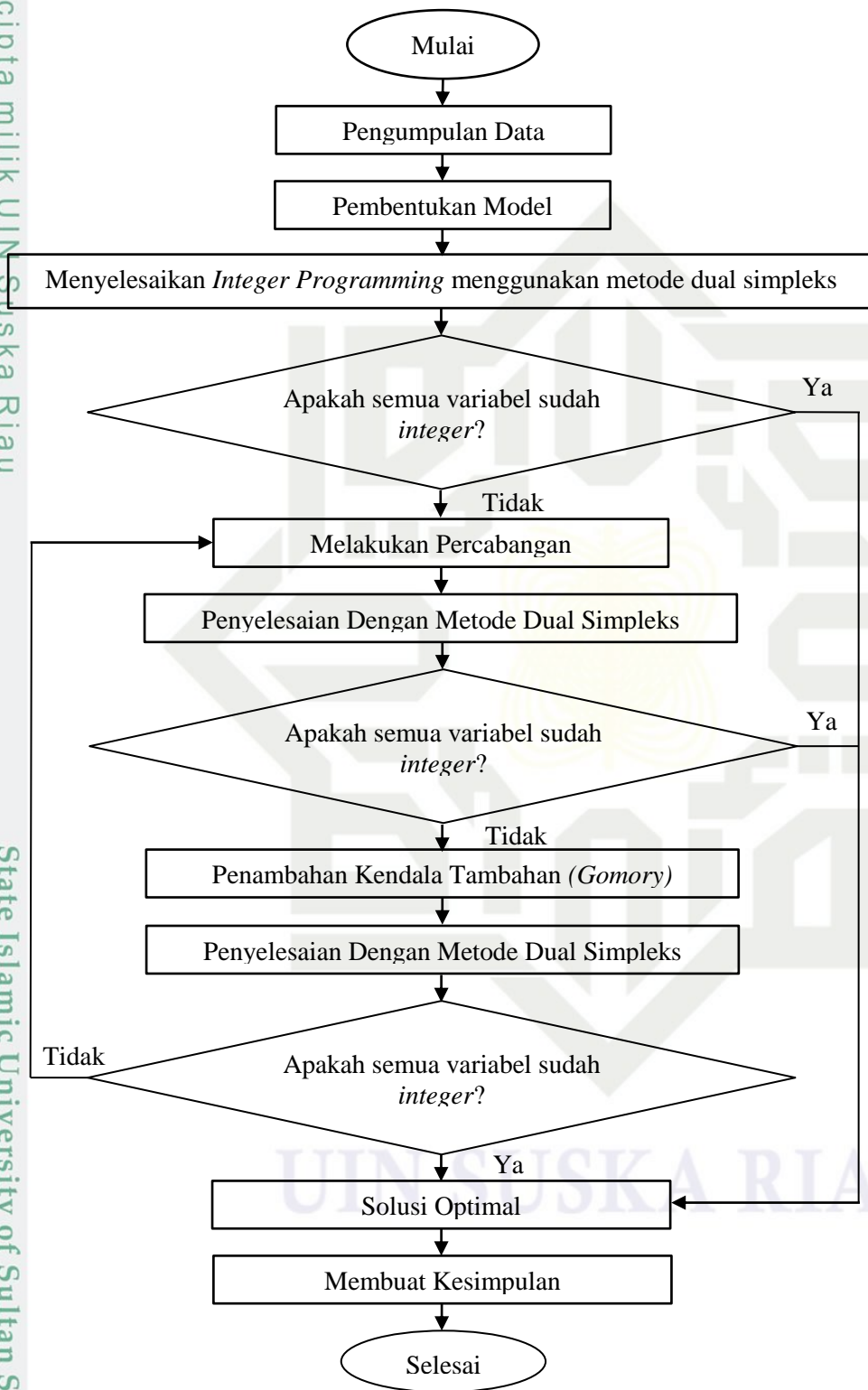
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tahapan-tahapan metodologi dari penelitian ini dapat digambarkan dalam *flowchart* berikut:



Gambar 3.1 *Flowchart* Metodologi Penelitian



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada Bab IV, dapat diuraikan kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan solusi optimal yang diperoleh dengan menggunakan metode *Branch and Cut* dapat disimpulkan bahwa, pemilik perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar harus menyediakan pupuk jenis Urea sebanyak 9 karung, pupuk jenis TSP sebanyak 6 karung, pupuk jenis KCL sebanyak 9 karung, pupuk Dolomite sebanyak 8 karung, dan tidak perlu menyediakan pupuk jenis NPK Yaramila Winner sehingga diperoleh biaya minimum sebesar Rp. 11.460.000 untuk setiap hektarnya dalam satu tahun.
2. Tanaman kelapa sawit pada perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar membutuhkan nitrogen sebanyak 414%, fosfor sebanyak 276%, kalium sebanyak 540%, kalsium sebanyak 232%, dan magnesium sebanyak 144% dalam satu tahun untuk setiap hektarnya.
3. Proses penyelesaian dengan menggunakan metode *branch and cut* menghasilkan sub-masalah sebanyak 12 buah, sedangkan dengan menggunakan metode *branch and bound* dengan bantuan *software POM-QM for Windows* menghasilkan sub-masalah sebanyak 187 buah. Hal ini menunjukkan bahwa metode *branch and cut* lebih efektif dibandingkan dengan metode *branch and bound* karena menghasilkan sub-masalah yang lebih sedikit.

5.2 Saran

Penelitian ini menggunakan metode *Branch and Cut* untuk menyelesaikan permasalahan pengoptimalan biaya pemupukan tanaman kelapa sawit dengan kasus minimasi. Bagi pembaca yang ingin melanjutkan penelitian ini, penulis menyarankan untuk menggunakan metode *Branch and Cut* dalam menyelesaikan permasalahan pengoptimalan dari berbagai macam kasus yang berbeda.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Y. Fauzi, Y. E. Widyastuti, I. Satyawibawa, and R. H. Paeru, *Kelapa Sawitno Title*. Depok: Penebar Swadaya, 2012.
- [2] E. Safitri, S. Basriati, and W. Ulya, “Penerapan Metode Cutting Plane untuk Optimasi Biaya Pemupukan pada Tanaman Cabai (Studi Kasus: Kelompok Wanita Tani Sentosa Santul),” *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol. 6, No. 1, 2020.
- [3] A. Budiargo and R. Purwanto, “Manajemen Pemupukan Kelapa Sawit (*Elaeis Guineensis* Jacq.) di Perkebunan Kelapa Sawit, Kalimantan Barat,” *Bul. Agrohorti*, Vol. 3, No. 2, Pp. 221–231, 2015.
- [4] S. Basriati, Nurfarahim, N. Andiraja, and A. N. Rahma, “Penggunaan Metode Cutting Plane dalam Menentukan Solusi Integer Linear Programming (Studi Kasus: Dinas Perikanan Pemerintah Kabupaten Kampar),” In *Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi dan Industri*, 2018, Pp. 741–747.
- [5] N. Kholilah, “Aplikasi Metode Branch And Cut Dalam Optimasi Produksi Pot Bunga (Studi Kasus: Ud. Pot Bunga Mukhlis Rangkuti, Gelugur),” Universitas Sumatera Utara, 2015.
- [6] S. Basriati, “Integer Linear Programming dengan Pendekatan Metode Cutting Plane dan Branch And Bound untuk Optimasi Produksi Tahu,” *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, Vol. 4, No. 2, Pp. 95–104, 2018.
- [7] A. Sauddin and K. Sumarni, “Optimasi Jumlah Produk dengan Pendekatan Metode Branch And Cut,” *Jurnal Msa*, Vol. 3, Pp. 53–60, 2015.
- [8] T. T. Dimiyati and A. Dimiyati, *Operasi Research Model-Model Pengambilan Keputusan*, 2nd Ed. Bandung: Sinar Baru Algesindo, 2015.
- [9] A. Meflinda, “Operations Research (Riset Operasi).” UR Press, 2011.
- [10] F. S. Hillier and G. J. Lieberman, *Introduction To Operations Research*, 9th Ed. New York: Mcgraw-Hill, 2010.
- [11] J. J. Siang, *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis*, 2nd Ed. Yogyakarta: Andi, 2011.
- [12] J. E. Mitchell, “Branch-And-Cut Algorithms for Combinatorial Optimization Problems,” *Handb. Appl. Optim.*, Vol. 1, Pp. 65–77, 2002.

A. B. Rahmat, *Bahan Kuliah Riset Operasional*. Universitas Trunojoyo Madura, 2009.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





LAMPIRAN 1

Data jenis pupuk dan harga pupuk yang digunakan pada tanaman kelapa sawit di perkebunan kelapa sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar, Riau.

Jenis Pupuk	Jumlah Kandungan Unsur Hara PerKarung (%)					Harga Per Karung
	Nitrogen	Fosfor	Kalium	Kalsium	Magnesium	
Urea	46%	0	0	0	0	Rp. 400.000
TSP	0	46%	0	0	0	Rp. 500.000
KCL	0	0	60%	0	0	Rp. 500.000
Dolomite	0	0	0	29%	18%	Rp. 45.000
NPK Yaramila Winner	15%	9%	20%	0	0	Rp. 700.000
Kebutuhan Minimum	404%	243%	486%	215%	134%	

Mengetahui,
 Pemilik Perkebunan Kelapa
 Sawit di Desa Siabu,
 Kabupaten Kampar, Riau

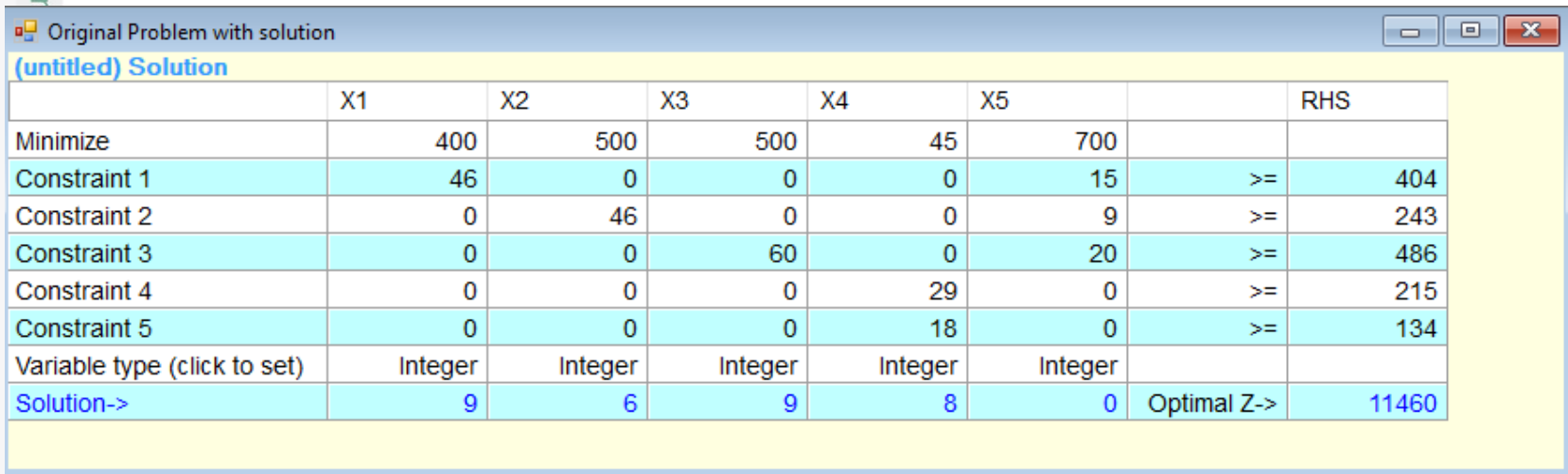
(M. Rifqi Rahman Siregar)

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LAMPIRAN 2

Penyelesaian permasalahan optimasi pada studi kasus menggunakan *software POM-QM for windows*.



The screenshot shows a window titled "Original Problem with solution" with a sub-header "(untitled) Solution". It contains a table with the following data:

	X1	X2	X3	X4	X5		RHS
Minimize	400	500	500	45	700		
Constraint 1	46	0	0	0	15	>=	404
Constraint 2	0	46	0	0	9	>=	243
Constraint 3	0	0	60	0	20	>=	486
Constraint 4	0	0	0	29	0	>=	215
Constraint 5	0	0	0	18	0	>=	134
Variable type (click to set)	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		
Solution->	9	6	9	8	0	Optimal Z->	11460



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruhnya tanpa mencantumkan atau tidak mencantumkan sumber: a. Pengutipan hanya untuk keperluan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, atau jurnalistik; b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan me

bagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun t



LAMPIRAN 3

Hasil perhitungan dengan metode *branch and bound* menggunakan *software POM-QM for windows*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Iteration	Level	Added constraint	Solution type	Solution Value	X1	X2	X3	X4	X5
			Optimal	11460	9	6	9	8	0
1	0		NONinteger	10539,35	8,78	5,28	8,1	7,44	0
2	1	X1<= 8	NONinteger	11271,52	8	4,81	7,3	7,44	2,4
3	2	X2<= 4	NONinteger	12539,27	6,64	4	5,91	7,44	6,56
4	3	X1<= 6	NONinteger	13142,63	6	3,61	5,26	7,44	8,53
5	4	X2<= 3	NONinteger	14098,53	4,98	3	4,21	7,44	11,67
6	5	X1<= 4	NONinteger	15013,74	4	2,41	3,21	7,44	14,67
7	6	X2<= 2	NONinteger	15657,79	3,31	2	2,51	7,44	16,78
8	7	X1<= 3	NONinteger	15949,3	3	1,81	2,19	7,44	17,73
9	8	X2<= 1	NONinteger	17217,04	1,64	1	1	7,44	21,89
10	9	X1<= 1	NONinteger	17820,41	1	1	1,4	7,44	23,87
11	10	X2<= 0	NONinteger	19235	0	0	0	7,44	27
12	11	X4<= 7	Infeasible						
13	11	X4>= 8	INTEGER	19260	0	0	0	8	27
14	10	X2>= 1	NONinteger	18013,89	1	1	1,4	7,44	23,87
15	11	X3<= 0	NONinteger	18188,48	86	1	0	7,44	24,3
16	12	X1<= 0	Suboptimal	19688,33	0	1	0	7,44	26,93
17	12	X1>= 1	NONinteger	18245	1	1	0	7,44	24,3
18	13	X4<= 7	Infeasible						
19	13	X4>= 8	NONinteger	18270	1	1	0	8	24,3
20	14	X5<= 24	Infeasible						
21	14	X5>= 25	INTEGER	18760	1	1	0	8	25
22	11	X3>= 1	NONinteger	18441,67	1	1	1	7,44	23,87
23	12	X4<= 7	Infeasible						
24	12	X4>= 8	NONinteger	18466,67	1	1	1	8	23,87
25	13	X5<= 23	Infeasible						
26	13	X5>= 24	NONinteger	18542,61	96	1	1	8	24
27	14	X1<= 0	Suboptimal	20213,33	0	1	1	8	26,93
28	14	X1>= 1	INTEGER	18560	1	1	1	8	24
29	9	X1>= 2	NONinteger	17359,07	2	1	1	7,44	21,89
30	10	X3<= 0	NONinteger	18409,13	2	53	0	7,44	24,3
31	11	X2<= 0	Suboptimal	20035	2	0	0	7,44	27
32	11	X2>= 1	Suboptimal	18645	2	1	0	7,44	24,3
33	10	X3>= 1	NONinteger	17457,22	2	1	1	7,44	21,89
34	11	X4<= 7	Infeasible						
35	11	X4>= 8	NONinteger	17482,22	2	1	1	8	21,89
36	12	X5<= 21	Infeasible						
37	12	X5>= 22	NONinteger	17549,13	2	98	1	8	22
38	13	X2<= 0	Suboptimal	20560	2	0	1	8	27
39	13	X2>= 1	INTEGER	17560	2	1	1	8	22
40	8	X2>= 2	NONinteger	16042,78	3	2	2,19	7,44	17,73
41	9	X3<= 2	NONinteger	16271,09	2,82	2	2	7,44	18,3
42	10	X1<= 2	NONinteger	17278,33	2	2	1,17	7,44	20,8
43	11	X3<= 1	NONinteger	17479,78	1,84	2	1	7,44	21,3
44	12	X1<= 1	Suboptimal	18513,89	1	2	1,4	7,44	23,87
45	12	X1>= 2	NONinteger	17545	2	2	1	7,44	21,3
46	13	X4<= 7	Infeasible						
47	13	X4>= 8	Suboptimal	17570	2	2	1	8	21,3
48	11	X3>= 2	Suboptimal	17695	2	2	2	7,44	20,8
49	10	X1>= 3	NONinteger	16345	3	2	2	7,44	18,3
50	11	X4<= 7	Infeasible						
51	11	X4>= 8	NONinteger	16370	3	2	2	8	18,3
52	12	X5<= 18	Infeasible						
53	12	X5>= 19	NONinteger	16743,33	3	2	1,77	8	19
56	9	X3>= 3	NONinteger	16448,33	3	2	3	7,44	17,73
57	10	X4<= 7	Infeasible						
58	10	X4>= 8	NONinteger	16473,33	3	2	3	8	17,73
59	11	X5<= 17	Infeasible						
60	11	X5>= 18	NONinteger	16625,22	2,91	2	3	8	18
61	12	X1<= 2	Suboptimal	18220	2	2	3	8	20,8
62	12	X1>= 3	INTEGER	16660	3	2	3	8	18



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

63	7	X1>= 4	NONInteger	15933,15	4	2	2,51	7,44	16,78
64	8	X3<= 2	NONInteger	16596,09	4	1,7	2	7,44	18,3
65	9	X2<= 1	Suboptimal	18159,07	4	1	,8	7,44	21,89
66	9	X2>= 2	Suboptimal	16745	4	2	2	7,44	18,3
67	8	X3>= 3	NONInteger	16179,44	4	2	3	7,44	16,78
68	9	X4<= 7	Infeasible						
69	9	X4>= 8	NONInteger	16204,44	4	2	3	8	16,78
70	10	X5<= 16	Infeasible						
71	10	X5>= 17	NONInteger	16338,26	4	1,96	3	8	17
72	11	X2<= 1	Suboptimal	19282,22	4	1	3	8	21,89
73	11	X2>= 2	INTEGER	16360	4	2	3	8	17
74	6	X2>= 3	NONInteger	15307,22	4	3	3,21	7,44	14,67
75	7	X3<= 3	NONInteger	15562,39	3,79	3	3	7,44	15,3
76	8	X1<= 3	Suboptimal	16542,78	3	3	2,19	7,44	17,73
77	8	X1>= 4	NONInteger	15645	4	3	3	7,44	15,3
78	9	X4<= 7	Infeasible						
79	9	X4>= 8	NONInteger	15670	4	3	3	8	15,3
80	10	X5<= 15	Infeasible						
81	10	X5>= 16	NONInteger	16043,33	4	3	2,77	8	16
82	11	X3<= 2	Suboptimal	17270	4	3	2	8	18,3
83	11	X3>= 3	INTEGER	16160	4	3	3	8	16
84	7	X3>= 4	NONInteger	15701,67	4	3	4	7,44	14,67
85	8	X4<= 7	Infeasible						
86	8	X4>= 8	NONInteger	15726,67	4	3	4	8	14,67
87	9	X5<= 14	Infeasible						
88	9	X5>= 15	NONInteger	15916,52	3,89	3	4	8	15
89	10	X1<= 3	Suboptimal	17473,33	3	3	4	8	17,73
90	10	X1>= 4	INTEGER	15960	4	3	4	8	15
91	5	X1>= 5	NONInteger	14107,22	5	3	4,21	7,44	11,67
92	6	X3<= 4	NONInteger	14383,04	5	2,88	4	7,44	12,3
93	7	X2<= 2	Suboptimal	16333,15	5	2	2,51	7,44	16,78
94	7	X2>= 3	NONInteger	14445	5	3	4	7,44	12,3
95	8	X4<= 7	Infeasible						
96	8	X4>= 8	NONInteger	14470	5	3	4	8	12,3
97	9	X5<= 12	Infeasible						
98	9	X5>= 13	NONInteger	14843,33	5	3	3,77	8	13
99	10	X3<= 3	Suboptimal	16070	5	3	3	8	15,3
100	10	X3>= 4	INTEGER	14960	5	3	4	8	13
101	6	X3>= 5	NONInteger	14501,67	5	3	5	7,44	11,67
102	7	X4<= 7	Infeasible						
103	7	X4>= 8	NONInteger	14526,67	5	3	5	8	11,67
104	8	X5<= 11	Infeasible						
105	8	X5>= 12	NONInteger	14727,39	5	2,93	5	8	12
106	9	X2<= 2	Suboptimal	17604,45	5	2	5	8	16,78
107	9	X2>= 3	INTEGER	14760	5	3	5	8	12
108	4	X2>= 4	NONInteger	13336,11	6	4	5,26	7,44	8,53
109	5	X3<= 5	NONInteger	13645	5,75	4	5	7,44	9,3
110	6	X1<= 5	NONInteger	14571,67	5	4	4,23	7,44	11,6
111	7	X3<= 4	Suboptimal	14853,7	4,77	4	4	7,44	12,3
112	7	X3>= 5	Suboptimal	14955	5	4	5	7,44	11,6
113	6	X1>= 6	NONInteger	13745	6	4	5	7,44	9,3
114	7	X4<= 7	Infeasible						
115	7	X4>= 8	NONInteger	13770	6	4	5	8	9,3
116	8	X5<= 9	Infeasible						
117	8	X5>= 10	NONInteger	14143,33	6	4	4,77	8	10
118	9	X3<= 4	Suboptimal	15370	6	4	4	8	12,3
119	9	X3>= 5	INTEGER	14260	6	4	5	8	10
120	5	X3>= 6	NONInteger	13708,33	6	4	6	7,44	8,53
121	6	X4<= 7	Infeasible						
122	6	X4>= 8	NONInteger	13733,33	6	4	6	8	8,53
123	7	X5<= 8	Infeasible						
124	7	X5>= 9	NONInteger	13999,13	5,85	4	6	8	9
125	8	X1<= 5	Suboptimal	15480	5	4	6	8	11,6
126	8	X1>= 6	INTEGER	14060	6	4	6	8	9
127	3	X1>= 7	NONInteger	12681,3	7	4	5,91	7,44	6,56
128	4	X3<= 5	NONInteger	13876,52	7	3,46	5	7,44	9,3
129	5	X2<= 3	Suboptimal	14907,22	7	3	4,21	7,44	11,67
130	5	X2>= 4	Suboptimal	14145	7	4	5	7,44	9,3
131	4	X3>= 6	NONInteger	12723,89	7	4	6	7,44	6,56
132	5	X4<= 7	Infeasible						



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

133	5	X4>= 8	NONInteger	12748,89	7	4	6	8	6,56
134	6	X5<= 6	Infeasible						
135	6	X5>= 7	NONInteger	13016,52	7	3,91	6	8	7
136	7	X2<= 3	Suboptimal	15826,67	7	3	6	8	11,67
137	7	X2>= 4	INTEGER	13060	7	4	6	8	7
138	2	X2>= 5	NONInteger	11365	8	5	7,3	7,44	2,4
139	3	X3<= 7	NONInteger	11727,61	7,71	5	7	7,44	3,3
140	4	X1<= 7	NONInteger	12600,56	7	5	6,28	7,44	5,47
141	5	X3<= 6	NONInteger	12936,3	6,73	5	6	7,44	6,3
142	6	X1<= 6	Suboptimal	13836,11	6	5	5,26	7,44	8,53
143	6	X1>= 7	NONInteger	13045	7	5	6	7,44	6,3
144	7	X4<= 7	Infeasible						
145	7	X4>= 8	Suboptimal	13070	7	5	6	8	6,3
146	5	X3>= 7	NONInteger	12961,67	7	5	7	7,44	5,47
147	6	X4<= 7	Infeasible						
148	6	X4>= 8	NONInteger	12986,67	7	5	7	8	5,47
149	7	X5<= 5	Infeasible						
150	7	X5>= 6	Suboptimal	13290,43	6,83	5	7	8	6
151	4	X1>= 8	NONInteger	11845	8	5	7	7,44	3,3
152	5	X4<= 7	Infeasible						
153	5	X4>= 8	NONInteger	11870	8	5	7	8	3,3
154	6	X5<= 3	Infeasible						
155	6	X5>= 4	NONInteger	12243,33	8	5	6,77	8	4
156	7	X3<= 6	Suboptimal	13470	8	5	6	8	6,3
157	7	X3>= 7	INTEGER	12360	8	5	7	8	4
158	3	X3>= 8	NONInteger	11715	8	5	8	7,44	2,4
159	4	X4<= 7	Infeasible						
160	4	X4>= 8	NONInteger	11740	8	5	8	8	2,4
161	5	X5<= 2	Infeasible						
162	5	X5>= 3	NONInteger	12081,74	7,8	5	8	8	3,3
163	6	X1<= 7	Suboptimal	13486,67	7	5	8	8	5,47
164	6	X1>= 8	INTEGER	12160	8	5	8	8	3
165	1	X1>= 9	NONInteger	10626,3	9	5,28	8,1	7,44	0
166	2	X2<= 5	NONInteger	11255,37	9	5	7,62	7,44	1,44
167	3	X3<= 7	NONInteger	12063,48	9	4,64	7	7,44	3,3
168	4	X2<= 4	Suboptimal	13481,3	9	4	5,91	7,44	6,56
169	4	X2>= 5	Suboptimal	12245	9	5	7	7,44	3,3
170	3	X3>= 8	NONInteger	11446,11	9	5	8	7,44	1,44
171	4	X4<= 7	Infeasible						
172	4	X4>= 8	NONInteger	11471,11	9	5	8	8	1,44
173	5	X5<= 1	Infeasible						
174	5	X5>= 2	NONInteger	11805,65	9	4,89	8	8	2
175	6	X2<= 4	Suboptimal	14548,89	9	4	8	8	6,56
176	6	X2>= 5	INTEGER	11860	9	5	8	8	2
177	2	X2>= 6	NONInteger	10985	9	6	8,1	7,44	0
178	3	X3<= 8	NONInteger	11145	9	6	8	7,44	,3
179	4	X4<= 7	Infeasible						
180	4	X4>= 8	NONInteger	11170	9	6	8	8	3,3
181	5	X5<= 0	Infeasible						
182	5	X5>= 1	NONInteger	11543,33	9	6	7,77	8	1
183	6	X3<= 7	Suboptimal	12770	9	6	7	8	3,3
184	6	X3>= 8	INTEGER	11660	9	6	8	8	1
185	3	X3>= 9	NONInteger	11435	9	6	9	7,44	0
186	4	X4<= 7	Infeasible						
187	4	X4>= 8	INTEGER	11460	9	6	9	8	0

Objective: Maximize Minimize

Maximum number of iterations: 1000

Maximum level (depth) in procedure: 100

Integer & Mixed Integer Programming Results

(untitled) Solution

Variable	Type	Value
X1	Integer	9
X2	Integer	6
X3	Integer	9
X4	Integer	8
X5	Integer	0
Solution value		11460



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Nikmatul Aufa, lahir di Dumai, 18 November 2000 sebagai anak pertama dari tiga bersaudara pasangan Bapak Ben Aldi dan Ibu Fitriani. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 014 Buluh Kasap Kota Dumai pada tahun 2006-2012, kemudian melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN Binaan Khusus Kota Dumai pada tahun 2012-2015 dan penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas dengan Jurusan IPA di SMAN 2 Kota Dumai pada tahun 2015-2018. Setelah menyelesaikan pendidikan SMA pada tahun 2018, penulis melanjutkan pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Fakultas Sains dan Teknologi dengan Program Studi Matematika.

Pada tahun 2021, tepatnya pada semester enam, penulis melaksanakan Kerja Praktek dengan judul laporan “**Nilai Total Ketakteraturan Sisi dari Beberapa Copy Graf Tangga**” dibawah bimbingan Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si dan diseminarkan pada tanggal 12 Juni 2021. Tahun 2021 penulis juga mengikuti Kuliah Kerja Nyata Daring (KKN-Daring) Plus di Kelurahan Kampung Baru, Kecamatan Bukit Kapur, Kota Dumai, Riau.

Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul Tugas Akhir “**Penerapan Metode *Branch And Cut* dalam Mengoptimalkan Biaya Pemupukan Tanaman Kelapa Sawit (Studi Kasus: Perkebunan Kelapa Sawit di Desa Siabu, Kabupaten Kampar)**” dengan dosen pembimbing Ibu Elfira Sahitri, M.Mat.