



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

PENGARUH MAKANAN ALTERNATIF DAN FUNGSI HOLLING TIPE IV PADA KENDALI OPTIMAL MODEL PREY SISTEM PREDATOR PREY

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

MUHAMMAD SAPARUDDIN

11654103404



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2022

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

PENGARUH MAKANAN ALTERNATIF DAN FUNGSI HOLLING TIPE IV PADA KENDALI OPTIMAL MODEL PREY SISTEM PREDATOR PREY

TUGAS AKHIR

oleh:

MUHAMMAD SAPARUDDIN

11654103404

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 30 Mei 2022

Pekanbaru, 30 Mei 2022

Mengesahkan

Ketua Program Studi

Wartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

Dr. Hartono, M.Pd.

NIP. 19640301 199203 1 003

Dewan Penguji :

Ketua : Wartono, M.Sc.

Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.

Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.

Anggota II : Irma Suryani, S.Si., M.Sc.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber;
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

PENGARUH MAKANAN ALTERNATIF DAN FUNGSI HOLLING TIPE IV PADA KENDALI OPTIMAL MODEL PREY SISTEM PREDATOR PREY

TUGAS AKHIR

oleh:

MUHAMMAD SAPARUDDIN

11654103404

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 30 Mei 2022

Ketua Program Studi

W. Hartono, M.Sc.

NIP. 19730818 200604 1 003

Pembimbing

Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc

NIP. 19840803 201101 1 005

UIN SUSKA RIAU



Lampiran Surat :

Nomor : Nomor 25/2021

Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

: Muhammad Saparuddin

: 11654103404

: Lahir : Kuala Enok, 25-Maret - 1998

: Pendidikan : Sains dan Teknologi

: Matematika

: Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*:

: Menganalisis Makanan Alkertiakir dan Fungsi (Holding Tire IV

: pada Kendali Optimal model prey Sistem Predator Prey

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

Penulisan Disertai/Thesis (Skripsi) Karya Ilmiah lainnya* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.

Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.

Oleh karena itu Disertasi/Thesis (Skripsi) Karya Ilmiah lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.

Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/Thesis (Skripsi) (Karya Ilmiah lainnya)* saya tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 19 Juni 2022

Yang membuat pernyataan



Muhammad Saparuddin

NIM : 11654103404

pilih salah satu sesuai jenis karya tulis

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 30 Mei 2022

Yang membuat pernyataan,

MUHAMMAD SAPARUDDIN

11654103404

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

LEMBAR PERSEMBAHAN

"Dan mereka tidak mengetahui apa-apa dari ilmu Allah, melainkan apa yang dikehendaki-(Nya)".
{QS. Al-Baqarah [1]: 255}

"Barang siapa yang keluar untuk menuntut ilmu, maka ia berada di jalan Allah hingga ia pulang."
{HR. Tirmidzi}

اَلْحَمْدُ لِلّٰهِ رَبِّ الْعَالَمِيْنَ

Segala puji Allah SWT dengan kemurahan dan ridho-Nya, skripsi ini dapat ditulis dengan baik dan dapat selesai meski penuh kekurangan. Nabi ku, Nabi Muhammad SAW sebagai panutan umat muslim yang penuh dengan kemuliaan dan ketaatan kepada Allah SWT memberiku motivasi tentang kehidupan dan mengajari ku hidup melalui sunnah-sunnahnya.

Dengan ini akan kupersembahkan skripsi ini kepada :

Kedua orang tua ku tersayang H. Mapparessa (Ayah) dan Hj. Rasnah (Mamah) Karena kalian berdua, hidup terasa begitu mudah dan penuh kebahagiaan. Terima kasih karena selalu menjaga saya dalam doa-doa kalian berdua serta selalu membiarkan dan mendukung saya mengejar impian saya tanpa menuntut apa-apa.

Terima kasih untuk pembimbing akademik dan pembimbing tugas akhir saya bapak Nilwan Andiraja, M.Sc yang telah Membimbing saya selama ini dengan baik dan penuh kesabaran, semoga selalu diberikan Umur yang panjang dan juga diberikan kesehatan oleh Allah SWT. dan Untuk seluruh Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, saya sangat Berterima kasih atas ilmu yang telah diberikan, pengalaman yg tak terhitung, dan didikan tanpa henti yang sangat bermanfaat untuk kami.

Every morning I thank God for helping me. Every morning I thank to myself for being myself.
Every morning I thank you for supporting me and being with me, no matter what.
This final task is my offering to all of you.

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

PENGARUH MAKANAN ALTERNATIF DAN FUNGSI HOLLING TIPE IV PADA KENDALI OPTIMAL MODEL PREY SISTEM PREDATOR PREY

MUHAMMAD SAPARUDDIN
11654103404

Tanggal Sidang : 30 Mei 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Dalam tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey* dengan fungsi respon holling tipe IV dan pemberian makanan alternatif terhadap *predator*. Kendali optimal didapat dengan menggunakan prinsip maksimum *poutryagin*. Berdasarkan dari persamaan diferensial dinamik *prey* dan fungsi tujuan dibentuk persamaan *hamilton*, *state*, *costate*, dan *stasioner*. Selanjutnya disimulasikan menggunakan metode *sweep* maju-mundur. Hasil dari simulasi numerik yang diperoleh menunjukkan bahwa ketika semakin besar koefisien konsumsi *predator* terhadap *prey* dan koefisien upaya pemanenan *prey* maka semakin rendah pertumbuhan populasi *prey*. Semakin besar koefisien laju pertumbuhan intrinsik *prey* dan pemberian makanan alternatif pada *predator* maka semakin tinggi pula pertumbuhan populasi *prey*.

Kata kunci: Holling tipe IV, Kendali optimal, Prinsip maksimum *poutryagin*.

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

EFFECT OF ALTERNATIVE FOOD AND TYPE IV HOLLING FUNCTION ON OPTIMAL CONTROL OF PREY PREDATOR SYSTEM PREY MODEL

MUHAMMAD SAPARUDDIN
11654103404

Date of Final Exam : 30 May 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soeberantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final project aims to obtain optimal prey control in a predator prey system with a type IV holling response function and alternative feeding for predators. Optimal control is obtained by using the the principle of maximum pountryagin. Based on the dynamic differential equation of prey and objective function. Hamilton, state, costate, and stasioner equations will be formed, then simulated using the sweep method back and forth. The results of the numerical simulations obtained show that when the coefficient of consumption of predator on prey is greater and the coefficient of prey harvesting efforts, the lower the prey population growth. The greater coefficient of the intrinsic growth rate of prey and the provision of alternative food to predator, the prey population growth.

Keywords : Holling type IV, Poutryagin maximum principle, Optimal control.

UIN SUSKA RIAU



KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Allhamdulillahirobbil'alamin puji syukur kepada Allah Subhanahu wa ta'ala karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul **“Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Respon Holling Tipe IV pada Kendali Optimal Model Prey Sistem Predator Prey”**. Shalawat beserta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad Shallallahu'alaihi Wa Sallam, semoga kita mendapatka syafaatnya kelak.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung terutama orang tua tercinta. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc., selaku Sekertaris Program Studi Matematika Fakultas Sains Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau dan selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan arahan, petunjuk, dan masukkan dari awal proses penulisan hingga selesai.
5. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc dan ibu Irma Suryani, S.Si. M.Sc selaku Penguji yang memberikan kritik dan saran pada Tugas Akhir ini.
6. Semua Dosen-dosem beserta staf-staf Program Studi Matematika Fakultas Sains Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

7. Ayahanda H.Mapparessa dan Ibunda Hj. Rasnah , yang tiada henti-hentinya mendoakan, memotivasi, memberi dorongan moril maupun materi selama menempuh pendidikan serta kakak dan abang penulis yang tersayang.
8. Kepada BMT seperti Zikri, Rian ari, Frans, Faka, Dika, Solehan, Givan, Rahmat, Ishaq, Aljarizi, Riyandi dan juga Brother MT16 lainnya selalu membantu dan memotivasi penulis untuk dalam menyelesaikan laporan Tugas Akhir ini
9. Kepada Arnis, Yeva, Yuni, Lilik dan teman teman kelas C yang selalu membantu dan mensupport penulis
10. Kepada Sahabat Iqbal, Fadhil, dan Rahmat yang sering memotivasi penulis
11. Seluruh teman-teman Matematika Angkatan 2016 Fakultas Sains Teknologi Universitas Islam Negri Sultan Syarif Kasim Riau.

Semoga semua kebaikan yang telah diberikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini tidak lepas dari kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, penulis menyadari bahwa masih adanya kekurangan oleh karena itu penulis berharap agar pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang bersifat membangun Tugas Akhir ini. Akhir kata penulis ucapkan terima kasih, semoga dengan adanya Tugas Akhir ini bermanfaat bagi kita semua Amin.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Pekanbaru, 30 Mei 2022

UIN SUSKA RIAU

Muhammad Saparuddin



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta dilindungi undang-undang
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penulisan.....	3
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Model Pertumbuhan Logistik.....	4
2.2 Model Lotka-Volterra.....	4
2.3 Fungsi Respon Holling.....	5
2.4 Model Predator-Prey.....	7
2.5 Prinsip Maksimum Pountryagin.....	8
2.6 Metode Sweep Forward-Backward.....	9
BAB III METODE PENELITIAN	



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Kendali Optimal <i>prey</i> Pada Sistem <i>Predator Prey</i> Dengan Fungsi Respon Holling Tipe IV Dan Pemberian Makanan Alternatif Pada <i>Predator</i>	12
4.1.1 Persamaan <i>State</i>	13
4.1.2 Persamaan <i>Costate</i>	13
4.1.3 Persamaan <i>Stasioner</i>	14
4.2 Metode Sweep Maju Mundur Rungge Kutta Orde 4	16
4.3 Simulasi Numerik	19
4.3.1 Simulasi I.....	19
4.3.2 Simulasi II.....	21
4.3.3 Simulasi III	22
4.3.4 Simulasi IV	23
4.3.5 Simulasi V	25
4.3.6 Simulasi VI.....	26
4.3.7 Simulasi VII.....	27
4.3.8 Simulasi VIII	28

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan.....	29
5.2 saran	29

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN.....	31
---------------	----

DAFTAR RIWAYAT HIDUP	
----------------------------	--

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Nilai Error	18
Tabel 4.2 Nilai Parameter	19
Tabel 4.2 Nilai Parameter Untuk Setiap Simulasi	19





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1 Simulasi I.....	20
Gambar 4.2 Simulasi II	21
Gambar 4.3 Simulasi III.....	22
Gambar 4.4 Simulasi IV.....	24
Gambar 4.5 Simulasi V	25
Gambar 4.6 Simulasi VI.....	26
Gambar 4.7 Simulasi VII	27
Gambar 4.8 Simulasi VIII.....	28



BAB I

PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Rantai makanan atau nama lain dari jaringan makanan adalah peristiwa makan dan dimakan atau memangsa dan dimangsa. *Prey* dan *predator* merupakan istilah yang sering muncul pada rantai makanan. *Prey* adalah sesuatu yang dapat dimakan dan dapat dikatakan sebagai mangsa, sementara itu *predator* adalah sesuatu yang akan memakan atau dapat dikatakan sebagai pemangsa. *Prey* maupun *predator* memiliki hubungan yang kuat karena *predator* tidak akan bertahan hidup tanpa adanya *prey*. Jadi dapat dikatakan populasi *prey* sangat mempengaruhi populasi *predator*.

Populasi merupakan sekumpulan individu dari suatu spesies sama yang menetap pada suatu tempat tertentu. Ukuran populasi dapat berubah-ubah seiring berjalannya waktu dipengaruhi laju pertumbuhan populasi. Pertumbuhan populasi dapat diprediksi dengan cara memodelkan laju pertumbuhan ke dalam bentuk persamaan differensial, dengan model tersebut berbentuk fungsi non linear serta ada juga yang berbentuk model logistik dan eksponensial. Model logistik yaitu pertumbuhan yang memperhatikan pendukung lingkungan habitat atau makanan, sedangkan untuk model eksponensial tidak memperhatikan adanya pendukung lingkungan seperti habitat dan makanan [1].

Pada tahun 1965 Holling mengusulkan tiga jenis fungsi respon yang dikenal dengan fungsi respon Holling tipe I, II, dan III, dimana ketiga dari fungsi tersebut bersifat monoton naik yang menunjukkan bahwa laju pemangsaan *predator* terhadap *prey* meningkat ketika kepadatan populasi *prey* meningkat. Dengan populasi hewan yang hidup berkelompok, pertahanan kelompok juga meningkat jika kepadatan populasi nya meningkat, dalam hal ini menyebabkan terhambatnya pemangsaan *prey* oleh *predator*nya. Oleh karena itu Andrews mengusulkan suatu fungsi respon untuk mewakili kondisi berikut, yaitu fungsi respon Holling tipe IV[2].



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Beberapa peneliti terdahulu telah membahas mengenai *prey* dan *predator* seperti [1] dalam penelitiannya dapat disimpulkan bahwa keuntungan yang lebih besar akan dihasilkan oleh sistem yang memiliki kontrol serta makanan alternatif dari pada sistem yang tidak memilikinya. Penelitian yang dilakukan oleh [3] menjelaskan penggunaan fungsi respon Monod-Haldane(tipeIV) serta perilaku pemangsa untuk mengkaji model mangsa-pemangsa yang saling berkompetisi.

Berdasarkan uraian diatas penulis tertarik memodifikasi [3] yaitu mengubah sistem dinamik dengan fungsi respon Holling tipe IV seperti dalam [1] dengan hanya berfokus pada kendali optimal *prey* sistem *predator prey* . Maka penulis mengambil judul “ **Pengaruh Makanan Alternatif Dan Fungsi Holling Tipe IV Pada Kendali Optimal Model *Prey* Sistem *Predator Prey* ”.**

1.2 Rumusan Masalah

Pada kesempatan kali ini, rumusan masalah yang diambil pada penelitian ini yaitu :

1. Bagaimana bentuk model matematika dengan pemberian makanan alternatif dan fungsi Holling tipe IV pada sistem *predator prey*?
2. Bagaimana kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey* dengan pemberian makanan alternatif dan fungsi Holling tipe IV?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian yang diambil oleh peneliti yaitu :

Persoalan hanya ditargetkan pada *prey*.

Menggunakan fungsi respon Holling tipe IV.

Dalam proposal ini menggunakan fungsi tujuan dengan waktu kontinu berhingga.

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Hak cipta milik UIN Suska Riau

1.1

Tujuan Masalah

Beberapa tujuan masalah dalam penelitian ini yaitu :

Mendapatkan model matematika dari pengaruh makanan alternatif dan fungsi Holiing tipe IV pada sistem *predator prey*

Untuk Mendapatkan kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey* dengan pemberian makanan alternatif dan fungsi Holiing tipe IV.

Manfaat Penelitian

Beberapa manfaat penelitian yang dapat diambil dari penelitian ini adalah :
Memberikan wawasan serta ilmu pengetahuan tambahan mengenai teori kendali optimal.

Ikut serta dalam memberi kontribusi pada pembaca agar bisa mempelajari berbagai masalah dalam sistem *predator prey*.

3.

Menjadikan penenlitan ini sebagai referensi bagi mahasiswa yang akan mempelajari teori kendali.

1.6

Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan proposal ini mencakup 3 bab yaitu:

BAB I

Pendahuluan

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II

Landasan Teori

Berisi tentang beberapa hal yang akan dijadikan sumber untuk mengembangkan proposal.

BAB III

Metode Penelitian

Berisi tentang langkah yang dilakukan agar mendapatkan hasil yang berguna untuk penulisan proposal.

BAB IV

Pembahasan

Bab ini berisikan pemaparan cara-cara untuk mendapatkan hasil penelitian tersebut.

BAB V

Kesimpulan

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2. Model Pertumbuhan Logistik

Pada model pertumbuhan logistik dijelaskan bahwa pertumbuhan populasi makhluk hidup di bumi ada batasnya, hal ini menyebabkan populasi tidak akan tumbuh secara tidak terkendali pada waktu yang lama.[4] mengatakan bahwa ada beberapa faktor lingkungan serta persaingan intraspesifik yang terjadi di alam sehingga populasi akan terbatas untuk berkembang. Dalam model pertumbuhan logistik, akan terjadi penurunan populasi serta laju pertumbuhan bernilai negatif ketika jumlah populasi tersebut melebihi batas maksimum lingkungan. Sedangkan laju pertumbuhan akan berbanding lurus dengan populasi dan bernilai positif ketika jumlah populasi lebih kecil dari batas maksimum lingkungan. Bentuk Persamaan differensia dari model pertumbuhan logistik sebagai berikut[5] :

$$\dot{x}(t) = rx \left(1 - \frac{x}{k} \right). \quad (2.1)$$

Parameter r menggambarkan laju pertumbuhan intrinsik suatu populasi, dan parameter k sebagai batas daya dukung lingkungan, dengan $r, k > 0$.

2. Model Lotka-Volterra

Model *prey predator* diperkenalkan oleh Alfred J. Lotka dan Vito Volterra, dengan x merupakan lambang dari populasi mangsa dan y merupakan lambang dari populasi pemangsa. Mangsa yang tumbuh mengikuti pola eksponensial ketika tidak ada pemangsa dimodelkan sebagai $\dot{x}(t) = rx$, dimana r adalah laju pertumbuhan mangsa ($r > 0$). Mangsa yang berkurang saat terjadi pemangsaan akan dimodelkan sebagai $-axy$, untuk α dikatakan sebagai tingkat konsumsi predator terhadap prey, dan nilai $\alpha > 0$. Sehingga perubahan pada populasi mangsa dimodelkan menjadi :

$$\dot{x}(t) = rx - axy. \quad (2.2)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak Cipta dilindungi UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Perubahan populasi pada pemangsa akan berbanding terbalik dengan perubahan populasi pada mangsa. Dalam kasus ini, saat pemangsa bertemu dengan mangsa, maka populasi pemangsa akan bertambah dan dapat dinyatakan sebagai bxy , dimana b adalah laju konversi biomassa dari mangsa menjadi pemangsa, dan nilai $b > 0$. Sedangkan ketika pemangsa tidak bertemu dan memakan mangsa, maka populasi pemangsa akan berkurang. Hal ini menyebabkan penurunan pemangsa, yang dinyatakan dengan $\dot{y}(t) = -my$, dan m adalah laju kematian alami pemangsa dan nilai $m > 0$. Sehingga perubahan populasi pemangsa dimodelkan sebagai :

$$\dot{y}(t) = brx - my. \quad (2.3)$$

Selanjutnya dengan mengasumsikan parameter yang akan digunakan bernilai positif, maka berdasarkan Persamaan (2.2), (2.3) maka dapat ditulis kembali menjadi [4]:

$$\dot{x}(t) = rx - axy, \quad (2.4)$$

$$\dot{y}(t) = brx - my. \quad (2.5)$$

2.3 Fungsi Respon Holling

Fungsi respon dapat diartikan sebagai jumlah makanan yang dikonsumsi oleh *predator* sebagai fungsi kepadatan makanan [6]. Pada tahun 1953 Holling memperkenalkan fungsi respon atau biasa disebut sebagai fungsi respon Holling tipe I, II, dan III [7].

Fungsi respon Holling tipe I diperuntukkan kepada jenis pemangsa (*predator*) yang pasif atau pemangsa yang lebih memilih menunggu mangsanya (*prey*) dan ditandai oleh peningkatan secara linear pada laju konsumsi pemangsa, yang mana peningkatan populasi *prey* akan berbanding lurus dengan peningkatan daya konsumsi *predator*. Contoh interaksi yang bersesuaian dengan fungsi respon tersebut dapat dilihat pada laba-laba terhadap mangsanya. Bentuk fungsi respon Holling tipe I dikatakan sebagai berikut [8]:

$$p^I(x) = ax. \quad (2.6)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak Cipta: milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

dengan:

- p^I : Dikatakan sebagai tipe I,
- α : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*,
- x : Populasi *prey*.

Fungsi respon Holling tipe II peruntukkan pada pemangsa (*predator*) yang membutuhkan waktu dalam mencari dan mengkonsumsi mangsanya (*prey*). Fungsi respon Holling tipe II terjadi pada *predator* yang memiliki karakteristik aktif dalam mencari mangsa, contoh interaksi yang sesuai dengan fungsi respon tersebut adalah interaksi antara serigala sebagai *predator* dengan rusa kutub sebagai *prey*. Fungsi ini akan meningkat jika tingkat konsumsi menurun dan akan konstan jika mencapai titik kejenuhan (*half saturation*). Bentuk Persamaan fungsi respon Holling tipe II dikatakan sebagai berikut [4] :

$$p^I(x) = \frac{\alpha x}{1+\alpha x} \quad (2.7)$$

dengan :

- p^I : Dikatakan sebagai tipe II,
- α : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*,
- x : Populasi *prey*.

Fungsi respon Holling tipe III merupakan pengembangan dari tipe II, dimana mulai adanya indikasi bahwa pemangsa mencari mangsa lain diluar dari mangsa utama , ketika kepadatan mangsa utama rendah, contoh interaksi yang sesuai dengan fungsi respon tersebut adalah interaksi antara rusa tikus sebagai *predator* dan kepompong kupu kupu sebagai *prey*, karena *predator* yang akan cenderung mencari populasi *prey* yang lain, maka tingkat pertemuan antara *prey* dan *predator* adalah dua . Hal ini menyebabkan variabel populasi *prey* menjadi x^2 . Bentuk Persamaan fungsi respon Holling tipe III dikatakan sebagai berikut [9] :

$$p^III(x) = \frac{\alpha x^2}{1+\alpha x^2} \quad (2.8)$$

dengan :

- p^III : Dikatakan sebagai tipe III,
- α : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*,
- x : Populasi *prey*.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak Cipta dilindungi Undang-Undang
UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Fungsi respon selain yang dikenalkan oleh Holling, [7] mengemukakan bahwa Monod dan Haldane melakukan sesuatu penelitian terkait fungsi respon yang dikenal sebagai fungsi respon Holling tipe IV. Penelitian ini didasari bahwa interaksi antar mangsa dan pemangsa tidak selamanya monoton, dimana populasi mangsa naik maka populasi mangsanya akan turun, karena adanya sifat bertahan dari mangsa. Sebagai contoh populasi ikan yang berkelompok membentuk pertahanan terhadap ancaman *predator* yang menyerang, sehingga menyebabkan *predator* semakin sulit untuk memangsanya dan tingkat konsumsi *predator* menurun. Berikut bentuk Persamaan dari fungsi respon Monod dan Haldane[10]:

$$p^{IV}(x) = \frac{\alpha x}{n+x^2}. \quad (2.9)$$

Dengan:

p^{IV} : Dikatakan sebagai tipe IV,

α : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*,

x : Populasi *prey*,

n : Tingkat kejenuhan pemangsa dalam menemukan mangsa.

2.4 Model Predator-Prey

Dapat dilihat dari Persamaan (2.1). Maka model matematika dengan Persamaan diferensial dinamik *prey* dapat dinyatakan sebagai berikut[1] :

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{axy}{1+x} - e_1x \quad (2.10)$$

x : banyaknya populasi mangsa

y : banyaknya populasi pemangsa

r : laju pertumbuhan intrinsik *prey*

K : Daya dukung lingkungan

e_1 : upaya pemanenan pada *prey*

$\frac{axy}{1+x}$: fungsi respon Holling tipe II

Pada Persamaan (2.10) belum terdapat kondisi tambahan ketika *predator* diberikan makanan alternatif. Berikut ini model matematika dari Persamaan *prey* dengan pemberian makanan alternatif pada *predator*.

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{aAx}{n+x} - e_1x. \quad (2.11)$$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dimana A adalah konstanta yang menyatakan jumlah pemberian makanan alternatif dengan nilai $A, 0 < A < 1$.

Kemudian dalam menentukan kendali optimal pada persamaan *prey* dengan pemberian makanan alternaif pada *predator*, tujuan yang akan dicapai adalah memaksimalkan populasi *prey* dan *predator* dengan meminimumkan biaya akibat pemberian makanan alternatif. Sehingga model matematika nya sebagai berikut:

$$J(C) = w_1 x(T) + w_2 y(T) - w_3 \int_0^T C^2 dt. \quad (2.12)$$

- w_1 : bobot massa *prey* saat waktu tertentu,
 w_2 : bobot massa *prey* saat waktu tertentu,
 w_3 : bobot fungsi biaya sepanjang interval T ,
 $x(T)$: populasi *prey* pada saat waktu tertentu,
 $y(T)$: populasi *predator* pada saat waktu tertentu,
 C : fungsi biaya akibat pemberiaan makanan alternatif.

dengan $C: 1 - A$

2.5 Prinsip Maksimum Pountryagin

Berdasarkan[1] , diberikan prinsip maksimum pontryagin sebagai berikut .:

Dimisalkan, diberikan masalah Kendali optimal:

$$J(x) = S(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} V(x(t), u(t), t) dt. \quad (2.13)$$

Dengan Persamaan differensial dinamik yaitu :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad (2.14)$$

Dengan kondisi batas , $x(t_0) = x(t_f) = x_f$.

Dari Persamaan tersebut, dibentuk Persamaan Hamilton :

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), (t) = V(x(t), u(t), t) + \lambda(t)f(x(t), u(t), t). \quad (2.15)$$

Selanjutnya dari persamaan Hamilton , dicari persamaan-persamaan berikut :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0, \text{ merupakan Persamaan stasioner} \quad (2.16)$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}, \text{ merupakan Persamaan state} \quad (2.17)$$

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x}, \text{ merupakan Persamaan costate} \quad (2.18)$$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Metode *Forward Backward Sweep Runge Kutta Orde 4*

Untuk Solusi kendali optimal diperoleh dengan menyelesaikan Persamaan *state* dan persamaan *costate* dengan metode *Sweep Maju-Mundur*. Metode tersebut merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal dengan mendikritisasikan interval $[0, T]$ dititik-titik $t_i = 0 + ih, i = 1, 2, \dots, n$ dengan h merupakan ukuran langkah waktu dengan $t_i \leq T$. Selanjutnya, variabel x, λ dan u dinyatakan $x(i), \lambda(i)$ dan $u(i)$. Adapun langkah-langkah algoritma metode *Sweep Maju-Mundur* sebagai berikut :

Langkah 1: Membuat dugaan awal nilai u

Langkah 2: Menggunakan kondisi awal $x(0) = x_0$ dan nilai awal u untuk menyelesaikan persamaan *state* x dengan menggunakan langkah maju.

$$\begin{aligned} K_1 &= f(t_i, x_i, u_i), \\ K_2 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right), \\ K_3 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, u_i + \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right), \\ K_4 &= f(t_i + h, x_i + hK_3, u_{i+1}), \\ x_{i+1} &= x_i + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4). \quad [11] \end{aligned}$$

Langkah 3: Menggunakan kondisi transversal $\lambda_i(t_{end}) = 0$ dan nilai x, λ dan u untuk menyelesaikan persamaan *costate* dengan menggunakan langkah mundur.

$$\begin{aligned} j &= N + 2 - i, \\ K_1 &= f(t_j, \lambda_j, x_j, u_j), \\ K_2 &= f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j - u_{j-1})\right), \\ K_3 &= f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j - u_{j-1})\right), \\ K_4 &= f(t_j + h, \lambda_j + hK_3, x_{j-1}, u_{j+1}), \\ \lambda_{j-1} &= \lambda_j - \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4). \quad [11] \end{aligned}$$

Langkah 4: Memperbarui nilai kendali u dengan memasukkan nilai x dan λ kedalam persamaan karakteristik dari u .



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Langkah 5: Memeriksa konvergensi, jika nilai nilai variabel dalam iterasi saat ini dan iterasi terakhir sangat dekat, maka nilai nilai saat ini merupakan solusi. Sebaliknya, jika nilai tidak dekat maka kembali ke langkah 2. Digunakan uji konvergensi yang sedikit lebih ketat, dengan menentukan galat relatif yang sangat kecil yaitu,

$$\frac{\|u - oldu\|}{\|u\|} \leq \delta.$$

dengan u adalah nilai control iterasi saat ini dan $oldu$ adalah nilai kendali dari itersai sebelumnya. Diberikan syarat untuk setiap variabel bukan hanya kendali, yaitu dalam program lab diambil $N = 1000$ dan $\delta = 10^{-3}$.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Penelitian pada tugas akhir ini membahas tentang penerepan kendali optimal pada sistem *predator-prey*. Didalam penelitian ini akan dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Diketahui Persamaan diferensial dinamik pada Persamaan (2.11) dan fungsi tujuan pada Persamaan (2.12)
2. Dibentuk Persamaan Hamilton berdasarkan pada Persamaan (2.11) dan Persamaan (2.12)
3. Persamaan Hamilton yang diperoleh pada langkah 2, kemudian ditentukan Persamaan *stasioner*, Persamaan *state* dan Persamaan *costate*.
4. Dari Persamaan *stasioner* didapat fungsi kendali
5. Menggambarkan kurva pertumbuhan populasi *prey* menggunakan metode *sweep Maju-Mundur*
6. Menganalisa kendali yang paling optimal dari kurva populasi *prey*.



BAB V

PENUTUP

5. Kesimpulan

Telah didapatkan model matematika dari pengaruh makanan alternatif dan fungsi Holiing tipe IV pada sistem *predator prey* :

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{\alpha(1-C)xy}{n+x^2} - e_1x$$

Dari telah didapatkan penyelesaian kendali optimal *prey* pada model *predator prey* dengan pemberian makanan alternatif pada *predator* menggunakan prinsip maksimum pontryagin dan simulasi numerik menggunakan metode *sweep* maju-mundur yang diaplikasikan pada program Matlab. Berdasarkan pembahasan pada bab IV diperoleh fungsi biaya akibat pemberian makanan alternatif yaitu:

$$C^* = \frac{\lambda \alpha xy}{-2w_3(n+x^2)}$$

Berdasarkan hasil simulasi numerik diketahui bahwa semakin besar koefisien tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey* dan koefisien upaya pemanenan *prey* maka semakin rendah pertumbuhan populasi *prey*. Semakin besar laju pertumbuhan intrinsik *prey* dan daya dukung lingkungan maka semakin tinggi pertumbuhan populasi *prey*. Selanjutnya semakin besar pemberian makanan alternatif pada *predator* maka populasi *prey* juga lebih meningkat. Dalam hal ini pengaruh kendali dapat diketahui waktu ke waktu, sehingga pertumbuhan populasi *prey* dapat dimonitor setiap waktu, sudah maksimum atau tidak selama periode waktu yang telah ditentukan.

5. Saran

Semoga dengan tugas akhir ini dapat menambah wawasan bagi penulis dan juga pembaca. Pada penilaian ini kendali optimal diselesaikan dengan menggunakan metode *sweep* maju-mundur, oleh karena itu pembaca dapat melanjutkan tugas akhir ini menggunakan metode lain agar wawasan menjadi luas dan ilmu yang dipelajari dapat berkembang sesuai dengan kemajuan ilmu yang akan datang.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] F. Resmi, "Kendali Optimal pada Sistem Prey Predator dengan Pemberian Makanan Alternatif pada Predator," *Journal. Math. Paedagog.*, vol. 4, no. 1, p. 33, 2019.
- [2] G. L. Agustini, "Bifurkasi Transkritikal pada Model Predator-Prey dengan Pemanenan dan Fungsi Respon Holling Tipe IV," Universitas Brawijaya Malang, pp. 19-20, 2019.
- [3] M. B. Gaib and W. A. Ja'a, "Analisis Kestabilan Model Interaksi Predator-Prey Dengan Fungsi Respon Monod-Haldane Dan Perilaku Anti Pemangsa," *Euler Journal. Ilm. Mat. Sains dan Teknol.*, vol. 8, no. 2, pp. 51–59, 2020,
- [4] J. D. Logan, "A First Course in Differential Equations Third Edition," Springer verlag, 2015.
- [5] S. Saadah, Abadi, and D. Savitri, "Model Interaksi Mangsa Pemangsa Dengan Fungsi Respon Rasio Dependent Holling Tipe II dan Perilaku Anti Pemangsa," *MATHunesa*, vol. 7, no. 2, pp. 7–10, 2019.
- [6] P. Panja, S. K. Mondal, and J. Chattopadhyay, "Dynamical Effects of Anti-predator Behaviour of Adult Prey in a Predator-Prey Model with Ratio-dependent Functional Response," *Asian Journal. Math. Phys.*, vol. 1, no. 1, pp. 19–32, 2017.
- [7] S. G. Mortoja, P. Panja, and S. K. Mondal, "Dynamics of a predator-prey model with stage-structure on both species and anti-predator behavior," *Informatics Med. Unlocked*, vol. 10, no. December, pp. 50–57, 2018,
- [8] H. S. Panigoro, "Analisis Dinamik Sistem Predator-Prey Model Leslie-Gower dengan Pemanenan Secara Konstan terhadap Predator," *Euler*, vol. 2, no. 1, pp. 1–12, 2014.
- [9] J. N. Ndam, J. P. Chollom, and T. G. Kassem, "A Mathematical Model of Three-Species Interactions in an Aquatic Habitat," *ISRN Appl. Math.*, vol. 2012, pp. 1–11, 2012, doi: 10.5402/2012/391547.
- [10] M. Agarwal and R. Pathak, "Harvesting and Hopf Bifurcation in a Prey-Predator Model with Holling Type IV Functional Response," *Int. Journals. Math. Soft Comput.*, vol. 2, no. 1, p. 99, 2012,
- [11] M. Theses and G. R. Rose, "Trace: Tennessee Research and Creative Exchange Numerical Methods for Solving Optimal Control Problems," 2015.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LAMPIRAN

M-File Menggambarkan Simulasi I Pertumbuhan *Populasi Prey*

```
function z = tanpakendali1
test = -1;
tf=5;
delta=0.001;
M=999;
t= linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;
r=1;
k=10;
alfa=0.1;
e1=1.28;
w3=0.5;
y=1.5;
x0=1;
s=1;
x=zeros(1,M+1);
C=zeros(1,M+1);
lamda=zeros(1,M+1);

while(test < 0)
    oldC=C;
    oldx=x;
    oldlamda=lamda;
    x(1)=x0;

    for i=1:M
        M1= r*(x(i)*(1-(x(i)/k))-alfa*(1-C(i))*x(i)*y/(s+(x(i)^2))-
            (e1*x(i)));
        M2= r*(x(i)+(h2*M1))*(1-((x(i)+h2*M1)/k))-alfa*(1-0.5*(C(i)-
            C(i+1)))*x(i)+h2*M1*y/(s+(x(i)+h2*M1).^2)-(e1*(x(i)+h2*M1));
        M3= r*(x(i)+(h2*M2))*(1-((x(i)+h2*M2)/k))-alfa*(1-0.5*(C(i)-
            C(i+1)))*x(i)+h2*M2*y/(s+(x(i)+h2*M2).^2)-(e1*(x(i)+h2*M2));
        M4= r*(x(i)+h*M3)*(1-((x(i)+h*M3)/k))-alfa*(1-
            C(i+1))*x(i)+h*M3*y/(s+(x(i)+h*M3).^2)-(e1*(x(i)+h*M1));
        x(i+1) = x(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
    end

    for j = 1:M j = M+2-i;
        N1= -lamda(j)*(r*(1-(2*x(j)/k))-alfa*s*y*(1-C(j))-alfa*(1-
            C(j))*x(j)*y/((s+(x(j).^2)).^2)-e1);
        N2= -(lamda(j)-h2*N1)*(r*(1-((x(j)+x(j-1))/k))-alfa*s*y*(1-
            (0.5*(C(j)+C(j-1))))-alfa*(1-(0.5*(C(j)+C(j-1))))*0.5*(x(j)+x(j-
            1))*y/((s+((0.5*(x(j)+x(j-1))))).^2)-e1);
        N3= -(lamda(j)-h2*N2)*(r*(1-((x(j)+x(j-1))/k))-alfa*s*y*(1-
            (0.5*(C(j)+C(j-1))))-alfa*(1-(0.5*(C(j)+C(j-1))))*0.5*(x(j)+x(j-1)
            ).^2*y/((s+((0.5*(x(j)+x(j-1))))).^2)-e1);
        N4= -(lamda(j)-h*N3)*(r*(1-(2*x(j-1)/k))-alfa*s*y*(1-C(j-1))-
            alfa*(1-C(j-1))*x(j).^2*y/((1+(x(j-1).^2)).^2)-e1);
```



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

```
lamda(j-1) = lamda(j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
err1 =
temp = (lamda(j-1)*alfa*(x(i+1)*y)/(-2*w3*(s+(x(i+1).^2)))); C1 =
0;
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C))); err2 =
delta*sum(abs(x)-sum(abs(oldx-x)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(olddlamda-lamda))); test =
min(err1,min(err2,err3));
fprintf('pada x(i+1)=%10.8f,lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n',x(i+1),lamda(j-1),abs(oldx-x),abs(olddlamda-lamda));
end
z(:, :) = t;
z(:, :) = x;
z(:, :) = C;
z(:, :) = lamda;

tf = -1;
tf = 5;
delta = 0.001;
M = 999;
t = linspace(0,tf,M+1);
h = tf/M;
h2 = h/2;
s = 1;
r = 2;
k = 10;
alfa = 0.1;
e1 = 1.28;
w3 = 0.5;
y = 1.5;
q0 = 1;

q = zeros(1,M+1);
C = zeros(1,M+1);
lamda = zeros(1,M+1);

while(test < 0) oldC = C; oldq = q;
olddlamda = lamda; q(1) = q0;

for i = 1:M
M1 = r*q(i)*(1-(q(i)/k))-alfa*(1-C(i))*q(i)*y/(s+(q(i).^2))-
(e1*q(i));
M2 = r*(q(i)+(h2*M1))*(1-((q(i)+h2*M1)/k))-alfa*(1-0.5*(C(i)-
C(i+1)))*(q(i)+h2*M1)*y/(s+(q(i)+h2*M1).^2)-(e1*(q(i)+h2*M1));
M3 = r*(q(i)+(h2*M2))*(1-((q(i)+h2*M2)/k))-alfa*(1-0.5*(C(i)-
C(i+1)))*(q(i)+h2*M2)*y/(s+((q(i)+h2*M2).^2))-(e1*(q(i)+h2*M2));
M4 = r*(q(i)+h*M3)*(1-((q(i)+h*M3)/k))-alfa*s*(1-
C(i+1))*(q(i)+h*M3)*y/(s+((q(i)+h*M3).^2))-(e1*(q(i)+h*M1));
q(i+1) = q(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
err1 =
for i = 1:M j = M+2-i;
```




Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

N1= -(lamda(j)*(r*(1-(2*q(j)/k))-alfa*s*y*(1-C(j))-alfa*(1-
C(j))*q(j)*y/((s+(q(j).^2)).^2))-e1;
N2= -(lamda(j)-h2*N1)*(r*(1-((q(j)+q(j-1))/k))-alfa*s*y*(1-
0.5*(C(j)+C(j-1)))-alfa*(1-(0.5*(C(j)+C(j-1))))*0.5*(q(j)+q(j-1)
).^2*y)/(((s+((0.5*(q(j)-q(j-1))).^2)).^2))-e1;
N3= -(lamda(j)-h2*N2)*(r*(1-((q(j)+q(j-1))/k))-alfa*s*y*(1-
0.5*(C(j)+C(j-1)))-alfa*(1-(0.5*(C(j)+C(j-1))))*0.5*(q(j)+q(j-1)
).^2*y)/(((s+((0.5*(q(j)-q(j-1))).^2)).^2))-e1;
N4= -(lamda(j)-h*N3)*(r*(1-(2*q(j-1)/k))-alfa*s*y*(1-C(j-1))-
alfa*(1-C(j-1))*q(j).^2*y/(1+(q(j-1).^2).^2))-e1;
lamda(j-1) = lamda(j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
end

temp = (lamda(j-1)*alfa*(q(i+1)*y)/(-2*w3*(s+(q(i+1).^2)))); C1 =
1.;
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C))); err2 =
delta*sum(abs(q)-sum(abs(oldq-q)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(olddlamda-lamda))); test =
min(err1,min(err2,err3));
fprintf('pada q(i+1)=%10.8f,lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n',q(i+1),lamda(j-1),abs(oldq-q),abs(olddlamda-lamda));
end

z(1,:)=t;
z(2,:)=q;
z(3,:)=C;
z(4,:)=lamda;

test = -1;
tf=5;
delta=0.001;
M=999;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;
s=1;
r=i;
k=0;
alfa=0.1;
e1=1.28;
w3=0.5;
y=5;
v0=1;

v=zeros(1,M+1);
C=zeros(1,M+1);
lamda=zeros(1,M+1);

while(test < 0)
    oldC=C;
    oldv=v;
    oldlamda=lamda;
    v(i)=v0;

```

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

```

for i=1:M
M1= r*v(i)*(1-(v(i)/k))-alfa*(1- C(i))*(v(i)*y)/(s+(v(i)^2))-
(e1*v(i));
M2= r*(v(i)+(h2*M1))*(1-((v(i)+h2*M1)/k))-alfa*(1-0.5*(C(i)-
C(i+1)))*(v(i)+h2*M1)*y/(s+(v(i)+h2*M1).^2)-(e1*(v(i)+h2*M1));
M3= r*(v(i)+(h2*M2))*(1-((v(i)+h2*M2)/k))-alfa*(1-0.5*(C(i)-
C(i+1)))*(v(i)+h2*M2)*y/(s+(v(i)+h2*M2).^2)-(e1*(v(i)+h2*M2));
M4= r*(v(i)+h*M3)*(1-((v(i)+h*M3)/k))-alfa*(1-
C(i+1))*(v(i)+h*M3)*y/(s+(v(i)+h*M3).^2)-(e1*(v(i)+h*M1));
v(i+1) = v(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
end

for i = 1:M j = M+2-i;
N1= -lamda(j)*(r*(1-(2*v(j)/k))-alfa*s*y*(1-C(j))-alfa*(0.5-
C(j))*v(j)*y/((s+(v(j).^2)).^2)-e1);
N2= -(lamda(j)-h2*N1)*(r*(1-((v(j)+v(j-1))/k))-alfa*s*y*(1-
(0.5*(C(j)+C(j-1))))-alfa*(1-(0.5*(C(j)+C(j-1))))*(v(j)+v(j-1)
.^2*y)/((s+((0.5*(v(j)-v(j-1))).^2).^2)-e1);
N3= -(lamda(j)-h2*N2)*(r*(1-((v(j)+v(j-1))/k))-alfa*s*y*(1-
(0.5*(C(j)+C(j-1))))-alfa*(1-(0.5*(C(j)+C(j-1))))*(v(j)+v(j-1)
.^2*y)/((s+((0.5*(v(j)-v(j-1))).^2).^2)-e1);
N4 = -(lamda(j)-h*N3)*(r*(1-(2*v(j-1)/k))-alfa*s*y*(1-C(j-1))-
alfa*(0.5-C(j-1))*v(j).^2*y/((s+(v(j-1).^2)).^2)-e1);
lamda(j-1) = lamda(j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
end

temp = (lamda(j-1)*alfa*(v(i+1)*y)/(-2*w3*(s+(v(i+1).^2)))); C1 =
min(0.4,max(0.17,temp));
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C))); err2 =
delta*sum(abs(v)-sum(abs(oldv-v)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(olddlamda-lamda))); test =
min(err1,min(err2,err3));
fprintf('pada v(i+1)=%10.8f,lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n',v(i+1),lamda(j-1),abs(oldv-v),abs(olddlamda-lamda));
end

z(:,1)=t;
z(:,2)=v;
z(:,3)=C;
z(:,4)=lamda;

figure(1)
plot(t,x,'g',t,q,'r',t,v,'b','linewidth',2);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('x (prey)');
legend('tanpa kendali C=0','tanpa kendali C=1','dengan kendali
Cmin=0,17 & Cmax=0,4');

grid on; title('Populasi Prey'); grid off

```

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 25 Maret 1998 di Desa Kuala Enok, Kec. Tanah Merah Kab. Indragiri Hilir. Sebagai anak ketujuh dari tujuh bersaudara dari pasangan ayah bernama H.Mapparessa dan ibu bernama Hj.Rasnah. Penulis menyelesaikan pendidikan formal di Sekolah Dasar di Yayasan Pendidikan Islam 01 Desa Kuala Enok pada tahun 2010, pada tahun 2013 penulis menyelesaikan Pendidikan Lanjutan Tingkat Pertama di Madrasah Tsanawiyah Desa kuala Enok dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas di Madrasah Aliyah Negeri 2 Desa Kuala Enok pada tahun 2016 dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Pada tahun 2016 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau pada Fakultas Sains dan Teknologi dengan Program Studi Matematika.

Pada tahun 2019, penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata di Desa Pancur, Kecamatan Keritang, Kabupaten Indragiri Hilir. Selanjutnya pada tahun 2020, tepatnya semester VII penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Pendidikan Kota Pekanbaru dengan judul “ Pengaruh Jumlah Kehadiran Terhadap Ketidaksiplinan Karyawan di Dinas Pendidikan Provinsi Riau Menggunakan Metode Regresi Linear Sederhana” yang dibimbing oleh Bapak Zukrianto, M.Si dari tanggal 27 Januari sampai 17 Februari 2020 dan diseminarkan pada 24 Juni 2020. Penulis dinyatakan lulus pada tanggal 30 Mei 2022 dalam ujian sarjana dengan judul tugas akhir “Pengaruh Makanan Alternatif Dan Fungsi Holling Tipe IV Pada Kendali Optimal Model *Prey* Sistem *Predator Prey*” dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc.

UIN SUSKA RIAU

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.