Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

TRACE MATRIKS KOMPLEKS BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 3$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

DEWI SARTIKA
11554200322

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2022

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERSETUJUAN

TRACE MATRIKS KOMPLEKS BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 3$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

DEWI SARTIKA
11554200322

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 03 Juni 2022

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.**
NIP. 19730818 200604 1 003	**NIP. 19770103 200710 2 001**

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PENGESAHAN

TRACE MATRIKS KOMPLEKS BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 3$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

TUGAS AKHIR

oleh:

DEWI SARTIKA
11554200322

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 03 Juni 2022

Pekanbaru, 03 Juni 2022
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

Wartono, M.Sc.
NIP. 19730818 200604 1 003

DEWAN PENGUJI:

Ketua	**: Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.**
Sekretaris	**: Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.**
Anggota I	**: Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
Anggota II	**: Rahmawati, S.Si., M.Sc.**

Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : DEWI SARTIKA
NIM : 11554200322
Tempat/Tgl. Lahir : Peranggas, 16 Januari 1997
Fakultas/~~Pascasarjana~~ :
Prodi : MATEMATIKA
Judul ~~Disertasi/Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah lainnya~~*:
Trace Matriks Kompleks Bentuk Khusus $n \times n$, $n \geq 3$ Berpangkat Bilangan Bulat

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan ~~Disertasi/Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah lainnya~~* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu ~~Disertasi/Thesis~~/Skripsi/~~Karya Ilmiah lainnya~~* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan ~~Disertasi/Thesis~~/Skripsi/(~~Karya Ilmiah lainnya~~)* saya tersebut, maka saya besedia menerima sanksi sesua peraturan perundang-undangan.

Demikianlah Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 19 Juli 2022
Yang membuat pernyataan

METERAI TEMPEL
34AJX928383068

DEWI SARTIKA
NIM : 11554200322

** pilih salah satu sasuai jenis karya tulis*

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

UIN SUSKA RIAU

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 03 Juni 2022
Yang membuat pernyataan,

DEWI SARTIKA
11554200322

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERSEMBAHAN

بسم الله الرحمن الرحيم

Alhamdulillahirabbil'alamin, puji dan syukur tak henti-hentinya kepada Allah SWT. Taburan cinta dan kasih sayang-Mu telah memberikanku kekuatan, membekaliku dengan ilmu serta memperkenalkanku dengan cinta. Atas karunia serta kemudahan yang Engkau berikan akhirnya skripsi yang sederhana ini dapat diselesaikan. Shalawat dan salam selaluterlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kusayangi.

Ayahanda Zulkifli dan Ibunda T. Nurhayati

Terimakasihku persembahkan kepada kedua orang tuaku yang telah membesarkanku dengan penuh kasih sayang dan pengorbanannya. Terimakasih kepada Raja kehidupan, Raja dari putri putrinya, lelaki pertama dihidupku yang selalu ada untukku. Keringat , keluh, sedih, dan kesal beliau simpan sendiri demi kebahagian keluarganya. Bagaimanapun keadaan, beliau selalu mengusahakan yang terbaik dan tetap tegar agar kami hidup dengan layak serta mendapatkan Pendidikan yang bermutu. Saya ucapkan terimakasih kepada Ratu dikehidupanku, Ratu bagi putri putrinya, tutor kehidupanku, dan sahabat hidupku. Beliau mengajarkanku bagaimana menjadi perempuan yang baik, anak yang baik, dan orang bermanfaat. Terkhusus untuk ayah dan ibundaku tercinta yang tangannya tak pernah lelah berdoa untuk kebaikanku dan kelancaran ku dalam menuntut ilmu.

Adik-adikku Tersayang

Sebagai tanda terima kasih, aku persembahkan karya kecil ini untuk Adik-adikku (Juliyati dan Zikri Apriansyah). Terima kasih telah memberikan semangat dan inspirasi dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini. Terima kasih karena selalu mendukung kakakmu dalam keadaan apapun. Semoga doa dan semua hal yang terbaik yang engkau berikan menjadikan kakakmu orang yang baik pula.

Teman – teman

Buat kawan-kawanku yang selalu memberikan motivasi serta nasihat yang tiada henti, selalu membantu ku, tiada lelah mengingatkan, tiada henti memberi perhatian dan kasih sayang yang selalu membuatku semangat untuk menyelesaikan skripsi ini, Sahabat Seperjuanganku (Novia Juliantika, Isnani Reffila Dewi) My Support System (Roma Desriyanto, Sartika Tri Sp, Rahmat Illahi, Doni Canra, Boby Fahlezi, Yola Sundari, Siska Dara Wulandari, Merza Eliasti) dan kawan-kawan Jurusan Matematika 2015 khususnya kelas A.

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc. selaku dosen pembimbing skripsi saya, terima kasih banyak Ibu sudah membantu selama ini, menasihati saya, mengajari saya banyak hal, dan mengarahkan saya hingga skripsi ini selesai. Bagi saya, Ibu adalah orang tua saya. Tanpa dukungan Ibu, semua ini tidak akan selesai. Terima kasih Ibu...

Tanpa mereka, karya ini tidak akan pernah tercipta.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

TRACE MATRIKS KOMPLEKS BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 3$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF

DEWI SARTIKA
NIM : 11554200322

Tanggal Sidang : 03 Juni 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n$, $n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif. Bentuk umum *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n$, $n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif $(A_n)^m$ diperoleh dengan memangkatkan matriks $(A_3)^2$ sampai $(A_3)^8$, $(A_4)^2$ sampai $(A_4)^8$, $(A_5)^2$ sampai $(A_5)^8$ hingga $(A_{10})^2$ sampai $(A_{10})^8$. Selanjutnya diduga bentuk umum matriks $(A_n)^m$ dan membuktikannya dengan metode induksi matematika. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh rumus umum $tr(A_n)^m$ yang telah dibuktikan kebenarannya. Lebih lanjut implementasi rumus tersebut disajikan dalam bentuk contoh.

Kata Kunci *:* induksi matematika, matriks kompleks, *trace.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

TRACE OF POSITIVE INTEGER POWER OF COMPLEX $n \times n$, $n \geq 3$ SPECIAL MATRIX

DEWI SARTIKA
NIM : 11554200322

Date of Final Exam : 03 June 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street. No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

This study aims to obtain the general form of trace of positive integer power of complex $n \times n$, $n \geq 3$ special matrix. The general form of trace of positive integer power of complex $n \times n$, $n \geq 3$ special matrix $(A_n)^m$ integers was obtained by raising the power of the matrices from $(A_3)^2$ up to $(A_3)^8$, $(A_4)^2$ up to $(A_4)^8$, $(A_5)^2$ up to $(A_5)^8$ until $(A_{10})^2$ up to $(A_{10})^8$. Afterwards, the general form of the matrix $(A_n)^m$ was estimated and proved by mathematical induction.Based on the result of the study, the general formula $tr(A_n)^m$ was obtained which has been proven true. Further implementation of the formula is presented in the form of examples.

Keywords: *mathematical introduction, complex matrix, trace.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikumwarahmatullahiwabarakatuh

Puji syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini tepat pada waktunya dengan judul **"*Trace* Matriks Kompleks Bentuk Khusus $n \times n$, $n \geq 3$ Berpangkat Bilangan Bulat Positif"**. Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana. Shalawat beriring salam kepada Nabi Besar Muhammad SAW yang mana sehingga kita dapat merasakan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi seperti sekarang ini. Selanjutnya dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu sudah sepantasnya penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua tercinta, Ayahanda Zulkifli dan Ibunda T. Nurhayati. Mereka yang tidak pernah lelah dan tiada henti melimpahkan kasih sayang, perhatian, motivasi yang membuat penulis mampu untuk terus melangkah serta materi yang tidak mungkin mampu terbalas. Semoga Allah SWT selalu merahmati Ayahanda dan Ibunda, memberikan kebahagiaan dunia dan akhirat, Aamiin. Kemudian penulis juga mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif KasimRiau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau sekaligus sebagai Pembimbing Akademik.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. selaku Kepala Laboratorium Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau sekaligus sebagai Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.

5. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc. selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberi bimbingan, pengarahan serta ilmunya.
6. Ibu Rahmawati, S.Si., M.Sc. selaku Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.
7. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, khususnya di Jurusan Matematika yang telah banyak membantu penulis dalam berbagai hal.
8. Adik-adikku yang selalu mendoakan dan menjadi penyemangat bagi penulis.
9. Sahabat penulis khususnya Novia Juliantika, S.Psi., Isnani Reffila Dewi, S.Pd., Samsinar, S.Si., Kak Debby yang selalu mememberikan semangat kepada penulis.
10. My Support System, yaitu Roma Desriyanto, Sartika Tri Susanty Pribadi, Rahmat Illahi, Boby Fahlezi, Doni Canra, Siska Dara Wulandari, Yola Sundari, Merza Eliasti, yang turut memberi dukungan dan membantu penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
11. Teman-teman Jurusan Matematika khususnya angkatan 2015 kelas A yang selalu memberikan semangat kepada penulis. Dan semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikumwarahmatullahiwabarakatuh

Pekanbaru, 03 Juni 2022

DEWI SARTIKA
11554200322

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN ..... **ii**
LEMBAR PENGESAHAN ..... **iii**
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL ..... **iv**
LEMBAR PERNYATAAN ..... **v**
LEMBAR PERSEMBAHAN ..... **vi**
ABSTRAK ..... **vii**
ABSTRACT ..... **viii**
KATA PENGANTAR ..... **ix**
DAFTAR ISI ..... **xi**
BAB I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 2
1.3 Batasan Masalah 2
1.4 Tujuan Penelitian 3
1.5 Manfaat Penelitian 3
1.6 Sistematika Penelitian 3
BAB II LANDASAN TEORI **4**
2.1 Jenis-Jenis Matriks 4
2.2 Operasi Matriks 4
2.3 Perpangkatan Matriks 5
2.4 Determinan Matriks 6
2.5 Bilangan Kompleks 6
2.6 Perpangkatan Bilangan Kompleks 8
2.7 *Trace* Matriks 8
2.8 Induksi Matematika 12
BAB III METODE PENELITIAN **14**
BAB IV PEMBAHASAN **15**
4.1 Perpangkatan Matriks Kompleks Bentuk Khusus 3×3 Sampai 10×10 15

4.2 Bentuk Umum *Trace* Matriks Kompleks Bentuk Khusus $n \times n$, $n \geq 3$ Berpangkat Bilang Bulat Positif 29
4.3 Aplikasi Bentuk Umum Perpangkatan Matriks Kompleks dan *Trace* Matriks Kompleks..... 30
BAB V PENUTUP 32
5.1 Kesimpulan..... 32
5.2 Saran 32
DAFTAR PUSTAKA..... 33
DAFTAR RIWAYAT HIDUP..... 35

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matriks terdiri dari beberapa jenis diantaranya matriks bujur sangkar, matriks diagonal, matriks simetris dan lain-lain. Banyak hal yang dapat dilakukan dari suatu matriks, seperti perkalian matriks, determinan matriks, *trace* matriks, *trace* matriks berpangkat dan sebagainya. [1] *Trace* matriks adalah jumlah elemen-elemen diagonal utama dari matriks bujur sangkar yang berordo $n \times n$ dan dinotasikan dengan $tr(A)$. Menurut [2] *trace* matriks adalah jumlah dari elemen-elemen diagonal utama dari matriks bujur sangkar, yang didefinisikan sebagai berikut: Jika $A = [a_{ij}]$ adalah matriks bujur sangkar, maka

$$Tr(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}.$$

Menghitung *trace* suatu matriks real maupun kompleks tidak perlu lagi proses yang panjang dan rumit, cukup dengan mensubstitusikan nilai entri-entri yang ada pada matriks ke bentuk umum. Namun apabila matriks tersebut adalah matriks berpangkat n, maka untuk menghitung trace hanya harus dilakukan perkalian matriks sebanyak n kali. Selanjutnya dapat ditentukan *trace* matriks berpangkat tersebut.

Penelitian mengenai *trace* matriks berpangkat dilakukan oleh beberapa peneliti, diantaranya oleh [3] pada tahun 2018 membahas tentang t*race* matriks toeplitz kompleks khusus ukuran 3×3 berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut:

$$A_{3\times3} = \begin{bmatrix} 0 & a+bi & 0 \\ a+bi & 0 & a+bi \\ 0 & a+bi & 0 \end{bmatrix}, \quad \forall\, a, b \in R, i = imajiner$$

Adapun hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut adalah:

$$tr(A)^n = \begin{cases} 0 & , \ untuk\ n\ ganjil \\ 2^{\frac{n}{2}+1}(a+bi)^n & , \ untuk\ n\ genap \end{cases}$$

Selanjutnya dalam penelitian [4] dibahas tentang bentuk umum *trace* matriks kompleks bentuk khusus 3×3 berpangkat bilangan bulat sebagai berikut:

$$A_{3\times3} = \begin{bmatrix} a+bi & a-bi & a+bi \\ a+bi & a-bi & a+bi \\ a+bi & a-bi & a+bi \end{bmatrix}, \quad \forall\, a,b \in R, i = imajiner$$

Adapun hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut adalah:

$$tr(A)^n = (3a+bi)^n$$

Kemudian pada tahun 2021 [5] dibahas tentang *trace* matriks $n \times n$ berbentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a & a & \cdots & a \\ a & a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & a \end{bmatrix} \text{ dengan } a \in R$$

Adapun hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut adalah:

$$tr(A_n)^m = (na)^m$$

Maka berdasarkan penelitian di atas penulis tertarik untuk mengulas penelitian yang berjudul **"*Trace* Matriks Kompleks Bentuk Khusus $n \times n$, $n \geq 3$ Berpangkat Bilangan Bulat Positif"** dengan bentuk yang berbeda yaitu sebagai berikut :

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a+bi & 0 & \cdots & 0 & a+bi \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ a+bi & 0 & \cdots & 0 & a+bi \end{bmatrix}, \forall\, a,b \in R, i = imajiner \tag{1. 1}$$

Untuk selanjutnya matriks pada Persamaan (1.1) akan dinotasikan dengan A_n.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan maka dapat dirumuskan masalah pada tugas akhir ini "Bagaimana cara menentukan bentuk umum *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n$, $n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif ?".

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini yaitu matriks yang digunakan adalah matriks kompleks bentuk khusus pada Persamaan (1.1) dengan pangkat bilangan bulat positif dan $b \neq 0$.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapaun manfaat penelitian ini adalah:

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan tentang matriks dan mempermudah dalam menyelesaikan persoalan mengenai *trace* dari perpangkatan matriks kompleks.
2. Untuk menambah bahan kepustakaan yang dijadikan referensi dan kajian pustaka serta sebagai bahan informasi untuk penelitian lainnya.

1.6 Sistematika Penelitian

Adapun sistematika pada saat penulisan penelitian ini yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian serta sistematika penulisan tugas akhir.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisikan tentang hal-hal yang dijadikan sebagai teori dasar yang digunakan dalam penelitian.

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang metode penelitian yang digunakan dalam tugas akhir ini.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi uraian langkah-langkah untuk memperoleh bentuk umum *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran dari keseluruhan pembahasan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

BAB II
LANDASAN TEORI

Landasan teori ini terdiri atas beberapa teori pendukung yang akan dipergunakan dalam menentukan bentuk umum *trace* matriks kompleks $n \times n, n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif.

2.1 Jenis-Jenis Matriks

Berdasarkan ukuran dan elemennya terdapat beberapa jenis matriks diantaranya sebagai berikut:

1. Matriks Bujur Sangkar

Definisi 2.1 [6] Matriks bujur sangkar adalah matriks yang banyaknya baris sama dengan banyak nya kolom, yang dinyatakan dengan $A_{m\times n}$, dimana $m = n$, dapat ditulis dengan $A_{n\times n} = (a_{ij})_{n\times n}$. Matriks berordo $n \times n$ disebut juga bujur sangkar ordo n.

2. Matriks Diagonal

Definisi 2.2 [6] Matriks diagonal merupakan matriks bujur sangkar yang semua elemen-elemen yang bukan elemen diagonal utama adalah nol. Dengan kata lain suatu matriks A berordo $n \times n$ disebut matriks diagonal, jika $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$.

3. Matriks Simetris

Definisi 2.3 [7] Matriks simetris adalah matriks bujur sangkar yang sama dengan transposenya yaitu $A = A^T$ dimana $a_{ij} = a_{ji}$ untuk semua nilai dari i dan j.

Pada dasarnya operasi pada matriks sama dengan operasi matematika biasa tidak terkecuali untuk perkalian matriks. Perkalian matriks dilakukan untuk mengetahui *trace* matriks yang akan dihitung dengan cara mengalikan matriks sebanyak pangkat yang diinginkan. Berikut diberikan beberapa definisi dan teorema yang berhubungan dengan perkalian matriks dan matriks yang berpangkat.

2.2 Operasi Matriks

Operasi matriks yang dibahas adalah perkalian matriks dengan skalar, dan perkalian matriks dengan matriks.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

1. Perkalian Matriks dengan Skalar

Definisi 2.4 [8] Jika A adalah sebarang matriks dan c adalah suatu skalar, maka hasil kali cA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap anggota A dengan c.

Contoh 2.1 Diberikan $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, tentukan hasil dari $2A$.

Penyelesaian:

Jika $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, maka $2A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 6 & 0 \end{bmatrix}$.

2. Perkalian Matriks dengan Matriks

Definisi 2.5 [9] Jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$, maka hasil kali AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri dalam baris i dan kolom j dari AB, pilihlah baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikanlah entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut bersama-sama dan kemudian tambahkanlah hasil kali yang dihasilkan.

Contoh 2.2 Diberikan $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, tentukan $A \times B$.

Penyelesaian:

Jika $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ maka $A \times B = \begin{bmatrix} 17 & 21 \\ 35 & 29 \\ 19 & 17 \end{bmatrix}$.

2.3 Perpangkatan Matriks

Definisi 2.6 [10] Jika A adalah suatu matriks bujur sangkar, maka didefinisikan pangkat-pangkat bilangan bulat tak-negatif dari matriks A adalah:

$$A^0 = I$$

$$A^n = \underbrace{AA \cdots A}_{n\ faktor}$$

Jika A dapat dibalik, maka pangkat bilangan bulat tak negatif dari A adalah:

$$A^{-n} = \underbrace{A^{-1}A^{-1} \cdots A^{-1}}_{n\ faktor}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Teorema 2.1 [8] Jika A adalah matriks kuadrat dan r serta s adalah bilangan bulat, maka

$$A^r A^s = A^{r+s}$$
$$(A^r)^s = A^{rs}$$

Teorema 2.2 [8] Jika A adalah matriks yang dapat dibalik, maka:

1. A^{-1} dapat dibalik dan $(A^{-1})^{-1} = A$
2. A^n dapat dibalik dan $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$, untuk $n = 0,1,2,\ldots$
3. Untuk setiap skalar k yang tak sama dengan nol, maka kA dapat dibalik dan $(kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$.

2.4 Determinan Matriks

Definisi 2.7 [11] Misalkan A adalah suatu matriks bujur sangkar. Fungsi determinan dinotasikan dengan $\det(A)$ sebagai jumlah dari semua hasil kali elementer bertanda dari A.

$$\det(A) = \sum \pm a_{1j_1} a_{1j_2} \ldots a_{1j_n} \tag{2.1}$$

Terdapat beberapa metode dalam menentukan determinan matriks diantaranya adalah Metode Sarrus. Perhitungan determinan matriks dengan Metode Sarrus hanya dapat diterapkan pada matriks berukuran (2×2) dan (3×3).

Contoh 2.3 Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ carilah nilai determinannya.

Penyelesaian:

Dengan menggunakan Persamaan (2.3) maka diperoleh:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$$= (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33}).$$

2.5 Bilangan Kompleks

Definisi 2.8 [12] Bilangan kompleks adalah suatu pasangan terurut bilangan real yang dinyatakan dengan $z = a + bi$ dimana a dan b adalah bilangan real, dan

i adalah bilangan imajiner yang mempunyai sifat $i^2 = -1$. Bilangan real a disebut juga bagian real dari bilangan kompleks dan bilangan real b disebut bagian imajiner dari bilangan kompleks.

Berikut ini adalah beberapa operasi pada bilangan kompleks:

1. Penjumlahan bilangan kompleks

   Untuk bilangan kompleks $z_1 = a_1 + b_1 i$ dan $z_2 = a_2 + b_2 i$ jumlah didefinisikan sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) \\ &= (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i \end{aligned}$$

2. Pengurangan bilangan kompleks

   Untuk bilangan kompleks $z_1 = a_1 + b_1 i$ dan $z_2 = a_2 + b_2 i$ pengurangan didefinisikan sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) \\ &= (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i \end{aligned}$$

3. Pembagian bilangan kompleks

   Untuk bilangan kompleks $z_1 = a_1 + b_1 i$ dan $z_2 = a_2 + b_2 i$ pembagian didefinisikan sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a_1 + b_1 i}{x_2 + i y_2} \times \frac{a_2 - b_2 i}{a_2 - b_2 i} \\ &= \frac{a_1 a_2 - a_1 b_2 i + a_2 b_1 i - b_1 b_2 i^2}{{a_2}^2 - a_2 b_2 + a_2 b_1 i - {b_2}^2 i^2} \\ &= \frac{a_1 a_2 + (a_2 b_1 - a_1 b_2)i + b_1 b_2}{{a_2}^2 + {b_2}^2} \\ &= \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{{a_2}^2 + {b_2}^2} + \frac{(a_2 b_1 - a_1 b_2)i}{{a_2}^2 + {b_2}^2} \end{aligned}$$

4. Perkalian bilangan kompleks

   Untuk bilangan kompleks $z_1 = x_1 + i y_1$ dan $z_2 = x_2 + i y_2$ jumlah didefinisikan sebagai berikut:

   $$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i) \\ &= a_1 a_2 + a_1 b_2 i + a_2 b_1 i + b_1 b_2 i^2 \\ &= a_1 a_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i - b_1 b_2 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$= (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i$$

2.6 Perpangkatan Bilangan Kompleks

Notasi $z = a + bi$ pada bilangan kompleks dapat juga dinyatakan denngan $z = (a, b)$. Dalam koordinat polar, bilangan kompleks $z = (a, b)$ dinyatakan dalam r dan θ yaitu $z = (r, \theta)$ [13]. Adapun hubungan antara keduanya (a, b) dan (r, θ) adalah:

$x = r\cos\theta, b = r\sin\theta$ dengan $\theta = arc\tan\left(\frac{b}{a}\right)$ dan $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Jadi, bentuk polar bilangan kompleks $z = (r, \theta) = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ dan akar sekawan dari z adalah $z = (r, -\theta) = r(\cos\theta - i\sin\theta)$.

Jika $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$ dan $z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$, maka diperoleh hasil perkalian keduanya sebagai berikut:

$$z_1z_2 = [r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)][r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)]$$

$$z_1z_2 = r_1r_2[(\cos\theta_1\cos\theta_2 - \sin\theta_1\sin\theta_2) + i(\sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2)]$$

$$z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

Jika diketahui:

$$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$$

$$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$$

$$\vdots$$

$z_n = r_n(\cos\theta_2 + i\sin\theta_n)$, untuk n bilangan asli

Maka diperoleh hasil perkalian:

$$z_1z_2 \dots z_n = r_1r_2 \dots r_n[\cos(\theta_1 + \theta_2 + \cdots \theta_n) + i\sin(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_n)]$$

Akibatnya jika, $z = r(\cos\theta - i\sin\theta)$ maka

$$\underbrace{z.z.z \dots z}_{n \text{ kali}} = \underbrace{r.r.r \dots r}_{n \text{ kali}}[\cos(\theta + \theta + \cdots + \theta) + i(\sin(\theta + \theta + \cdots + \theta))$$

$$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) \tag{2.2}$$

2.7 *Trace* Matriks

Definisi 2.9 [2] Misalkan $A = [a_{ij}]$ suatu matriks persegi berukuran $n \times n$, maka *trace* dari matriks A didefinisikan sebagai jumlah dari elemen diagonal matriks A dan dinotasikan dengan $tr(A)$. Dinyatakan bahwa *trace* matriks A adalah:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \tag{2.3}$$

Contoh 2.4 Diberikan matriks 3×3 sebagai berikut $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ hitunglah nilai *trace* dari matriks A ?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} tr(A) &= a_{11} + a_{22} + a_{33} \\ &= -1 + 6 + 4 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Teorema berikut menjelaskan beberapa sifat-sifat *trace* matriks dari matriks bujur sangkar.

Teorema 2.3 [2] Jika A dan B adalah matriks bujur sangkar dengan orde yang sama dan c adalah skalar, maka berlaku:

a) $tr(A) = tr(A^T)$
b) $tr(cA) = c.tr(A)$
c) $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$
d) $tr(AB) = tr(BA)$

Bukti: Diberikan matriks A dan B adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Maka

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn} \tag{2.4}$$

dan

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

maka

$$tr(B) = b_{11} + b_{22} + b_{33} + \cdots + b_{nn} \tag{2.5}$$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

i. Akan ditujukkan bahwa $tr(A) = tr(A^T)$. *Transpose* dari matriks A yaitu:

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$tr(A^T) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn} \tag{2.6}$$

Berdasarkan Persamaan (2.5) dan Persamaan (2.7) maka terbukti $tr(A) = tr(A^T)$.

ii. Akan ditunjukkan bahwa $tr(cA) = c.tr(A)$, untuk c adalah sebarang skalar. Diberikan sebagai berikut:

$$cA = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{n1} & ca_{n2} & \cdots & ca_{nn} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} tr(cA) &= a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn} \\ &= c(a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn}) \\ &= c.tr(A) \end{aligned} \tag{2.7}$$

Oleh karena itu terbukti $tr(A) = c.tr(A)$.

iii. Akan ditunjukkan bahwa $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$ berdasarkan matriks A dan B, diperoleh:

$$\begin{aligned} A + B &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} + b_{n1} & a_{n2} + b_{n2} & \cdots & a_{nn} + b_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga

$$tr(A + B) = (a_{11} + b_{11}) + (a_{22} + b_{22}) + (a_{33} + b_{33}) + \cdots + (a_{nn} + b_{nn}) \tag{2.8}$$

maka

$$\begin{aligned} tr(A + B) &= (a_{11} + b_{11}) + (a_{22} + b_{22}) + (a_{33} + b_{33}) + \cdots + (a_{nn} + b_{nn}) \\ &= a_{11} + b_{11} + a_{22} + b_{22} + a_{33} + b_{33} + \cdots + a_{nn} + b_{nn} \end{aligned}$$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$= (a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn}) + (b_{11} + b_{22} + b_{33} + \cdots + b_{nn})$$

Berdasarkan Persamaan (2.5) dan Persamaan (2.6) maka terbukti $tr(A+B) + tr(A) + tr(B)$

iv. Akan ditunjukkan bahwa $tr(AB) = tr(BA)$. Dari matriks A dan B maka diperoleh:

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + \cdots + a_{1n}b_{n2} & \cdots & a_{11}b_{1n} + a_{12}b_{2n} + \cdots + a_{1n}b_{nn} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + \cdots + a_{2n}b_{n1} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2} & \cdots & a_{21}b_{1n} + a_{22}b_{2n} + \cdots + a_{2n}b_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}b_{11} + a_{n2}b_{21} + \cdots + a_{nn}b_{n1} & a_{n1}b_{12} + a_{n2}b_{22} + \cdots + a_{nn}b_{n2} & \cdots & a_{n1}b_{1n} + a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn} \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$tr(AB) = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1}) + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2}) + \cdots + (a_{n1}b_{1n} + (a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn}) \tag{2.9}$$

Selanjutnya untuk

$$BA = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + \cdots + b_{1n}a_{n1} & b_{11}a_{12} + b_{12}a_{22} + \cdots + b_{1n}a_{n2} & \cdots & b_{11}a_{1n} + b_{12}a_{2n} + \cdots + b_{1n}a_{nn} \\ b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21} + \cdots + b_{2n}a_{n1} & b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + \cdots + b_{2n}a_{n2} & \cdots & b_{21}a_{1n} + b_{22}a_{2n} + \cdots + b_{2n}a_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}a_{11} + b_{n2}a_{21} + \cdots + b_{nn}a_{n1} & b_{n1}a_{12} + b_{n2}a_{22} + \cdots + b_{nn}a_{n2} & \cdots & b_{n1}a_{1n} + b_{n2}a_{2n} + \cdots + b_{nn}a_{nn} \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$tr(BA) = (b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + \cdots + b_{1n}a_{n1}) + (b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + \cdots + b_{2n}a_{n2}) + \cdots + (b_{n1}a_{1n} + (b_{n2}a_{2n} + \cdots + b_{nn}a_{nn}) \tag{2.10}$$

$$= b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + \cdots + b_{1n}a_{n1} + b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + \cdots + b_{2n}a_{n2} + b_{n1}a_{1n} + b_{n2}a_{2n} + \cdots + b_{nn}a_{nn}$$

$$= a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1} + a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2} + a_{n1}b_{1n} + a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn}$$

$$= (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1}) + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2}) + \cdots + (a_{n1}b_{1n} + (a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn})$$

Berdasarkan Persamaan (2.11) maka terbukti bahwa $tr(AB) = tr(BA)$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

Contoh 2.5 Tentukan $tr(A)^4$ dari $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Penyelesaian:

Untuk mendapatkan *trace* dari matriks A diatas, maka matriks tersebut harus dikalikan sebanyak 4 kali, sebagai berikut:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 19 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \\ 19 & 25 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} -5 & 19 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \\ 19 & 25 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29 & 37 & 24 \\ 24 & 24 & 18 \\ 13 & 151 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \cdot A = \begin{bmatrix} -29 & 37 & 24 \\ 24 & 24 & 18 \\ 13 & 151 & 6 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & 19 & 114 \\ 114 & 186 & 36 \\ -95 & 511 & 150 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh :

$tr(A)^4 = 25 + 186 + 36 = 361.$

2.8 Induksi Matematika

Induksi matematika merupakan salah satu cara dalam membuktikan sebuah pernyataan tertentu berlaku untuk setiap bilangan asli. Induksi matematika merupakan teknik pembuktian yang baku dalam matematika. Melalaui induksi matematika dapat mengurangi langkah-langkah pembuktian bahwa semua bilangan bulat termasuk ke dalam suatu himpunan kebenaran dengan sejumlah langkah terbatas.

Definisi 2.10 [14] Misalkan $p(n)$ adalah menyatakan suatu pernyataan bilangan bulat positif dan akan dibuktikan bahwa pernyataan $p(n)$ tersebut benar untuk semua bilangan positif n, maka untuk membuktikan pernyataan ini digunakan aturan sebagai berikut:

1. Akan ditunjukkan $p(1)$ benar, dan
2. Jika $p(n)$ benar, maka $p(n+1)$ juga benar untuk $n \geq 1$.

Sehinggga $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif n.

Langkah 1 dinamakan basis induksi, sedangkan langkah 2 dinamakan langkah induksi. Langkah induksi berisi asumsi (andaian) yang menyatakan bahwa $p(n)$ benar. Dan akan dibuktikan untuk $p(n+1)$ juga benar, asumsi

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

tersebut dinamakan hipotesis induksi. Bila sudah ditunjukkan kedua langkah tersebut benar maka sudah dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif n.

Basis *induksi* digunakan untuk memperlihatkan bahwa pernyataan tersebut benat bilangan n diganti dengan 1, yang merupakan bilangan bulat positif terkecil. Kemudian kita harus perlihatkan bahwa implikasi $p(n) \rightarrow p(n+1)$ benar untuk setiap bilangan bulat positif. Untuk membuktikan implikasi tersebut benar untuk setiap bilangan bulat positif n, kita perlu menunjukkan bahwa $p(n+1)$ tidak mungkin salah bila $p(n)$ benar. Hal ini diselesaikan dengan cara memperlihatkan bahwa berdasarkan hipotesis $p(n)$ benar maka $p(n+1)$ juga harus benar.

Contoh 2.7 Diberikan barisan (x_n) yang didefinisikan secara rekursif berikut

$$x_1 = 1, x_2 = 1$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + x_{n-1}) \text{ untuk } n > 1$$

Misalkan $p(n): x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + x_{n+1}), 1 \leq x_n \leq 2$. Buktikan $p(n)$ berlaku untuk semua $n \in N$.

Bukti: Kita terapkan prinsip induksi matematika

i. Untuk $n = 1$, diketahui $x_1 = 1$. Jadi $p(1)$ benar.

ii. Diasumsikan $p(1), p(2), \ldots, p(k)$ benar, yaitu berlaku $1 \leq x_1 \leq 2$, $1 \leq x_2 \leq 2$, $1 \leq x_3 \leq 2$, $\ldots$, $1 \leq x_{k-1} \leq 2$, $1 \leq x_k \leq 2$. Dari dua ketaksamaan terakhir $1 \leq x_{k-1} \leq 2$, $1 \leq x_k \leq 2$ bila dijumlahkan diperoleh

$$2 \leq (x_k + x_{k-1}) \leq 4, 1 \leq \frac{1}{2}(x_k + x_{k-1}) = x_{k+1} \leq 2$$

Ini berarti $p(k+1)$ benar. Jadi terbukti $p(n)$ berlaku untuk semua $n \in N$.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

BAB III
METODE PENELITIAN

Metode penelitian merupakan langkah-langkah yang digunakan penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks khusus $n \times n, n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif. Adapun langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Diberikan matriks kompleks bentuk khusus A_n Persamaan (1.1).
2. Menentukan perpangkatan matriks $(A_n)^m$ untuk $3 \leq n \leq 10$ dan $2 \leq m \leq 8$.
3. Menduga bentuk umum perpangkatan matriks $(A_n)^m$.
4. Membuktikan bentuk umum $(A_n)^m$ menggunakan induksi matematika.
5. Membuktikan bentuk umum $tr(A_n)^m$ menggunakan pembuktian langsung.
6. Mengaplikasikan bentuk umum perpangkatan matriks $(A_n)^m$ pada contoh.
7. Mengaplikasikan bentuk umum $tr(A_n)^m$ pada contoh.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan tentang *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n$, $n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif yang dipaparkan dalam Bab IV berbentuk:

$$A_n = \begin{bmatrix} a+bi & 0 & \cdots & 0 & a+bi \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ a+bi & 0 & \cdots & 0 & a+bi \end{bmatrix}, \forall\, a, b \in R, i = imajiner,$$

maka diperoleh:

1. Bentuk umum matriks kompleks $(A_n)^m$ berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut

$$(A_n)^m = (2a+2bi)^{m-1} \cdot \begin{bmatrix} a+bi & 0 & \cdots & 0 & a+bi \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ a+bi & 0 & \cdots & 0 & a+bi \end{bmatrix}$$

$$= (2a+2bi)^{m-1} \cdot A_n, \text{ untuk } n \geq 3.$$

2. Bentuk umum *trace* matriks $(A_n)^m$ dengan m bilangan bulat positif sebagai berikut

$$tr(A_n)^m = (2a+2bi)^m.$$

5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas mengenai *trace* matriks kompleks bentuk khusus $n \times n$, $n \geq 3$ berpangkat bilangan bulat positif. Maka dari itu, penulis menyarankan untuk mengembangkan penelitian lebih lanjut mengenai *trace* matriks kompleks dengan bentuk khusus lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] M. Sibarani, "Buku Aljabar Matrik Elementer.pdf," *Aljabar Linear*, 2013.

[2] James E. Gentle, *Matrix Algebra*. New York: Springer, 2007.

[3] F. Aryani, D. R. Sari, C. C. Marzuki, and S. Gemawati, "*Trace* Matriks Toeplitz Kompleks Khusus Ukuran 3 x 3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi dan Industri (SNTIKI-10)*, no. November, pp. 673–681, 2018.

[4] Fitri Aryani, Choirul Anam, and Corry Corazon Marzuki, "*Trace* Matriks Kompleks Berbentuk Khusus 3 X 3 Berpangkat Bilangan Bulat," *Talenta Conference Series: Science and Technology (ST)*, vol. 2, no. 2, pp. 40–49, 2020, doi: 10.32734/st.v2i2.472.

[5] C. C. Marzuki, F. Aryani, and R. Rahmawati, "*Trace* Matriks n×n Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 7, no. 1, p. 28, 2021, doi: 10.24014/jsms.v7i1.11561.

[6] M. B. Susi Ekawati, Amir Kamal Amir, "Nilai Eigen Matriks Quaternion," *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, vol. 16, no. 1, p. 33, 2019, doi: 10.20956/jmsk.v16i1.5943.

[7] T. Fatonah, "*Trace* Matriks yang Berbentuk Khusus 2 x 2 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," 2017.

[8] R. Anton, *Aljabar Linier Elementer Versi Aplikasi*, Ed. 8. Jakarta: Erlangga, 2004.

[9] F. Aryani. Dkk, *Aljabar Linier Elementer*. Pekanbaru: Asa Riau, 2016.

[10] H. Anton and C. Rorres, *Elementary linear algebra: applications version*. John Wiley & Sons, 2013.

[11] H. Anton, *Aljabar Linier Elementer*, Edisi kelima. Jakarta: Erlangga, 1987.

[12] Murray R. and P. D. Spiegel, *Theory and problems of college algebra*. Jakarta: Erlangga, 1964.

[13] R. V Churchill, J. W. Brown, and L. A. Rapun, *Complex Variables and Application*, Eighth Ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 2009.

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

[14] R. Munir, “Matematika diskrit.” Informatika Bandung, 2010.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Dewi Sartika dengan panggilan Dewi/Rika, lahir di Peranggas pada tanggal 16 Januari 1997. Sebagai anak pertama dari tiga bersaudara pasangan Bapak Zulkifli dan Ibu T. Nurhayati. Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar (SD) pada tahun 2009 di SDN 22 Lemang. Lalu melanjutkan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 1 Rangsang Barat dan lulus pada tahun 2012. Pada tahun 2015 Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMAN 1 Tebing Tinggi, Kabupaten Kepulauan Meranti, Provinsi Riau dengan Jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Setelah menyelesaikan Pendidikan di SMAN 1 Tebing Tinggi, kemudian Penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Program Studi Matematika.

Dalam masa perkuliahan Penulis telah melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Badan Kepegawaian Daerah (BKD) Provinsi Riau pada tahun 2018 dan Penulis juga telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Banglas Barat, Kecamatan Tebing Tinggi, Kabupaten Kepulauan Meranti.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.