TRACE MATRIKS HESSENBERG BENTUK KHUSUS BERPANGKAT TIGA

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

<u>NURIA DANI RAMBE</u>
11750424923

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2022

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

TRACE MATRIKS HESSENBERG BENTUK KHUSUS BERPANGKAT TIGA

TUGAS AKHIR

oleh:

NURIA DANI RAMBE
11750424923

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir di Pekanbaru, pada tanggal 31 Mei 2022

Ketua Program Studi	Pembimbing
Wartono, M.Sc.	**Rahmawati, M.Sc**
NIP. 19730818 200604 1 003	NIK. 130 517 046

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PENGESAHAN

TRACE MATRIKS HESSENBERG BENTUK KHUSUS BERPANGKAT TIGA

TUGAS AKHIR

oleh:

NURIA DANI RAMBE
11750424923

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 31 Mei 2022

Pekanbaru, 31 Mei 2022
Mengesahkan

Dekan	Ketua Program Studi
Dr. Hartono, M.Pd.	**Wartono, M.Sc.**
NIP. 19640301 199203 1 003	**NIP. 19730818 200604 1 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua	**: Dr. Rado Yendra, M.Sc**
Sekretaris	**: Rahmawati, M.Sc**
Anggota I	**: Fitri Aryani, M.Sc**
Anggota II	**: Zukrianto, M.Si**

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Lampiran Surat :
Nomor : Nomor 25/2021
Tanggal : 10 September 2021

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama : Nuria Dani Rambe
NIM : 11750424923
Tempat/ Tgl. Lahir : Pijorkoling / 08 Mei 1999
Fakultas/Pascasarjana : Sains dan Teknologi / S-1
Prodi : Matematika

Judul Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya*:
Trace Matriks Hessenberg Bentuk Khusus Berpangkat Tiga

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Penulisan Disertai/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* dengan judul sebagaimana tersebut di atas adalah hasil pemikiran dan penelitian saya sendiri.
2. Semua kutipan pada karya tulis saya ini sudah disebutkan sumbernya.
3. Oleh karena itu Disertasi/Thesis/Skripsi/Karya Ilmiah lainnya* saya ini, saya nyatakan bebas dari plagiat.
4. Apa bila dikemudian hari terbukti terdapat plagiat dalam penulisan Disertasi/Thesis/Skripsi/(Karya Ilmiah lainnya)* saya tersebut, maka saya besedia menerima sanksi sesuai peraturan peraturan perundang-undangan.

Demikian Surat Pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan tanpa paksaan dari pihak manapun juga.

Pekanbaru, 13 Juli 2022
Yang membuat pernyataan

Materai
Rp.10.000

SEPULUH RIBU RUPIAH 10000 METERAI TEMPEL AACCCAJX928383076

Nuria Dani Rambe
NIM : 11750424923

** pilih salah salah satu sesuai jenis karya tulis*

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 31 Mei 2022
Yang membuat pernyataan,

NURIA DANI RAMBE
11750424923

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

"Bacalah dengan (Menyebut) Nama Tuhanmu yang Menciptakan, Dia Telah Menciptakan Manusia Dari Segumpal Darah. Bacalah, dan Tuhanmulah Yang Maha Mulia. Yang Mengajar (Manusia) dengan Pena. Dia Mengajarkan Manusia Apa yang Tidak Diketahuinya."
QS. Al-'Alaq :1-5

اَلْحَمْدُ لله رَبِّ الْعَالَمِيْنَ

"Terimakasih Ya Allah Atas Segala Nikmat Yang Telah Engkau Berikan Kepadaku. Terimakasih Ya Allah Engkau Telah Menghiburku dengan Ayat-Ayat Suci-Mu Dalam Suka Dukaku. Terimakasih Ya Allah Karena Engkau telah Menguatkan Kesabaranku. Terimakasih Ya Allah Karena Engkau telah Mempermudah Segala Urusanku. Alhamdulillaahirobbil'aalamiin, Atas Izin-Mu Aku Telah Selesai Mengerjakan Tugas Akhir ini."

"Ya Robbi Sampaikanlah Shalawat dan Salam kepada Junjungan Kami Nabi Muhammad SAW beserta keluarga, dan sahabatnya. Semoga kelak Kami mendapat Syafaatnya (Rasulullah SAW) di Akhirat Kelak, Aamiin Ya Robbal'aalamiin."

Ayahanda Aminusrin Rambe
"Terimakasih Ayah atas Do'a dan kasih sayangmu yang tiada tara. Ayah, Jasamu Terlalu Banyak, Sehingga Lembaran Kertas Ini Tidak Cukup Untuk Menuliskan Ucapan Terimakasihku Untukmu. Aku sangat mencintaimu Ayah, Semoga Ayah Sehat Selalu dan Diberikan Umur yang Panjang, Aamiin. Terimakasih atas Segalanya Ayah."

Ibunda Derliana Kumbang
"Terimakasih Ibu atas Do'a dan kasih sayangmu yang tiada tara. Ibu, Jasamu Terlalu Banyak, Sehingga Lembaran Kertas Ini Tidak Cukup Untuk Menuliskan Ucapan Terimakasihku Untukmu. Aku sangat mencintaimu Ibu, Semoga Ibu Sehat Selalu dan Diberikan Umur yang Panjang, Aamiin. Terimakasih atas Segalanya Ibu."

Adek-Adekku (Asriani Rambe, Amaruddin Rambe & Aprijaluddin Rambe)
"Terimakasih untuk kalian, Semoga Masa Depan Kalian Cerah. Terimakasih Karena Selalu Menghiburku. Terimakasih Karena Telah Menjadi Adek-Adek Yang Baik Untukku. Terimakasih untuk Semuanya. I Love you."

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

TRACE MATRIKS HESSENBERG BENTUK KHUSUS BERPANGKAT TIGA

NURIA DANI RAMBE
NIM: 11750424923

Tanggal Sidang : 31 Mei 2022
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan *trace* dari matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat tiga. Matriks Hessenberg terbagi dua yaitu, matriks Hessenberg atas dan matriks Hessenberg bawah. Lebih lanjut, untuk menentukan *trace* matriks tersebut dimulai dengan mendapatkan bentuk umum matriks $\left({H_{n\times n}}^2\right)$, kemudian menentukan bentuk umum $tr\left({H_{n\times n}}^2\right)$. Setelah bentuk umum dan *trace* matriks $\left({H_{n\times n}}^2\right)$ diperoleh, selanjutnya mendapatkan bentuk umum matriks $\left({H_{n\times n}}^3\right)$ dan menentukan bentuk umum $tr\left({H_{n\times n}}^3\right)$. Setelah itu, mendapatkan bentuk umum matriks $\left({H_{n\times n}}^2\right)^T$ dengan cara mentranspos matriks $\left({H_{n\times n}}^2\right)$, lalu menentukan $\mathrm{tr}\left({H_{n\times n}}^2\right)^T$. Terakhir mendapatkan bentuk umum matriks $\left({H_{n\times n}}^3\right)^T$, lalu menentukan $tr\left({H_{n\times n}}^3\right)^T$. Hasil penelitian memberikan bahwa rumus umum *trace* daru matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat tiga adalah

$$tr(H_{n\times n})^3 = (10n - 12)a^3$$

Kata Kunci : Matriks Hessenberg, *Trace* Matriks, Transpos.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

HESSENBERG TRACE MATRIX SPECIAL FORM RANK THREE

NURIA DANI RAMBE
NIM : 1170424923

Date of Final Exam : 31 May 2022
Date of Graduation :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru - Indonesia

ABSTRACT

This study aims to determine the trace of Hessenberg matrix of special form to the power of three. The Hessenberg matrix is divided into two, namely, the upper Hessenberg matrix and the lower Hessenberg matrix. Furthermore, to determine the trace matrix, we start by getting the general form of the matrix $\left(H_{n\times n}{}^2\right)$, *then determine the general form* $tr\left(H_{n\times n}{}^2\right)$. *After the general form and trace matrix* $\left(H_{n\times n}{}^2\right)$ *are obtained, then we get the general form of the matrix,* $\left(H_{n\times n}{}^3\right)$, *and determine the general form* $tr\left(H_{n\times n}{}^3\right)$. *After that get the general form of the matrix* $\left(H_{n\times n}{}^2\right)^T$ *by transposing the matrix* $\left(H_{n\times n}{}^2\right)$, *then determine* $tr\left(H_{n\times n}{}^2\right)^T$. *Finally get the general form of the matrix* $\left(H_{n\times n}{}^3\right)^T$, *then determine* $tr\left(H_{n\times n}{}^3\right)^T$. *The results show that the general fornula for the trace of the Hessenberg matrix of special form the power of three is*

$$tr\left(H_{n\times n}{}^3\right) = (10n - 12)a^3$$

Keyword : *Hessenberg Matrix, Trace Matrix, Transpose.*

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillaahirobbal'alamiin, segala puji syukur kepada Allah SWT karena atas Rahmat dan Hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas akhir ini dengan judul **"*Trace* Matriks Hessenberg Bentuk Khusus Berpangkat Tiga"**. Shalawat beserta salam semoga tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua mendapat syafa'atnya kelak.

Tugas akhir ini dapat penulis selesaikan tidak terlepas dari bantuan, dukungan, serta motivasi dari berbagai pihak, terutama kedua orang tua ayahanda Aminusrin Rambe dan ibunda Derliana Kumbang yang selalu mendo'akan dan memberikan sumbangsi baik secara materi maupun batin. Pada kesempatan kali ini, penulis juga ingin menyempaikan rasa terimakasih yang mendalam kepada beberapa pihak yang telah berkontribusi dalam proses dan penyelesaian penelitian penulis di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau ini, yaitu:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Bapak Wartono, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
5. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku pembimbing akademik yang telah banyak membantu dan memberikan arahan.
6. Ibu Rahmawati, M.Sc., selaku pembimbing TA yang telah banyak membantu dan membimbing dengan sabar serta ikhlas selama penulis

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

menyelesaikan tugas akhir ini.

7. Ibu Fitri Aryani, M.Sc., Bapak Zukrianto, M.Si., selaku penguji dan Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc., selaku ketua sidang yang telah membantu dan memberikan arahan.
8. Segenap civitas akademik Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau terutama seluruh dosen terimakasih atas ilmu dan bimbingannya.
9. Rekan-rekan seperjuangan dari awal kuliah hingga nanti (Fitri Kurniawati, Masroh, Nur Khasanah) yang sama-sama berjuang dan tak pernah lupa untuk saling mengingatkan.
10. Semua pihak yang namanya tidak dapat penulis sebutkan satu persatu pada kesempatan ini.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT. Selanjutnya, tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak-pihak yang membutuhkan.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pekanbaru, 31 Mei 2022

NURIA DANI RAMBE
1170424923

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR ISI

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu pembahasan dalam teori matriks adalah menentukan *trace*. *Trace* tidak dapat didefinisikan pada suatu matriks, jika matriks tersebut bukan matriks persegi atau bujursangkar. Untuk menentukan *trace* matriks tidak terlalu sulit, namun jika suatu matriks merupakan matriks berpangkat n, maka untuk menghitung *trace* pada suatu matriks berpangkat n, harus dilakukan perpangkatan matriks yang melibatkan operasi perkalian matriks. Selanjutnya, dapat ditentukan *trace* matriks berpangkat tersebut. Pembahasan mengenai *trace* matriks berpangkat telah banyak dibahas pada penelitian-penelitian sebelumnya.

Tahun 2017, *trace* matriks berpangkat dibahas oleh [1] dengan judul *Trace* Matriks Real Berpangkat Bilangan Bulat Negatif, dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \forall a,b,c,d \in R \text{ dengan } A \text{ mempunyai invers.}$$

hasil yang diperoleh sebagai berikut:

$$tr(A^{-n}) = \frac{tr(A^n)}{(det(A))^n}$$

$$= \frac{\sum_{r=0}^{n/2} \frac{(-1)^r}{r!} n[n-(r+1)][n-(r+2)]\cdots[n-(r+(r-1))](det(A))^r (tr(A))^{n-2r}}{(det(A))^n}, \text{ untuk } n \text{ genap}$$

dan

$$tr(A^{-n}) = \frac{tr(A^n)}{(det(A))^n}$$

$$= \frac{\sum_{r=0}^{n-1/2} \frac{(-1)^r}{r!} n[n-(r+1)][n-(r+2)]\cdots[n-(r+(r-1))](det(A))^r (tr(A))^{n-2r}}{(det(A))^n}, \text{untuk } n \text{ ganjil}$$

Pembahasan mengenai *trace* matriks berpangkat selanjutnya dibahas oleh [2] pada tahun 2018, dengan judul *Trace* Matriks Berbentuk Khusus 2×2 Berpangkat Bilangan Bulat Negatif , bentuk matriks yang digunakan adalah sebagai berikut:

UIN SUSKA RIAU
© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}, \forall a, b \in R$$

hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$tr(A^{-n}) = \begin{cases} 0, & n \ ganjil \\ \dfrac{2}{(-1)^{\frac{n}{2}}\left(det(A)\right)^{\frac{n}{2}}}, & n \ genap \end{cases}$$

Trace matriks berpangkat kemudian dibahas oleh [3] pada tahun 2019, dengan judul *Trace* Matriks Toeplitz Simetris Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif, bentuk matriks yang digunakan sebagai berikut:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \end{bmatrix}, a \in R$$

dengan hasil sebagai berikut:

$$tr({A_3}^n) = \begin{cases} 0, & n \ ganjil \\ 2^{\frac{n}{2}+1} a^n, & n \ genap \end{cases}$$

Pada tahun 2020, terdapat beberapa penelitian mengenai *trace* matriks berpangkat. Dalam [4] membahas *Trace* Matriks Berbentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif. Bentuk khusus 3×3 yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & a \\ 0 & b & b \end{bmatrix}, \forall \ a, b \in R$$

hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$tr(A^n) = 1 + (a + b)^n$$

Lalu, [5] membahas mengenai *Trace* Matriks Kompleks Berbentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat, dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$$A_3 = \begin{bmatrix} a + bi & a - bi & a + bi \\ a + bi & a - bi & a + bi \\ a + bi & a - bi & a + bi \end{bmatrix}, \forall \ a, b \in R, i = imajiner$$

hasil yang diperoleh yaitu sebagai berikut:

$$tr({A_3}^n) = (3a + bi)^n$$

Dan, [6] membahas tentang *Trace* Matriks Segitiga 4×4 Berpangkat Bilangan Bulat. Bentuk matriks yang digunakan sebagai berikut:

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$A_4 = \begin{bmatrix} a & b & c & b \\ 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \forall a,b,c,d \in R, \quad B_4 = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ b & a & 0 & 0 \\ c & b & a & 0 \\ d & c & b & a \end{bmatrix} \forall\, a,b,c,d \in R$$

dengan hasil sebagai berikut:

$$tr({A_4}^n) = tr({B_4}^n) = 4(a^n), \forall\, n \in Z^+$$

$$tr({A_4}^{-n}) = tr({B_4}^{-n}) = \frac{1}{a^n} + \frac{1}{a^n} + \frac{1}{a^n} + \frac{1}{a^n} = 4\left(\frac{1}{a^n}\right)$$

Penelitian selanjutnya yang membahas mengenai *trace* matriks berpangkat dibahas oleh [7] pada tahun 2021, dengan judul *Trace* Matriks $n \times n$ Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif. Bentuk matriks yang digunakan sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a & a & \cdots & a \\ a & a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a & \cdots & a \end{bmatrix}, \text{dengan } a \in R$$

dengan hasil sebagai berikut:

$$tr({A_n}^m) = (na)^m$$

Pada tahun yang sama, *trace* matriks berpangkat dibahas oleh [8] dengan judul *Trace* Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Berpangkat Tiga, bentuk matriks yang digunakan sebagai berikut:

$$P_m = P_m(a,b,c) = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix}$$

dengan hasil sebagai berikut:

$$tr(P_m)^3 = ma^3 + 6(m-1)ab^2 + 6(m-2)ac^2 + 6(m-2)b^2c$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dalam perkembangan aljabar telah ditemukan beberapa jenis matriks, salah satunya matriks Hessenberg, dimana matriks Hessenberg terbagi dua, yaitu matriks Hessenberg atas dan matriks Hessenberg bawah. Menurut [9] matriks Hessenberg atas adalah matriks persegi yang memiliki entri nol di bagian segitiga bawah di bawah diagonal kedua. Secara formal, untuk matriks $H = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 0$ untuk $i > j + 1$.

$$H_{n\times n} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & \cdots & h_{1,(n-2)} & h_{1,(n-1)} & h_{1,n} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & \cdots & h_{2,(n-2)} & h_{2,(n-1)} & h_{2,n} \\ 0 & h_{32} & h_{33} & \cdots & h_{3,(n-2)} & h_{3,(n-1)} & h_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{(n-2),(n-2)} & h_{(n-2),(n-1)} & h_{(n-2),n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{(n-1),(n-2)} & h_{(n-1),(n-1)} & h_{(n-1),n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & h_{n,(n-1)} & h_{n,n} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Dari beberapa penelitian tentang *trace* matriks berpangkat, penulis tertarik membahas mengenai *trace* dari matriks Hessenberg atas pada Persamaan (1.1) berbentuk khusus dengan mengganti $h_{ij} = a$, $a \neq 0, a \in R$ untuk $i \leq j + 1$ dan $h_{ij} = 0$ untuk $i > j + 1$, sehingga diperoleh bentuk matriks Hessenberg atas sebagai berikut:

$$H_{n\times n} = \begin{bmatrix} a & a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ a & a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ 0 & a & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & a & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & a & a \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Berdasarkan latar belakang tersebut penulis akan membahas tentang **"*Trace* Matriks Hessenberg Bentuk Khusus Berpangkat Tiga"**.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijabarkan di atas, adapun rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian adalah bagaimana bentuk umum *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat tiga?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah, adapun batasan masalah penelitian adalah sebagai berikut:

a. Bentuk matriks yang digunakan adalah matriks khusus dari matriks Hessenberg atas seperti pada Persamaan (1.2).
b. Matriks Hessenberg atas pada Persamaaan (1.2) berordo $n \times n, n \geq 3$.
c. Untuk mendapatkan bentuk umum matriks Hessenberg bawah dilakukan dengan cara mentranspose matriks Hessenberg atas pada Persamaan (1.2).

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diberikan di atas, adapun tujuan penelitian adalah untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat tiga.

1.5 Manfaat Penelitian

Dengan berdasarkan pada rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dijabarkan di atas, berikut diberikan beberapa manfaat penelitian yang dapat diperoleh:

a. Menambah ilmu pengetahuan tentang teori matriks dan *trace* matriks.
b. Mempermudah untuk menentukan suatu *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus dengan pangkat yang lebih besar.
c. Sebagai sarana informasi dan daftar referensi bagi yang membutuhkan.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1.6 Sistematika Penelitian

Berikut ini merupakan sistematika penelitian Tugas Akhir yang mencakup lima bab, yaitu:

BAB I **PENDAHULUAN**

Bab ini berisikan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II **LANDASAN TEORI**

Bab ini berisi teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks, *trace* matriks, matriks Hessenberg.

BAB III **METODOLOGI PENELITIAN**

Bab ini berisikan langkah-langkah untuk menentukan bentuk umum matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat 3 dan bentuk umum *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat 3.

BAB IV **PEMBAHASAN**

Bab ini berisikan langkah-langkah untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat tiga.

BAB V **KESIMPULAN**

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II
LANDASAN TEORI

Dalam bab ini berisi tentang teori-teori yang akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan penelitian yang akan dibahas pada bab selanjutnya.

2.1 Matriks Hessenberg

Matriks Hessenberg merupakan matriks bujursangkar yang hampir menyerupai matriks segitiga. Pada matriks segitiga (atas/bawah) entri-entri di bawah atau di atas diagonal utamanya bernilai 0, sedangkan matriks Hessenberg, entri-entri di bawah atau di atas diagonal kedua (di atas/di bawah diagonal utama) yang bernilai 0 [10]. Matriks Hessenberg terbagi dua yaitu, matriks Hessenberg atas dan matriks Hessenberg bawah.

Definisi 2.1 [9] Matriks Hessenberg atas adalah matriks persegi yang memiliki entri nol di bagian segitiga bawah di bawah diagonal kedua. Secara formal, untuk matriks $H = [h_{ij}]$, $h_{ij} = 0$ untuk $i > j + 1$. Bentuk umum matriks Hessenberg atas adalah sebagai berikut:

$$H_{n\times n} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & \cdots & h_{1,(n-2)} & h_{1,(n-1)} & h_{1,n} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & \cdots & h_{2,(n-2)} & h_{2,(n-1)} & h_{2,n} \\ 0 & h_{32} & h_{33} & \cdots & h_{3,(n-2)} & h_{3,(n-1)} & h_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{(n-2),(n-2)} & h_{(n-2),(n-1)} & h_{(n-2),n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{(n-1),(n-2)} & h_{(n-1),(n-1)} & h_{(n-1),n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & h_{n,(n-1)} & h_{n,n} \end{bmatrix}$$

Contoh 2.1 Diberikan matriks Hessenberg atas dengan ordo 5×5 sebagai berikut:

$$H_{5\times 5} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 7 & 4 \\ 2 & 1 & -3 & 7 & 9 \\ 0 & 2 & 3 & 11 & 10 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Definisi 2.2 [11] Matriks Hessenberg bawah adalah matriks $H = [h_{ij}]$ memenuhi kondisi $h_{ij} = 0$ untuk $j - i > 1$. Bentuk umum matriks Hessenberg bawah adalah sebagai berikut:

$$H_n = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{(n-2),1} & h_{(n-2),2} & h_{(n-2),3} & \cdots & h_{(n-2),(n-2)} & h_{(n-2),(n-1)} & 0 \\ h_{(n-1),1} & h_{(n-1),2} & h_{(n-1),3} & \cdots & h_{(n-1),(n-2)} & h_{(n-1),(n-1)} & h_{(n-1),(n)} \\ h_{(n),1} & h_{(n),2} & h_{(n),3} & \cdots & h_{(n),(n-2)} & h_{(n),(n-1)} & h_{(n),(n)} \end{bmatrix}$$

Contoh 2.2 Diberikan matriks Hessenberg bawah dengan ordo 5×5 sebagai berikut:

$$H_5 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 0 \\ 9 & 7 & 5 & 3 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

2.2 Perkalian Matriks

Berikut diberikan definisi yang berkaitan dengan pembahasan mengenai perkalian matriks.

Definisi 2.3 [12] Misalkan α bilangan real dan $A = [a_{ij}]$ matriks berukuran $m \times n$. Perkalian α dan $A = [a_{ij}]$ dinotasikan dengan αA didefinisikan sebagai berikut

$$\alpha A = [\alpha a_{ij}]$$

Contoh 2.3 Jika diberikan bilangan real $\alpha = 3$ dan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 10 & 6 \\ 3 & 6 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

maka,

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$$3A = 3\begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 7 \\ 2 & 4 & 10 & 6 \\ 3 & 6 & -3 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 24 & 15 \\ 6 & -3 & 3 & 21 \\ 6 & 12 & 30 & 18 \\ 9 & 18 & -9 & 27 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.4 [13] Dua buah matriks dapat dikalikan jika jumlah kolom matriks pertama sama dengan jumlah baris matriks kedua. Misalkan $A = [a_{ij}]$ adalah matriks $m \times n$ dan $B = [b_{ij}]$ adalah matriks $n \times p$, maka perkalian A dan B dilambangkan dengan AB, menghasilkan matriks $C = [c_{ij}]$ yang berukuran $m \times p$, yang dalam hal ini:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}$$

Contoh 2.4 Jika diberikan dua buah matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

maka,

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -19 & 7 & 51 \\ 3 & 0 & 6 \\ -1 & -8 & 11 \end{bmatrix}$$

2.3 Perpangkatan Matriks

Dalam [14] dijelaskan jika A adalah suatu matriks persegi, maka dapat didefinisikan pangkat-pangkat bilangan bulat tak negatif A menjadi

$$A^0 = I,\ A^n = \underbrace{AA \cdots A}_{n\,faktor}$$

dan jika A dapat dibalik, maka definisi dari pangkat bilangan bulat negatif dari A menjadi:

$$A^{-n} = (A^{-1})^n = \underbrace{A^{-1}A^{-1} \cdots A^{-1}}_{n\,faktor}$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Contoh 2.5 Jika diberikan matriks A dari sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

maka,

$$\begin{aligned} A^3 &= A \cdot A \cdot A \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ 35 & 46 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 80 & 106 \\ 265 & 346 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2.4 Transpos Matriks

Berikut diberikan definisi yang membahas mengenai trasnpose suatu matriks.

Definisi 2.5 [15] Jika A adalah sebarang matriks $m \times n$, maka transpose A dinyatakan dengan A^T, dan didefinisikan sebagai matriks $n \times m$, yang diperoleh dengan cara mempertukarkan baris dan kolom dari A, kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, demikian pula kolom ketiganya adalah baris ketiga dari A, dan seterusnya.

Contoh 2.6 Diberikan suatu matriks A dan B, maka A^T dan B^T yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ maka,}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

2.5 *Trace* Matriks

Berikut diberikan definisi mengenai *trace* pada suatu matriks persegi atau bujursangkar.

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Definisi 2.6 [15] Jika A adalah suatu matriks persegi, maka *trace* A dinyatakan dengan $tr(A)$, didefinisikan sebagai jumlah entri-entri pada diagonal utama A. *Trace* A tidak terdefinisi jika A bukan matriks persegi.

Dalam [14] dijelaskan bahwa jika A adalah matriks bujursangkar, maka *trace* dari A yang dinyatakan sebagai $tr(A)$, didefinisikan sebagai jumlah entri-entri pada diagonal utama A. *Trace* dari A tidak dapat didefinisikan jika A bukan matriks bujursangkar.

Diberikan matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

maka *trace* dari matriks A adalah,

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} \tag{2.1}$$

Contoh 2.7 Diberikan matriks A dan B, maka $tr(A)$ dan $tr(B)$ yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 & 9 \\ 2 & 7 & 11 & -5 \\ 9 & 6 & 9 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 4 & 9 & 3 \\ 6 & 3 & 11 & 5 & 2 \\ 9 & 7 & 5 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 2 & 12 & 9 \end{bmatrix}$$

maka,

$tr(A) = 3 + 7 + 9 - 1 = 18.$

$tr(B) = 6 + 3 + 5 + 9 + 9 = 32.$

Teorema 2.1 [15] Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ adalah matriks-matriks kuadrat n dan k adalah suatu skalar, maka

a. $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

b. $tr(kA) = k\, tr(A)$

c. $tr(A^T) = tr(A)$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

d. $tr(AB) = tr(BA)$

Bukti:

Diberikan suatu matriks A dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

maka,

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} \tag{2.2}$$

dan

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

maka,

$$tr(A) = b_{11} + b_{22} + \cdots + b_{nn} \tag{2.3}$$

a. Akan ditunjukkan bahwa $tr(A+B) = tr(A) + tr(B)$. Berdasarkan matriks A dan B yang telah diberikan, maka

$$(A+B) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & \cdots & a_{nn}+b_{nn} \end{bmatrix}$$

sehingga,

$$\begin{aligned} tr(A+B) &= a_{11} + b_{11} + a_{22} + b_{22} + \cdots + a_{nn} + b_{nn} \\ &= (a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}) + (b_{11} + b_{22} + \cdots + b_{nn}) \\ &= tr(A) + tr(B) \end{aligned}$$

b. Akan dibuktikan bahwa $tr(kA) = k\, tr(A)$ dimana k adalah sebarang skalar. Perhatikan bahwa

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$kA = k\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \vdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \vdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{n1} & ka_{n2} & \vdots & ka_{nn} \end{bmatrix}$$

sehingga,

$$tr(kA) = ka_{11} + ka_{22} + \cdots + ka_{nn}$$

$$= k(a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn})$$

$$= k\ tr(A)$$

c. Akan dibuktikan bahwa $tr(A^T) = tr(A)$. Berdasarkan matriks A, maka

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

sehingga,

$$tr(A^T) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}$$

$$= tr(A)$$

d. Akan dibuktikan bahwa $tr(AB) = tr(BA)$. Berdasarkan matriks A dan B, maka,

$$(AB) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix}$$

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic U
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan lapor
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun t

$$= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + \cdots + a_{1n}b_{n2} & \cdots & a_{11}b_{1n} + a_{12}b_{2n} + \cdots + a_{1n}b_{nn} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + \cdots + a_{2n}b_{n1} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2} & \cdots & a_{21}b_{1n} + a_{22}b_{2n} + \cdots + a_{2n}b_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}b_{11} + a_{n2}b_{21} + \cdots + a_{nn}b_{n1} & a_{n1}b_{12} + a_{n2}b_{22} + \cdots + a_{nn}b_{32} & \cdots & a_{n1}b_{13} + a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn} \end{bmatrix}$$

sehingga,

$$tr(AB) = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1}) + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + \cdots + a_{2n}b_{n2}) + \cdots + (a_{n1}b_{1n} + a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn})$$

Selanjutnya, untuk perkalian (BA) adalah sebagai berikut:

$$(BA) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + \cdots + b_{1n}a_{n1} & b_{11}a_{12} + b_{12}a_{22} + \cdots + b_{1n}a_{n2} & \cdots & b_{11}a_{1n} + b_{12}a_{2n} + \cdots + b_{1n}a_{nn} \\ b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21} + \cdots + b_{2n}a_{n1} & b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + \cdots + b_{2n}a_{n2} & \cdots & b_{21}a_{1n} + b_{22}a_{2n} + \cdots + b_{2n}a_{nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{31}a_{11} + b_{32}a_{21} + \cdots + b_{nn}a_{n1} & b_{31}a_{12} + b_{32}a_{22} + \cdots + b_{nn}a_{n2} & \cdots & b_{n1}a_{1n} + b_{n2}a_{2n} + \cdots + b_{nn}a_{nn} \end{bmatrix}$$

sehingga,

$$tr(BA) = (b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + \cdots + b_{1n}a_{n1}) + (b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + \cdots + b_{2n}a_{n2}) + \cdots + (b_{n1}a_{1n} + b_{n2}a_{2n} + \cdots + b_{nn}a_{nn})$$

Jadi, berdasarkan pembuktian di atas, maka Teorema (2.1) pada bagian (a), (b), (c) dan (d) terbukti. ■

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

2.6 *Trace* Matriks Berpangkat

Dalam [4] dijelaskan bahwa jika suatu matriks adalah matriks berpangkat n, maka untuk menghitung *trace*-nya harus dilakukan perkalian matriks sebanyak n kali. Selanjutnya dapat ditentukan *trace* matriks berpangkat tersebut. *Trace* matriks berpangkat telah dibahas oleh [8] dengan judul *Trace* Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Berpangkat Tiga. Matriks Toeplitz pentadiagonal simetris merupakan gabungan matriks Toeplitz, dengan matriks pentadiagonal simetris. Berikut definisi yang berkaitan dengan matriks Toeplitz pentadiagonal simetris.

Definisi 2. 7 [14] Matriks Toeplitz pentadiagonal simetris bentuk umum $m \times m$ sebagai berikut:

$$P_m = \begin{bmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & c & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & b & a & b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & b & a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & b & a & b & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & b & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & b & a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & c & b & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & c & b & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & c & b & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & c & b & a \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Langkah-langkah yang digunakan untuk mendapatkan bentuk umum matriks Toeplitz pentadiagonal simetris berpangkat tiga, dan bentuk umum *trace* matriks Toeplitz pentadiagonal simetris berpangkat tiga adalah sebagai berikut:

1. Diberikan suatu matriks Toeplitz pentadiagonal simetris pada Persamaan (2.4).
2. Menentukan bentuk umum matriks Toeplitz pentadiagonal simetris berpangkat tiga ordo $m \times m$ yaitu $(P_m)^3$ dengan cara mengalikan ${P_m}^2 \cdot P_m$, sehingga dari Persamaan (2.4) diperoleh teorema sebagai berikut:

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Teorema 2.2 [8] Diberikan suatu matriks Toeplitz pentadiagonal simetris P_m pada Persamaan (2.4), maka

$$P_m^3 = [p_{ij}]_{m\times m} \begin{cases} a^3+3ab^2+3ac^2+2b^2c & \text{untuk} \quad i=j=1 \text{ dan } i=j=m \\ a^3+6ab^2+3ac^2+4b^2c & \text{untuk} \quad i=j=2 \text{ dan } i=j=m-1 \\ a^3+6ab^2+6ac^2+6b^2c & \text{untuk} \quad i=j=3,4,5,\dots,m-2 \\ 3a^2b+2b^3+3bc^2+3abc & \text{untuk} \quad j=i+1, \text{ dengan } i=1,m-1 \text{ dan} \\ & \quad i=j+1 \text{ dengan }, j=1,m-1 \\ 3a^2b+3b^3+4bc^2+6abc & \text{untuk} \quad j=i+1 \text{ dengan } i=2,m-2 \text{ dan} \\ & \quad i=j+1 \text{ dengan } j=2,m-2 \\ 3a^2b+3b^3+4bc^2+6abc & \text{untuk} \quad j=i+1 \text{ dengan } i=3,4,5\dots,m-3 \text{ dan} \\ & \quad i=j+1 \text{ dengan } j=3,4,5,\dots,m-3 \\ 3ab^2+3a^2c+4b^2c+2c^3 & \text{untuk} \quad j=i+2 \text{ dengan } i=1,m-2 \text{ dan} \\ & \quad i=j+2 \text{ dengan } j=1,m-2 \\ 3ab^2+3a^2c+6b^2c+2c^3 & \text{untuk} \quad j=i+2 \text{ dengan } i=2,m-3 \text{ dan} \\ & \quad i=j+2 \text{ dengan } j=2,m-3 \\ 3ab^2+3a^2c+6b^2c+3c^3 & \text{untuk} \quad j=i+2 \text{ dengan } i=3,4,5\dots,m-4 \text{ dan} \\ & \quad i=j+2 \text{ dengan } j=3,4,5,\dots,m-4 \\ b^3+2bc^2+6abc & \text{untuk} \quad j=i+3 \text{ dengan } i=1,m-3 \text{ dan} \\ & \quad i=j+3 \text{ dengan } j=1,m-3 \\ b^3+3bc^2+6abc & \text{untuk} \quad j=i+3 \text{ dengan } i=2,3,4\dots,m-4 \text{ dan} \\ & \quad i=j+3 \text{ dengan } j=2,3,4\dots,m-4 \\ 3ac^2+3b^2c & \text{untuk} \quad j=i+4 \text{ dengan } i=1,2,3\dots,m-4 \text{ dan} \\ & \quad i=j+4 \text{ dengan } j=1,2,3\dots,m-4 \\ 3bc^2 & \text{untuk} \quad j=i+5 \text{ dengan } i=1,2,3\dots,m-5 \text{ dan} \\ & \quad i=j+5 \text{ dengan } j=1,2,3\dots,m-5 \\ c^3 & \text{untuk} \quad j=i+6 \text{ dengan } i=1,2,3\dots,m-6 \text{ dan} \\ & \quad i=j+6 \text{ dengan } j=1,2,3\dots,m-6 \\ 0 & \text{untuk} \quad j=i+k, k=7,8,9,\dots,m-1 \text{ dengan } i=1,2,3\dots,m-k \text{ dan} \\ & \quad i=j+k, k=7,8,9,\dots,m-1 \text{ dengan } j=1,2,3,\dots,m-k \end{cases}$$

3. Menentukan bentuk umum *trace* matriks $(P_m{}^3)$ dengan menggunakan pembuktian langsung.

Teorema 2.3 [8] Diberikan suatu matriks Toeplitz pentadiagonal simetris P_m pada Persamaan (2.4), maka

$$tr(P_m)^3 = ma^3 + 6(m-1)ab^2 + 6(m-2)ac^2 + 6(m-2)b^2c$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

4. Mengaplikasikan bentuk umum matriks $(P_m)^2$ dan $tr(P_m)^2$ dalam bentuk contoh soal dengan menggunakan rumus pada Teorema (2.2) dan Teorema (2.3).

Contoh 2.8 Jika diberikan bentuk matriks Toeplitz pentadiagonal simetris berikut:

$$P_7(1,2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

maka, bentuk matriks $(P_7)^3$ dan $tr(P_7)^3$ adalah

diketahui $m = 7,\ a = 1,\ b = 2,\ c = 3,\ k = 1,2,3,4,5,6$. Berdasarkan Teorema (2.2) maka matriks $(P_7)^3$ adalah sebagai berikut:

Untuk $i = j = 1$ dan $i = j = 7$

$$\begin{aligned} p_{11} = p_{77} &= a^3 + 3ab^2 + 3ac^2 + 2b^2c \\ &= 1^3 + 3(1)(2^2) + 3(1)(3^2) + 2(2^2)(3) \\ &= 1 + 12 + 27 + 24 \\ &= 64 \end{aligned}$$

Untuk $i = j = 2$ dan $i = j = 6$

$$\begin{aligned} p_{22} = p_{66} &= a^3 + 6ab^2 + 3ac^2 + 4b^2c \\ &= 1^2 + 6(1)(2^2) + 3(1)(3^2) + 4(2^2)(3) \\ &= 1 + 24 + 27 + 48 = 100 \end{aligned}$$

Untuk $i = j = 3,4,5$

$$\begin{aligned} p_{33} = p_{44} = p_{55} &= a^3 + 6ab^2 + 6ac^2 + 6b^2c \\ &= 1^3 + 6(1)(2^2) + 6(1)(3^2) + 6(2^2)(3) \\ &= 1 + 24 + 54 + 72 \\ &= 151 \end{aligned}$$

Untuk $j = i + 1,\ i = 1,6$ dan $i = j + 1,\ j = 1,6$

$$p_{12} = p_{67} = p_{21} = p_{76} = 3a^2b + 2b^3 + 3bc^2 + 3abc$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
UIN SUSKA RIAU

$= 3(1^2)(2) + 2(2^3) + 3(2)(3^2) + 3(1)(2)(3)$

$= 6 + 16 + 54 + 18$

$= 112$

Untuk $j = i + 1, i = 2,3,4,5$ dan $i = j + 1, j = 2,3,4,5$

$p_{23} = p_{34} = p_{45} = p_{56} = p_{32} = p_{43} = p_{54} = p_{65} = 3a^2b + 3b^3 + 4bc^2 + 6abc$

$= 3(1^2)(2) + 3(2^3) + 4(2)(3^2) + 6(1)(2)(3)$

$= 6 + 24 + 72 + 36$

$= 138$

Untuk $j = i + 2, i = 1,2,3,4,5$ dan $i = j + 2, j = 1,2,3,4,5$

$p_{13} = p_{24} = p_{35} = p_{46} = p_{57} = p_{31} = p_{42} = p_{53} = p_{64} = p_{75}$

$= 3a^2b + 3b^3 + 6bc^2 + 6abc$

$= 3(1^2)(2) + 3(2^3) + 6(2)(3^2) + 6(1)(2)(3)$

$= 6 + 24 + 108 + 36$

$= 174$

Untuk $j = i + 3, i = 1,2,3,4$ dan $i = j + 3, j = 1,2,3,4$

$p_{14} = p_{25} = p_{36} = p_{47} = p_{41} = p_{52} = p_{63} = p_{74} = 3ab^2 + 3a^2c + 4b^2c + 2c^3$

$= 3(1)(2^2) + 3(1^2)(3) + 4(2^2)(3) + 2(3^3)$

$= 12 + 9 + 48 + 54 = 123$

Untuk $j = i + 4, i = 1,2,3$ dan $i = j + 4, j = 1,2,3$

$p_{15} = p_{26} = p_{37} = p_{51} = p_{62} = p_{73} = 3ab^2 + 3a^2c + 6b^2c + 2c^3$

$= 3(1)(2^2) + 3(1^2)(3) + 6(2^2)(3) + 2(3^3)$

$= 12 + 9 + 72 + 54 = 147$

Untuk $j = i + 5, i = 1,2$ dan $i = j + 5, j = 1,2$

$p_{16} = p_{27} = p_{61} = p_{72} = 3ab^2 + 3a^2c + 6b^2c + 3c^3$

$= 3(1)(2^2) + 3(1^2)(3) + 6(2^2)(3) + 3(3^3)$

$= 12 + 9 + 72 + 81 = 228$

Untuk $j = i + 6, i = 1$ dan $i = j + 6, j = 1$

$p_{17} = p_{71} = b^3 + 2bc^2 + 6abc$

$= (2^3) + 2(2)(3^2) + 6(1)(2)(3)$

$= 8 + 36 + 36 = 80$

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Sehingga diperoleh matriks $(P_7)^2$,

$$(P_7)^3 = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} & p_{16} & p_{17} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} & p_{26} & p_{27} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & p_{35} & p_{36} & p_{37} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} & p_{46} & p_{47} \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & p_{54} & p_{55} & p_{56} & p_{57} \\ p_{61} & p_{62} & p_{63} & p_{64} & p_{65} & p_{66} & p_{67} \\ p_{71} & p_{72} & p_{73} & p_{74} & p_{75} & p_{76} & p_{77} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 64 & 112 & 174 & 123 & 147 & 228 & 80 \\ 112 & 100 & 138 & 174 & 123 & 147 & 228 \\ 174 & 138 & 151 & 138 & 174 & 123 & 147 \\ 123 & 174 & 138 & 151 & 138 & 174 & 123 \\ 147 & 123 & 174 & 138 & 151 & 138 & 174 \\ 228 & 147 & 123 & 174 & 138 & 100 & 112 \\ 80 & 228 & 147 & 123 & 174 & 112 & 80 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya mencari $tr(P_7)^3$ menggunakan Teorema (2.3), sehingga diperoleh:

$$tr(P_m)^3 = ma^3 + 6(m-1)ab^2 + 6(m-2)ac^2 + 6(m-2)b^2c$$

$$\begin{aligned} tr(P_7)^3 &= 7(1^3) + 6(7-1)(1)(2^2) + 6(7-2)(1)(3^2) + 6(7-2)(2^2)(3) \\ &= 7 + 6(6)(1)(4) + 6(5)(1)(9) + 6(5)(4)(3) \\ &= 7 + 144 + 270 + 360 \\ &= 781 \end{aligned}$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III
METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penyelesaian permasalahan adalah studi literatur dengan mengacu pada beberapa referensi seperti buku referensi, jurnal, dan lainnya. Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penyelesaian permasalahan penelitian untuk membahas bab selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Diberikan matriks Hessenberg atas bentuk khusus pada Persamaan (1.2).
2. Menentukan bentuk umum matriks $\left(H_{n\times n}{}^2\right)$ dengan cara mengalikan $H_{n\times n}\cdot H_{n\times n}$.
3. Menentukan bentuk umum matriks $\left(H_{n\times n}{}^3\right)$ dengan cara mengalikan $\left(H_{n\times n}{}^2\right)\cdot H_{n\times n}$.
4. Menentukan bentuk umum $tr\left(H_{n\times n}{}^3\right)$
5. Menentukan transpos $\left(H_{n\times n}{}^2\right)$, sehingga diperoleh $\left(H_{n\times n}{}^2\right)^T$.
6. Menentukan transpos $\left(H_{n\times n}{}^3\right)$, sehingga diperoleh $\left(H_{n\times n}{}^3\right)^T$.
7. Menentukan bentuk umum $tr\left(H_{n\times n}{}^3\right)^T$ dengan menggunakan Teorema (2.1).
8. Mengaplikasikan bentuk umum matriks $\left(H_{n\times n}{}^3\right)$, $\left(H_{n\times n}{}^3\right)^T$, $tr\left(H_{n\times n}{}^3\right)$ dan $tr\left(H_{n\times n}{}^3\right)^T$ dalam beberapa contoh soal.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
UIN SUSKA RIAU

BAB V
PENUTUP

Pada bab ini, akan diberikan kesimpulan berdasarkan pembahasan yang telah dijabarkan, dan saran yang berisi masukan bagi pembaca yang tertarik untuk melanjutkan penulisan tugas akhir ini.

5.1 Kesimpulan

Jika diberikan $H_{n\times n}$ suatu matriks Hessenberg atas bentuk khusus dengan ordo $n\times n$, $n\geq 3$, $a\in R$ dengan $a\neq 0$ seperti pada Persamaan (1.2), maka

$$H_{n\times n}{}^{3}=\left[h_{ij}\right]=\begin{cases} 5a^3 & untuk \quad i=j=1,n \\ 9a^3 & untuk \quad i=j=2,n-1 \\ 10a^3 & untuk \quad i=j=3,4,\cdots,n-2 \\ \frac{[(k+2)(k+5)]a^3}{2} & untuk \quad j=i+k;\ i=1,n-k;\ k=1,2,3,\cdots,n-3 \\ \frac{[(k+3)(k+6)]a^3}{2} & untuk \quad j=i+k;\ i=2,n-k-1;\ k=1,2,3,\cdots,n-4 \\ \frac{[(k+4)(k+5)]a^3}{2} & untuk \quad j=i+k;\ i=3,4,\cdots,n-k-2;\ k=1,2,3,\cdots,n-5 \\ \frac{[(n-2)(n+1)+4(n)]a^3}{2} & untuk \quad j=i+n-3;\ i=2\ atau \\ & \qquad\quad\ j=i+n-2;\ i=1,2\ atau \\ & \qquad\quad\ j=i+n-1;\ i=1 \\ 5a^3 & untuk \quad i=j+1;\ j=1,n-1 \\ 6a^3 & untuk \quad i=j+1;\ j=2,3,\cdots,n-2 \\ 3a^3 & untuk \quad i=j+2;\ j=1,2,3,\cdots,n-2 \\ a^3 & untuk \quad i=j+3;\ j=1,2,3,\cdots,n-3 \\ 0 & untuk \quad i=j+k;\ j=1,2,3,\cdots,n-k;\ k=4,5,\cdots,n-1 \end{cases}$$

dan bentuk umum matriks Hessenberg bawah bentuk khusus dari Persamaan (1.2) berpangkat tiga yaitu,

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$H_n{}^3 = \left(H_{n\times n}{}^3\right)^T = [h_{ij}] = \begin{cases} 5a^3 & untuk \quad i = j = 1, n \\ 9a^3 & untuk \quad i = j = 2, n-1 \\ 10a^3 & untuk \quad i = j = 3,4,\cdots,n-2 \\ \frac{[(k+2)(k+5)]a^3}{2} & untuk \quad i = j + k;\ j = 1, n-k;\ k = 1,2,3,\cdots,n-3 \\ \frac{[(k+3)(k+6)]a^3}{2} & untuk \quad i = j + k;\ j = 2, n-k-1;\ k = 1,2,3,\cdots,n-4 \\ \frac{[(k+4)(k+5)]a^3}{2} & untuk \quad i = j + k;\ j = 3,4,\cdots,n-k-2;\ k = 1,2,3,\cdots,n-5 \\ \frac{[(n-2)(n+1)+4(n)]a^3}{2} & untuk \quad i = j + n - 3;\ j = 2 \ \ atau \\ & \qquad\quad\ i = j + n - 2;\ j = 1,2 \ \ atau \\ & \qquad\quad\ i = j + n - 1;\ j = 1 \\ 5a^3 & untuk \quad j = i + 1;\ i = 1, n-1 \\ 6a^3 & untuk \quad j = i + 1;\ i = 2,3,\cdots,n-2 \\ 3a^3 & untuk \quad j = i + 2;\ i = 1,2,3,\cdots,n-2 \\ a^3 & untuk \quad j = i + 3;\ i = 1,2,3,\cdots,n-3 \\ 0 & untuk \quad j = i + k;\ i = 1,2,3,\cdots,n-k;\ k = 4,5,\cdots,n-1 \end{cases}$$

Sehingga diperoleh:

$$tr\left(H_{n\times n}{}^3\right) = tr\left(H_n{}^3\right) = (10n - 12)a^3$$

5.2 Saran

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan, penulis membahas mengenai langkah-langkah menentukan bentuk umum *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat tiga. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik yang dibahas ini maka, dapat membahas bentuk umum dari *trace* matriks Hessenberg bentuk khusus berpangkat bilangan bulat positif atau menentukan *trace* dari suatu matriks lain.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

[1] F. Aryani and M. Solihin, "Trace Matriks Real Berpangkat Bilangan Bulat Negatif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 3, no. 2, pp. 16–23, 2017.

[2] Fitri Aryani and Yulianis, "Trace Matriks Berbentuk Khusus 2 X 2 Berpangkat Bilangan Bulat Negatif," *Talenta Conference Series: Science and Technology (ST)*, vol. 4, no. 2, pp. 105–113, 2018.

[3] Rahmawati, N. A. Putri, F. Aryani, and A. N. Rahma, "Trace Matriks Toeplitz Simetris Bentuk Khusus Ordo 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 5, no. 2, pp. 61–70, 2019.

[4] F. Aryani and T. Fatonah, "Trace Matriks Berbentuk Khusus 2 X 2 Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Talenta Conference Series: Science and Technology (ST)*, vol. 2, no. 2, 2019, doi: 10.32734/st.v2i2.472.

[5] F. Aryani, C. Anam, and C. C. Marzuki, "Trace Matriks Kompleks Berbentuk Khusus 3 X 3 Berpangkat Bilangan Bulat," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, pp. 122–132, 2020.

[6] F. Aryani, M. Zawarni, K. Susilowati, Y. Muda, C. Co. Marzuki, and Rahmawati, "Trace Matriks Segitiga 4X4 Berpangkat Bilangan Bulat," *Seminar Nasional Teknologi Informasi Komunikasi dan Industri (SNTIKI)*, pp. 651–661, 2020.

[7] C. C. Marzuki, F. Aryani, and Rahmawati, "Trace Matriks n × n Berbentuk Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 7, no. 1, pp. 28–37, 2021.

[8] M. F. Amin, "Trace Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Berpangkat Tiga," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2021.

[9] M. Fiedler and Z. Vavřín, "Generalized Hessenberg matrices," *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 380, no. 1–3, pp. 95–105, 2004.

[10] M. Siregar, "Trace Matriks Toeplitz-Hessenberg Kuadrat," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2020.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

[11] R. Słowik, "Inverses and determinants of toeplitz-hessenberg matrices," *Taiwanese Journal of Mathematics*, vol. 22, no. 4, pp. 901–908, 2018, doi: 10.11650/tjm/180103.

[12] I. E. Wijayanti, S. Wahyuni, and Y. Susanti, *Dasar-Dasar Aljabar Linear dan Penggunaannya dalam Berbagai Bidang*. UGM PRESS, 2018.

[13] R. Munir, "Matematika diskrit." Informatika Bandung, 2010.

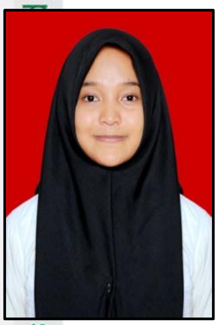
[14] A. Y. Putri, "Trace Matriks Toeplitz Pentadiagonal Simetris Kuadrat," Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, 2020.

[15] R. Rifa'i, *Aljabar Matriks Dasar*. Deepublish, 2016.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis lahir pada tanggal 05 Mei 1999 di Desa Pijorkoling, Kecamatan Dolok, Kabupaten Padang Lawas Utara. Penulis merupakan anak pertama dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Aminusrin Rambe dan Ibu Derliana Kumbang. Penulis menyelesaikan Pendidikan Formal Sekolah Dasar di Sekolah Dasar Negeri 100360 Pasar Sipiongot pada Tahun 2011. Kemudian penulis menyelesaikan Pendidikan Lanjutan Tingkat Pertama SMP Negeri 1 Dolok pada Tahun 2013 dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Sosial (IPS) di SMA Negeri 1 Dolok Pijorkoling pada Tahun 2017. Pada Tahun 2017 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru dan lulus di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Jurusan Matematika.

Pada Juli sampai September 2020, penulis mengkuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) yangg dilaksanakan secara daring. Pada bulan Maret 2021, penulis melaksanakan Kerja Praktek yang dilaksanakan secara daring dengan judul **"Analisis Dinamik Model SVEIR-SEI pada Penyebaran Penyakit Malaria"** yang dibimbing oleh Ibu Irma Suryani, M.Sc. yang diseminarkan pada tanggal 01 Juli 2021. Penulis menulis melakukan seminar sidang Tugas Akhir pada 31 Mei 2022 dan dinyatakan lulus dengan judul **"*Trace* Matriks Hessenberg Bentuk Khusus Berpangkat Tiga"** dengan dosen pembimbing Ibu Rahmawati, M.Sc.

UIN SUSKA RIAU