

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**KENDALI PEMANENAN PADA MODEL ECENG GONDOK****TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai salah satu syarat  
untuk memperoleh gelar sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi

Oleh

**ENDAH DESRIANI PUTRI**

**11554200536**



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2021**

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PERSETUJUAN  
KENDALI PEMANENAN PADA MODEL ECENG GONDOK**

**TUGAS AKHIR**

oleh:

**ENDAH DESRIANI PUTRI**  
**11554200536**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir  
di Pekanbaru, pada 23 Juli 2021

Ketua Program Studi Matematika

Pembimbing



Ari Pani Desvina, M.Sc.  
NIP. 19811225 200604 2 003



Nuzul Andiraja, M.Sc.  
NIP. 19840803 201101 1 005



**Hak Cipta Diindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**LEMBAR PENGESAHAN  
KENDALI PEMANENAN PADA MODEL ECENG GONDOK**

**TUGAS AKHIR**

oleh:

**ENDAH DESRIANI PUTRI**  
**11554200536**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
di Pekanbaru, pada 23 Juli 2021

Pekanbaru, 23 Juli 2021

Mengesahkan,

Ketua Program Studi,



**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**



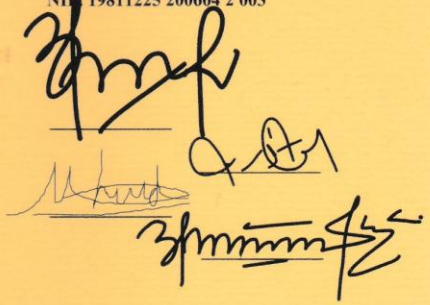
**DEWAN PENGUJI :**

Ketua : Fitri Aryani, M.Sc

Sekretaris : Nilwan Andiraja, M.Sc

Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc

Anggota II : Irma Suryani, M.Sc



## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjam, dan tanggal peminjam.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang tertulis dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Juli 2021

Yang membuat pernyataan,

Endah Desriani Putri

UIN SUSKA RIAU

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERSEMBAHAN

*Syukur Alhamdulillah kuucapkan kepada Allah SWT atas segala rasa cinta dan kasih sayangmu yang telah menguatkan hati, maupun diri sepanjang perjalanan ini. Atas karunia dan kemudahan yang engkau berikan akhirnya lembar tiap lembaran skripsi sederhana ini dapat terselesaikan.*

*Terimakasih kepada kedua orang tua yang sudah tiada henti mendoakan dan selalu mendukung penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini. Untuk abangku dan kedua adikku terimakasih telah membantu dalam segi materi dan selalu memberikan untukku.*

*Terimakasih kepada dosen pembimbingku yaitu Bapak Nilwan Andiraja, M. Sc yang telah sabar membimbing dan mengarahkan penulis sehingga Tugas Akhir ini dapat selesai dengan tepat waktu. Dan terimakasih kepada dosen penguji dan ketua sidang yang telah member masukan dan arahan yang dari Tugas Akhir yang telah diselesaikan penulis pada Tugas Akhir ini.*

*Teristimewa untuk seluruh Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Suska Riau yang selalu menemaniku dan memberikan motivasi.*

*By. Endah Desriani Putri*

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## ABSTRAK

# KENDALI PEMANENAN PADA MODEL ECENG GONDOK

ENDAH DESRIANI PUTRI

11554200536

Tanggal Sidang : 23 Juli 2021  
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

### ABSTRAK

Eceng gondok adalah tanaman liar yang umumnya berkembang pada daerah perairan. Tanaman eceng gondok dengan mudah menyebar melalui saluran air, sehingga banyak menimbulkan masalah di perairan. Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan laju pemanenan yang optimal dari populasi eceng gondok setelah diberi kendali pemanenan. Untuk mendapatkan kendali optimal tersebut, digunakan prinsip maksimum pontroagin. Dengan menggunakan prinsip ini, dari persamaan diferensial dinamik dan fungsi tujuan dibentuk persamaan hamilton yang kemudian diperoleh persamaan *state*, *costate* dan *stasioner*, selanjutnya simulasikan pada persamaan 4.14. Simulasi numerik yang diperoleh dengan kendali, populasi eceng gondok mengalami penurunan, dan pada saat tanpa kendali populasi eceng gondok mengalami kenaikan.

**Kata kunci:** *eceng gondok, pemanenan, lagrange, kendali optimal*

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**ABSTRACT**  
***HARVEST CONTROL ON WATER HYACINTH MODEL***

**ENDAH DESRIANI PUTRI**

**11554200536**

*Date of Final Exam: 23 July 2021*

*Graduation Cremony Period:*

*Department of Mathematics*

*Faculty of Science and Technology*

*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*

*155 Soebrantas Street, Pekanbaru*

**ABSTRACT**

Water hyacinth is a wild plant that generally grows in water areas. Water hyacinth plants easily spread through waterways, causing many problems in the waters. This final project aims to obtain the optimal harvesting rate and population of water hyacinth after being given harvest control. To obtain this optimal control, the pontryagin maximum principle is used. By using this principle, from the dynamic differential equation and the objective function. Hamilton's equation is formed which is then obtained by state, costate, and stationary equations, then simulated in equation 4.12. Numerical simulation obtained with control, water hyacinth population decreased, and when without control water hyacinth population increased.

**Kata kunci:** *water hyacinth, harvesting, lagrange, optimal control*



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

*Alhamdulillahirobbil'alamin* segala puji syukur kepada Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul “Kendali Pemanenan pada Model Eceng Gondok”. Shalawat beserta salam semoga tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua mendapat syafa’atnya kelak.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu pertama kali penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga. Ucapan terimakasih selanjutnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Ketua Pogram Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Sekretaris Pogram Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc selaku Pembimbing yang telah banyak membantu, memberikan arahan dan bimbingan dengan sabar serta ikhlas selama penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Bapak Mohammad Soleh, M. Sc dan Ibu Irma Suryani, M.Sc selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
7. Semua Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, khususnya di Program Studi Matematika yang banyak member masukan dan motivasi.
8. Teristimewa untuk kedua orang tua serta keluarga yang telah menemani dan memberi semangat penulis selama perkuliahan.
9. Terkhusus untuk Hanifa Ikhtisa Silma, Wazna Ulya, Latifa Nabila, Melati Lestari, Widya Sri Ayuni, Arnis Cahya Sukma dan juga Artika Sastra

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Wahyuni serta teman-teman di Program Studi Matematika 2015 yang telah lama menemani penulis.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT. Selanjutnya, dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis menyadari bahwa masih adanya kekurangan oleh karena itu penulis berharap agar pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang membangun. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak- pihak yang memerlukannya.

Pekanbaru, 23 Juli 2021

Penulis

Endah Desriani Putri

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

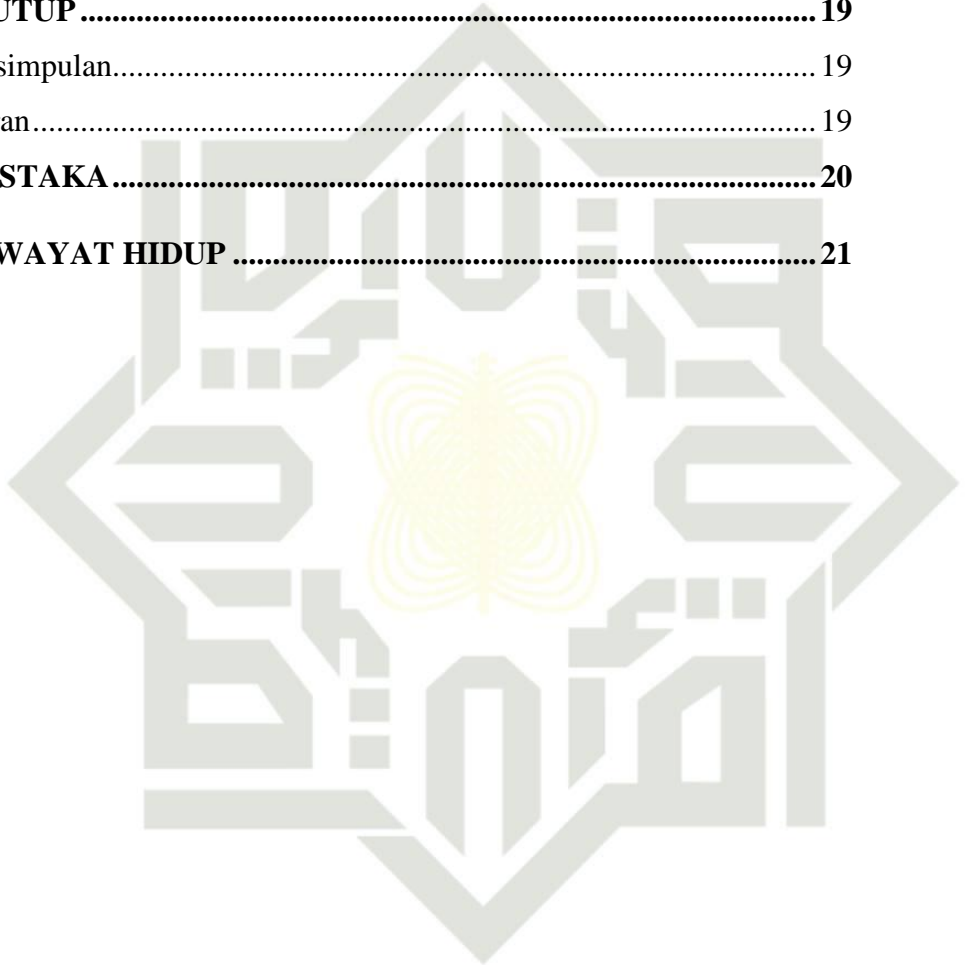
## DAFTAR ISI

<b>LEMBARPERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>LEMBARPENGESAHAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL</b> .....	iv
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	v
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN</b> .....	vi
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	viii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Batasan Masalah.....	2
1.4 Tujuan Masalah .....	2
1.5 Manfaat Penelitian.....	2
1.6 Sistematika Penulisan.....	2
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b> .....	<b>4</b>
2.1 Persamaan Differensial Orde Satu .....	4
2.2 Turunan Parsial .....	5
2.3 Masalah Umum Waktu Kontinu .....	6
2.4 Model Pertumbuhan Populasi Eceng Gondok .....	7
2.5 Kendali Penyelesaian dengan Menggunakan Persamaan Lagrange ...	8
2.6 Metode Runge-Kutta Orde 4.....	9
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	<b>10</b>
<b>BAB IV PEMBAHASAN</b> .....	<b>11</b>
4.1 Kendali Pemanenan pada Model Eceng Gondok.....	11
4.1.1 Persamaan <i>State</i> .....	11
4.1.2 Persamaan <i>Costate</i> .....	12

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.1.3 Persamaan <i>Stationer</i> .....	12
4.2 Simulasi .....	15
4.2.1 Hasil Simulasi .....	16
4.2.1.1 Simulasi I .....	16
4.2.1.2 Simulasi II .....	17
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>19</b>
5.1 Kesimpulan .....	19
5.2 Saran .....	19
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>20</b>
<b>DAFTAR RIWAYAT HIDUP .....</b>	<b>21</b>



UIN SUSKA RIAU

## DAFTAR SIMBOL

- $x$  = kepadatan biomassa eceng gondok pada saat waktu  $t$
- $r$  = laju pertumbuhan intrinsik eceng gondok
- $k$  = daya dukung lingkungan terhadap eceng gondok
- $\alpha$  = laju predasi ikan grass carp terhadap eceng gondok
- $a$  = tingkat kejenuhan ikan grass carp memangsa eceng gondok
- $e$  = laju pemanenan pada eceng gondok
- $w_1$  = bobot massa eceng gondok saat waktu tertentu.
- $w_2$  = bobot massa ikan grass carp saat waktu tertentu.
- $w_3$  = bobot fungsi biaya sepanjang interval  $T$ .
- $x(T)$  = populasi eceng gondok pada waktu tertentu.
- $y(T)$  = populasi ikan grass carp pada saat waktu tertentu.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR TABEL

	<b>Halaman</b>
Tabel 4.2.....	15

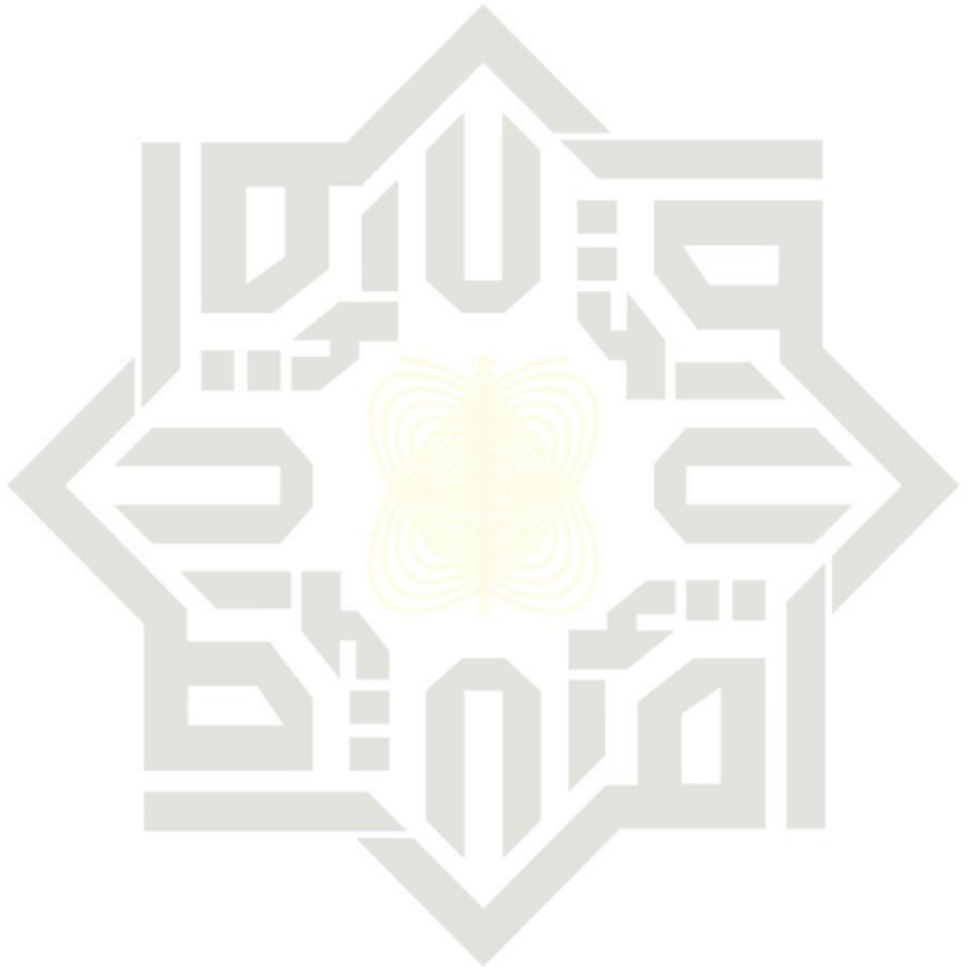


UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR GAMBAR

	<b>Halaman</b>
Gambar 4.1.....	16
Gambar 4.2.....	17



UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Eceng gondok adalah tanaman liar yang umumnya berkembang pada daerah perairan. Tanaman eceng gondok dengan mudah menyebar melalui saluran air sehingga banyak menimbulkan masalah di perairan. Eceng gondok berkembang biak dengan sangat cepat, baik secara vegetatif maupun generatif.

Eceng gondok memiliki kecepatan tumbuh yang tinggi sehingga tumbuhan ini dianggap sebagai Gulma yang dapat merusak lingkungan perairan. Maka dari itu eceng gondok (*Eichorniacrassipes*) perlu dikendalikan. Untuk mengendalikan pertumbuhan eceng gondok bisa dilakukan dengan pengambilan secara langsung (pemanenan) atau dengan cara menggunakan predator alaminya. Secara matematika pengendalian pemanenan dapat dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk persamaan dalam model matematika. Penelitian tentang pemodelan pemanenan dapat dilihat[1] pada penelitiannya tentang “Kendali Optimal Pertumbuhan Populasi Eceng Gondok dengan Ikan Grass Carp dan Pemanenan”. Penelitian tersebut membahas meminimumkan biomassa eceng gondok dan usaha pemanenan eceng gondok, penyelesaiannya menggunakan prinsip maksimum ponyagin, tetapi tidak menggunakan persamaan Lagrange.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Yuliani dkk[2] “Pemanenan Optimal Pada Model Reaksi Dinamik Sistem Mangsa-Pemangsa dengan Tahapan Struktur”. Pada penelitian tersebut dibahas untuk menunjukkan kebijakan pemanenan optimal yang akan memberikan keuntungan maksimal dan populasi yang di panen tetap akan lestari, dengan menggunakan prinsip maksimum ponyagin, tetapi tidak menggunakan persamaan lagrange. Penelitian lainnya juga dilakukan Mohammad Rifa’i [3]“Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Holling Tipe III Pada Kendali Optimal Pemanenan Model Prey Predator”. Penelitian tersebut membahas tentang pengaruh adanya makanan alternatif dan fungsi Holling tipe III pada kendali optimal pemanenan model prey predator



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

dengan menggunakan prinsip maksimum pontryagin, tetapi tidak menggunakan persamaan lagrange.

Berdasarkan penelitian Fitroh Resmi dkk[1] penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian penentuan laju pemanenan dalam pertumbuhan eceng gondok dengan metode lagrange. Maka diambil judul “ **Kendali Pemanenan Pada model Eceng Gondok**”.

#### 1.1 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini yaitu, “Bagaimanakah populasi eceng gondok setelah diberi kendali pemanenan?”

#### 1.2 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam tugas akhir ini, yaitu diantaranya:

1. Waktu difungsi tujuan merupakan waktu berhingga.
2. Persamaan diferensial dinamik model untuk populasi eceng gondok dengan pemanenan.
3. Simulasi menggunakan *software* matlab.

#### 1.4 Tujuan Masalah

Tujuan penelitian pada tugas akhir ini ialah untuk mengetahui populasi eceng gondok setelah diberi kendali pemanenan.

#### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan yang baru untuk menambah pengetahuan tentang sistem kendali.
2. Memberi kontribusi bagi pembaca untuk membantu mempelajari dan memperdalam masalah kestabilan tentang eceng gondok dengan pemanenan.

#### 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

### BAB I Pendahuluan

Pendahuluan merupakan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**BAB II**

**Landasan Teori**

Landasan teori menguraikan tentang hal-hal yang dijadikan sebagai dasar teori untuk mengembangkan penulisan tugas akhir.

**BAB III**

**Metodologi Penelitian**

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini.

**BAB IV**

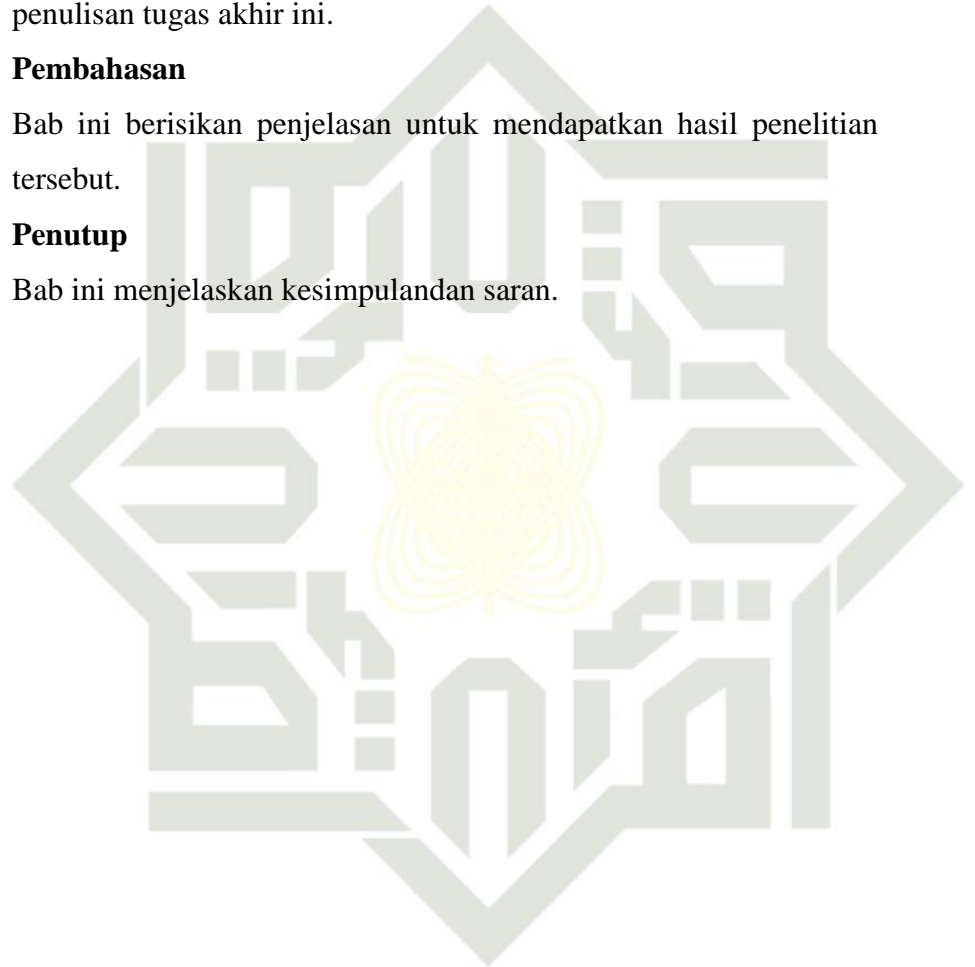
**Pembahasan**

Bab ini berisikan penjelasan untuk mendapatkan hasil penelitian tersebut.

**BAB V**

**Penutup**

Bab ini menjelaskan kesimpulan dan saran.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 PersamaanDifferensial Orde Satu

Menurut **Nuryadi**[4] Jika hanya ada satu peubah bebas maka disebut Persamaan differensial biasa. Penyelesaian suatu persamaan differensial ialah mencari suatu fungsi yang tidak memuat turunan dan memenuhi persamaan differensial yang diberikan.

##### Contoh 2.1:

Tentukan penyelesaian dari persamaan differensial  $\frac{dy}{dx} + y = 0$

##### Penyelesaian:

$$\frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -y$$

$$\frac{1}{y} dy = -dx$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int -dx$$

$$\ln y + C = -x + C$$

$$\ln y = -x + C$$

$$x + \ln y + c = 0$$

$$\ln y = -x - c$$

$$e^{\ln y} = e^{-x-c}$$

$$y = e^{-x} \cdot e^{-c}$$

$$y = e^{-x} \cdot c$$

Jadi solusi umum PDB:  $\frac{dy}{dx} + y = 0$  adalah  $y = e^{-x} \cdot c$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## Turunan Parsial

Menurut **Purcell**[5], jika mempunyai  $f$  sebagai suatu fungsi dua variabel  $x$  dan  $y$ , misalkan  $y = y_0$ , maka  $f(x, y_0)$  merupakan fungsi suatu variable  $x$ .

Jika  $f$  fungsi dua peubah  $x$  dan  $y$ , maka:

(i) turunan di  $x = x_0$  disebut turunan parsial  $f$  terhadap  $x$  pada  $(x_0, y_0)$  dan

$$\text{dinotasikan } f_x(x_0, y_0) \text{ sehingga } f_x(x_0, y_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$$

(ii) Turunan parsial  $f$  terhadap  $y$  pada  $(x_0, y_0)$  dan dinotasikan dengan  $f_y(x_0, y_0)$

$$\text{sehingga } f_y(x_0, y_0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta y}$$

### Contoh 2.2 :

Tentukan turunan parsial terhadap  $x$  dan turunan parsial terhadap  $y$  fungsi yang dirumuskan dengan  $f(x, y) = x^2 y + x + y + 1$ .

### Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 y + (x + \Delta x) + y + 1 - (x^2 y + x + y + 1)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 y + 2x \Delta x y + (\Delta x)^2 y + x + \Delta x + y + 1 - (x^2 y + x + y + 1)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x \Delta x y + (\Delta x)^2 y + \Delta x}{\Delta x} \\ &= 2xy + 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{x^2(y + \Delta y) + x + y + \Delta y + 1 - (x^2y + x + y + 1)}{\Delta y} \\
 &= \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{x^2\Delta y + \Delta y}{\Delta y} \\
 &= x^2 + 1
 \end{aligned}$$

Untuk memudahkan menentukan turunan parsial dari fungsi dua peubah  $f(x, y)$  maka dapat dilakukan hal berikut:

- a. Jika  $f$  diturunkan terhadap peubah  $x$  maka  $y$  dianggap tetap/konstanta
- b. Jika  $f$  diturunkan terhadap peubah  $y$  maka  $x$  dianggap tetap/konstanta

### 2.3 Masalah Umum Waktu Kontinu

Menurut **Olsder**[6] diberikan persamaan differensial dinamik yaitu,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \tag{2.1}$$

Sehingga bagian ini akan dibahas masalah umum kendali optimal waktu kontinu untuk persamaan diferensial dinamik untuk waktu  $t$ .

Dengan  $x(t) \in R^n$  adalah vector *state* dan  $u(t) \in R^m$  adalah fungsi kendali. Fungsi tujuan yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi objektif, dengan persamaan:

$$J(t_0) = q(x(T_f)) + \int_{t_0}^{T_f} g(x(t), u(t), t) dt \tag{2.2}$$

Dengan  $t_0$  adalah waktu awal dan  $T_f$  adalah waktu akhir.

Menurut **Ogata** [7] dibentuk persamaan *State* dan *Costate* serta persamaan *Stasioner*,

$$\text{Persamaan State: } \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \tag{2.3}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\text{Persamaan Costate: } \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.4)$$

$$\text{Persamaan Stasioner: } \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.5)$$

## 2.4 Model Pertumbuhan Populasi Eceng Gondok

Menurut **Fitroh Resmi**[1] eceng gondok adalah tanaman liar di perairan yang tumbuh dengan cepat. Pertumbuhannya perlu dikendalikan sehingga tidak menyebabkan banjir dan tidak mengganggu saluran irigasi persawahan. Dalam membuat model matematikanya ada beberapa asumsi yang digunakan, yaitu:

- a. Pertumbuhan eceng gondok diasumsikan secara logistik.
- b. Predasi ikan grass carp terhadap eceng gondok menggunakan fungsi respon *Holling Tipe III*.
- c. Terdapat factor pemanenan terhadap eceng gondok.

Dari asumsi-asumsi diatas, adapun persamaan diferensial dinamik untuk eceng gondok yaitu,

$$\frac{dx}{dt} = rx \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{ax^2 y}{a^2 + x^2} - e_1 x \quad (2.6)$$

dengan:

- $x$  = kepadatan biomassa eceng gondok pada saat waktu  $t$
- $r$  = laju pertumbuhan instrinsik eceng gondok
- $k$  = daya dukung lingkungan terhadap eceng gondok
- $a$  = laju predasi ikan grass carp terhadap eceng gondok
- $a$  = tingkat kejenuhan ikan grass carp memangsa eceng gondok
- $e$  = laju pemanenan pada eceng gondok

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Fungsi tujuan dari model ini yaitu sebagai berikut:

$$J(e_1) = -w_1 x(T) + w_2 y(T) - w_3 \int_0^T e_1^2 dt \tag{2.7}$$

dengan:

$w_1$  = bobot massa eceng gondok saat waktu tertentu.

$w_2$  = bobot massa ikan grass carp saat waktu tertentu.

$w_3$  = bobot fungsi biaya sepanjang interval T.

$x(T)$  = populasi eceng gondok pada waktu tertentu.

$y(T)$  = populasi ikan grass carp pada saat waktu tertentu.

### 2.5 Kendali Penyelesaian dengan Menggunakan Persamaan Lagrange

Diketahui persamaan differensial dinamik (2.6) dan fungsi tujuan pada Persamaan (2.7), maka akan diselesaikan menggunakan persamaan lagrange.

Kemudian, menurut **Suresh** [8] jika mencari solusi masalah kendali optimal waktu kontinu maka akan didefinisikan persamaan-persamaan berikut yang diperlukan untuk sebuah proses meminimalkan fungsi objektif. Dengan demikian, Persamaan (2.8) dan (2.9) maka dibentuk persamaan *Hamilton* dan persamaan *Lagrange*, yaitu

$$H(x, u, t) = g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t) f(x(t), u(t), t) \tag{2.8}$$

dan persamaan *Lagrange* adalah sebagai berikut.

$$L = g(x(t), u(t), t) + (\lambda - \mu) f(x(t), u(t), t), \tag{2.9}$$

Selanjutnya berdasarkan persamaan Hamilton (2.10) dan persamaan Lagrange (2.11) dibentuk persamaan-persamaan

$$H_{u_1} = 0 \tag{2.10}$$

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$L_x = -\dot{\lambda} \tag{2.11}$$

$$L_{u1} = 0 \tag{2.12}$$

Lalu dari Persamaan (2.11) dapat dibuat persamaan diferensial orde dua untuk mendapatkan fungsi kendali yang optimal.

**2.6 Metode Runge-Kutta Orde 4**

Runge-Kutta orde 4 merupakan metode yang paling populer dalam penyelesaian persamaan differensial. Metode ini dapat memperoleh akurasi deret Taylor tanpa memerlukan differensiasi orde yang lebih tinggi. Metode Runge-Kutta orde 4 dituliskan kedalam persamaan berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \tag{2.13}$$

dimana

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\ k_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\ k_4 &= f(x_i + h, y_i + k_3h) \end{aligned} \tag{2.14}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### BAB III

#### METODOLOGI PENELITIAN

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam tugas akhir ini sebagai berikut:

1. Diketahui persamaan diferensial dinamik didapatkan model pemanenan eceng gondok sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = rx \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{ax^2 y}{a^2 + x^2} - e_1 x$$

Kemudian berdasarkan Persamaan (2.7) diketahui fungsi tujuan untuk kasus populasi eceng gondok pada waktu berhingga sebagai berikut:

$$J(e_1) = -w_1 x(T) + w_2 y(T) - w_3 \int_0^T e_1^2 dt$$

2. Dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan diferensial dinamik dan fungsi tujuan pada langkah 1.
3. Selanjutnya dari persamaan Hamilton di langkah 2 dapat dibentuk Persamaan Lagrange.
4. Kemudian berdasarkan langkah nomor 2 dan nomor 3. Ditentukan  $H_{e_1} = 0$ ,  $\dot{L} = -\dot{\lambda}$  dan  $L_{e_1} = 0$ .
5. Dari  $H_{e_1} = 0$  pada langkah nomor 4 didapatkan fungsi kendali yaitu laju pemanenan.
6. Kendali dari langkah nomor 5 substitusikan ke persamaan diferensial dinamik pada langkah nomor 1.
7. Simulasikan ke *software* Matlab

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB IV

### PEMBAHASAN DAN HASIL

Pada Bab IV ini akan dijelaskan mengenai Kendali Pemanenan pada Model Eceng gondok.

#### 4.1 Kendali Pemanenan pada Model Eceng Gondok

Pada masalah Kendali pemanenan pada model eceng gondok telah diberikan persamaan differensial dinamik, yaitu:

$$\frac{dx}{dt} = rx \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{ax^2 y}{a^2 + x^2} - e_1 x \quad (4.1)$$

Kemudian persamaan fungsi tujuan sebagai berikut:

$$J(e_1) = -w_1 x(T) + w_2 y(T) - w_3 \int_0^T e_1^2 dt \quad (4.2)$$

Berdasarkan Persamaan diferensial dinamik (4.1) dan Persamaan fungsi tujuan pada Persamaan (4.2) maka dapat dibentuk Persamaan Hamilton sebagai berikut:

$$H(x, e_1, \lambda) = -w_3 e_1^2 + \lambda \left( rx \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{ax^2 y}{a^2 + x^2} - e_1 x \right) \quad (4.3)$$

Menurut Prinsip Maksimum Pontryagin, fungsi Hamilton mencapai solusi optimal jika berlaku persamaan *state* dan *costate* serta *stasioner*.

##### 4.1.1 Persamaan State

Persamaan *state* didapat dari mendiferensialkan persamaan Hamilton terhadap lamda dan digunakan untuk menyelesaikan langkah maju, adapun persamaan *states* ebagai berikut:

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Telah didapatkan penyelesaian laju pemanenan yang optimal pada model pertumbuhan eceng gondok menggunakan prinsip dengan metode lagrange dan menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4 yang diaplikasikan pada program matlab. Berdasarkan pembahasan pada bab IV diperoleh laju pemanen yang optimal pada model pertumbuhan eceng gondok yaitu:

$$e_1^* = \frac{-\lambda}{2w_3}$$

Berdasarkan hasil simulasi numerik diketahui bahwa dimana dengan kendali, populasi eceng gondok mengalami penurunan, dan pada saat tanpa kendali populasi eceng gondok mengalami kenaikan.

#### 5.2 Saran

Semoga dengan tugas akhir ini dapat menambah wawasan bagi penulis dan juga pembaca. Pada penilian ini kendali optimal diselesaikan dengan menggunakan metode lagrange dan metode sweep maju-mundur, oleh karena itu pembaca dapat melanjutkan tugas akhir ini menggunakan metode lain agar wawasan menjadi lebih luas dan ilmu yang dipelajari dapat berkembang sesuai dengan kemajuan ilmu yang akan datang.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] F. Resmi, A. Alfian, and S. Ifandi, "Kendali Optimal Pertumbuhan Populasi Eceng Gondok Dengan Ikan Grass Crap dan Pemanenan."
- [2] M. Sam, "Pemanenan Optimal Pada Model Reaksi Dinamik Sistem Mangsa-Pemangsa Dengan Tahapan Struktur," 2015.
- [3] M. Rifa'i, . "Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Holling Tipe III pada Kendali Optimal Pemanenan Model Prey," *Zeta - Math Journal*, vol. 3, pp. 10–13, May 2017.
- [4] "Nuryadi\_Buku-Ajar\_Pengantar-Persamaan-Diferensial-dan Aplikasinya\_2018".
- [5] Dale Varberg, Edwin J. Purcell, and Steven E. Rigdon., *Calculus and Analytic Geometry*. Jakarta: Erlangga, 2007.
- [6] Olsder, *Mathematical Systems Theory*. Delft University of Technology, 1994.
- [7] Katsuhiko. Ogata, *Modern control engineering*. Prentice-Hall, 2010.
- [8] Suresh. P. Sethi and Gerald. L. Thompson, *Optimal Control Theory*. New York: Springer Science+Business Media.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada tanggal 12 Desember 1997 di kota Duri Kecamatan Mandau Kabupaten Bengkalis, sebagai anak kedua dari 4 bersaudara pasangan Bapak Jainuddin Harahap dan Ibu Mandariani Siregar. Penulis menyelesaikan pendidikan formal pada Sekolah Dasar Negeri 37 Gajah Sakti di Tahun 2019. Pada Tahun 2012 menyelesaikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 8 Mandau dan menyelesaikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 3 Mandau dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam pada Tahun 2015. Setelah menyelesaikan pendidikan di SMAN 3 Mandau, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dengan jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada tahun 2020, tepatnya pada semester sepuluh Penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Badan Pendapatan Daerah **“Deskriptif Hasil Pajak Penerangan Jalan Umum di Kota Pekanbaru Tahun 2018”** di bawah bimbingan Ibuk Dr. Yuslenita Muda, M.Sc dan diseminarkan pada tanggal 11 Februari 2020. Kemudian pada tahun 2018 Penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kabupaten Pelalawan Desa Angkasa.

Pada tanggal 23 Juli 2021 Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul **“Kendali Pemanenan pada Model Eceng Gondok”** di bawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.