

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN PRINSIP PONTRYAGIN MAKSIMUM

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar sarjana Sains
pada Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

Oleh

HANIFA IKHTISA SILMA
11554200494



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

**KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA
DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN PRINSIP
PONTRYAGIN MAKSIMUM**

TUGAS AKHIR

oleh:

HANIFA IKHTISA SILMA
11554200494

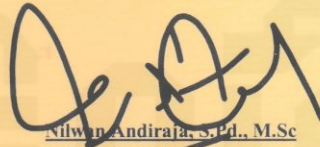
Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada 23 Juli 2021

Ketua Program Studi

Pembimbing



Ari Pani Desvina, M.Sc
NIP. 19811225 200604 2 003



Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc
NIP. 19840803 201101 1 005

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA
DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN PRINSIP
PONTRYAGIN MAKSIMUM

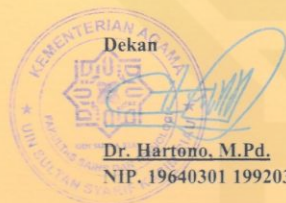
TUGAS AKHIR

oleh:

HANIFA IKHTISA SILMA
11554200494

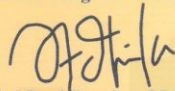
Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Juli 2021

Pekanbaru, 23 Juli 2021
Mengesahkan,



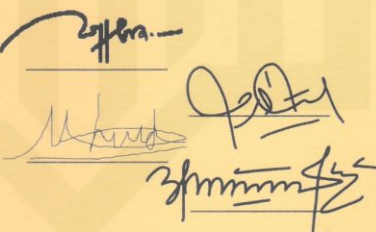
Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

Ketua Program Studi


Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

DEWAN PENGUJI :

Ketua : Wartono, M.Sc.
Sekretaris : Nilwan Andiraja, M.Sc.
Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, tugas akhir ini terbuka untuk umum dengan ketentuan terdapat hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin dari penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atas penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan mengisi nama lengkap, tanda tangan peminjaman dan tanggal peminjaman.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan, karya tulis ini untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Juli 2021

Yang membuat pernyataan,

HANIFA IKHTISA SILMA
NIM: 11554200494

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamin, karya ini penulis persembahkan:

Untuk diri sendiri dan alm. Abang Alfian Budi Suci Istanto, Teruntuk diriku terima kasih sudah mau bertahan sampai detik ini, terima kasih atas semua usaha dan upayanya, terima kasih sudah ingin berproses menjadi lebih baik, terima kasih juga sudah mau bangkit dan menyadarkan diri bahwa diri sendiri ternyata tidak seburuk itu.

Untuk kedua orang tua penulis Bapak Syahrial yang telah menjadi contoh terbaik, lelaki hebat dan memberikan banyak pelajaran bagi penulis. Kepada bunda Nurlianis terima kasih sudah menjadi perempuan luar biasa didalam hidup penulis, terima kasih atas segala motivasi dan doa yang tak henti-hentinya terselip dalam setiap sujud kepadaNya, terima kasih atas semua air mata, keringat, lelah dan waktu yang sudah terkorbankan untuk memberikan yang terbaik bagi penulis. Dan untuk adik-adikku Fadriyal Hidayatullah, Alfi Rahmawati, dan Muhammad Habib Rizik terima kasih telah memberikan semangat serta banyak hal yang cukup untuk penulis jadikan pembelajaran.

Untuk dosen pembimbingku Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc terima kasih telah menerimaku untuk menjadi mahasiswa bimbingan bapak. Terima kasih bapak yang telah sabar membimbing dan mengarahkan penulis sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan tepat waktu. Dan terima kasih kepada dosen penguji dan ketua sidang yang telah memberi masukan dan arahan yang telah diselesaikan penulis pada tugas akhir ini.

Untuk Sahabatku Endah, Esty, Ulya dan Hengki terima kasih telah menjadi pendengar yang setia tetap jadi yang terbaik dan tetaplah selalu ada disaat susah senang yang penulis lalui. Untuk teman seperjuangan Endah Desriani Putri terima kasih sudah tetap ada dari awal masuk ke perguruan tinggi ini hingga penulis menyelesaikan tugas akhir ini, terima kasih atas semua air mata, keringat serta pikiran sehingga penulis untuk meyelesaikan tugas akhir ini.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KENDALI OPTIMAL PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN PRINSIP PONTRYAGIN MAKSIMUM

HANIFA IKHTISA SILMA
11554200494

Tanggal Sidang : 23 Juli 2021
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Malaria merupakan penyakit menular yang diakibatkan oleh gigitan nyamuk *Anopheles betina* yang sudah terinfeksi oleh *Plasmodium*. Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan kendali tingkat vaksinasi penyakit malaria, penulis akan melakukan kajian pada model penyebaran penyakit malaria menggunakan Model SIR dengan pemberian vaksinasi. Untuk mendapatkan kendali optimal tingkat vaksinasi digunakan prinsip pontryagin maksimum. Dengan menggunakan prinsip ini dari persamaan differensial dinamik dan fungsi tujuan diperoleh persamaan hamilton, Persamaan *State*, Persamaan *Costate*, dan *Stationer*. Sehingga diperoleh kendali optimal tingkat vaksinasi untuk model SIRV penyakit malaria. Berdasarkan simulasi dengan parameter diperoleh bahwa kendali tingkat vaksinasi penyakit malaria perlu ditingkatkan

Kata Kunci: *Hamilton, SIR, maksimum pontryagin, Tingkat Vaksinasi, Malaria*

***OPTIMAL CONTROL OF THE SPREAD OF MALARIA WITH
VACCINATION USING THE MAXIMUM PONTRYAGIN***

HANIFA IKHTISA SILMA
11554200494

Date of Final Exam : 23 Juli 2021
Graduation Ceremony Priod :

Department of
Mathematics Faculty
Science and Technology

State Islamic University of Sultan Syarif
Kasim Riau Jl. HR. Soebrantas No. 155
Pekanbaru

ABSTRACT

Malaria is an infectious disease caused by the bite of a female Anopheles mosquito that has been infected by Plasmodium. This final project aims to control the level of malaria vaccination, the author will conduct a study on the model of the spread of malaria using the SIR model with vaccination. To obtain optimal control of the vaccination rate, the maximum Pontryagin principle is used. By using this principle, from the dynamic differential equation and objective function, it is obtained Hamilton's equation, State's equation, Costate's equation, and Stationer. So that the optimal control of the vaccination rate for the SIRV model of malaria is obtained. Based on simulation with parameters, it is found that control of malaria vaccination rate needs to be improved.

Keywords: *Hamilton, SIR, maximum pontryagin, Vaccination Rate, Malaria*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Berkat limpahan nikmat sehat-Nya, baik itu berupa sehat fisik maupun akalpikiran, penulis mampu menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Kendali Optimal Penyebaran Penyakit Malaria dengan Vaksinasi Menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin”.

Shalawat serta salam semoga terlimpah curahkan kepada baginda tercinta yaitu Nabi Muhammad SAW yang telah menyampaikan petunjuk Allah SWT untuk kita semua, yang merupakan sebuah petunjuk yang paling benar yakni Syariah Agama Islam yang sempurna dan merupakan satu-satunya karunia paling besar bagi seluruh alam semesta.

Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim, Riau. Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. hairunas, M.Ag., selaku Plt. Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc., selaku Pembimbing Akademis dan Pembimbing Tugas Akhir yang telah membimbing dan memberi arahan kepada penulis sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
5. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc., dan Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji yang telah memberi kritik serta saran kepada penulis.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

6. Seluruh dosen Program Studi Matematika yang telah banyak menyalurkan ilmu pengetahuan kepada penulis.
7. Teristimewa untuk kedua orang tua serta keluarga yang telah menemani dan memberi semangat penulis selama perkuliahan.
8. Terkhusus untuk Endah Desriani Putri, Wazna Ulya, Esty Erizona, Safitri Wahyuni, Arnis Cahya Sukma, Widya Sri Ayuni, Novina Melinda, Hengki Irawan Putra dan juga teman-teman di Program Studi Matematika angkatan 15 yang telah lama menemani penulis.
Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Pekanbaru, 09 Juli 2021

Hanifa Ikhtisa Silma



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR SIMBOL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Masalah	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II LANDASAN TEORI.....	5
2.1 Sistem Persamaan Differensial biasa	5
2.2 Persamaan Differensial Parsial	6
2.3 Masalah Umum Waktu Kontinu	7
2.4 Pembentukan Model Penyebaran Penyakit Malaria.....	8
2.5 Model Penyebaran Penyakit Malaria dengan Vaksinasi	9

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III	METODOLOGI PENELITIAN.....	11
BAB IV	PEMBAHASAN.....	
	4.1 Kendali Optimal Penyebaran Penyakit Malaria dengan Dengan Vaksinasi Menggunakan Model SIR.....	12
	4.2 Simulasi.....	15
BAB V	PENUTUP.....	18
	5.1 Kesimpulan	18
	5.2 Saran.....	19
	DAFTAR PUSTAKA.....	20
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP.....	22

DAFTAR SIMBOL

μ	: tingkat individu baru yang masuk ke dalam populasi
τ	: tingkat kematian
β	: tingkat kontak antara individu yang rentan dengan individu yang terinfeksi
γ	: tingkat kesembuhan dari individu yang terinfeksi
v	: kelompok individu yang telah divaksinasi
p	: tingkat vaksinasi

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1.....	16
Gambar 4.2.....	16
Gambar 4.3.....	17



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Malaria merupakan penyakit menular yang diakibatkan oleh gigitan nyamuk *Anopheles* betina yang sudah terinfeksi oleh *Plasmodium*. Malaria merupakan salah satu masalah kesehatan penting didunia. Secara umum ada 4 jenis malaria, yaitu tropika, tertiana, ovale, dan quartana. Ada lebih dari 1 juta jiwa meninggal setiap tahunnya disebabkan oleh malaria. Gejala yang ditimbulkan setelah terinfeksi seperti demam, mengigil, berkeringat, sakit kepala, mual, bahkan muntah, berdasarkan laporan dari Kementerian Kesehatan Republik Indonesia dalam Infodatin Pusat Data dan Informasi [1].

Malaria merupakan penyakit infeksi yang menjadi perhatian *World Health Organization* (WHO). World malaria report tahun 2015 melaporkan pada tahun 2013 telah terjadi kematian sebanyak 584.000 di seluruh dunia dan sebesar 90% berada di wilayah Afrika, 7% di wilayah asia tenggara dan 2% di wilayah mediterania timur. Kematian terbesar di wilayah Afrika terjadi pada usia anak-anak dibawah 5 tahun sebanyak 78% [2].

Sementara itu, Sebagian besar daerah Indonesia masih merupakan wilayah endemik malaria, antara lain Indonesia bagian timur seperti Papua, Maluku, Nusa Tenggara, Sulawesi, Kalimantan. Menurut kemenkes RI [3], Menurut Nurfitriah [4] malaria merupakan salah satu masalah kesehatan yang dapat berisiko tinggi bagi masyarakat hingga menyebabkan kematian terutama pada kelompok risiko tinggi yaitu bayi, anak balita, ibu hamil. Selain itu malaria dapat menyebabkan anemia dan menurunkan produktivitas kerja. Menurut Atikoh [5] penderita malaria akan mengalami komplikasi yang parah dan dapat meninggal jika tidak segera diobati .

Oleh karna itu, Penyakit Malaria harus dapat dikendalikan penyebarannya. Secara Matematika pengendalian penyakit dapat dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk persamaan dalam model matematika. Penelitian tentang pemodelan penyakit malaria dapat dilihat pada Darmawati [6] dimana penelitian ini



menjelaskan estimasi parameter model SIR dengan algoritma genetik menggunakan metode Runge Kutta orde 4. Dalam penelitian nya model SIR yang diberikan tidak ada fungsi tujuan dan tidak ada pemberian vaksin. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Pardi [7] menjelaskan kendali optimal untuk mengendalikan penyebaran penyakit malaria. Dimana diberikan persamaan diferensial dinamik penyakit dan fungsi tujuan. kemudian diselesaikan menggunakan aplikasi kendali optimal dengan Prinsip Maksimum Pontryagin. Namun pada penelitian ini tidak ada pemberian vaksin untuk model penyebaran penyakit malaria. penelitian lainnya juga dilakukan Julia Indah Pertiwi [8] dengan persoalan analisis perilaku model SIR tanpa dan dengan vaksinasi. Penelitian ini membahas dua model penyebaran penyakit yaitu model SIR tanpa dan dengan vaksinasi dimana perilaku solusi kedua model dikaji dengan menganalisis kestabilan kedua model. Individu yang baru masuk ke dalam populasi rentan apabila diberikan vaksinasi sebesar p mengakibatkan berkurangnya individu terinfeksi maka semakin tinggi tingkat vaksinasi yang diberikan semakin turun tingkat populasi terinfeksi. Tetapi penelitian ini tidak memiliki fungsi tujuan dan penyelesaian model tidak menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin.

Oleh sebab itu untuk mengendalikan laju penyebaran penyakit malaria, penulis akan melakukan kajian pada model penyebaran penyakit malaria menggunakan Model SIR dengan pemberian vaksin. Kemudian diselesaikan menggunakan aplikasi kendali optimal dengan Prinsip Maksimum Pontryagin. Berdasarkan penjelasan tersebut, maka penulis tertarik mengambil judul **“Kendali Optimal Penyakit Malaria dengan Vaksinasi Menggunakan Prinsip Pontryagin Maksimum”**.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana terbentuknya model matematika penyebaran penyakit malaria?
2. Bagaimana bentuk kendali pada model penyebaran malaria?



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Model penyebaran penyakit malaria menggunakan Model SIR dengan vaksinasi.
2. Penyelesaian kendali optimal dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin.
3. Simulasi menggunakan *software* Matlab.
4. Fungsi tujuan menggunakan waktu tak berhingga

1.4 Tujuan Masalah

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan model penyebaran penyakit Malaria.
2. Mendapatkan bentuk kendali optimal pada penyebaran penyakit Malaria.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan dan ilmu pengetahuan untuk menambah pengetahuan tentang sistem kendali.
2. Diperoleh pengetahuan dalam menginterpretasikan hasil analisis dan simulasi pada model penyebaran penyakit malaria pada suatu populasi dan menerapkan teori kendali optimal menggunakan Prinsip Pontryagin Maksimum dalam penyebaran penyakit Malaria secara optimal.
3. Sebagai *literature* penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah teori kendali.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup 5 bab yaitu :

BAB I Pendahuluan

Pendahuluan memaparkan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, serta sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Landasan teori menguraikan tentang hal-hal yang dijadikan sebagai dasar teori untuk mengembangkan petulisan tugas akhir.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah yang dilakukan agar dapat memperoleh hasil yang dibutuhkan dalam penulisan tugas akhir ini.

BAB IV Pembahasan

Bab ini berisikan penjelasan untuk mendapatkan hasil penelitian tersebut.

BAB V Penutup

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Sistem Persamaan Diferensial Biasa

Menurut **Nuryadi** [9] Persamaan differensial adalah suatu persamaan yang menyatakan hubungan fungsi yang tidak diketahui turunan-turunannya. Order dari persamaan differensial adalah order tertinggi dari turunan yang ada dalam persamaan itu. Misalkan, $\frac{dy}{dx} + 2xy = \sin x$ merupakan differensial order satu.

Contoh 2.1

Tentukan penyelesaian dari persamaan differensial $\frac{xdy}{dx} + y = 1$

Penyelesaian

$$x \frac{dy}{dx} + y = 1$$

$$\frac{xdy}{dx} = 1 - y$$

$$\frac{x}{1-y} dy = dx$$

$$\frac{1}{1-y} dy = \frac{1}{x} dx$$

$$\int \frac{1}{1-y} dy = \int \frac{1}{x} dx$$

Misal :

$$u = 1 - y$$

$$\frac{du}{dy} = -1$$

$$du = -dy$$

$$= \int -du$$

$$\ln u + c$$

$$\ln \left| \frac{1}{1-y} \right| + \ln c = \ln x + \ln c$$

$$\ln \left| \frac{1}{1-y} \right| = \ln x + \ln C$$

$$e^{\ln \frac{1}{1-y}} = e^{\ln xc}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{1}{1-y} = xc$$

$$1 = xc - xcy$$

$$\frac{1}{xc} = 1 - y$$

$$y = 1 - \frac{1}{xc}$$

Jadi penyelesaian PD diatas adalah $y = 1 - \frac{1}{xc}$

2.2 Persamaan Differensial Parsial

Menurut **Purcell** [10] jika mempunyai f sebagai fungsi dari satu variabel x , maka turunan pertama fungsi f hanya terhadap x , dinotasikan sebagai : $f' = \frac{\partial f}{\partial x}$. Bila memiliki fungsi f dari dua variabel, maka turunan pertama fungsi f dapat diperoleh untuk kedua variabel tersebut, masing-masing disebut turunan parsial.

Jika f fungsi dua peubah x dan y , maka :

(i) turunan parsial f terhadap x , disimbolkan dengan $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ atau $f_x(x, y)$ sehingga

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

(ii) turunan parsial f terhadap y , disimbolkan dengan $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ atau $f_y(x, y)$ sehingga

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$$

Contoh 2.2

Tentukan turunan parsial terhadap x dan turunan parisal terhadap y fungsi yang dirumuskan dengan $f(x, y) = x^2y + 5x + 4$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^2 y + 5(x+\Delta x) + 4 - (x^2 y + 5x + 4)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x y + (\Delta x)^2 y + 5x + 5\Delta x + 4 - (x^2 y + 5x + 4)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x\Delta x y + (\Delta x)^2 y + 5\Delta x}{\Delta x} \\ &= 2xy + 5 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x,y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2(y+\Delta y) - 5x + 4 - (x^2y + 5x + 4)}{\Delta y} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 \Delta y}{\Delta y} \\ &= x^2 \end{aligned}$$

Untuk memudahkan dalam menentukan turunan parsial dari fungsi dua variabel $f(x, y)$ maka dapat dilakukan hal berikut :

- a. Jika f diturunkan terhadap peubah x maka y dianggap tetap/konstanta
- b. Jika f diturunkan terhadap peubah y maka x dianggap tetap/konstanta

2.3 Masalah Umum Waktu Kontinu

Pada bagian ini dibahas masalah umum kendali optimal waktu kontinu untuk persamaan differensial dinamik waktu t . Menurut **Olsder** [11] diberikan persamaan differensial dinamik yaitu :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2.1)$$

Dengan $x(t) \in R^n$ adalah *vector state* dan $u(t) \in R^n$ fungsi kendali. Fungsi yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi objektif, dengan persamaan :

$$J(t_0) = q(x(T_f)) + \int_{t_0}^{T_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (2.2)$$

Dimana t_0 adalah waktu awal dan T_f adalah waktu akhir.

Menurut **Ogata** [12] untuk memperoleh solusi masalah kendali optimal waktu maka didefinisikan persamaan Hamilton, *State*, *Costate* sebagai berikut :

$$\text{Persamaan Hamilton} : H = F(x, u, t), x(0) = x_0 \quad (2.3)$$

$$\text{Persamaan State} : \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \quad (2.4)$$

$$\text{Persamaan Costate} : \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.5)$$

$$\text{Persamaan Stasioner} : 0 = \frac{\partial H}{\partial u} \quad (2.6)$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.4 Pembentukan Model Penyebaran Penyakit Malaria

Menurut **Pardi** [7] Penyakit malaria merupakan salah satu penyakit epidemik dan dapat dimodelkan dalam model matematika. Pembentukan model penyebaran malaria ini berdasarkan model SIR yang terdiri dari tiga komponen yaitu :

1. Kelompok *susceptible* (rentan) yang selanjutnya dinotasikan dengan $S(t)$ yaitu jumlah individu yang rentan terhadap penyakit malaria pada waktu t .
2. Kelompok *infected* (terinfeksi) yang selanjutnya dinotasikan dengan $I(t)$ yaitu jumlah individu yang terinfeksi penyakit malaria pada waktu t .
3. Kelompok *recovered* (sembuh) yang selanjutnya dinotasikan dengan $R(t)$ yaitu jumlah individu yang sembuh dari penyakit malaria pada waktu t .

Adapun asumsi-asumsi yang digunakan pada model penyebaran malaria adalah hanya terdapat penyakit malaria dalam populasi, penyakit menyebar melalui kontak antara individu dengan nyamuk, setiap individu yang lahir langsung masuk dalam kelompok *susceptible*. Individu yang terinfeksi malaria dapat sembuh dari penyakit dan dapat mengalami kematian hanya disebabkan karena penyakit. Individu yang terinfeksi juga dapat sembuh karena siklus malaria yang singkat dan adanya kekebalan tubuh alami.

Berdasarkan asumsi-asumsi parameter-parameter yang digunakan pada model penyebaran penyakit malaria didefinisikan sebagai berikut :

- B : banyak kelahiran individu (konstan)
- β : laju penularan penyakit malaria
- α : laju kesembuhan penyakit malaria
- μ : laju kematian alami
- d : laju kematian karena penyakit malaria

Model penyebaran penyakit malaria diperoleh dari system persamaan diferensial nonlinier sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= B - \mu S - \beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - (\alpha + d)I \\ \frac{dR}{dt} &= \lambda I - \mu R \end{aligned} \tag{2.7}$$

Persamaan (2.7) disebut sebagai model penyebaran malaria.

Permasalahan berikutnya adalah melakukan kontrol pada model penyebaran penyakit Malaria. Dari sistem persamaan dapat dilakukan kontrol optimal untuk pengobatan malaria. Kontrol optimal tersebut bertujuan untuk mengurangi jumlah populasi retikulosit yang terinfeksi dengan melakukan pengobatan.

Pada persamaan differensial \dot{S} dan \dot{I} sel retikulosit yang diinfeksi nyamuk dinotasikan dengan βSI . Variabel kendali $u(t)$ merupakan obat malaria yang diberikan ketika tubuh manusia diserang nyamuk dan sel retikulosit mulai terinfeksi. Kemudian, untuk mengetahui nilai $u(t)$ sebagai kendali yang optimal maka nilai pengedali adalah $1 - u(t)$ sehingga perubahan model setelah diberi pengontrol berikut ini :

$$\frac{dS}{dt} = B - \mu S - \beta SI(1 - u(t)) \quad (2.8)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - (\alpha + d)I(1 - u(t))$$

$$\frac{dR}{dt} = \lambda I - \mu R$$

Dimana t_0 adalah waktu awal, t_1 merupakan waktu akhir, $x(t)$ adalah variabel state (keadaan) dan $u(t)$ adalah variabel kendali. Persaman *fungsi objektif* dinyatakan sebagai sistem dari keadaan awal ke keadaan akhir. Sehingga persamaan *fungsi objektif* adalah sebagai berikut :

$$J = \min_u \int_{t_0}^{t_1} (A_i + C_1 u^2) + dt \quad (2.9)$$

Dimana A_i adalah konstanta bobot yang bersesuaian dengan sel retikulosit terinfeksi. C_1 adalah konstanta positif yang disesuaikan dengan kuadrat kontrol. Fungsi obyektif $J(u)$ ini memberi perlakuan dosis vaksinasi yang bertujuan meminimalkan jumlah sel retikulosit yang terinfeksi.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.5 Model penyebaran penyakit malaria dengan vaksinasi

Menurut **Pertiwi** [8] penyebaran penyakit dalam populasi dapat berkurang dengan diberikannya vaksinasi kepada individu yang masuk sehingga persamaan (2.8) diformulasikan kembali. Dapat dinyatakan sebagai sistem persamaan differensial berikut ini :

$$\frac{ds}{dt} = (1 - p)\mu - \beta is - \tau s \quad (2.10)$$

$$\frac{di}{dt} = \beta is - \gamma i - \tau i$$

$$\frac{dr}{dt} = \gamma i - \tau r$$

$$\frac{dv}{dt} = p\mu - \tau v$$

dimana parameter μ merupakan tingkat individu baru yang masuk ke dalam populasi, τ adalah tingkat kematian, β adalah tingkat kontak antara individu yang rentan dengan individu yang terinfeksi γ adalah tingkat kesembuhan dari individu yang terinfeksi, v adalah kelompok individu yang telah divaksinasi dan p adalah tingkat vaksinasi.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan persamaan differensial dinamik didapatkan model penyebaran penyakit malaria sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = (1 - p)\mu - \beta is - \tau s$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta is - \gamma i - \tau i$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma i - \tau r$$

$$\frac{dv}{dt} = p\mu - \tau v$$

Kemudian berdasarkan Persamaan (2.7) diketahui fungsi tujuan untuk kasus penyebaran penyakit malaria pada waktu berhingga sebagai berikut:

$$J = \min_u \int_{t_0}^{t_1} (A_i + C_1 u^2) + dt$$

2. Dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan differensial dinamik dan fungsi tujuan pada langkah 1.
3. Selanjutnya dari persamaan Hamilton di langkah 2 dibentuk persamaan state, costate, dan stasioner.
4. Diperoleh persamaan kendali dari persamaan stationer yang diperoleh dari langkah 3.
5. Berdasarkan persamaan costate yang diperoleh pada langkah 3, dibentuk Persamaan aljabar Riccati dan dicari solusinya.
6. Solusi persamaan aljabar Riccati pada langkah 5, disubstitusikan ke persamaan kendali yang diperoleh di langkah 4, sehingga diperoleh persamaan kendali optimal.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV maka dapat diperoleh persamaan differensial dinamik sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = (1 - p)\mu - \beta is - \tau s$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta is - \gamma i - \tau i$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma i - \tau r$$

$$\frac{dv}{dt} = p\mu - \tau v$$

Dengan fungsi tujuan objektif :

$$J = \min_u \int_{t_0}^{t_1} (A_i + C_1 p^2) dt$$

Kemudian dari persamaan differensial dinamik dan fungsi tujuan dibentuk persamaan hamilton, Persamaan Costate, dan Stationer. Selanjutnya diperoleh Persamaan diffirensial tingkat vaksinasi:

$$p = \frac{\lambda_2 \beta i \tau \mu + \tau v k \beta i \mu}{\beta i \tau + \tau^2 + \mu^2 k \beta i}$$

Kemudian fungsi kendali di substitusikan ke Model tingkat vaksinasi maka diperoleh :

$$v = \frac{e^{\left(\frac{\tau k \beta i \mu^2}{\beta i \tau + \tau^2 + \mu^2 k \beta i} - \tau\right)t}}{\left(\frac{\tau k \beta i \mu^2}{\beta i \tau + \tau^2 + \mu^2 k \beta i} - \tau\right)} - \frac{\left(\frac{\lambda_2 \beta i \tau \mu}{\beta i \tau + \tau^2 + \mu^2 k \beta i}\right)}{\frac{\tau k \beta i \mu^2}{\beta i \tau + \tau^2 + \mu^2 k \beta i} - \tau}$$

5.2 Saran

Tugas akhir ini memaparkan tentang penyebaran penyakit malaria dengan vaksinasi menggunakan model SIR, kemudian diperoleh persamaan kendali yang optimal. Bagi para pembaca, khususnya mahasiswa jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Suska Riau, penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat mengembangkan lebih lanjut tentang penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan model yang berbeda.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Depkes, Infodatin Pusat data, and Informasi Kementrian Kesehatan RI, "Malaria," 2016.
- [2] World Malaria Report 2015, "WHO," 2015.
- [3] Depkes, Infodatin Pusat data, and Informasi Kementrian Kesehatan RI, "Malaria," 2011.
- [4] Nurfitriah, "Analisis Faktor Risiko Lingkungan terhadap Kejadian Malaria Diwilayah Kerja Puskesmas Durikumba Kecamatan Karossa Kabupaten Mamuju," Makassar , 2013.
- [5] Atikoh, "Faktor yang Berhubungan dengan Kejadian Malaria di Desa Sekalambang Kecamatan Kaligondang Kabupaten Purbalingga Tahun 2014," 2015.
- [6] W. Nur and Z. Nur, "Estimasi Parameter Model SIR dengan Algoritma Genetik," *JOMTA Journal of Mathematics: Theory and Applications*, vol. 1, no. 2, 2019.
- [7] P. Affandi, N. Salam, and F. ULM Prodi Matematika, "Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UMS Kendali Optimal pada Penentuan Interval Waktu dan Dosis Optimal pada Penyakit Malaria".
- [8] J. Indah Pertiwi, A. Rince Putri, R. Lestari, and J. Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, "BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan The Behaviour Analysis of SIR Model Without and with Vaccination," vol. 14, no. 2, 2020, doi: 10.30598/barekengvol14iss2pp217-226.
- [9] "Nuryadi_Buku-Ajar_Pengantar-Persamaan-Diferensial-dan-Aplikasinya_2018".
- [10] Dale Varberg, Edwin J. Purcell, and Steven E. Rigdon., *Calculus and analytic geometry*. Jakarta: Erlangga, 2007.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- [11] Olsder, *Mathematical Systems Theory*. Delft University of Technology, 1994.
- [12] Katsuhiko. Ogata, *Modern control engineering*. Prentice-Hall, 2010.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 06 Oktober 1996 di kota Duri Kecamatan Bathin Solapan Kabupaten Bengkalis, sebagai anak kedua dari 5 bersaudara pasangan Bapak Syahrial dan Ibu Nurlianis. Penulis menyelesaikan pendidikan formal pada Sekolah Dasar Negeri 32 Bathin Solapan di Tahun 2009. Pada Tahun 2012 menyelesaikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 3 Mandau dan menyelesaikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 3 Mandau dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam pada Tahun 2015. Setelah menyelesaikan pendidikan di SMAN 3 Mandau, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dengan jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada tahun 2019, tepatnya pada semester delapan Penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Peternakan dan Kesehatan Hewan Provinsi Riau “**Pengaruh Produksi dan Jumlah impor Sapi Terhadap Harga Daging Sapi di Provinsi Riau**” di bawah bimbingan Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc. dan diseminarkan pada tanggal 16 Juli 2019. Kemudian pada tahun 2018 Penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) Kabupaten Pelalawan Desa Angkasa.

Pada tanggal 23 Juli 2021 Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul “**Kendali Optimal Penyebaran Penyakit Malaria dengan Vaksinasi Menggunakan Prinsip Pontryagin Maksimum**” di bawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.