



NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL ($m, 2, 2$)

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

oleh:

BUDI
11454101955



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSETUJUAN

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL ($m, 2, 2$)

TUGAS AKHIR

Oleh:

BUDI
11454101955

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir di Pekanbaru, 06 Juli 2021

Dosen Pembimbing

Pembimbing

Pani Desvina, M.Sc
NIP. 19811225 200604 2 003

Corry Corazon Marzuki, M.Si
NIP. 19860320 201503 2 003

UIN SUSKA RIAU

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PENGESAHAN

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF
SERI PARALEL (m,2,2)

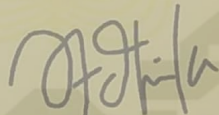
TUGAS AKHIR


oleh:

BUDI
11454101955

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal Juli 2021

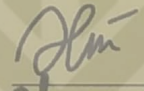
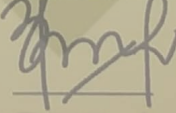
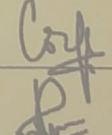
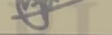
Pekanbaru, 06 Juli 2021
Mengesahkan,
Ketua Program Studi


Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003


Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI

- Ketua : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.
Sekretaris : Corry Corazon Marzuki, M.Si.
Anggota I : Fitri Aryani, M.Sc.
Anggota II : Ade Novia Rahma, M.Mat.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan satu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

NILAI TOTAL KETAKTERATURAN TITIK DARI GRAF SERI PARALEL $(m, 2, 2)$

BUDI
11454101955

Tanggal Sidang : 06 Juli 2021
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas KM 15 No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dan k adalah bilangan bulat positif. Nilai total ketakteraturan titik dari graf G yang dinotasikan dengan $tv_s(G)$, yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan- k total tak teratur titik. Dalam skripsi ini akan dibahas tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $(m, 2, 2)$. Graf seri paralel dilambangkan dengan $sp(m, r, l)$ dimana m banyaknya longitude, r titik pada setiap longitude, dan l merupakan level pada graf seri paralel. Untuk menentukan nilai total ketakteraturan titik pada graf seri paralel dilakukan dengan menentukan batas bawah dari $tv_s(sp(m, 2, 2))$, menentukan pelabelan- k total tak teratur titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ dengan menggunakan label terbesar sebesar batas bawah dari $tv_s(sp(m, 2, 2))$, menentukan rumus pelabelan titik dan rumus pelabelan sisi dari graf $sp(m, 2, 2)$, dan menentukan rumus bobot titik dari graf $sp(m, 2, 2)$. Berdasarkan hasil penelitian ini diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $s(m, 2, 2)$ adalah $tv_s(sp(m, 2, 2)) = \left\lceil \frac{4m+2}{3} \right\rceil$ untuk $m \geq 3$.

Kata kunci: graf seri paralel, pelabelan total tak teratur titik, nilai total ketakteraturan titik

UIN SUSKA RIAU



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

TOTAL IRREGULARITY STRENGTH OF GRAPH SERI PARALLEL $(m, 2, 2)$

BUDI
11454101955

Session date : 06 July 2021
Graduation date :

Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

Suppose $G = (V, E)$ is a graph and k is a positive integer. The total vertex irregularity strength of the graph G denoted by $tvs(G)$, is the minimum the largest label used to label a graph G with vertex irregularity total k -labeling. This Thesis will be discussed the total irregularity strength of graph seri parallel $(m, 2, 2)$. Graph seri parallel is a graph with two points called terminals formed recursively by two simple composition operations. Graph seri parallel denoted by $sp(m, r, l)$ where m is many longitude, r point at each longitude, and l is level of graph seri parallel. To determine the total point irregularity value on a graph series parallel is done by determining the lower bound of $tvs(sp(m, 2, 2))$, determining the k -labeling of the irregular total points of the graph $sp(m, 2, 2)$ using the largest label. for the lower limit of $tvs(sp(m, 2, 2))$, determine the point labeling formula and the side labeling formula of the graph $sp(m, 2, 2)$, and determine the point weight formula of the graph $sp(m, 2, 4)$. Based on the result of this research were obtained $tvs(sp(m, 2, 2)) = \left\lceil \frac{4m+2}{3} \right\rceil$ for $m \geq 3$.

Keywords: Graph seri parallel, Vertex irregular total labeling, The total vertex irregularity stren.

UIN SUSKA RIAU



KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “**Nilai Total Ketakteraturan Titi Pada Graf Seri Paralel $(m, 2, 2)$** ” sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar sarjana akademik di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Banyak sekali yang penulis peroleh berupa ilmu pengetahuan dan pengamalan selama menempuh pendidikan di Program Studi Matematika. Penulis berharap Tugas Akhir ini nantinya dapat berguna bagi semua pihak yang memerlukannya. Penulisan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari berbagai pihak. Maka dari itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih yang setulusnya kepada pihak-pihak yang terkait berikut:

1. Bapak Prof. Dr. Khairunnas, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universita Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Ketua Program Studi Mtematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc, selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi dan selaku penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan tugas akhir ini..
5. Bapak Aprijon, S.Si, M.Ed selaku pembimbing akademik yang telah banyak membantu dan memberikan nasihat kepada penulis.
6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si, selaku pembimbing yang telah membimbing dalam penyusunan skripsi ini hingga selesai.
7. Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat, selaku penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan tugas akhir ini.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Semua dosen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberi masukan, motivasi serta ilmunya.

Seluruh keluarga besarku dan Teman-teman terbaik (Rati, Salamah, Zulfi, Feny, Sisi, Yuniza, Fadil, Hendri, Hadi, Dawud, Faizan, Yusfiq) yang masih setia menemani penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

Semua pihak yang telah banyak membantu dan memberi motivasi dalam pengerjaan Tugas Akhir ini mulai dari awal hingga selesai yang tidak mungkin disebutkan satu persatu, terimakasih atas bantuannya semoga ilmu yang diberikan kepada penulis dapat bermanfaat.

Penulis telah berusaha semaksimal mungkin dalam penyusunan Tugas Akhir ini. Walaupun demikian tidak tertutupi kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan baik dengan penulisan maupun dalam penyajian materi. Oleh karena ini penulis mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga laporan Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulisan dan pihak-pihak yang memerlukan.

Pekanbaru 06 Juli 2021

Penulis

BUDI
11454101955

UIN SUSKA RIAU



DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR SIMBOL	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1-1
1.2 Rumusan Masalah	1-2
1.3 Batasan Masalah	1-2
1.4 Tujuan Penelitian	1-2
1.5 Manfaat Penelitian	1-3
1.6 Sistematika Penulisan	1-3
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Pengertian Graf	2-1
2.2 Jenis-jenis Graf	2-2
2.3 Graf Theta dan Graf Seri paralel	2-5
2.4 Pelabelan Graf	2-6

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB III METODOLOGI PENELITIAN

BAB IV PEMBAHASAN

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan	5-1
5.2 Saran.....	5-3

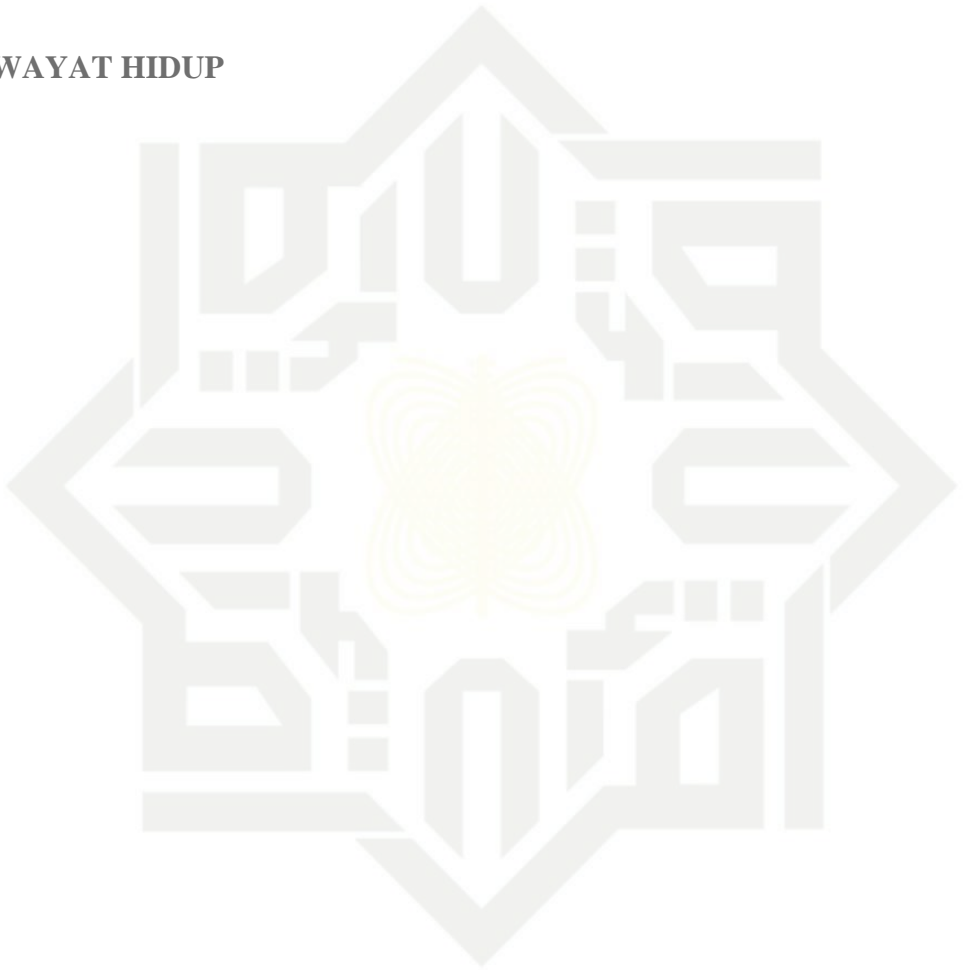
DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

$G(V, E)$: Graf G dengan himpunan titik tak kosong V dan himpunan sisi E
$V(G)$: Himpunan titik dari graf $G(V, E)$
$E(G)$: Himpunan sisi dari graf $G(V, E)$
$ V $: Banyak titik (<i>order</i>) dari graf $G(V, E)$
$ E $: Banyak sisi (<i>size</i>) dari graf $G(V, E)$
λ	: Pelabelan
tvs	: Nilai total ketakteraturan titik
tes	: Nilai total ketakteraturan sisi
ts	: Nilai ketakteraturan total
C_n	: Graf lingkaran dengan n titik
P_n	: Graf lintasan dengan n titik
W_n	: Graf roda dengan $n + 1$ titik
$Sp(m, r, l)$: Graf Seri Paralel (m, r, l)
m	: Banyak Longitude
r	: Titik pada setiap Longitude
l	: Level pada graf seri paralel
$wt(v)$: Bobot titik v
$wt(v_i, v_j)$: Bobot sisi e



DAFTAR GAMBAR

Gambar		Halaman
Gambar 2.1	Graf Sederhana.....	II-2
Gambar 2.2	Graf Tak Sederhana	II-2
Gambar 2.3	Graf Lingkaran C_4	II-4
Gambar 2.4	Graf Lintasan P_4	II-4
Gambar 2.5	Graf Roda W_6	II-5
Gambar 2.6	Graf Theta $\Theta(3,3)$	II-5
Gambar 2.7	a). Graf Theta Seragam $(\theta(5,1,3))$;	
	b). Graf Theta Tak Seragam $(\theta(4,4(1,0,1,0)))$	II-6
Gambar 2.8	Graf Seri Paralel $(5,1,5)$	II-6
Gambar 2.9	Pelabelan-11 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(6,2,2)$.	II-8
Gambar 2.10	Pelabelan-11 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(6,2,2)$...	II-17
Gambar 2.11	Pelabelan-9 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(3,2,2)$	II-20
Gambar 4.1	Pelabelan-5 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(3,2,2)$...	IV-2
Gambar 4.2	Pelabelan-7 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(4,2,2)$...	IV-3
Gambar 4.3	Pelabelan-8 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(5,2,2)$..	IV-5
Gambar 4.4	Pelabelan-9 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(6,2,2)$...	IV-7
Gambar 4.5	Pelabelan-10 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(7,2,2)$.	IV-9
Gambar 4.6	Pelabelan-12 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(8,2,2)$.	IV-11
Gambar 4.7	Pelabelan-13 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(9,2,2)$.	IV-14
Gambar 4.8	Pelabelan-14 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(10,2,2)$	IV-17
Gambar 4.9	Pelabelan-16 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(11,2,2)$	IV-20
Gambar 4.10	Pelabelan-17 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(12,2,2)$	IV-23
Gambar 4.11	Pelabelan-18 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(13,2,2)$	IV-27
Gambar 4.12	Pelabelan-20 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(14,2,2)$	IV-31
Gambar 4.13	Pelabelan-21 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(15,2,2)$	IV-35

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Banyaknya permasalahan dalam kehidupan sehari-hari mendorong manusia untuk mencari solusi yang secara tidak langsung permasalahan tersebut mendorong berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi. Matematika merupakan salah satu yang banyak memberikan alternatif dalam menyelesaikan permasalahan di segala bidang. Salah satu cabang matematika yang dapat menyelesaikan suatu permasalahan adalah teori graf (Clipperton dkk., 2008).

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Penelitian mengenai teori graf terus mengalami perkembangan. Salah satu pembahasan yang terus berkembang adalah pelabelan pada graf. Objek kajiannya berupa graf yang direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek pada tahun 1964. Berdasarkan jenis elemen-elemen yang dilabeli maka pelabelan dibagi ke dalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total. Jika domain dari pemetaan adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labeling*). Jika domain dari pemetaan adalah sisi, maka pelabelan disebut pelabelan sisi (*edge labeling*), dan jika domain dari pemetaan adalah titik dan sisi, maka disebut pelabelan total (*total labeling*) (Wallis, 2001).

Pelabelan- k total tak teratur adalah salah satu jenis dari pelabelan graf, didefinisikan sebagai pemetaan yang memasangkan unsur-unsur graf (titik dan sisi) yang dinotasikan dengan $\lambda: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ dimana k adalah suatu bilangan bulat positif. Suatu pelabelan $\lambda: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ dikatakan pelabelan- k total tak teratur titik dari graf G , jika setiap dua titik berbeda x dan y dari graf G memenuhi $wt(x) \neq wt(y)$. Nilai total ketakteraturan titik dari graf G yaitu label terbesar

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Ditanggung Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan- k total tak teratur titik, yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ (Bača, dkk., 2007).

Banyak sekali penelitian yang sudah dilakukan tentang pelabelan graf diantaranya, Penelitian Ahmad, A dkk., pada tahun 2014 diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf barisan diagonal $tvs(DLn) = \left\lfloor \frac{2n+3}{6} \right\rfloor$ untuk $n \geq 3$. Pada tahun 2016, Corry. C. M, dkk., memperoleh nilai total ketakteraturan titik pada graf hasil kali Comb P_m dan C_5 adalah $tvs(P_m \triangleright C_5) = \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$ untuk $m \geq 3$ dengan m bilangan ganjil, Pada tahun 2018, Oriza Sandriani memperoleh nilai total ketakteraturan titik dan sisi dari p -copy graf theta tak seragam dengan $tvs(p\theta(8,3, (3,0,3))) \geq \left\lfloor \frac{8p+2}{4} \right\rfloor = 2p + 1$ untuk p bilangan bulat positif dan $tes(p\theta(8,3, (3,0,3))) \geq \left\lfloor \frac{9p+2}{3} \right\rfloor = 3p + 1$ untuk p bilangan bulat positif. Pada tahun 2019 Bungah, N., memperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $(m, 1,2)$ untuk $m \geq 5$ adalah $tvs(sp(m, 1,2)) = \left\lfloor \frac{2m+2}{3} \right\rfloor$, dengan m bilangan bulat positif. Pada tahun yang sama Laraza, Y., memperoleh nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $(m, 1,3)$ untuk $m \geq 4$ adalah $tvs(sp(m, 1,3)) = \left\lfloor \frac{3m+2}{3} \right\rfloor$, dengan m bilangan bulat positif.

Pada tahun 2015, Rajasingh dan Arockiamary meneliti tentang nilai ketakteraturan sisi dari graf seri paralel. Graf seri paralel adalah pengembangan dari graf theta yang diperumum. Di dalam penelitian Rajasingh dan Arockiamary memperoleh $tes(sp(m, r, l)) \geq \left\lfloor \frac{lm(r+1)+2}{3} \right\rfloor$.

Berdasarkan uraian-uraian di atas, maka penulis tertarik untuk meneliti nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel dengan bentuk khusus, yaitu $sp(m, 2,2)$ untuk $m \geq 3$.



1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah “Bagaimana cara menentukan rumus umum nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$ ”.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah maka dapat dibatasi masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu nilai total ketakteraturan titik pada graf seri paralel $sp(m, 2, 2)$ dengan m banyaknya *longitude*, 2 titik pada setiap *longitude* dan 2 level pada graf seri paralel.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan rumus umum nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menambah pengetahuan penulis tentang graf dan cara mendapatkan rumus nilai ketakteraturan titik dari suatu graf, khususnya graf seri paralel.
2. Dapat dijadikan sebagai referensi bagi pihak-pihak yang membutuhkan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini mencakup lima bab, yaitu:

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.



BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi tentang pengertian graf, jenis-jenis graf, representasi graf seri paralel dan pelabelan graf.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi tentang metode penelitian dan langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan $tvs(sp(m, 2,2))$.

BAB IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini berisi tentang pembahasan dan hasil-hasil yang diperoleh dalam menentukan $tvs(sp(m, 2,2))$.

BAB V Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari penelitian dan saran.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

UIN SUSKA RIAU



BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Pengertian Graf

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Pengaitan titik-titik pada graf membentuk sisi dan dapat direpresentasikan sebagai suatu gambar.

Definisi 2.1 (Munir, R. 2012) Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) , ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul.

Definisi 2.1 menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak memiliki sisi satu buahpun, tetapi simpul harus ada, minimal satu. Graf yang tidak memiliki sisi dan hanya mempunyai satu simpul disebut graf trivial.

Simpul pada graf dapat diberi nama dengan huruf, seperti $a, b, c, \dots, v, w, \dots$, atau dengan bilangan asli $1, 2, 3, \dots$, atau gabungan keduanya. Misal u dan v adalah titik-titik G . Sedangkan sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v dinyatakan dengan pasangan (u, v) adalah sisi dari G atau dinyatakan dengan lambang e_1, e_2, \dots dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan simpul u dan simpul v berhubungan langsung (*adjacent*) di G , u dan v adalah titik-titik akhir dari sisi e , sisi e terkait (*incident*) dengan titik u atau v , maka e dapat ditulis $e = (u, v)$. Banyaknya titik dari graf $G = (V, E)$ disebut order yang dinotasikan dengan $V(G)$, sedangkan banyaknya sisi dari graf $G = (V, E)$ disebut size yang dinotasikan dengan $E(G)$.

2.2 Jenis-jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori atau jenis, tergantung pada sudut pandang pengelompokkannya. Pengelompokkan graf dapat dipandang

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

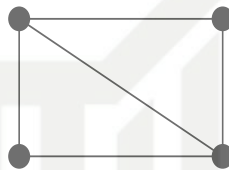
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang, berdasarkan jumlah titik atau berdasarkan orientasi arah pada sisi dan berdasarkan struktur.

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang pada suatu graf, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir, R. 2012):

1. Graf Sederhana (*simple graph*)

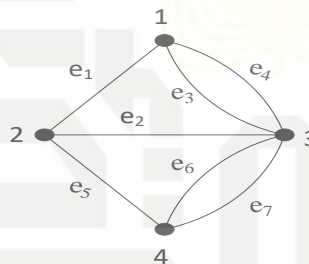
Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda maupun gelang. Pada graf sederhana sisi adalah pasangan tidak terurut (*unordered pairs*). Contoh dari graf sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Graf Sederhana

2. Graf Tak Sederhana (*unsimple graph*)

Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda maupun gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu: graf ganda (*multigraph*) dan graf semu (*pseudograph*). Contoh dari graf tak sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Graf Tak Sederhana

Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir, R. 2012):

1. Graf Tak Berarah (*undirected graph*)

Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan.



2. Graf Berarah (*directed graph*)

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada graf berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisinya diperhatikan atau sisinya berbeda.

Berdasarkan strukturnya, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi enam jenis, yaitu (Wibisono, 2008):

1. *Multigraph*

Multigraph adalah graf yang mempunyai satu atau lebih pasangan sisi ganda yang menghubungkan dua buah titiknya.

2. *Pseudograph*

Pseudograph adalah graf yang mempunyai satu atau lebih pasangan sisi ganda yang menghubungkan dua buah titiknya dan memiliki satu atau lebih *loop* pada titiknya.

3. *Trival graph*

Trival graph adalah graf yang hanya terdiri dari satu titik.

4. Graf Lengkap

Graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap titiknya terhubung dengan semua titik yang lain dengan hanya satu sisi. Graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan K_n . Setiap simpul pada K_n berderajat $n - 1$.

5. Graf Teratur

Graf teratur adalah graf yang setiap titiknya mempunyai sejumlah derajat yang sama. Apabila derajat setiap titiknya adalah r , maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur berderajat r .

6. *Bipartite Graph*

Bipartite Graph adalah suatu graf G yang apabila $V(G)$ merupakan gabungan dari dua himpunan tak kosong V_1 dan V_2 dan setiap sisi dalam G menghubungkan suatu titik pada V_1 dengan titik pada V_2 .

Terdapat beberapa jenis graf sederhana khusus yang sering ditemukan pada pembahasan mengenai teori graf. Berikut terdapat beberapa graf sederhana khusus, yaitu :

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

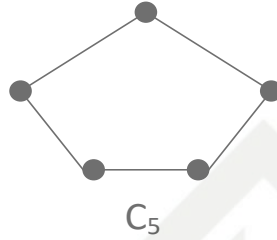


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Graf Lingkaran (*cycle graph*)

Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dilambangkan dengan C_n . Jika simpul-simpul pada C_n adalah v_1, v_2, \dots, v_n maka sisi-sisinya adalah $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_n - 1, v_n)$. Berikut ini adalah contoh dari graf lingkaran :



Gambar 2.3 Graf Lingkaran C_5

2. Graf Lintasan (*path graph*)

Graf lintasan merupakan suatu lintasan yang panjangnya $n - 1$ dari simpul awal v_1 kesimpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, v_n - 1, e_n - 1, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_n - 1, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G . Berikut ini contoh graf lintasan :



Gambar 2.4 Graf Lintasan untuk P_4

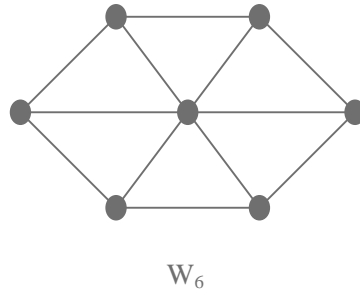
3. Graf Roda (*wheel graph*)

Graf roda dibentuk dari C_n dengan $n \geq 3$, dan hubungan titik baru ke masing-masing n titik di C_n dengan sisi baru (Rosen, 2007). Graf roda dinotasikan dengan W_n yang terdiri dari $n + 1$ titik dan $2n$ sisi.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

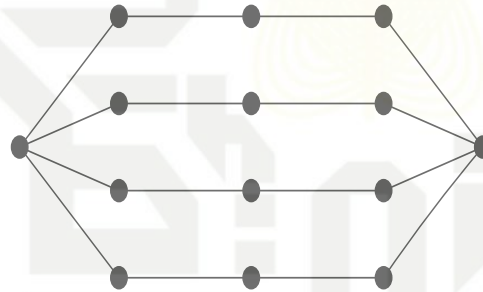


Gambar 2.5 Graf Roda untuk W_6

2.3 Graf Theta dan Graf Seri Paralel

a. Graf Theta

Definisi 2.2 (Rajasingh, dan Arockiamary 2015) Graf theta $\Theta(n, m)$ atau graf theta dengan n titik mempunyai dua titik N dan S yang berderajat m sedemikian sehingga setiap titik yang lain berderajat dua terletak pada salah satu dari m lintasan yang bergabung dengan titik N dan S . Dua titik N dan S berturut-turut disebut kutub utara dan kutub selatan. Sebuah lintasan antara kutub utara dan kutub selatan disebut *longitude*. Sebuah *longitude* dinotasikan dengan L . Adapun notasi untuk suatu graf theta yaitu $\theta(n, m, r)$ dimana n adalah jumlah titik pada graf theta, m adalah banyak *longitude* dan r adalah jumlah titik pada setiap *longitude*.

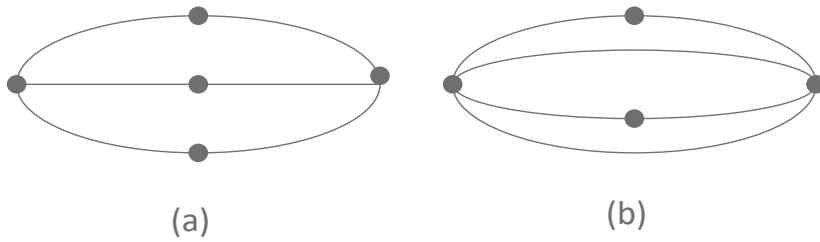


Gambar 2.6 Graf Theta

Sebuah graf theta dikatakan seragam jika $|L_1| = |L_2| = \dots = |L_m|$ dengan $|L_m|$ adalah *longitude* ke- i dari $\Theta(n, m)$ dan $i = 1, 2, \dots, m$. Jika sebaliknya maka dikatakan graf theta tak seragam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

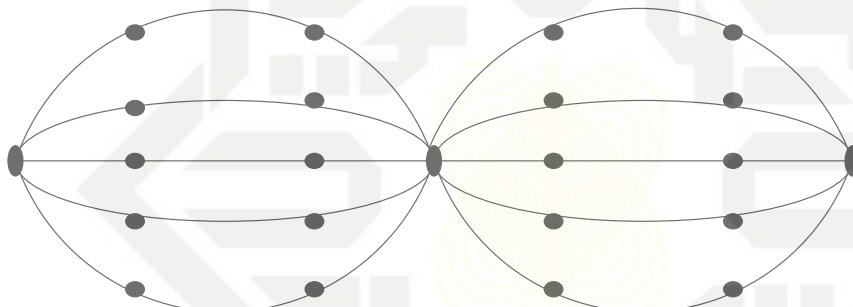
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 2.6a.) Graf Theta Seragam ($\theta(5, 3, 1)$); b.) Graf Theta Tak Seragam ($\theta(4, 4, (1, 0, 1, 0))$)

b. Graf Seri Paralel

Definisi 2.3 (Rajasingsh, dan Arockiamary 2015) Graf seri paralel pada G adalah suatu graf rantai dimana setiap bloknya merupakan graf theta yang diperumum. Graf seri paralel dinotasikan dengan $sp(m, r, l)$.



Gambar 2.7 Graf seri paralel $sp(5,2,2)$

2.4 Pelabelan Graf

Pelabelan suatu graf adalah pemetaan yang memasangkan unsur graf yaitu titik atau sisi dengan bilangan bulat positif. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli maka pelabelan dibagi kedalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi dan pelabelan total. Jika domain dari pemetaan adalah titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labeling*). Jika domainnya adalah sisi, maka pelabelan disebut pelabelan sisi (*edge labeling*) dan jika domain dari pemetaan adalah total, maka pelabelan disebut pelabelan total (*total labeling*).

Bobot (*weight*) dari elemen graf merupakan jumlah dari semua label yang berhubungan dengan graf tersebut (Wallis, 2001). Bobot dari titik v pada pelabelan total adalah label titik v ditambah dengan jumlah semua label sisi yang terkait dengan v yaitu:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(v) = \lambda(v) + \sum_{uv \in E} \lambda(uv)$$

Pelabelan total tak teratur pertama kali diperkenalkan oleh Bača, dkk, dkk pada tahun 2007. Pelabelan total tak teratur terdiri dari pelabelan total tak teratur titik, pelabelan total tak teratur sisi, dan pelabelan total tak teratur total. Selanjutnya akan dibahas tentang pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur sisi.

a. Pelabelan Total Tak Teratur Titik

Pelabelan total tak teratur titik pertama kali diperkenalkan oleh Baca, dkk pada tahun 2007. Adapun defenisi menurut Baca, dkk pelabelan total tak teratur titik diberikan defenisi 2.4 berikut :

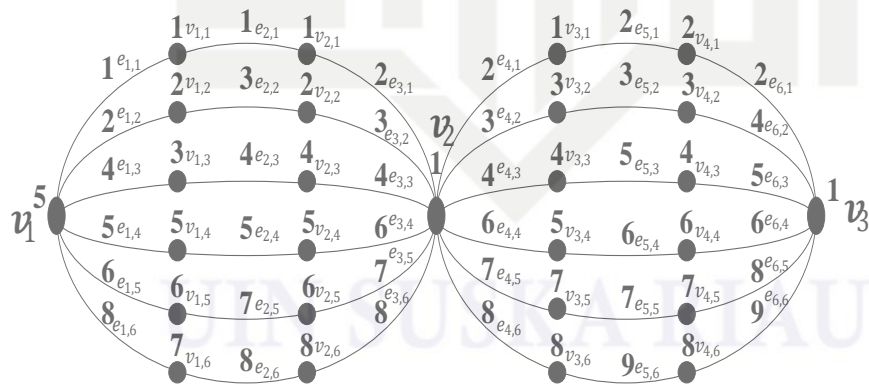
Defenisi 2.4 (Baca, dkk, 2007) Suatu graf $G = (V, E)$ dengan himpunan titik V dan himpunan E yang mempunyai pelabelan $\lambda : V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ disebut pelabelan- k total tak teratur titik dari graf G jika untuk setiap titik x dan y yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$.

$wt(x)$ merupakan bobot titik x yang dinyatakan sebagai :

$$wt(v) = \lambda(x) + \sum_{xy \in E} \lambda(xy)$$

Nilai total ketakteraturan titik (*total vertex irregularity strength*) dari graf G , yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total takteratur titik.

Berikut akan disajikan contoh pelabelan- k total tak teratur titik pada graf $sp(6,2,2)$





Gambar 2.8 Pelabelan-9 Total Tak Teratur Titik pada Graf $sp(6,2,2)$

Selanjutnya, akan dihitung bobot setiap titik pada graf $sp(6,2,2)$, dengan cara menjumlahkan setiap label titik dan label sisi yang terkait dengan titik tersebut. Perhitungan bobot titik pada graf $sp(6,2,2)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 wt(v_{1,1}) &= \lambda(v_{1,1}) + \lambda(e_{1,1}) + \lambda(e_{2,1}) = 1 + 1 + 1 = 3 \\
 wt(v_{1,2}) &= \lambda(v_{1,2}) + \lambda(e_{1,2}) + \lambda(e_{2,2}) = 2 + 2 + 3 = 7 \\
 wt(v_{1,3}) &= \lambda(v_{1,3}) + \lambda(e_{1,3}) + \lambda(e_{2,3}) = 4 + 3 + 4 = 11 \\
 wt(v_{1,4}) &= \lambda(v_{1,4}) + \lambda(e_{1,4}) + \lambda(e_{2,4}) = 5 + 5 + 5 = 15 \\
 wt(v_{1,5}) &= \lambda(v_{1,5}) + \lambda(e_{1,5}) + \lambda(e_{2,5}) = 6 + 6 + 7 = 19 \\
 wt(v_{1,6}) &= \lambda(v_{1,6}) + \lambda(e_{1,6}) + \lambda(e_{2,6}) = 8 + 7 + 8 = 23 \\
 wt(v_{2,1}) &= \lambda(v_{2,1}) + \lambda(e_{2,1}) + \lambda(e_{3,1}) = 1 + 1 + 2 = 4 \\
 wt(v_{2,2}) &= \lambda(v_{2,2}) + \lambda(e_{2,2}) + \lambda(e_{3,2}) = 2 + 3 + 3 = 8 \\
 wt(v_{2,3}) &= \lambda(v_{2,3}) + \lambda(e_{2,3}) + \lambda(e_{3,3}) = 4 + 4 + 4 = 12 \\
 wt(v_{2,4}) &= \lambda(v_{2,4}) + \lambda(e_{2,4}) + \lambda(e_{3,4}) = 5 + 5 + 6 = 16 \\
 wt(v_{2,5}) &= \lambda(v_{2,5}) + \lambda(e_{2,5}) + \lambda(e_{3,5}) = 6 + 7 + 7 = 20 \\
 wt(v_{2,6}) &= \lambda(v_{2,6}) + \lambda(e_{2,6}) + \lambda(e_{3,6}) = 8 + 8 + 8 = 24 \\
 wt(v_{3,1}) &= \lambda(v_{3,1}) + \lambda(e_{4,1}) + \lambda(e_{5,1}) = 2 + 1 + 2 = 5 \\
 wt(v_{3,2}) &= \lambda(v_{3,2}) + \lambda(e_{4,2}) + \lambda(e_{5,2}) = 3 + 3 + 3 = 9 \\
 wt(v_{3,3}) &= \lambda(v_{3,3}) + \lambda(e_{4,3}) + \lambda(e_{5,3}) = 5 + 4 + 4 = 13 \\
 wt(v_{3,4}) &= \lambda(v_{3,4}) + \lambda(e_{4,4}) + \lambda(e_{5,4}) = 6 + 5 + 6 = 17 \\
 wt(v_{3,5}) &= \lambda(v_{3,5}) + \lambda(e_{4,5}) + \lambda(e_{5,5}) = 7 + 7 + 7 = 21 \\
 wt(v_{3,6}) &= \lambda(v_{3,6}) + \lambda(e_{4,6}) + \lambda(e_{5,6}) = 9 + 8 + 8 = 25 \\
 wt(v_{4,1}) &= \lambda(v_{4,1}) + \lambda(e_{5,1}) + \lambda(e_{6,1}) = 2 + 2 + 2 = 6 \\
 wt(v_{4,2}) &= \lambda(v_{4,2}) + \lambda(e_{5,2}) + \lambda(e_{6,2}) = 3 + 3 + 4 = 10 \\
 wt(v_{4,3}) &= \lambda(v_{4,3}) + \lambda(e_{5,3}) + \lambda(e_{6,3}) = 5 + 4 + 5 = 14 \\
 wt(v_{4,4}) &= \lambda(v_{4,4}) + \lambda(e_{5,4}) + \lambda(e_{6,4}) = 6 + 6 + 6 = 18 \\
 wt(v_{4,5}) &= \lambda(v_{4,5}) + \lambda(e_{5,5}) + \lambda(e_{6,5}) = 7 + 7 + 8 = 22 \\
 wt(v_{4,6}) &= \lambda(v_{4,6}) + \lambda(e_{5,6}) + \lambda(e_{6,6}) = 9 + 8 + 9 = 26 \\
 wt(v_1) &= \lambda(v_1) + \lambda(e_{1,1}) + \dots + \lambda(e_{1,6}) + \lambda(e_{2,1}) + \dots + \lambda(e_{2,6}) \\
 &= 5 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 1 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 = 57 \\
 wt(v_2) &= \lambda(v_2) + \lambda(e_{3,1}) + \dots + \lambda(e_{3,6}) + \lambda(e_{4,1}) + \dots + \lambda(e_{4,6}) \\
 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 1 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 = 59
 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned} wt(v_3) &= \lambda(v_3) + \lambda(e_{5,1}) + \dots + \lambda(e_{5,6}) + \lambda(e_{6,1}) + \dots + \lambda(e_{6,6}) \\ &= 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 = 65 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan bobot titik pada graf $sp(6,2,2)$ diperoleh bobot setiap titik berbeda. Oleh karena itu, λ adalah pelabelan-9 total tak teratur titik pada graf $sp(6,2,2)$.

Hasil penelitian tentang nilai total ketakteraturan titik diberikan pada teorema-teorema berikut:

Teorema 2.1 (Bača,dkk., 2007) Misalkan G adalah graf (p, q) dengan derajat minimum δ dan derajat maksimum Δ , maka:

$$\left\lfloor \frac{p + \delta}{\Delta + 1} \right\rfloor \leq tvs(G) \leq p + \Delta - 2\delta + 1.$$

Teorema 2.2 (Nurdin,dkk., 2010) Misalkan G adalah suatu graf yang mempunyai n_i titik berderajat i dengan $i = \delta, \delta + 1, \delta + 2, \dots, \Delta$ dengan δ dan Δ adalah derajat minimum dan maksimum titik dari G , maka:

$$tvs(G) \geq \max \left\{ \left\lfloor \frac{\delta + n_\delta}{\delta + 1} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{\delta + n_\delta + n_{\delta+1}}{\delta + 2} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{\delta + \sum_{i=\delta}^{\Delta} (n_i)}{\Delta + 1} \right\rfloor \right\}.$$

Teorema 2.3 (Bungah, 2019) Misalkan $sp(m, 1, 2)$ adalah graf seri paralel dengan m banyaknya *longitude* 1 banyaknya titik pada setiap *longitude*, dan 2 banyaknya level pada graf tersebut, maka berlaku

$$tvs(sp(m, 1, 2)) \geq \left\lfloor \frac{2m+2}{3} \right\rfloor, \text{ untuk } m \text{ bilangan bulat positif.}$$

Bukti:

Perhatikan bahwa banyaknya *longitude* pada graf seri paralel $sp(m, 1, 2)$ adalah m , dengan derajat minimumnya 2, dan jumlah titik yang berderajat 2 pada graf

seri paralel $sp(m, 1, 2)$ adalah $4m$. Berdasarkan Teorema 2.5 diperoleh $\left\lfloor \frac{2m+2}{3} \right\rfloor \leq tvs(sp(m, 1, 2)) \leq \left\lfloor \frac{2m+2}{3} \right\rfloor$ atau dapat dituliskan juga dengan

$$tvs(sp(m, 1, 2)) \geq \left\lfloor \frac{2m+2}{3} \right\rfloor = \frac{2m+2}{3}.$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa $tv_s(sp(m, 1, 2)) \leq \lceil \frac{2m+2}{3} \rceil$. Hal ini akan dibuktikan dengan menunjukkan adanya pelabelan $\lceil \frac{2m+2}{3} \rceil$ total tak teratur titik pada graf seri paralel $sp(m, 1, 2)$, dimana m bilangan bulat positif.

Definisikan pelabelan $\lceil \frac{2m+2}{3} \rceil$ total tak teratur titik pada graf seri paralel $sp(m, 1, 2)$ sebagai berikut:

- a) Label sisi (*edge*) pada graf seri paralel $sp(m, 1, 2)$ untuk m bilangan bulat positif dan $1 \leq i \leq n$;

$$\lambda(e_{i,j}) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2i+1) & \text{untuk } j = 1,4,7,10,\dots \\ \frac{1}{3}(2i+2) & \text{untuk } j = 2,5,8,11,\dots \\ \frac{2i}{3} + 1 & \text{untuk } j = 3,6,9,12,\dots \end{cases} \quad (2.1)$$

- b) Label titik (*vertex*) pada graf $sp(m, 1, 2)$ untuk m bilangan bulat positif dan $1 \leq i \leq n$;

$$\lambda(v_{i,j}) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2i+1) & \text{untuk } j = 1,4,7,10,\dots \\ \frac{1}{3}(2i-1) & \text{untuk } j = 2,5,8,11,\dots \\ \frac{2i}{3} - 1 & \text{untuk } j = 3,6,9,12,\dots \end{cases} \quad (2.2)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\lambda(v_{2,j}) = \begin{cases} \frac{1}{3}(2i + 4) & \text{untuk } j = 1,4,7,10,\dots \\ \frac{1}{3}(2i + 2) & \text{untuk } j = 2,5,8,11,\dots \\ \frac{2i}{3} & \text{untuk } j = 3,6,9,12,\dots \end{cases} \quad (2.3)$$

Berdasarkan rumus label sisi dan label titik di atas, maka dapat dirumuskan juga bobot titik dari graf seri paralel $sp(m, 1,2)$ dengan $1 \leq i \leq m$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} wt(v_{1,j}) &= 2n + 1 \text{ untuk } 1 \leq j \leq m \\ wt(v_{2,j}) &= 2n + 2 \text{ untuk } 1 \leq j \leq m \end{aligned} \quad (2.4)$$

Perhatikan bahwa pelabelan $\lambda: V \cup E \rightarrow \left\{1, 2, 3, \dots, \frac{2m+2}{3}\right\}$. Bobot titik dari graf seri paralel $sp(m,1,2)$ pada Persamaan (2.4) untuk $1 \leq j \leq n$ dan $i=1$ adalah bilangan bulat positif berurutan mulai dari 3 sampai $2n + 1$, untuk $1 \leq j \leq n$ dan $i=2$ adalah bilangan bulat positif berurutan mulai dari 4 sampai $2n + 2$. Hal tersebut mengakibatkan bobot setiap titik dari graf seri paralel $sp(m, 1,2)$ berbeda. Oleh karena itu, λ adalah pelabelan- $\left(\frac{2m+2}{3}\right)$ total tak teratur titik dari graf seri paralel $sp(m, 1,2)$ dimana m bilangan bulat positif. Jadi, dapat disimpulkan bahwa $tvs(sp(m, 1,2)) \leq \left(\frac{2m+2}{3}\right)$.

Oleh karena $tvs(sp(m, 1,2)) \geq \frac{2m+2}{3}$ dan $tvs(sp(m, 1,2)) \leq \frac{2m+2}{3}$, maka terbukti bahwa nilai total ketakaturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 1,2)$ dimana m bilangan bulat positif adalah $tvs(sp(m, 1,2)) = \frac{2m+2}{3}$.

b. Pelabelan Total Tak Teratur Sisi

Pelabelan total tak teratur sisi juga diperkenalkan oleh Bača,dkk.,dan juga banyak digunakan untuk mencari nilai total ketakaturan sisi berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total takteratur sisi:

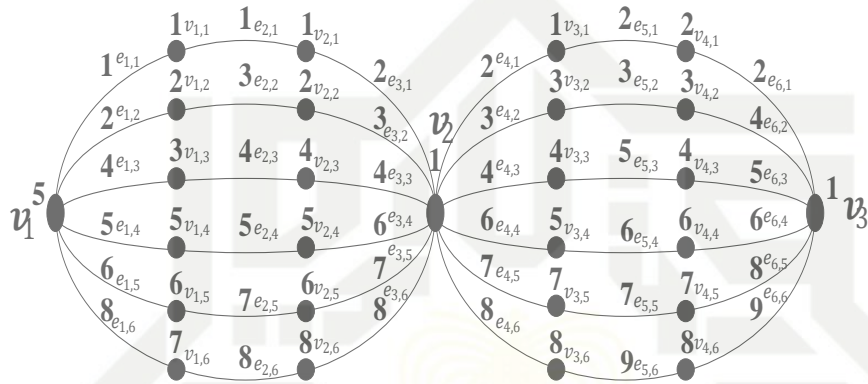


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Definisi 2.5 (Bača,dkk.,2007) Pelabelan- k total dikatakan pelabelan- k total tak teratur sisi dari graf G , jika untuk sembarang dua sisi $e = u_1v_1$ dan $w = u_2v_2$ yang berbeda di graf G berlaku $wt(e) \neq wt(w)$, dengandan $wt(w) = f(u_2) + f(v_2) + f(e)$. Nilai total ketakteraturan sisi (*total edge irregularity strength*) dari graf G , yang dinotasikan dengan $tes(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur sisi.

Berikut contoh pelabelan- k total tak teratur sisi pada graf $sp(6,2,2)$.



Gambar 2.9 Pelabelan-9 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(6,2,2)$

$$\begin{aligned}
 wt(e_{1,1}) &= \lambda(e_{1,1}) + \lambda(v_{1,1}) + \lambda(v_1) = 1 + 1 + 6 = 8 \\
 wt(e_{1,2}) &= \lambda(e_{1,2}) + \lambda(v_{1,2}) + \lambda(v_1) = 2 + 2 + 6 = 10 \\
 wt(e_{1,3}) &= \lambda(e_{1,3}) + \lambda(v_{1,3}) + \lambda(v_1) = 3 + 4 + 6 = 13 \\
 wt(e_{1,4}) &= \lambda(e_{1,4}) + \lambda(v_{1,4}) + \lambda(v_1) = 5 + 5 + 6 = 16 \\
 wt(e_{1,5}) &= \lambda(e_{1,5}) + \lambda(v_{1,5}) + \lambda(v_1) = 6 + 6 + 6 = 18 \\
 wt(e_{1,6}) &= \lambda(e_{1,6}) + \lambda(v_{1,6}) + \lambda(v_1) = 7 + 8 + 6 = 20 \\
 wt(e_{2,1}) &= \lambda(e_{2,1}) + \lambda(v_{1,1}) + \lambda(v_{2,1}) = 1 + 1 + 1 = 3 \\
 wt(e_{2,2}) &= \lambda(e_{2,2}) + \lambda(v_{1,2}) + \lambda(v_{2,2}) = 3 + 2 + 2 = 7 \\
 wt(e_{2,3}) &= \lambda(e_{2,3}) + \lambda(v_{1,3}) + \lambda(v_{2,3}) = 4 + 4 + 4 = 12 \\
 wt(e_{2,4}) &= \lambda(e_{2,4}) + \lambda(v_{1,4}) + \lambda(v_{2,4}) = 5 + 5 + 5 = 15 \\
 wt(e_{2,5}) &= \lambda(e_{2,5}) + \lambda(v_{1,5}) + \lambda(v_{2,5}) = 7 + 6 + 6 = 19 \\
 wt(e_{2,6}) &= \lambda(e_{2,6}) + \lambda(v_{1,6}) + \lambda(v_{2,6}) = 8 + 8 + 8 = 24 \\
 wt(e_{3,1}) &= \lambda(e_{3,1}) + \lambda(v_{2,1}) + \lambda(v_2) = 2 + 1 + 1 = 4
 \end{aligned}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(e_{3,2}) = \lambda(e_{3,2}) + \lambda(v_{2,2}) + \lambda(v_2) = 3 + 2 + 1 = 6$$

$$wt(e_{3,3}) = \lambda(e_{3,3}) + \lambda(v_{2,3}) + \lambda(v_2) = 4 + 4 + 1 = 9$$

$$wt(e_{3,4}) = \lambda(e_{3,4}) + \lambda(v_{2,4}) + \lambda(v_2) = 6 + 5 + 1 = 12$$

$$wt(e_{3,5}) = \lambda(e_{3,5}) + \lambda(v_{2,5}) + \lambda(v_2) = 7 + 6 + 1 = 14$$

$$wt(e_{3,6}) = \lambda(e_{3,6}) + \lambda(v_{2,6}) + \lambda(v_2) = 8 + 8 + 1 = 17$$

$$wt(e_{4,1}) = \lambda(e_{4,1}) + \lambda(v_{3,1}) + \lambda(v_2) = 1 + 2 + 1 = 4$$

$$wt(e_{4,2}) = \lambda(e_{4,2}) + \lambda(v_{3,2}) + \lambda(v_2) = 3 + 3 + 1 = 7$$

$$wt(e_{4,3}) = \lambda(e_{4,3}) + \lambda(v_{3,3}) + \lambda(v_2) = 4 + 5 + 1 = 10$$

$$wt(e_{4,4}) = \lambda(e_{4,4}) + \lambda(v_{3,4}) + \lambda(v_2) = 5 + 6 + 1 = 12$$

$$wt(e_{4,5}) = \lambda(e_{4,5}) + \lambda(v_{3,5}) + \lambda(v_2) = 7 + 7 + 1 = 15$$

$$wt(e_{4,6}) = \lambda(e_{4,6}) + \lambda(v_{3,6}) + \lambda(v_2) = 8 + 9 + 1 = 18$$

$$wt(e_{5,1}) = \lambda(e_{5,1}) + \lambda(v_{4,1}) + \lambda(v_{3,1}) = 2 + 2 + 2 = 5$$

$$wt(e_{5,2}) = \lambda(e_{5,2}) + \lambda(v_{4,2}) + \lambda(v_{3,2}) = 3 + 3 + 3 = 9$$

$$wt(e_{5,3}) = \lambda(e_{5,3}) + \lambda(v_{4,3}) + \lambda(v_{3,3}) = 4 + 5 + 5 = 14$$

$$wt(e_{5,4}) = \lambda(e_{5,4}) + \lambda(v_{4,4}) + \lambda(v_{3,4}) = 6 + 6 + 6 = 18$$

$$wt(e_{5,5}) = \lambda(e_{5,5}) + \lambda(v_{4,5}) + \lambda(v_{3,5}) = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$wt(e_{5,6}) = \lambda(e_{5,6}) + \lambda(v_{4,6}) + \lambda(v_{3,6}) = 8 + 9 + 9 = 26$$

$$wt(e_{6,1}) = \lambda(e_{6,1}) + \lambda(v_3) + \lambda(v_{4,1}) = 2 + 1 + 2 = 5$$

$$wt(e_{6,2}) = \lambda(e_{6,2}) + \lambda(v_3) + \lambda(v_{4,2}) = 4 + 1 + 3 = 8$$

$$wt(e_{6,3}) = \lambda(e_{6,3}) + \lambda(v_3) + \lambda(v_{4,3}) = 5 + 1 + 5 = 11$$

$$wt(e_{6,4}) = \lambda(e_{6,4}) + \lambda(v_3) + \lambda(v_{4,4}) = 6 + 1 + 6 = 13$$

$$wt(e_{6,5}) = \lambda(e_{6,5}) + \lambda(v_3) + \lambda(v_{4,5}) = 8 + 1 + 7 = 16$$

$$wt(e_{6,6}) = \lambda(e_{6,6}) + \lambda(v_3) + \lambda(v_{4,6}) = 9 + 1 + 9 = 19$$

Hasil perhitungan bobot sisi pada graf $sp(6,2,2)$ diperoleh bobot setiap sisi berbeda. Oleh karena itu, λ adalah pelabelan-9 total tak teratur sisi pada graf $sp(6,2,2)$.

Penelitian mengenai nilai $tes(G)$ dilakukan oleh Bača,dkk., dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada teorema berikut ini:

Teorema 2.4 (Bača,dkk., 2007) Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf dengan himpunan titik V dan himpunan sisi tak kosong E , maka:

$$\left\lfloor \frac{|E| + 2}{3} \right\rfloor \leq tes(G) \leq |E|$$

Teorema 2.5 (Rajasingh, dkk., 2015) Diberikan $sp(m, r, l)$, $l \geq 2$ adalah graf seri paralel, maka:

$$tes(sp(m, r, l)) \geq \left\lceil \frac{lm(r+1)+2}{3} \right\rceil$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



UIN SUSKA RIAU



BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi yang digunakan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini adalah metode studi pustaka (*literature*) yang bertujuan mengumpulkan data dan informasi yang dibutuhkan dalam penelitian yang berasal dari beberapa sumber, diantaranya : buku-buku, jurnal serta artikel yang berhubungan dengan penelitian ini. Berdasarkan rumusan masalah, permasalahan yang akan diteliti yaitu tentang menentukan nilai total ketakaturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 2, 2)$.

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan nilai total ketakaturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 2, 2)$ sebagai berikut :

1. Menentukan batas bawah dari $tvs(sp(m, 2, 2))$ untuk $m \geq 3$.
2. Menentukan pelabelan- k total tak teratur titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m = 3, 4, \dots, 15$ dengan menggunakan label terbesar sebesar batas bawah yang diperoleh pada Langkah 1.
3. Menentukan rumus pelabelan titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$, dengan mengacu pada pelabelan yang terdapat pada langkah 2.
4. Menentukan rumus pelabelan sisi dengan graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$, dengan mengacu pada pelabelan yang terdapat pada langkah 2.
5. Menentukan rumus bobot titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$ menggunakan rumus yang diperoleh pada langkah 3 dan langkah 4.
6. Membuktikan bahwa pelabelan yang dirumuskan pada langkah 3 dan langkah 4 merupakan pelabelan total tak teratur titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$.
7. Mengaplikasikan rumus nilai ketakaturan titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan isi dari Bab IV tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ disimpulkan bahwa $tv_s(sp(m, 2, 2)) = \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$ untuk $m \geq 3$. Hal ini dibuktikan dengan menunjukkan bahwa $tv_s(sp(m, 2, 2)) \geq \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$ dan $tv_s(sp(m, 2, 2)) \leq \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$. Untuk menunjukkan $tv_s(sp(m, 2, 2)) \leq \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$ akan dibuktikan dengan cara menunjukkan adanya pelabelan- $\left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$ total tak teratur titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk m bilangan asli dan $m \geq 3$, yaitu:

a. Pelabelan titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ sebagai berikut:

$$\lambda(v_1) = \begin{cases} 7 & ; \text{jika } m = 4 \\ 5 & ; \text{jika } m = 5 \\ 1 & ; \text{jika } m \geq 6 \end{cases}$$

$$\lambda(v_2) = 1$$

$$\lambda(v_3) = \begin{cases} 6 & ; \text{jika } m = 3 \\ 4 & ; \text{jika } m = 4 \\ 1 & ; \text{jika } m \geq 5 \end{cases}$$

b. Pelabelan sisi dari graf $Sp(m, 2, 2)$ yaitu:

$$\lambda(e_{1,j}) = \begin{cases} 1 + (j - 1) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 1(\text{mod } 3) \\ 2 + (j - 2) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 2(\text{mod } 3) \\ 4 + (j - 3) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 0(\text{mod } 3) \end{cases}$$

$$\lambda(e_{2,j}) = \begin{cases} 1 + (j - 1) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 1(\text{mod } 3) \\ 3 + (j - 2) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 2(\text{mod } 3) \\ 4 + (j - 3) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 0(\text{mod } 3) \end{cases}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

© Hak Cipta dilindungi UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\lambda(e_{3,j}) = \begin{cases} 2 + (j - 1) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 1(\text{mod } 3) \\ 3 + (j - 2) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 2(\text{mod } 3) \\ 4 + (j - 3) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 0(\text{mod } 3) \end{cases}$$

$$\lambda(e_{4,j}) = \begin{cases} 2 + (j - 1) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 1(\text{mod } 3) \\ 3 + (j - 2) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 2(\text{mod } 3) \\ 4 + (j - 3) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 0(\text{mod } 3) \end{cases}$$

$$\lambda(e_{5,j}) = \begin{cases} 2 + (j - 1) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 1(\text{mod } 3) \\ 3 + (j - 2) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 2(\text{mod } 3) \\ 5 + (j - 3) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 0(\text{mod } 3) \end{cases}$$

$$\lambda(e_{6,j}) = \begin{cases} 2 + (j - 1) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 1(\text{mod } 3) \\ 4 + (j - 2) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 2(\text{mod } 3) \\ 5 + (j - 3) \frac{4}{3} & ; \text{jika } j \equiv 0(\text{mod } 3) \end{cases}$$

Berdasarkan pelabelan diatas, diperoleh bobot titik dari graf $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$, sebagai berikut:

$$wt(v_{1,j}) = 4j - 1 \text{ jika } m \equiv 1(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 2(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 0(\text{mod } 3)$$

$$wt(v_{2,j}) = 4j \text{ jika } m \equiv 1(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 2(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 0(\text{mod } 3)$$

$$wt(v_{3,j}) = 4j + 1 \text{ jika } m \equiv 1(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 2(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 0(\text{mod } 3)$$

$$wt(v_{4,j}) = 4j + 2 \text{ jika } m \equiv 1(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 2(\text{mod } 3) \text{ dan } m \equiv 0(\text{mod } 3)$$

Sedangkan bobot titik (v_i) yang dinotasikan dengan $wt(v_i)$ adalah:

1. Untuk $m \equiv 1(\text{mod } 3)$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$wt(v_1) = \frac{12m^2 + 6m + 18}{18}$$

$$wt(v_2) = \frac{12m^2 + 18m + 12}{18}$$

$$wt(v_3) = \frac{12m^2 + 30m - 12}{18}$$

2. Untuk $m \equiv 2(mod 3)$

$$wt(v_1) = \frac{12m^2 + 2m + 12}{18}$$

$$wt(v_2) = \frac{12m^2 + 18m + 60}{18}$$

$$wt(v_3) = \frac{12m^2 + 30m + 18}{18}$$

3. Untuk $m \equiv 0(mod 3)$

$$wt(v_1) = \frac{12m^2 + 6m + 18}{18}$$

$$wt(v_2) = \frac{12m^2 + 18m + 54}{18}$$

$$wt(v_3) = \frac{12m^2 + 30m + 18}{18}$$

Oleh karena itu disimpulkan bahwa nilai total ketakteraturan titik dari graf seri paralel $sp(m, 2, 2)$ untuk $m \geq 3$ adalah $tv_s(sp(m, 2, 2)) \geq \left\lfloor \frac{4m+2}{3} \right\rfloor$.

5.2 Saran

Berdasarkan Tugas Akhir ini penulis membahas tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 2, 2)$. Bagi pembaca yang berminat untuk meneruskan tugas akhir ini, penulis sarankan untuk melanjutkan pembahasan tentang nilai total ketakteraturan titik dari graf $sp(m, 2, 3)$ atau graf lainnya seperti graf Honey, Butterfly, dll.



DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, A, dkk. “Total Vertex Irregularity Strength Of Ladder Related Graphs”*Skripsi*.Science International(Lahore), 2014.
- Bača,dkk. “On Irregular Total Labeling” *Discrete Mathematics*, 2007.
- Chipperton, J. $L(d,2,1)$ Labeling of Simple Graphs. *Rose-Hulman Institute of Tecnology Undergraduate Math Journal*, volume 9, 2008.
- Corry. C. M. dan Riyati, R. “Nilai Total Ketakteraturan Titik Pada Graf Hasil Kali Comb P_m dan C_5 dengan m Bilangan Ganjil”*Skripsi*. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Suska Riau, Pekanbaru, 2016.
- Munir, R “*Matematika Diskrit*”. Edisi Kelima. Informatika Bandung, Bandung, . 2012.
- Nurdin, dkk. “On Total Vertex Irregular Strength of a Disjoint Union of t Copies of a Path”. *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing*. Bandung, 2010.
- Rajasingh, dan Arockiamary. “Total Edge Irregularity Strength Of Series Parallel Graphs”. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. India, 2015.
- Rosen. “*Discrete Mathematics and Its Applications*”. Edisi Ketujuh. McGraw-Hill. New York, 2007.
- Riskawati. “Nilai Ketidakteraturan Pada Graf Seri Paralel (Irregular Strength Of Series Parallel Graphs)”*Skripsi*. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Hasanuddin. Makassar, 2017.
- Wallis. “*Magic Graphs*”. Boston••auser, 2001.
- Wibisono, S. “*Matematika Diskrit*”. Edisi Kedua. Graha Ilmu, Yogyakarta, 2008.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.