

Optimalisasi Portofolio Komoditas Menggunakan *Linier Quadratic (LQ)*

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

oleh :

SELVIA NINGSIH
11754201931



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

Optimalisasi Portofolio Komoditas Menggunakan *Linier Quadratic (LQ)*

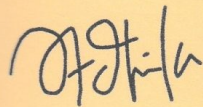
TUGAS AKHIR

oleh:

SELVIA NINGSIH
11754201931

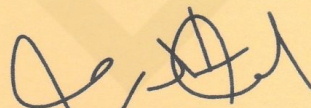
Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada 22 Juli 2021

Ketua Program Studi



Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Pembimbing



Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.
NIP/NIK. 19840803 201101 1 005

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

Optimalisasi Portofolio Komoditas Menggunakan *Linier Quadratic (LQ)*

TUGAS AKHIR

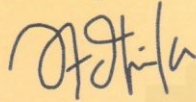
oleh:

SELVIA NINGSIH
11754201931

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 22 Juli 2021

Pekanbaru, 22 Juli 2021
Mengesahkan

Ketua Program Studi

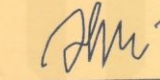


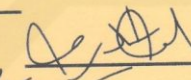
Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

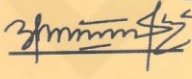


Dr. Hartono, M.Pd
NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI :

Ketua : Dr. Yuslenita Muda, M.Sc 

Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc 

Anggota I : Irma Suryani, M.Sc 

Anggota II : Mohammad Soleh, M.Sc 



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 22 Juli 2021

Yang membuat pernyataan,

SELVIA NINGSIH
NIM: 11754201931

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillah rabbil'alamin, karya ini penulis persembahkan:

Untuk diri sendiri, terima kasih sudah mau bertahan sampai detik ini, terima kasih atas semua usaha dan upayanya, terima kasih untuk usaha berproses menjadi lebih baik, terima kasih juga sudah mau berusaha menyadarkan diri bahwa diri sendiri ternyata tidak seburuk itu.

Untuk kedua orang tua penulis Bapak Sokiman yang telah menjadi contoh, lelaki hebat dan memberikan banyak pelajaran bagi penulis. Kepada Ibu Wiarni yang telah menjadi perempuan luar biasa didalam hidup penulis, terima kasih atas segala motivasi dan doa yang tak henti-hentinya terselip dalam setiap sujud kepadaNya, terima kasih atas semua air mata, keringat, lelah dan waktu yang sudah terkorbankan untuk memberikan yang terbaik bagi penulis. Dan untuk bungsu Rizki Dwi Yulianti terima kasih telah memberikan banyak hal yang cukup untuk penulis jadikan pembelajaran yang paling kecil dan akan tetap menjadi yang terkecil dimata semua untuk menjadi manusia yang lebih baik.

Untuk dosen pembimbingku Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc terima kasih yang telah sabar membimbing dan mengarahkan penulis sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan tepat waktu. Dan terima kasih kepada dosen penguji dan ketua siding yang telah memberi masukan dan arahan yang telah diselesaikan penulis pada tugas akhir ini.

Untuk Sahabatku Pina, Merry, Cici, Eka, Hendra terima kasih telah menjadi pendengar yang setia tetap jadi yang terbaik dan selalu mensupport dan memberi semangat baik suka maupun duka. Untuk teman seperjuangan Zulfa, Putri, Jeje, Puspa, dan Tia terima kasih sudah memberikan masukan, semangat dan arahan hingga akhirnya dapat terselesaikan skripsi ini.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengummumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Optimalisasi Portofolio Komoditas Menggunakan *Linier Quadratic (LQ)*

SELVIA NINGSIH
NIM:11754201931

Tanggal Sidang : 22 Juli 2021
Tanggal Wisuda : 2021

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan kendali optimal untuk masalah portofolio komoditas. Untuk mendapatkan kendali optimal tersebut digunakan teori kendali optimal. Dengan menggunakan persamaan dinamik dan fungsi tujuan lalu dibentuk persamaan Hamilton. Kemudian diperoleh kendali optimal untuk jumlah transfer ke aset beresiko dan ke aset bebas resiko. Berdasarkan contoh yang diberikan, maka diperoleh bahwa grafik jumlah modal yang diinvestasikan oleh investor pada komoditas beresiko (emas) mengalami penurunan pada waktu yang telah ditentukan.

Kata Kunci: *Kendali Optimal, Persamaan Hamilton, Persamaan Riccati, Portofolio Komoditas, Optimasi Portofolio Komoditas*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Hak cipta milik UIN Suska Riau

Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Optimizing Commodity Portofolio Using *Linear Quadratic (LQ)*

SELVIA NINGSIH
NIM: 11754201931

Date of Final Exam : July 22th 2021
Date of Graduation : 2021

Mathematics Program Study
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final project aims to obtain optimal control for commodity portfolio problems. To get the optimal control, optimal control theory is used. By using dynamic equations and objective functions, then Hamilton's equations are formed. Then optimal control is obtained for the amount of transfers to hazardous assets and risk-free assets. Based on the example given, it is obtained that the number of capital charts invested by investors in various risks (gold) has decreased at a predetermined time.

Keywords: *Optimal Control, Hamilton Equation, Riccati Equation, Commodity Portofolio, Commodity Portofolio Optimization*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

8. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc., selaku Penguji II yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
9. Semua Bapak dan Ibu Dosen Prodi Matematika yang banyak memberi masukan dan motivasi.
10. Semua Admin Prodi Matematika di Fakultas yang telah banyak membantu penulis.
11. Teman-teman Prodi Matematika angkatan 2017 yang telah banyak memberikan motivasi, dorongan serta pengalaman dalam penyelesaian tugas akhir ini.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah Subhanahu Wa ta'ala. Selanjutnya, dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis menyadari bahwa masih adanya kekurangan oleh karena itu penulis berharap agar pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang membangun. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak-pihak yang memerlukannya.

Pekanbaru, 22 Juli 2021

Penulis

Selvia Ningsih



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	1i
DAFTAR SIMBOL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penelitian.....	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Matriks.....	5
2.2 Perkalian Matriks.....	6
2.2.1 Perkalian Matriks dengan Skalar	6
2.2.2 Perkalian Matriks dengan Matriks	6
2.3 Bentuk Kuadratik.....	7
2.4 Kestabilan Waktu Diskrit	9
2.5 Sistem Kendali Dinamik.....	11

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.6	Kendali Optimal Sistem Linier Quadratic Waktu Diskrit	11
2.7	Model Predictive Control (MPC) pada Portofolio Komoditas ..	13
BAB III METODE PENELITIAN.....		15
BAB IV PEMBAHASAN.....		17
4.1	Kendali Optimal pada Masalah Portofolio Komoditas.....	17
4.1.1	Persamaan <i>State</i>	17
4.1.2	Persamaan <i>Costate</i>	18
4.1.2	Persamaan <i>Stationer</i>	18
4.3	Simulasi Numerik.....	21
BAB V PENUTUP		31
5.1	Kesimpulan.....	31
5.2	Saran	31
DAFTAR PUSTAKA		32
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		33



DAFTAR SIMBOL

$r(k)$: tingkat suku bunga bank
α	: biaya transaksi dalam pembelian komoditas emas
β	: biaya transaksi dalam penjualan komoditas emas
$p(k)$: jumlah transfer dari aset bebas risiko (rekening bank) untuk pembelian komoditas emas (aset berisiko)
$q(k)$: jumlah transfer dari hasil penjualan komoditas emas (aset berisiko) ke aset bebas risiko (rekening bank)
$x(k)$: jumlah modal yang diinvestasikan oleh investor pada aset berisiko (komoditas emas)
\tilde{e}	: Error saat langkah waktu ke $-k + j$
$r(k)$: <i>Reference trajectory</i>
$\tilde{y}(k)$: Output / hasil modal yang akan diinvestasikan
R	: Matriks bobot semi definit positif yang berkaitan dengan \tilde{e}

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Grafik $x(k+1) = (1 + 4.9983s(k+1) + 4.9983s(k+1))^{-1}(1.00003)x(k)$ 30



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Meningkatnya daya tarik masyarakat Indonesia untuk melakukan investasi sehingga membuat perkembangan investasi di Indonesia semakin meningkat. Menurut Wawan [1] usaha yang dilakukan oleh masyarakat yang berguna untuk menambahkan jumlah pendapatan atau aset yang dimiliki untuk masa yang akan datang disebut dengan Investasi. Dalam hal ini, banyak terdapat investasi salah satunya yang paling terkenal dikalangan investor adalah komoditas.

Komoditas yang banyak dicari oleh kalangan masyarakat saat kondisi ekonomi tidak kondusif yaitu komoditas berupa emas dibandingkan komoditas lainnya. Emas kini tidak hanya digunakan sebagai perhiasaan, tapi juga bernilai sebagai investasi. Investasi emas dianggap paling menguntungkan dalam waktu jangka panjang dan memiliki risiko yang kecil. Secara umum, investasi emas yang dilakukan di Indonesia adalah dengan membeli emas batangan untuk disimpan dan dijual kembali di saat kondisi sudah memungkinkan.

Ada dua faktor yang menjadi pertimbangan investor yaitu *Return* dan *Risk*. Seorang investor dapat memilih komoditas secara rasional berdasarkan cara memilih komoditas dengan memperoleh *return* yang optimal untuk tingkat *risk* yang minimal. Dalam hal ini hubungan antara *return* dan *risk* sangat berbanding lurus dapat diartikan bahwa jika *return* tinggi maka *risk* tinggi dan sebaliknya.

Dalam menentukan keberhasilan investasi dibidang komoditas investor harus memiliki kemampuan untuk mengelola portofolio komoditas yang disebut dengan manajemen portofolio komoditas. Dalam manajemen portofolio komoditas terdapat permasalahan kontrol didalam alokasi portofolio yang digunakan untuk mengontrol modal dari investor dengan kendala batasan jumlah pinjaman yang diperkenankan. Oleh karena itu, sangat diperlukan peran kendali optimal untuk portofolio komoditas.



Hak Cipta Ditindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Bentuk pengendalian dengan menggunakan MPC dapat diperoleh pada penelitian terdahulu yaitu Dombrovskiy [2] dengan menjabarkan model dinamik dari masalah manajemen portofolio investasi. Pada penelitian itu, MPC yang digunakan untuk mengatasi masalah optimalisasi dengan memperoleh hasil yang memuaskan sehingga diperoleh portofolio yang optimal. MPC digunakan untuk mengatasi kendala-kendala pada permasalahan optimalisasi portofolio dalam investasi komoditas. Oleh karena itu untuk mengendalikan resiko-resiko tersebut maka dapat diaplikasikan *Model Predictive Control* (MPC). Selanjutnya berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Rahadian [3] menjelaskan tentang pemilihan portofolio optimal dengan model dan pengembangan dari portofolio Markowitz. Hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut memberikan return yang tinggi dan kinerja yang optimal sehingga tepat untuk investor dapat menghindari resiko.

Selanjutnya dari penelitian Wawan [1] menjelaskan tentang suatu model untuk mengatasi masalah optimalisasi portofolio komoditas dengan adanya kendala pada pembentukan portofolio komoditas. Selain itu, nilai pengembalian komoditas sangat berdampak terhadap jumlah modal yang diinvestasikan tiap komoditas untuk setiap harinya. Wawan [1] mendapatkan bahwa *Model Predictive Control* dapat diaplikasikan dengan baik pada masalah optimalisasi portofolio komoditas. Selain menggunakan model MPC, pengendalian dalam optimalisasi portofolio komoditas dapat juga menggunakan model LQ. Hal ini karena fungsi tujuan dalam model portofolio komoditas berbentuk linier kuadratik. Oleh karena itu, penulis tertarik mengambil judul “Optimalisasi Portofolio Komoditas Menggunakan *Linier Quadratic* (LQ)”

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang diatas maka dapat diberikan rumusan masalah yaitu “Bagaimana kendali optimal portofolio komoditas menggunakan *Linier Quadratic* (LQ)”


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Permasalahan hanya difokuskan pada portofolio komoditas.
2. Fungsi tujuan ditulis dalam bentuk persamaan *linier quadratic*.
3. Batas waktu yang digunakan pada fungsi tujuan adalah waktu diskrit yang berhingga.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tugas akhir ini adalah mendapatkan kendali optimal portofolio komoditas dengan menggunakan *Linier Quadratic* (LQ).

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini bagi penulis maupun bagi orang lain sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan dan ilmu pengetahuan untuk menambah pengetahuan tentang sistem kendali.
2. Sebagai *literature* penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah teori kendali.
3. Untuk mengetahui bagaimana bentuk kendali optimal dari portofolio komoditas.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan laporan tugas akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang akan dibahas pada masing-masing yang diuraikan menjadi beberapa bagian:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, kemudian dilanjutkan dengan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung bagian pembahasan.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisi langkah-langkah dalam penelitian

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang portofolio komoditas

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Matriks

Definisi 2.1 [4] Matriks merupakan bilangan-bilangan dalam suatu jajaran berbentuk segi empat siku-siku. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut entri matriks. Entri-entri disusun dalam baris i dan kolom j suatu matriks A yang dinotasikan dengan a_{ij} . Bentuk umum dari matriks berukuran $m \times n$ yaitu sebagai berikut :

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Dengan :

a_{ij} = elemen atau unsur matriks

$i = 1, 2, 3, \dots, m$, indeks baris

$j = 1, 2, 3, \dots, n$, indeks kolom

Definisi 2.2 [4] Jika A adalah matriks $m \times n$, maka transpose dari A dilambangkan dengan A^T dan didefinisikan sebagai matriks $n \times m$ yang dihasilkan dengan menukarkan baris dan kolom dari A ; yaitu, kolom pertama dari A^T adalah baris pertama dari A , kolom kedua dari A^T adalah baris kedua dari A , dan seterusnya.

Contoh 2.1

Jika diberikan $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 8 \\ 7 & 8 & 5 \end{bmatrix}$

Maka $A^T = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 8 \\ 7 & 8 & 5 \end{bmatrix} = A$

Sehingga A disebut matriks simetris.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.3 Bentuk Kuadratik

Pada subbab ini diberikan bentuk kuadratik yaitu :

$$x^T Ax \tag{2.2}$$

Dengan entri-entri matriks A adalah $c_{ij} = c_{ji}$ untuk semua i dan j . Kemudian untuk $x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ maka Persamaan (2.2) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} x^T Ax &= c_{11}x_1^2 + c_{12}x_1x_2 + c_{13}x_1x_3 + \dots + c_{(n-1)n}x_{n-1}x_n + c_{nn}x_n^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}x_ix_j \end{aligned} \tag{2.3}$$

Persamaan (2.3) disebut bentuk kuadratik dengan n banyak variabel x_1, x_2, \dots, x_n dengan $i = j, j = n$ dan $c_{ij} \in R$.

Definisi 2.5 [5] Sifat definit dari Persamaan kuadratik (2.2) dapat diperoleh dengan menghitung nilai eigen dari matriks A . Jika A matriks Simetri berukuran $n \times n$ dan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ merupakan nilai eigen dari matriks A maka bentuk kuadratik $x^T Ax$ memenuhi:

1. Definit positif jika dan hanya jika $\lambda_i > 0$ untuk semua i
2. Semi definit positif jika dan hanya jika $\lambda_i \geq 0$ untuk semua i
3. Definit negatif jika dan hanya jika $\lambda_i < 0$ untuk semua i
4. Semi definit negatif jika dan hanya jika $\lambda_i \leq 0$ untuk semua i
5. Sifat undefinit jika tidak memenuhi keempat sifat diatas.

Selanjutnya untuk melengkapi pembahasan bagian ini, maka diberikan contoh sebagai berikut:

Contoh 2.4

Ubahlah bentuk kuadratik dari $[x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ke notasi sigma dan tentukan sifat definit dari matriks A .

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} [x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} &= 2x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 \\ &= 2x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 &= 2x_1x_1 + 2x_1x_2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_2 \\
 &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 2x_ix_j
 \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk sifat definit didapatkan sebagai berikut,

Dari matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ diperoleh nilai eigennya

$$\begin{aligned}
 \text{Det}(\lambda I - A) &= 0 \\
 \text{Det}\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}\right) &= 0 \\
 \text{Det}\begin{bmatrix} (\lambda - 2) & -2 \\ -2 & (\lambda - 2) \end{bmatrix} &= 0 \\
 ((\lambda - 2)(\lambda - 2) - (-2 \cdot -2)) &= 0 \\
 \lambda^2 - 4\lambda &= 0 \\
 \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 4
 \end{aligned}$$

Jadi, dapat dilihat dari nilai eigen bahwa bentuk kuadrat di atas memiliki sifat semi definit positif.

Contoh 2.5

Bentuklah notasi sigma $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 -2x_ix_j$ ke bentuk kuadrat dan tentukan sifat definit.

Penyelesaian:

Notasi sigma dapat diuraikan dengan langkah berikut:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 -2x_ix_j &= \sum_{i=1}^2 \{-2x_ix_j - 2x_ix_j\} \\
 &= -2x_1x_1 - 2x_1x_2 - 2x_2x_1 - 2x_2x_2 \\
 &= -2x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_1 - 2x_2^2 \\
 &= (-2x_1 - 2x_2)x_1 + (-2x_1 - 2x_2)x_2 \\
 &= [-2x_1 - 2x_2 - 2x_1 - 2x_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= [x_1 \quad x_2] \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Kemudian memastikan apakah bentuk kuadratik $x^T Ax$ dikatakan definit positif ataukah definit negatif, dapat dipastikan dengan melihat nilai eigen dari matriks A.

Dari matriks $A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ diperoleh nilai eigennya:

$$\text{Det}(\lambda I - A) = 0$$

$$\text{Det}\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$[(\lambda + 2)(\lambda + 2) - 4] = 0$$

$$\lambda^2 + 4\lambda = 0$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -4$$

Sehingga dapat dilihat dari nilai eigen bahwa bentuk kuadratik diatas memiliki sifat semi definit negatif.

2.4 Kestabilan Waktu Diskrit

Sebelum membahas tentang kestabilan, terlebih dahulu membahas tentang titik ekuilibrium berdasarkan definisi yang diberikan sebagai berikut:

Definisi 2.6 [6] Diberikan persamaan differensial orde 1 yaitu $\dot{x} = f(x)$ dengan nilai awal $x(0) = x_0$, vektor \bar{x} yang memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ disebut titik ekuilibrium.

Berdasarkan [7] akan diberikan definisi untuk kasus kestabilan waktu diskrit sebagai berikut:

Teorema 2.1 [7] diberikan sistem persamaan waktu diskrit:

$$x(k + 1) = Gx(k) \tag{2.4}$$

Dengan $x(k)$ adalah vektor *state* dan G adalah matriks non singular $n \times n$, untuk titik ekuilibrium $\tilde{x}(k) = 0$ dikatakan stabil asimtotik jika terdapat matriks $P(k)$ simetri dan positif definit yang memenuhi:

$$G^T P(k) G - P(k) = -Q \tag{2.5}$$

Dengan matriks Q adalah simetri dan definit positif.

Selanjutnya untuk melengkapi pembahasan pada bagian ini, diberikan contoh.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.6

Tentukan kestabilan dari persamaan sistem berikut:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ x(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_1(k) \end{bmatrix}$$

Penyelesain:

Untuk menentukan kestabilan dari persamaan sistem diatas, dimisalkan matriks Q adalah matriks identitas maka dapat dilakukan langkah sebagai berikut:

$$G^T P(k)G - P(k) = -Q$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{22} - P_{11} & -1.5P_{12} + P_{22} \\ -1.5P_{12} + P_{22} & 0.25P_{11} - P_{12} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks diatas, diperoleh 3 persamaan sebagai berikut

$$P_{22} - P_{11} = -1$$

$$-1.5P_{12} + P_{22} = 0$$

$$0.25P_{11} - P_{12} = -1$$

Maka diperoleh nilai $P_{11} = 4, P_{12} = 2, P_{22} = 3$ dan dapat dibentuk menjadi :

$$P = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Untuk membuktikan matriks P adalah matriks definit positif sehingga dapat dilakukan sebagai berikut:

$$\text{Det}(\lambda I - P) = 0$$

$$\text{Det}\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\text{Det}\begin{bmatrix} \lambda - 4 & -2 \\ -2 & \lambda - 3 \end{bmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 4)(\lambda - 3) - 4 = 0$$

$$\lambda^2 - 7\lambda + 8 = 0$$

$$\lambda_1 = 1.44, \lambda_2 = 5.56$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dari matriks diatas diperoleh $\lambda_1 = 1.44$ dan $\lambda_2 = 5.56$, karena $\lambda_i > 0, i = 1,2$ maka matriks diatas adalah matriks P definit positif. Sehingga persamaan pada contoh tersebut stabil asimtotik.

2.5 Sistem Kendali Dinamik

Pada permasalahan system kendali, yang dikenal dengan sebutan persamaan *state*. Persamaan *state* yang digunakan pada persoalan kendali dinamik, dapat dibedakan berdasarkan waktu. Berdasarkan waktu, terdapat dua persamaan *state* yaitu persamaan *state* untuk waktu diskrit dan waktu kontinu. Jika diketahui bentuk persamaan awal *state* dalam bentuk persamaan *state* waktu diskrit, maka dapat diubah kebentuk persamaan *state* waktu kontinu.

Menurut Ogata [7], jika diketahui persamaan *state* waktu diskrit, maka diasumsikan bahwa kendali $u(kT)$ dapat berubah untuk waktu kontinu t dan vektor *state* berlaku untuk $kT = t$ dengan $k = 0,1,2, \dots$. Selanjutnya, diberikan persamaan *state* waktu diskrit yaitu,

$$x((k + 1)T) = Ax(kT) + Bu(kT) \tag{2.6}$$

2.6 Kendali Optimal Sistem *Linier Quadratic* Waktu Diskrit

Diberikan persamaan fungsi kendali secara umum masalah kendali optimal waktu diskrit sebagai berikut:

$$x(k + 1) = Gx(k) + Hu(k) \tag{2.7}$$

Dengan kondisi awal $x(0) = c$, dengan $x(k)$ adalah vektor berukuran n dan kontrol input $u(k)$ adalah vektor berukuran m . Fungsi tujuan yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi objektif, dengan persamaan:

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)] \tag{2.8}$$

Selanjutnya, untuk mencari solusi dari masalah umum kendali optimal waktu diskrit maka didefinisikan persamaan-persamaan berikut yang berfungsi untuk meminimalkan fungsi objektif, adapun persamaan itu adalah sebagai berikut:



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan Hamilton:

$$H = \sum_{k=0}^{N-1} \{ [x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)] + \lambda^T(k+1)[Gx(k) + Hu(k)] \} \quad (2.9)$$

Persamaan State :

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda(k+1)} = Gx(k-1) + Hu(k-1) - x(k) = 0 \quad (2.10)$$

Persamaan kostate :

$$\frac{\partial H}{\partial x(k)} = Qx(k) + G^T \lambda(k+1) - \lambda(k) = 0 \quad (2.11)$$

Persamaan stationer:

$$\frac{\partial H}{\partial u(k)} = Ru(k) + H^T \lambda(k+1) = 0 \quad (2.12)$$

Dari Persamaan (2.11) diperoleh:

$$\lambda(k) = Qx(k) + G^T \lambda(k+1), \quad k = 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (2.13)$$

Kemudian Persamaan (2.12) diperoleh:

$$u(k) = -R^{-1}H^T \lambda(k+1), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.14)$$

Persamaan (2.10) diperoleh :

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (2.15)$$

Substitusikan Persamaan (2.14) ke persamaan (2.15)

$$x(k+1) = Gx(k) - HR^{-1}H^T \lambda(k+1) \quad (2.16)$$

Untuk mendapatkan kendali optimal waktu diskrit lingkaran tertutup maka diperlukan persamaan Riccati sehingga di asumsikan $\lambda(k)$ dapat ditulis dalam bentuk berikut:

$$\lambda(k) = P(k)x(k) \quad (2.17)$$

Substitusikan Persamaan (2.17) ke Persamaan (2.13)

$$P(k)x(k) = Qx(k) + G^T P(k+1)x(k+1) \quad (2.18)$$

Kemudian substitusikan Persamaan (2.17) ke Persamaan (2.16)

$$x(k+1) = Gx(k) - HR^{-1}H^T P(k+1)x(k+1) \quad (2.19)$$

Lalu, Persamaan (2.19) dapat dibentuk:

$$x(k+1) = [I + HR^{-1}H^T P(k+1)]^{-1} Gx(k) \quad (2.20)$$

Substitusikan Persamaan (2.20) ke Persamaan (2.18) sehingga diperoleh



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$P(k)x(k) = Qx(k) + G^T P(k + 1)[I + HR^{-1}H^T P(k + 1)]^{-1}Gx(k) \quad (2.21)$$

Kemudian diperoleh bentuk Persamaan Riccati sebagai berikut:

$$P(k) = Q + G^T P(k + 1)[I + HR^{-1}H^T P(k + 1)]^{-1}G \quad (2.22)$$

Persamaan (2.14) dapat dibentuk

$$\begin{aligned} u(k) &= -R^{-1}H^T \lambda(k + 1) = -R^{-1}H^T (G^T)^{-1}[\lambda(k) - Qx(k)] \\ &= -R^{-1}H^T (G^T)^{-1}[P(k) - Q]x(k) = -K(k)x(k) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Dimana

$$K(k) = R^{-1}H^T (G^T)^{-1}[P(k) - Q] \quad (2.24)$$

2.7 Model Predictive Control (MPC) pada Portofolio Komoditas

Permasalahan yang sulit diatasi oleh kalangan investor yang bergerak dibidang portofolio komoditas yaitu mengoptimalkan *return* dengan tingkat risiko tertentu atau mengurangi risiko dengan tingkat *return* tertentu. Sehingga semakin tinggi return maka risikonya akan semakin tinggi dan sebaliknya. Perlu dilakukan pengendalian untuk mendapatkan return yang optimal untuk tingkat risiko yang minimal, sehingga pada penelitian Wawan [1] untuk menyelesaikan permasalahan diatas maka digunakan model persamaan matematika sebagai berikut :

$$x(k + 1) = [1 + r(k)][x(k) - (1 - \alpha)p(k) + (1 - \beta)q(k)] \quad (2.25)$$

Dimana:

- $r(k)$: tingkat suku bunga bank
- α : biaya transaksi dalam pembelian komoditas emas
- β : biaya transaksi dalam penjualan komoditas emas
- $p(k)$: jumlah transfer dari aset bebas risiko (rekening bank) untuk pembelian komoditas emas (aset berisiko)
- $q(k)$: jumlah transfer dari hasil penjualan komoditas emas (aset berisiko) ke aset bebas risiko (rekening bank)
- $x(k)$: jumlah modal yang diinvestasikan oleh investor pada aset berisiko (komoditas emas)

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Serta fungsi tujuan yaitu:

$$J = \sum_{t=1}^{N_p} \dot{\epsilon}^2 Q + p^2 R + q^2 R \quad (2.26)$$

Dengan

$$\tilde{\epsilon}(k + j) = \tilde{y}(k) - r(k) \quad (2.27)$$

Dimana:

$\tilde{\epsilon}$: Error saat langkah waktu ke $-k + j$

$r(k)$: *Reference trajectory*

$\tilde{y}(k)$: Output / hasil modal yang akan diinvestasikan

R : Matriks bobot semi definit positif yang berkaitan dengan $\tilde{\epsilon}$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Adapun, tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Diketahui persamaan dinamik berbentuk linier untuk portofolio komoditas dengan waktu diskrit sebagai berikut :

$$x(k+1) = [1 + r(k)][x(k) - (1 - \alpha)p(k) + (1 - \beta)q(k)]$$

Kemudian diketahui fungsi tujuan berbentuk kuadratik untuk kasus portofolio komoditas waktu diskrit sebagai berikut:

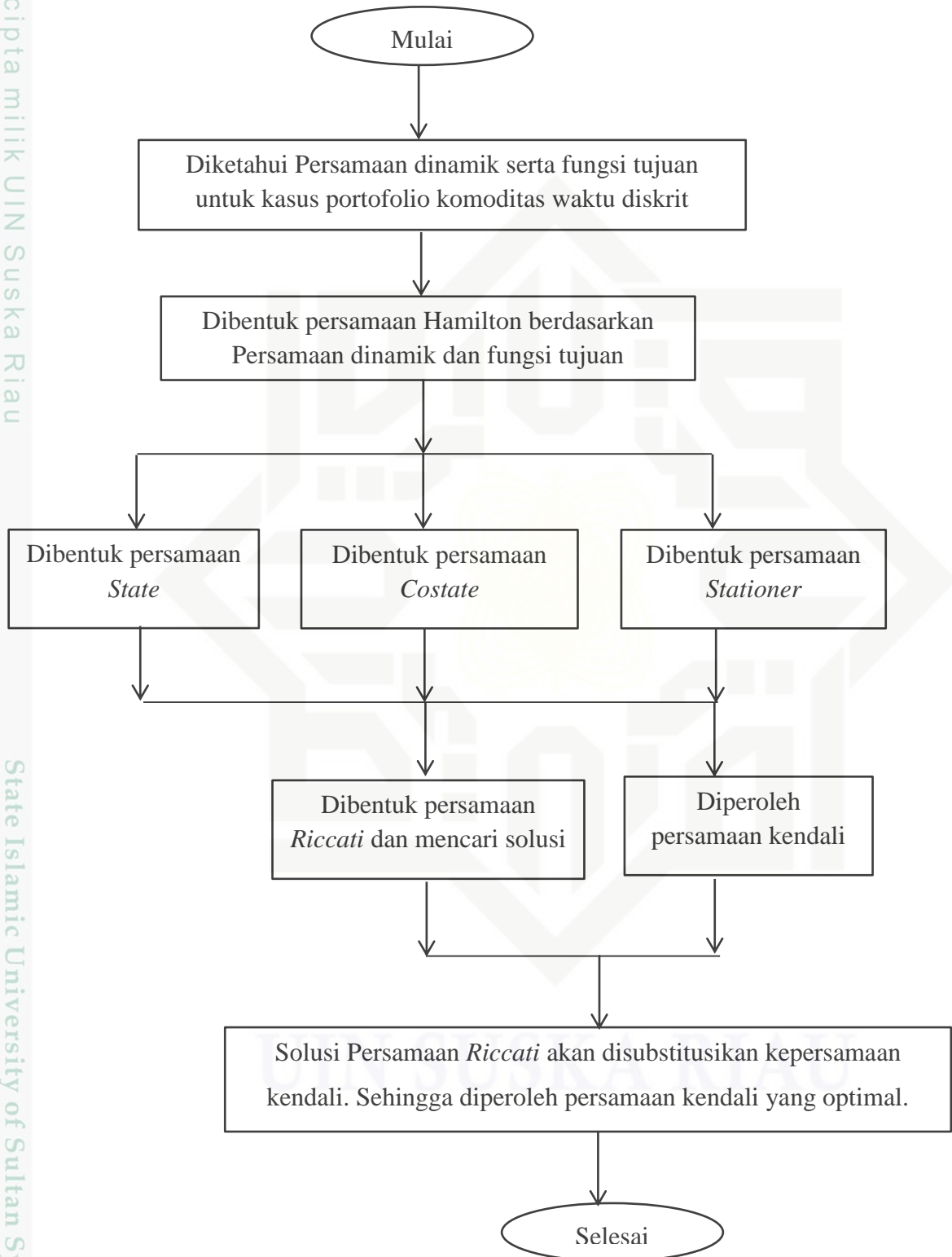
$$J = \sum_{t=1}^{N_p} \dot{\epsilon}^2 Q + p^2 R + q^2 R$$

2. Berdasarkan persamaan dinamik dan fungsi tujuan pada langkah no 1 maka dibentuk persamaan Hamilton.
3. Selanjutnya dari persamaan Hamilton dilangkah no 2 dibentuk persamaan *state*, *kostate*, dan *stationer*.
4. Diperoleh persamaan kendali dari persamaan *stationer* yang diperoleh dari langkah no 3.
5. Berdasarkan langkah 2-4, dibentuk Persamaan *Riccati* dan dicari solusinya.
6. Selanjutnya solusi Persamaan *Riccati* dari langkah 5, akan disubstitusikan kepersamaan kendali. Sehingga diperoleh persamaan kendali yang optimal.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Adapun diagram aliran (*flowchart*) untuk metodologi penelitian diatas sebagai berikut:





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang diuraikan pada Bab IV, maka diperoleh kesimpulan dari persamaan dinamik untuk kasus portofolio komoditas pada waktu diskrit sehingga diperoleh persamaan yaitu:

$$x(k+1) = (1+r(k))x(k) - (1+r(k))(1-\alpha)p(k) + (1+r(k))(1-\beta)q(k)$$

Dengan fungsi tujuan dari model portofolio komoditas yaitu sebagai berikut:

$$J = \sum_{t=1}^{Np} \tilde{e}^2 Q + p^2 R + q^2 R$$

Berdasarkan persamaan dinamik dan fungsi tujuan tersebut, dibentuk persamaan Hamilton sebagai berikut:

$$H = \tilde{e}^2 Q + p^2 R + q^2 R + \lambda(k+1)(1+r)x - \lambda(1+r)(1-\alpha)p + \lambda(1+r)(1-\beta)q$$

Sehingga diperoleh kendali optimal yaitu sebagai berikut:

$$p(k) = 2s(k)(1-\alpha)R^{-1}x(k)$$

$$q(k) = -2s(k)(1-\beta)R^{-1}x(k)$$

Dari contoh pada bab IV diperoleh bahwa grafik jumlah modal investor pada komoditas emas mengalami penurunan untuk beberapa tahun kedepan dikarenakan harga komoditas yang menurun sehingga para investor mengalami kerugian.

5.2 Saran

Tugas akhir ini menjelaskan tentang penerapan teori kendali pada masalah portofolio komoditas yang mengalami kendala yang terdapat pada transfer dana dari dan kedalam aset bebas resiko serta jumlah minimum dana diaset komoditas dan bank sehingga mengakibatkan jumlah modal yang dimiliki investor mengalami penurunan yang diakibatkan karena penurunan harga komoditas. Maka saran-saran yang ingin disampaikan penulis adalah pembaca dapat mengembangkan menggunakan metode lain untuk mendapatkan portofolio komoditas yang optimal.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] W. H. Syaifudin and U. Azmi, "Aplikasi Model Predictive Control (MPC) Pada Optimasi Portofolio Komoditas," *J. Varian*, vol. 3, no. 2, pp. 83–94, Apr. 2020, doi: 10.30812/varian.v3i2.646.
- [2] V. V Dombrovskiy, D. Dombrovskiy, and E. Lyashenko, "No Title," in *Investment Portfolio Optimization with Transaction Costs and Constraints Using Model Predictive Control*, 2004, pp. 202–205.
- [3] R. Ramadhan, "Analisis Pemilihan Portofolio Optimal Dengan Model dan Pengembangan dari Portofolio Markowitz (Studi pada Indeks BISNIS-27 di Bursa Efek Indonesia periode 2011 - 2013)," *J. Adm. Bisnis SI Univ. Brawijaya*, vol. 14, no. 1, p. 84303, 2014.
- [4] H. Anton and C. Rorres, *Elementary Linear Algebra*. United States Of Amerika: Wiley, 2013.
- [5] F. L. Lewis, *Optimal Control*. Toronto: John Wiley & Sons, 1995.
- [6] G. . Olsder, *Mathematical Sistem Theory*. Delft: University Of Technology, 1994.
- [7] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems*. New Jersey: Prentice hall, 1995.
- [8] K. Ogata, *Modern Control Engineering fifth edition*. New York: Prentice hall, 2010.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 16 Juni 1999 di kota Duri Kecamatan Mandau Kabupaten Bengkalis, sebagai anak pertama dari 2 bersaudara pasangan Bapak Sokiman dan Ibu Wiarni. Penulis menyelesaikan pendidikan formal pada Sekolah Dasar Negeri 18 Babussalam di Tahun 2011. Pada Tahun 2014 menyelesaikan Sekolah Menengah Pertama di SMPN 3 Mandau dan menyelesaikan Sekolah Menengah Atas di SMAN 2 Mandau dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam pada Tahun 2017. Setelah menyelesaikan pendidikan di SMAN 2 Mandau, pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dengan jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada tahun 2020, tepatnya pada semester enam Penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Balai Besar Konservasi Sumber Daya Alam Riau “**Deskriptif Jumlah Konflik Manusia Dengan Satwa Berdasarkan Kematian Satwa Dan Kerugian Masyarakat Riau Tahun 2019**” di bawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc. dan diseminarkan pada tanggal 16 Mei 2020. Kemudian pada tahun 2020 Penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kelurahan Air Jamban Kecamatan Mandau.

Pada tanggal 22 Juli 2021 Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul “**Optimalisasi Portofolio Komoditas Menggunakan Linier Quadratic (LQ)**” di bawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.