

KENDALI OPTIMAL TINGKAT PENYEBARAN PENYAKIT PADA MODEL SEIR PENYAKIT MALARIA

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika

oleh :

ARTIKA SASTRA WAHYUNI
11754201964



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN
KENDALI OPTIMAL TINGKAT PENYEBARAN PENYAKIT
PADA MODEL SEIR PENYAKIT MALARIA

TUGAS AKHIR

oleh:

ARTIKA SASTRA WAHYUNI
11754201964

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
 di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2021

Ketua Program Studi Matematika

Pembimbing

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Nilwan Andriaja, M.Sc.
NIP. 19840803 201101 1 005



© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PENGESAHAN
KENDALI OPTIMAL TINGKAT PENYEBARAN PENYAKIT
PADA MODEL SEIR PENYAKIT MALARIA

TUGAS AKHIR

oleh:

ARTIKA SASTRA WAHYUNI
11754201964

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
 sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
 Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
 di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2021

Pekanbaru, 06 Juli 2021
 Mengesahkan,

Ketua Program Studi,

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Dekan,

Dr. Hartono, M.Pd.
NIP. 19640301 199203 1 003

DEWAN PENGUJI :

- Ketua** : Wartono, M.Sc
Sekretaris : Nilwan Andiraja, M.Sc
Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjam, dan tanggal peminjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 06 Juli 2021

Yang membuat pernyataan,

Artika Sastra Wahyuni

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

Syukur Alhamdulillah kuucapkan kepada Allah SWT atas segala rasa cinta dan kasih sayangmu yang telah menguatkan hati, maupun diri sepanjang perjalanan ini. Atas karunia dan kemudahan yang engkau berikan akhirnya lembar tiap lembaran skripsi sederhana ini dapat terselesaikan.

Terima kasih kepada kedua orang tua yang sudah tiada henti mendoakan dan selalu mendukung penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini. Untuk keempat abangku dan ketiga kakakku terima kasih telah membantu dalam segi materi dan selalu menceritakan pengalaman hidup kalian yang menjadi pelajaran baru untukku.

Terima kasih kepada dosen pembimbingku yaitu Bapak Nilwan Andiraja, M. Sc yang telah sabar membimbing dan mengarahkan penulis sehingga Tugas Akhir ini dapat selesai dengan tepat waktu. Dan terima kasih kepada dosen penguji dan ketua sidang yang telah memberi masukan dan arahan yang dari Tugas Akhir yang telah diselesaikan penulis pada Tugas Akhir ini.

Untuk sahabatku, Mulia, Rara yang tak pernah lelah mendengarkan cerita dengan dengan topik yang sama setiap hari. Dan membantu ku lewati setiap masalah hati yang tak pernah kunjung henti. Dan untuk teman seperjuanganku Firda Safitri, Dian Ayu Puspita dan Eza Syafri Ramadhani yang selalu membantu dan membimbingku saat aku menyerah serta memberikan motivasi.

Seluruh mahasiswa angkatan 2017 Jurusan Matematika, kakak-kakak senior dan adek-adek, teristimewa untuk seluruh Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Suska Riau yang selalu menemaniku dan memberikan motivasi.

By. Artika Sastra Wahyuni

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ABSTRAK

KENDALI OPTIMAL TINGKAT PENYEBARAN PENYAKIT PADA MODEL SEIR PENYAKIT MALARIA

ARTIKA SASTRA WAHYUNI
11754201964

Tanggal Sidang : 06 Juli 2021
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Penelitian ini membahas tentang model tingkat penyebaran penyakit malaria. Sehingga menyelesaikan permasalahan tingkat penyebaran penyakit malaria dapat digunakan teori kendali optimal. Dengan menggunakan persamaan dinamik dan fungsi tujuan maka dapat dibentuk persamaan Hamilton, solusi dari persamaan yang diselesaikan dengan satu kasus dan analisis kestabilan. Hasil dari penelitian menunjukkan bahwa persamaan memenuhi semua syarat-syarat yang diperlukan untuk kondisi optimal. Kemudian didapat persamaan penyebaran yang optimal dengan kendali pengobatan menggunakan persamaan orde dua. Berdasarkan contoh yang diberikan, maka diperoleh bahwa kurva tingkat infeksi pada penyebaran penyakit malaria menurun.

Kata kunci: *Kendali optimal, kestabilan, tingkat penyebaran*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL OF DISEASE SPREADING ON THE SEIR MODEL OF MALARIA

ARTIKA SASTRA WAHYUNI
11754201964

Date of Final Exam: July 06, 2021

Date of Graduation Ceremony:

Mathematics Program Study
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
155 Soebrantas Street, Pekanbaru

ABSTRACT

This research discussed about model of the spread of malaria. Optimal Control theory was used to overcome the problem model of the spread of malaria. By using dynamical equation and objective function, Hamilton's equations could be formed, the solution of the equation solved by one cases and the stability analysis. The results of the study show that the equation fulfills all the conditions needed for optimal conditions. Then an equation of the optimal level of malaria spread is formed. Based on the example given, it was obtained that the curve of spread rate decreased in the determined time.

Kata kunci: *Optimal Control, Stability, spread rate*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillahirobbil'alamin segala puji syukur kepada Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul “Kendali Optimal Tingkat Penyebaran Penyakit pada Model SEIR Penyakit Malaria”. Shalawat beserta salam semoga tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, mudah-mudahan kita semua mendapat syafa’atnya kelak.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu pertama kali penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga. Ucapan terimakasih selanjutnya kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunnas, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Hartono, M.Pd selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Ketua Pogram Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Pogram Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc selaku Pembimbing yang telah banyak membantu, memberikan arahan dan bimbingan dengan sabar serta ikhlas selama penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Bapak Mohammad Soleh, M. Sc selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
7. Ibu Irma Suryani, M. Sc selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
8. Semua Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, khususnya di Program Studi Matematika yang banyak memberi masukan dan motivasi.
9. Teman-teman seperjuangan angkatan 2017 Program Studi Matematika

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

10. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberi bantuan, doa, dan dukungan kepada penulis.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT. Selanjutnya, dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis menyadari bahwa masih adanya kekurangan oleh karena itu penulis berharap agar pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang membangun. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak- pihak yang memerlukannya.

Pekanbaru, 06 Juli 2021

Penulis

Artika Sastra Wahyuni



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan Penelitian.....	3
1.5 Manfaat Penelitian.....	3
1.6 Sistematika Penelitian	3
BAB II LANDASAN TEORI.....	5
2.1 Persamaan Diferensial Biasa Linier	5
2.2 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu	6
2.3 Persamaan Diferensial Nonhomogen Koefisien Konstanta	7
2.4 Kendali Optimal Waktu Kontinu.....	10
2.5 Model Penyakit Malaria	11
BAB III METODE PENELITIAN	13
BAB IV PEMBAHASAN.....	14
4.1 Kendali Optimal Pada Masalah Penyakit Malaria.....	14
4.1.1 Kasus λ_3 adalah konstanta	16

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4.2 Simulasi	19
BAB V PENUTUP	30
5.1 Kesimpulan.....	30
5.2 Saran.....	31
DAFTAR PUSTAKA	31





DAFTAR SIMBOL

- A : Jumlah individu yang terinfeksi.
- u_1 : Tingkat kendali vaksinasi.
- u_2 : Tingkat kendali pengobatan.
- C_1 : Mewakili vaksin untuk mengurangi jumlah individu yang rentan menjadi individu yang laten.
- C_2 : Mewakili pengobatan yang diberikan kepada individu yang terinfeksi untuk disembuhkan.
- L : Tingkat kelahiran konstan
- μ : Tingkat kematian alami
- β_1 : Kelas rentan menjadi laten
- β_2 : Kelas rentan menjadi infeksi
- β_3 : Kelas rentan menjadi sembuh
- σ : Tingkat dari kelas laten ke kelas infeksi
- γ : Kelas infeksi menjadi sembuh
- S : Menyatakan kelas individu yang rentan
- E : Menyatakan kelas individu yang terinfeksi tetapi tidak merasakan sakit (laten)
- I : Menyatakan golongan individu yang terjangkit penyakit
- R : Menyatakan kelas individu yang telah sembuh dari penyakit.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengummumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1 Grafik $I(t) = 600 - 6t$ dan $I(t) = 6 - 60t$	22
4.2 Grafik $I(t) = 20 - \frac{1}{5}t$ dan $I(t) = \frac{1}{5} - 2t$	25
4.3 Grafik $I(t)$ untuk $t \rightarrow 100$	28



UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Malaria merupakan salah satu penyakit tropis yang disebabkan oleh infeksi parasit Plasmodium yang menyerang eritrosit. Malaria disebabkan oleh pembawa nyamuk anopheles plasmodium yang menyerang eritrosit dan ditandai dengan ditemukannya bentuk aseksual di darah. Malaria dapat berlangsung tanpa komplikasi atau dengan komplikasi yang biasa disebut dengan malaria berat. Gejala yang terjadi setelah infeksi antara lain demam, menggigil, berkeringat, sakit kepala, mual, dan bahkan muntah[1].

Dalam skala global, malaria masih menempati peringkat pertama dalam masalah kesehatan di daerah tropis salah satunya Indonesia. Dampak dari penyakit malaria tidak hanya pada masalah kesehatan semata, tetapi juga telah menjadi masalah sosial ekonomi seperti kerugian ekonomi, kemiskinan dan keterbelakangan. Di Indonesia sendiri malaria merupakan masalah kesehatan masyarakat yang sangat penting. Tercatat terdapat 6 juta kasus klinis dan 700 kematian setiap tahun[2].

Malaria ditularkan ke manusia melalui gigitan nyamuk anopheles betina oleh parasit spesies Plasmodium. Ketika nyamuk membawa parasit dan menggigit manusia akan keluar sporozoit dari kelenjar ludah nyamuk masuk ke dalam darah dan jaringan hati. Dalam siklus hidup malaria membentuk stadium skizon jaringan dalam sel hati. Setelah sel hati pecah, akan keluar merozoit yang masuk ke eritrosit membentuk stadium skizon dalam eritrosit. Pada siklusnya di jaringan hati (skizon jaringan) sebagian parasit yang berada dalam sel hati tidak melanjutkan siklus ke sel eritrosit, akan tetapi tertanam di jaringan hati disebut hipnozoit. Hipnozoit menyebabkan malaria relapse. Pada penderita yang mengandung hipnozoit, apabila keadaan daya tahan tubuh menurun misal akibat stress atau perubahan iklim, hipnozoit didalam tubuh akan terangsang melanjutkan siklus parasit dari sel hati ke eritrosit. Setelah eritrosit yang



berparasit pecah akan timbul gejala penyakit kembali seperti demam, menggigil, berkeringat, sakit kepala, dan bahkan muntah[3].

Oleh karena itu perlu tindakan untuk menghambat dan mengendalikan perkembangan penyakit ini. Tindakan pengendalian tersebut dapat berupa vaksinasi untuk orang yang rentan dan pengobatan untuk orang yang sakit. Agar tindakan pengendalian tersebut dapat efisien dan efektif maka perlu dikendalikan salah satunya dengan aplikasi teori kendali. Menurut [4], selain dalam bidang industri, teori kendali juga dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam masalah kesehatan diantaranya pada penyakit malaria.

Bentuk pengendalian penyakit malaria menggunakan teori kendali dapat ditemukan pada penelitian terdahulu. Salah satunya yaitu penelitian [1], dipenelitian ini dijelaskan tentang model pengendalian optimal penyebaran malaria dengan kendali solusi u_1 dan u_2 . Persamaan yang digunakan pada teori kendali adalah persamaan state dan stasioner untuk mendapatkan hasil kendali yang optimal. Adapun kendali tersebut untuk mengurangi jumlah individu yang rentan menjadi individu yang laten dengan menggunakan prinsip maksimum Pontryagin.

Berdasarkan penelitian [1], penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian optimalisasi tingkat penyebaran pada penyakit malaria dengan merubah prinsip maksimum pontryagin di jurnal [1] dengan menggunakan persamaan diferensial orde dua. Sehingga penulis mengambil judul “**Kendali Optimal Tingkat Penyebaran Penyakit pada Model SEIR Penyakit Malaria.**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka dapat diberikan rumusan masalah yaitu “Bagaimanakah kendali yang optimal untuk mengendalikan tingkat penyebaran penyakit malaria?”

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka batasan masalah dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah:

1. Batas waktu difungsi tujuan berupa waktu berhingga.
2. Persamaan differensial yang digunakan persamaan differensial orde dua nonhomogen.
3. Banyaknya kendali yang digunakan pada model ini sebanyak dua kendali. Kendali diberikan kepada kelompok S, E dan I.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tugas akhir ini adalah mendapatkan persamaan kendali yang optimal untuk mengendalikan tingkat penyebaran penyakit malaria.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini bagi penulis maupun bagi orang lain sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan dan ilmu pengetahuan yang baru untuk menambah pengetahuan tentang sistem kendali
2. Memberi kontribusi bagi pembaca untuk membantu mempelajari dan memperdalam masalah .

1.6 Sistematika Penelitian

Sistematika penulisan laporan tugas akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang akan dibahas pada masing-masing yang diuraikan menjadi beberapa bagian:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, kemudian dilanjutkan dengan perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung bagian pembahasan.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah dalam penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang tingkat penyebaran penyakit malaria

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dan saran



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Persamaan Diferensial Biasa Linier

Menurut [5] persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas. Secara garis besar persamaan diferensial dapat dikelompokkan kedalam dua kelompok yaitu:

a. Persamaan Diferensial Biasa (PDB)

Persamaan diferensial biasa adalah suatu persamaan yang melibatkan hanya satu variabel bebas.

b. Linier dan Nonlinier

Dalam persamaan diferensial sering muncul bentuk-bentuk linier dan nonlinier. Secara umum persamaan diferensial biasa orde- n ditulis dalam bentuk,

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = f(x) \quad (2.1)$$

Fungsi-fungsi $a_0(x), a_1(x), \dots, a_n(x)$, menurut [5] pada Persamaan (2.1) adalah koefisien dari persamaan diferensial tersebut. Jika koefisien-koefisien tersebut berbentuk konstanta, maka persamaan diferensial dikatakan persamaandiferensial dengan koefisien konstanta, dan jika koefisien-koefisien itu berbentuk variabel, maka persamaan diferensial tersebut dikatakan persamaan diferensial dengan koefisien variabel.

Persamaan diferensial yang dapat dituliskan kedalam bentuk Persamaan (2.1), maka dikatakan persamaan diferensial biasa linier. Akan tetapi, jika persamaan diferensial tidak dapat dituliskan kedalam bentuk Persamaan (2.1), maka persamaan diferensial disebut persamaan biasa nonlinier.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.1

1. $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = x$, disebut PDB linier.
2. $\frac{dy}{dx} - y^2 = 0$, disebut PDB nonlinier karena bentuk y^2 .

2.2 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu

Menurut [6] persamaan differensial biasa orde satu adalah persamaan differensial biasa yang turunan tertingginya berorde satu. Secara umum persamaan diferensial biasa orde satu dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2.2)$$

Dengan $f(x, y)$ adalah fungsi dalam dua variabel yang diberikan dan kontinu di x dan y . Dalam bukunya [7] apabila fungsi f dalam Persamaan (2.2) berbentuk linear pada variabel bebas y , maka persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad (2.3)$$

dengan $P(x)$ dan $Q(x)$ dalam fungsi x . solusi untuk Persamaan (2.3) dalam fungsi x dapat ditulis sebagai berikut :

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx} + C \right] \quad (2.4)$$

Contoh 2.2

Tentukan solusi umum dari Persamaan Differensial $\frac{dy}{dx} = y + x^2$.

Penyelesaian:

Dari persamaan $\frac{dy}{dx} = y + x^2$ diperoleh $P(x) = -1$ dan $Q(x) = x^2$ faktor

integrasinya

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= e^{\int -1 dx}$$

$$= e^{-x}$$

Sehingga didapatkan solusi umum sebagai berikut:

$$y = \int \frac{e^{P(x)x} f(x) + C}{e^{P(x)x}}$$

$$y = \int \frac{e^{-x} \cdot x^2 dx + C}{e^{-x}}$$

$$y = \int \frac{-x^2 e^{-x} + \int e^{-x} 2x dx + C}{e^{-x}}$$

$$y = \int \frac{-x^2 e^{-x} - 2x e^{-x} - 2e^{-x} dx + C}{e^{-x}}$$

$$y = -x^2 - 2x - 2 + C e^x$$

2.3 Persamaan Diferensial Nonhomogen Koefisien Konstanta

Secara umum persamaan differensial biasa nonhomogen koefisien konstanta dapat ditulis sebagai berikut :

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = g(x) \tag{2.5}$$

Menurut [8] apabila $g(x) = 0$ maka persamaan tersebut menurut persamaan differensial orde dua homogen. Sebaliknya, jika $g(x) \neq 0$ maka persamaan tersebut merupakan persamaan differensial nonhomogen. Selanjutnya dimisalkan $y_c(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ adalah penyelesaian untuk persamaan homogen.

$$a \frac{d^2 y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0 \tag{2.6}$$

Persamaan (2.6) dapat diselesaikan dengan memisalkan $y = e^{rx}$, sehingga akan diperoleh :

$$a \frac{d^2(e^{rx})}{dx^2} + b \frac{d(e^{rx})}{dx} + ce^{rx} = 0$$

$$ar^2 e^{rx} + bre^{rx} + ce^{rx} = 0$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$e^{rx}(ar^2 + br + c) = 0$$

Oleh karena $e^{rx} = 0$ maka $y(x) = e^{rx}$ merupakan penyelesaian Persamaan (2.6) jika dan hanya jika r memenuhi persamaan karakteristik sebagai berikut :

$$ar^2 + br + c = 0 \tag{2.7}$$

Penyelesaian dari Persamaan (2.7) adalah

$$r_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$r_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Penyelesaian khusus dari persoalan persamaan diferensial linear orde dua dengan persamaan karakteristik pada Persamaan (2.7) ini memiliki 3 kemungkinan.

Adapun 3 kemungkinan dalam mencari akar-akar persamaan karakteristik yaitu sebagai berikut :

1. Akar-akar persamaan karakteristik real dan berbeda ($b^2 - 4ac > 0$)

Pada hal ini akar persamaan karakteristik real dan berbeda jika akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ memiliki solusi basis $y_1 = e^{r_1x}$ dan $y_2 = e^{r_2x}$, maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.7) adalah sebagai berikut:

$$y(x) = c_1 e^{r_1x} + c_2 e^{r_2x} \tag{2.8}$$

Dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

2. Akar-akar persamaan karakteristik real ada yang sama ($b^2 - 4ac = 0$)

Jika akar-akar r_1 dan r_2 pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ mempunyai dua akar real yang sama dimana ($r_1 = r_2$) maka solusi basis $y_1 = e^{rx}$ dan $y_2 = xe^{rx}$. Karena harus mencari kombinasi yang konkrit maka dimisalkan $y_2 = xe^{rx}$ maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.7) adalah

$$y(x) = c_1 e^{rx} + c_2 x e^{rx} \tag{2.9}$$

Dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

3. Akar-akar persamaan karakteristik kompleks ($b^2 - 4ac < 0$)

Jika akar-akar r_1 dan r_2 adalah bilangan kompleks $r_1 = \alpha + i\beta$ dan $r_2 = \alpha - i\beta$ pada persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.7) adalah

$$y(x) = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \tag{2.10}$$

Dengan c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

Penyelesaian persamaan karakteristik untuk persamaan nonhomogen disimbolkan dengan $y_p(x)$. Maka, penyelesaian umum dari Persamaan nonhomogen (2.6) dapat ditulis dalam bentuk:

$$y(x) = y_c(x) + y_p(x) \tag{2.11}$$

Contoh 2.3

Tentukan penyelesaian umum dari persamaan diferensial biasa nonhomogen berikut :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \cos x .$$

Penyelesaian :

Langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan terlebih dahulu penyelesaian umum persamaan diferensial biasa homogen:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \cos x .$$

Selanjutnya, dibentuk persamaan karakteristik untuk persamaan homogenya yaitu:

$$\begin{aligned} r^2 - 3r + 2 &= 0 \\ (r - 2)(r - 1) &= 0 \\ r_1 &= 1 \quad r_2 = 2 \end{aligned}$$

Diperoleh penyelesaiannya, yaitu :

$$y_c(x) = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Selanjutnya, untuk penyelesaian persamaan karakteristik $y_p(x)$ diberikan oleh:

$$y_p(x) = A \cos x + B \sin x$$

Sehingga,

$$y_p'(x) = -A \sin x + B \cos x \text{ dan } y_p''(x) = -A \cos x - B \sin x .$$

Untuk menentukan nilai A, B dan C maka disubstitusikan nilai-nilai $y_p(x), y_p'(x)$

dan $y_p''(x)$ ke dalam persamaan $\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$ sehingga diperoleh:

$$(-A \cos x - B \sin x) - 3(-A \sin x + B \cos x) + 2(A \cos x + B \sin x) = \cos x$$

Dengan menggunakan kesamaan koefisien untuk persamaan di atas maka,

diperoleh nilai $A = \frac{1}{10}$ dan $B = -\frac{3}{10}$, sehingga persamaan karakteristiknya:

$$y_p(x) = \frac{1}{10} \cos x - \frac{3}{10} \sin x$$

Jadi, penyelesaian umum untuk persoalan di atas dengan menjumlahkan persamaan homogen $y_c(x)$ dengan persamaan karakteristik $y_p(x)$ sehingga diperoleh:

$$y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{2x} + \frac{1}{10} \cos x - \frac{3}{10} \sin x$$

2.4 Kendali Optimal Waktu Kontinu

Pada bagian ini dibahas masalah umum kendali optimal waktu kontinu untuk persamaan diferensial dinamik untuk waktu t. Menurut Olsder [9] diberikan persamaan differensial dinamik yaitu,

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \tag{2.12}$$

Dengan $x(t) \in R^n$ adalah vektor state dan $u(t) \in R^m$ adalah fungsi kendali. Fungsi tujuan yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi tujuan, dengan persamaan :

$$J(t_0) = q(x(T_1)) + \int_{t_0}^{T_f} g(x(t), u(t), t) dt \tag{2.13}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan t_0 adalah waktu awal dan T_f adalah waktu akhir.

Selanjutnya, menurut Suresh [10] untuk mencari solusi masalah kendali optimal waktu kontinu maka didefinisikan persamaan-persamaan berikut yang diperlukan untuk sebuah proses meminimalkan fungsi tujuan. Oleh karena itu, berdasarkan Persamaan (2.12) dan (2.13) maka dibentuk persamaan Hamilton, yaitu

$$H(x, u, t) = g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t) f(x(t), u(t), t) \quad (2.14)$$

selanjutnya berdasarkan persamaan Hamilton (2.14) dan persamaan dibentuk persamaan-persamaan

$$H_{u_1} = 0 \quad (2.15)$$

kemudian dari Persamaan (2.15) tersebut dapat dibentuk persamaan diferensial orde dua untuk mendapatkan fungsi kendali yang optimal.

2.5 Model Penyakit Malaria

Menurut [1], penyakit malaria dapat dimodelkan secara matematika. Adapun model matematika dari kendali optimal distribusi malaria adalah sebagai berikut:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{L}{\mu} - \beta_1 SE - \beta_2 SI - \beta_3 SR - S \\ \frac{dE}{d\tau} &= \beta_1 SE + \beta_2 SI + \beta_3 SR - (1 + \gamma)E \\ \frac{dI}{d\tau} &= \gamma E - (1 + \sigma)I \\ \frac{dR}{d\tau} &= \sigma I - R \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Fungsi tujuan dari model distribusi malaria yaitu sebagai berikut :

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} \{AI + C_1 u_1^2 + C_2 u_2^2\} dt \quad (2.17)$$

Dengan

- L : Tingkat kelahiran konstan
- β_1 : Menunjukkan tingkat kontak efektif dari rentan menjadi laten



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- β_2 : Menunjukkan tingkat kontak efektif dari rentan menjadi infeksi
- β_3 : Menyatakan tingkat kontak efektif dari rentan menjadi sembuh
- μ : Tingkat kematian alami
- σ : Menunjukkan tingkat dari kelas laten ke kelas infeksi
- γ : Menunjukkan tingkat kelas infeksi menjadi sembuh
- A : Jumlah individu yang terinfeksi
- u_1 : Tingkat kendali vaksinasi
- u_2 : Tingkat kendali pengobatan
- c_1 : Mewakili vaksin untuk mengurangi jumlah individu yang rentan menjadi individu yang laten
- c_2 : Mewakili pengobatan yang diberikan kepada individu yang terinfeksi untuk disembuhkan

Untuk mengurangi penyebaran penyakit malaria dengan menggunakan kendali u_1 dan u_2 . Populasi diasumsikan terbuka sehingga ada peningkatan dan penurunan. Individu yang berada dikelas laten, infeksi dan sembuh memiliki kemungkinan untuk menularkan penyakit, kelahiran alami dan kematian konstan. Penyakit menyebar melalui kontak antar individu dengan nyamuk, setiap individu lahir dalam kelompok rentan. Individu yang terinfeksi malaria dapat sembuh setelah diberikan kendali pengobatan, ketika kendali diberikan infeksi penyebaran penyakit malaria menjadi menurun dan penyebarannya berkurang.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODE PENELITIAN

Adapun, langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan persamaan diferensial dinamik dari kendali optimal distribusi malaria pada persamaan (2.16)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{L}{\mu} - \beta_1 SE - \beta_2 SI - \beta_3 SR - S \\ \frac{dE}{d\tau} &= \beta_1 SE + \beta_2 SI + \beta_3 SR - (1 + \gamma)E \\ \frac{dI}{d\tau} &= \gamma E - (1 + \sigma)I \\ \frac{dR}{d\tau} &= \sigma I - R \end{aligned} \right\}$$

Kemudian berdasarkan Persamaan (2.17) diketahui fungsi tujuan untuk model distribusi malaria.

2. Dibentuk persamaan Hamilton dan Lagrange berdasarkan kontrol optimal distribusi malaria dan fungsi tujuan pada nomor 1.
3. Selanjutnya berdasarkan langkah nomor 2, ditentukan $H_{u_1} = 0$ dan $H_{u_2} = 0$
4. Dari $H_{u_1} = 0$ pada nomor 3 didapatkan fungsi kendali kontrol optimal distribusi malaria yaitu $u_1^*(t)$ dan $H_{u_2} = 0$ pada nomor 3 didapatkan fungsi kendali optimal distribusi malaria yaitu $u_2^*(t)$
5. Kendali $u_1^*(t)$ dan $u_2^*(t)$ dari langkah nomor 4 disubstitusikan ke persamaan diferensial dinamik pada langkah nomor 1.
6. Kemudian dibentuk turunan kedua dari persamaan pada nomor 5.
7. Dicari solusi turunan kedua pada langkah nomor 6 yang merupakan solusi untuk distribusi malaria.
8. Selanjutnya diaplikasikan solusi distribusi malaria dalam langkah nomor 7 dengan menggunakan solusi numerik.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] P. Affandi dan Faisal, “Optimal Control Model of Malaria Spread in South Kalimantan,” no. Oktober, hal. 135–147, 2017.
- [2] M. R. Giovanni dan J. Matematika, “Kajian Kendali Optimal Untuk Mengurangi penyebaran Penyakit Malaria,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, 2016.
- [3] J. Fitriany dan A. Sabiq, “Malaria,” vol. 4, no. 2, 2018.
- [4] R. S. Purwanti dan Mardlijah, “Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Dinamik Penyebaran Penyakit Malaria,” vol. 8, no. 1, 2019.
- [5] M. N. Muhajir, *Persamaan Differensial Biasa*. Pekanbaru, 2014.
- [6] S. L. Ross, *Differential Equation*, Third Edit. New Delhi: John Wiley, 2010.
- [7] W. C. Xie, *Differential Equations for Engineers*. America: Cambridge University Press, 2010.
- [8] M. N. Muhajir, *Persamaan Differensial Biasa dengan Maple*. Pekanbaru, 2018.
- [9] G. J. Olsder dan J. W. Van Der Woude, *Mathematical Systems Theory*, Second Edi. Netherlands: Delft University Press, 2003.
- [10] S. P. Sethi dan G. L. Thompson, *Optimal Control Theory*, Second Edi. Pekanbaru: Springer, 2014.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 16 September 1998 di desa Tanjung Kecamatan Koto Kampar Hulu Kabupaten Kampar, sebagai anak terakhir dari delapan bersaudara pasangan Alm. Bapak Hasnibar Khatib dan Ibu Sa'adah. Penulis menyelesaikan pendidikan formal pada Sekolah Dasar Negeri 017 Tanjung di Tahun 2010. Pada Tahun 2013 menyelesaikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 01 Koto Kampar Hulu dan menyelesaikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Bangkinang Kota dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam pada tahun 2016. Setelah menyelesaikan pendidikan di SMAN 1 Bangkinang Kota, pada tahun 2017 penulis melanjutkan pendidikan ke perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dengan jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Pada bulan Januari 2020, penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di PT. Perkebunan Nusantara V **“Analisis Optimasi biaya dan Waktu dengan Metode CPM (Studi Kasus: Proyek Pemasangan jaringan PLN di Emplasmen dan Perumahan pabrik Kelapa Sawit Sei Buatan PTPN V)”** di bawah bimbingan Elfira Safitri, S.Si, M.Mat. dari tanggal 05 Januari sampai 05 Februari 2020 dan diseminarkan pada tanggal 4 Juli 2020. Kemudian pada tahun 2020 penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kabupaten Kampar Desa Tanjung Koto Kampar Hulu. Pada tanggal 06 Juli 2021 penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul **“Kendali Optimal Tingkat Penyebaran Penyakit pada Model SEIR Penyakit Malaria”** di bawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.