

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



KENDALI OPTIMAL UNTUK TINGKAT PRODUKSI ENERGI PADA MODEL SUMBER ENERGI TAK TERBARUKAN

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

oleh:

ZULFARITA UTAMA
11754200213



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

**KENDALI OPTIMAL UNTUK TINGKAT PRODUKSI ENERGI
PADA MODEL SUMBER ENERGI TAK TERBARUKAN**

TUGAS AKHIR

Oleh:

ZULFARITA UTAMA
11754200213

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada 06 Juli 2021

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Pembimbing

Nilwan Andiraja, M.Sc.
NIP.19840803 201101 1 005

LEMBAR PENGESAHAN

KENDALI OPTIMAL UNTUK TINGKAT PRODUKSI ENERGI PADA MODEL SUMBER ENERGI TAK TERBARUKAN

TUGAS AKHIR

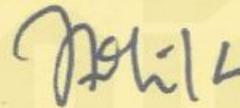
Oleh:

ZULFARITA UTAMA
11754200213

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 06 Juli 2021

Pekanbaru, 06 Juli 2021
Mengesahkan,

Ketua Program Studi



Ari Pani Desina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003



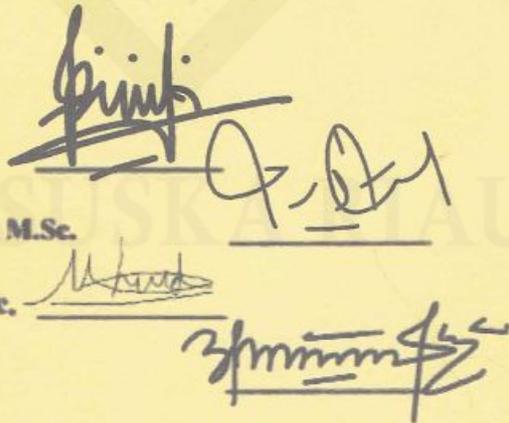
DEWAN PENGUJI

Ketua : Sri Basriati, M.Sc.

Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.

Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.

Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengummumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman, dan tanggal peminjaman.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 06 Juli 2021
Yang membuat pernyataan

ZULFARITA UTAMA
NIM: 11754200213

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

“...Niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat...”

(QS. Al-Mujadilah [58]: 11)

“Barang siapa menempuh satu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu, maka Allah pasti mudahkan baginya jalan menuju surga.”

(HR. Muslim)

Alhamdulillahrabbi’alamin

Yang utama dari segalanya...

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT

Taburan cinta dan kasih sayang-mu telah membekaliku ilmu, memberikanku

kekuatan dan kemudahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini

ku persembahkan karya kecil ini sebagai tanda baktiku

untuk yang tak pernah letih memberi doa dan dukungan

untuk pejuang kesuksesan dan kebahagiaan

Bapak (Jalmialis) dan Ibu (Letriwati).

Terima kasih kepada dosen pembimbingku yaitu

Bapak Nilwan Andiraja, M. Sc

yang telah sabar membimbing dan mengarahkan penulis

sehingga Tugas Akhir ini dapat selesai dengan tepat waktu.

Dan terima kasih kepada dosen penguji dan

ketua sidang yang telah memberi masukan dan arahan

yang telah diselesaikan penulis pada Tugas Akhir ini.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KENDALI OPTIMAL UNTUK TINGKAT PRODUKSI ENERGI PADA MODEL SUMBER ENERGI TAK TERBARUKAN

ZULFARITA UTAMA
11754200213

Tanggal Sidang : 06 Juli 2021

Periode Wisuda :

Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau

Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan tingkat produksi sumber energi pada model sumber energi tak terbarukan yang optimal. Oleh karena itu, untuk mendapatkan tingkat produksi sumber energi pada model sumber energi tak terbarukan yang optimal tersebut digunakan teori kendali optimal. Dengan menggunakan persamaan dinamik dan fungsi tujuan, lalu dibentuk persamaan Hamilton dan persamaan Lagrange. Kemudian dibentuk persamaan tingkat produksi sumber energi tak terbarukan yang optimal. Berdasarkan contoh yang diberikan, maka diperoleh kurva tingkat produksi sumber energi tak terbarukan mengalami penurunan pada waktu yang telah ditentukan. Sumber energi tak terbarukan mengalami penurunan disebabkan karena adanya persaingan dengan sumber energi terbarukan.

kata kunci: *Kendali Optimal, Persamaan Hamilton, Persamaan Lagrange, Sumber Energi tak terbarukan, Tingkat Produksi.*

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

OPTIMAL CONTROL FOR ENERGY PRODUCTION LEVELS ON NON-RENEWABLE ENERGY SOURCES MODELS

ZULFARITA UTAMA
11754200213

Date of Final Exam: July 06th 2021

Date of Graduation Ceremony: 2021

Mathematics Study Program

Faculty of Science and Technology

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

155 Soebrantas Street, Pekanbaru

ABSTRACT

This final task is intended to get the level of production of energy sources in optimal non-renewable energy sources. Therefore, to obtain the level of production of energy sources in the optimal non-renewable energy sources model, optimal control theory is used by using dynamic equations and purpose functions, then equations of Hamilton and Lagrange are shaped. Then an optimum regulation-level production equation for non-renewable energy sources was established. According to the example given, non-renewable energy source production curve falls at a specified time. Renewable energy sources are being slowed down as they become competitive with renewable energy sources..

keywords: *Hamilton's equation, Lagrange equation, Optimal Control, Production Levels, Renewable Energy Source.*



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

7. Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
8. Semua Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika yang banyak memberi masukan dan motivasi.
9. Semua Admin Program Studi Matematika di Fakultas yang telah banyak membantu penulis.
10. Teman-teman Program Studi Matematika angkatan 2017 yang telah banyak memberikan motivasi, dorongan serta pengalaman dalam penyelesaian tugas akhir ini.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah Subhanahu Wa ta'ala. Selanjutnya, dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis menyadari bahwa masih adanya kekurangan oleh karena itu penulis berharap agar pembaca dapat memberikan kritik dan saran yang membangun. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak-pihak yang memerlukannya.

Pekanbaru, 06 Juli 2021

Penulis

Zulfarita Utama



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Persamaan Diferensial Biasa dan Ordernya	5
2.3 Persamaan Diferensial Biasa Orde Satu	6
2.4 Persamaan Diferensial Biasa Orde Dua Homogen Koefisien Konstanta	7
2.5 Bentuk Kuadratik	9
2.6 Masalah Umum Kendali Optimal Waktu Kontinu	11
2.7 Model Sistem Dinamik Tingkat Produksi Sumber Energi Tak Terbarukan	12
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	14
BAB IV PEMBAHASAN	
4.1 Kendali Optimal pada Masalah Sumber Energi Tak Terbarukan	15
4.2 Simulasi Numerik	22
BAB V PENUTUP	
5.1 Kesimpulan	26
5.2 Saran	26

DAFTAR PUSTAKA	27
-----------------------------	-----------

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 4.1 Grafik tingkat produksi energi tak terbarukan tanpa pengendalian	22
Gambar 4.2 Grafik $x(t) = (-0,1275029049)e^{(0,24)t} + (15,09104457)e^{-(0,24)t} + 0,0364583333$	25



UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR SIMBOL

- H : Fungsi Hamilton.
- J : Fungsi Objektif.
- $\beta(t)$: Dampak yang berpengaruh pada energi tak terbarukan.
- $\alpha(t)$: Persentase tingkat pertumbuhan produksi sumber energi tak terbarukan.
- $x(t)$: Tingkat kapasitas produksi sumber energi tak terbarukan pada waktu t .
- $k(t)$: Tingkat kapasitas produksi sumber energi terbarukan pada waktu t .
- $q_1(t)$: Parameter usaha pengembangan untuk sumber energi terbarukan.
- $q_2(t)$: Parameter usaha pengembangan untuk sumber energi tak terbarukan.
- $u_1(t)$: Kendali tingkat produksi sumber energi terbarukan.
- $u_2(t)$: Kendali tingkat produksi sumber energy tak terbarukan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Energi tak terbarukan didefinisikan sebagai energi yang diperoleh dari sumber daya alam yang waktu pembentukannya sampai jutaan tahun. Sumber energi tersebut tidak tersedia secara terus menerus, tidak berkesinambungan, dan pada saatnya sumber energi tersebut akan habis. Dikatakan tak terbarukan karena, apabila sejumlah sumbernya dieksploitasikan, maka untuk mengganti sumber sejenis dengan jumlah sama, baru mungkin atau belum pasti akan terjadi jutaan tahun yang akan datang. Hal ini karena, disamping waktu terbentuknya yang sangat lama, cara terbentuknya lingkungan tempat terkumpul bahan dasar sumber energi ini pun tergantung dari proses dan keadaan geologi saat itu. Sumber-sumber energi tak terbarukan keluar dari tanah sebagai cairan, gas, dan padat. Menurut [1] Minyak mentah (petroleum) adalah satu-satunya bahan bakar tak terbarukan komersial yang secara alami dalam bentuk cair. Minyak bumi atau minyak mentah merupakan senyawa hidrokarbon yang berasal dari sisa-sisa kehidupan purbakala (fosil), baik berupa hewan, maupun tumbuhan. Gas alam dan propana biasanya berbentuk gas, dan batubara adalah padat.

Pertumbuhan jumlah penduduk yang terus meningkat menyebabkan permintaan energi semakin meningkat. Sektor energi memiliki peran yang sangat penting dalam rangka mendukung berlangsungnya proses pembangunan nasional [2]. Energi sebagian besar digunakan pada sektor rumah tangga, industri dan transportasi, sedangkan cadangan bahan bakar fosil seperti minyak bumi, gas alam dan batu bara yang selama ini merupakan sumber utama energi yang jumlahnya semakin menipis [3]. Hal seperti ini menyebabkan timbulnya kekhawatiran akan terjadinya kelangkaan bahan bakar di masa yang akan datang maka dari itu manusia harus bijak dalam memanfaatkan sumber energi tak terbarukan ini, agar cadangan sumber energi tak terbarukan ini tidak mudah habis dan dapat digunakan oleh generasi selanjutnya.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Menurut [4], Kepala Pusat Studi Energi (PSE) UGM, pemanfaatan sumber energi terbarukan menjadi solusi pemenuhan kebutuhan energi yang semakin lama semakin besar di masa mendatang. Sumber daya energi terbarukan memiliki keunggulan, yakni dapat diproduksi dalam waktu relatif lama di dibandingkan dengan sumber energi tak terbarukan. "Namun, sumber daya energi terbarukan selama ini belum di manfaatkan secara optimal di Indonesia," tuturnya saat berbicara dengan wartawan di Ruang Multimedia UGM, Jumat (27/3). Energi fosil terdiri dari minyak bumi, batu bara, dan gas. Pemanfaatan batu bara merupakan yang paling tinggi, yaitu sekitar 75 tahun lagi akan habis, gas masih dapat bertahan sampai 33 tahun lagi. Sedangkan minyak bumi merupakan sumber energi fosil yang paling kecil, yaitu masih dapat dimanfaatkan hanya sekitar 12 tahun lagi bila ditemukan cadangan baru.

Berdasarkan [5] mengenai pasokan energi primer berdasarkan jenis energi tahun 2011 dan 2050 menyebutkan bahwa pasokan energi primer pada tahun 2011 didominasi oleh minyak bumi 48% kemudian diikuti oleh batu bara 27%, gas 21% dan energi terbarukan 4%. Berdasarkan kebijakan energi nasional sebagaimana tercantum dalam PP 79/2014, peran minyak bumi dalam bauran energi primer pada tahun 2050 harus diturunkan menjadi 20%. Batu bara yang persentasenya harus diturunkan menjadi 25% pada tahun 2050. Sedangkan persentase minyak bumi dalam bauran energi primer harus ditingkatkan menjadi 24% pada tahun 2050.

Penurunan cadangan minyak bumi di Indonesia ini merupakan penurunan cadangan minyak yang paling signifikan dan progresif di Asia. Permasalahan ini sebenarnya telah mulai di rasakan, di tandai dengan ketergantungan Indonesia terhadap impor minyak di dibandingkan dengan produksi minyak sendiri. Jika hal ini terus berlanjut, maka Indonesia diperkirakan akan menjadi importir bahan bakar minyak terbesar di dunia pada tahun 2018.

Karena ketergantungan terhadap sumber energi tak terbarukan cukup besar dan cadangan semakin sedikit, maka hal ini perlu dikendalikan. Pengendalian itu bisa dilakukan secara sistematis dengan teori kendali. Aplikasi teori kendali untuk mengendalikan sumber energi tak terbarukan ini dapat kita lihat pada jurnal penelitian



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

[6] yang menjelaskan tentang suatu model energi yang terbarukan dan tidak terbarukan, dengan tingkat produksi optimal dan waktu yang dibutuhkan mencapai tingkat produksi yang optimal. Dan persamaan yang digunakan pada teori kendali itu adalah persamaan dinamis dan persamaan diferensial linear. Adapun persamaan tersebut dengan tingkat produksi pada waktu t yang diselesaikan menggunakan prinsip minimum pontryagin. Berdasarkan penelitian [6], Penulis tertarik untuk mengembangkan penelitian penentuan tingkat produksi energi pada sumber energi tak terbarukan dengan merubah prinsip minimum pontryagin pada jurnal [6] dan menggantinya dengan persamaan diferensial orde dua. Sehingga penulis mengambil judul “Kendali Optimal untuk Tingkat Produksi Energi pada Model Sumber Energi Tak Terbarukan”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka dapat diberikan rumusan masalah yaitu “Bagaimana tingkat produksi energi yang optimal pada model sumber daya alam untuk energi tak terbarukan?”

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka batasan masalah dalam penulisan tugas akhir ini adalah:

1. Fungsi tujuan merupakan fungsi tujuan untuk waktu berhingga.
2. Persamaan diferensial dinamik model untuk sumber energi tak terbarukan .
3. Persamaan diferensial yang digunakan merupakan persamaan diferensial orde dua non homogen.
4. Tingkat produksi yang dianalisa untuk tingkat produksi energi tak terbarukan.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tugas akhir ini adalah untuk mendapatkan tingkat produksi energi yang optimal pada model sumber daya alam untuk energi tak terbarukan.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini bagi penulis maupun bagi orang lain adalah sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan dan ilmu pengetahuan yang baru untuk menambah pengetahuan tentang sistem kendali.
2. Memberi kontribusi bagi pembaca untuk membantu mempelajari dan memperdalam masalah kestabilan tentang sumber energi tak terbarukan.
3. Sebagai literature penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah teori kendali.
4. Untuk mengetahui bagaimana kestabilan tingkat produksi energi dari model sumber energi tak terbarukan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan laporan tugas akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang akan dibahas pada masing-masing yang diuraikan menjadi beberapa bagian:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi tugas akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, kemudian dilanjutkan dengan rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung bagian pembahasan.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah dalam penelitian.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang penjabaran dalam mencari tingkat produksi sumber energi tak terbarukan.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dan saran.

BAB II LANDASAN TEORI

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu bentuk Persamaan yang memuat derivatif (turunan) satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas suatu fungsi [7]. Maka untuk memahami Persamaan diferensial di atas maka akan di berikan contoh sebagai berikut:

Contoh 2.1:

Berikut ini terdapat beberapa contoh persamaan diferensial :

1. $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$;
2. $\frac{d^4y}{dt^4} + 5\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + 3x = \sin t$;

Selanjutnya, persamaan diferensial juga dapat di notasikan sebagai berikut :

$$\dot{y} = \frac{dy}{dx} \text{ atau } \dot{x} = \frac{dx}{dt} \tag{2.1}$$

2.2 Persamaan Diferensial Biasa dan Ordernya

Persamaan diferensial biasa merupakan persamaan diferensial yang memuat turunan biasa satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas [8]. Order suatu persamaan diferensial merupakan pangkat tertinggi turunan dalam persamaan diferensial, untuk lebih jelasnya maka diberikan contoh sebagai berikut:

Contoh 2.2:

Tentukan berapa order pada persamaan diferensial dibawah ini:

1. $y' - \cos x + \sin x = 0$ persamaan diferensial order satu
2. $y'' + 7y' - 5y = 0$ persamaan diferensial order dua
3. $y''' + 3(y'')^2 + y' = \sin x$ persamaan diferensial order tiga

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.3 Persamaan Diferensial Biasa Order Satu

Persamaan diferensial biasa order satu adalah persamaan diferensial biasa yang turunan tertingginya berorder satu [9]. Secara umum persamaan diferensial biasa order satu dapat di tulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{2.2}$$

Dengan $f(x, y)$ adalah fungsi dalam dua variabel yang diberikan dan kontinu di x dan y . Dalam bukunya [10] apabila fungsi f dalam Persamaan (2.2) berbentuk linear pada variabel bebas y , maka persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \tag{2.3}$$

dengan $P(x)$ dan $Q(x)$ dalam fungsi x . Solusi untuk Persamaan (2.3) dalam fungsi x dapat ditulis sebagai berikut :

$$y = e^{-\int p(x)dx} [\int Q(x)e^{\int P(x)dx} + C] \tag{2.4}$$

Contoh 2.3:

Tentukan solusi umum dari Persamaan diferensial $y' = 2y$, dimana $y(0) = 2$.

Penyelesaian:

Dari Persamaan $y' = 2y$ di peroleh $P(x) = 1$ dan $Q(x) = 2y$ maka

$$\frac{dy}{dx} = 2y$$

$$\frac{1}{2y} dy = dx$$

$$\int \frac{1}{2y} dy = \int dx$$

$$\frac{1}{2} \ln y + C = x + C$$

$$\frac{1}{2} \ln y - x + C = 0, \text{ ingat } \log a^b = b \log a$$

$$\ln y^{\frac{1}{2}} = x + C$$

$$e^{\ln y^{\frac{1}{2}}} = e^{x+c}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$y^{\frac{1}{2}} = e^x \cdot e^c$$

$$y^{\frac{1}{2}} = e^x \cdot c$$

$$y = (ce^x)^2$$

Karena syarat awal $y(0) = 2$ maka

$$2 = (ce^0)^2$$

$$c^2 = 2$$

$$c = \sqrt{2}$$

Sehingga solusi umum dari Persamaan diferensial biasa dengan syarat awal yaitu:

$$y = (\sqrt{2} e^x)^2 \text{ atau } y = 2e^{2x}$$

2.4 Persamaan Diferensial Biasa Orde Dua Homogen Koefisien Konstan

Persamaan diferensial biasa orde dua adalah suatu bentuk Persamaan yang memuat derivatif (turunan) satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas suatu fungsi yang turunan keduanya merupakan turunan tertinggi [7]. Secara umum Persamaan diferensial biasa orde dua dapat di tulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = g(x) \tag{2.5}$$

Dimana a, b dan c merupakan koefisien masing - masing dalam persamaan. Jika $f(x) = 0$ maka Persamaan diferensial orde dua tersebut homogen, jika $f(x) \neq 0$ maka Persamaan tersebut merupakan Persamaan diferensial nonhomogen. Selanjutnya di misalkan $y_c(x) = c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$ adalah penyelesaian untuk persamaan homogen.

$$a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0 \tag{2.6}$$

Persamaan (2.6) dapat diselesaikan dengan memisalkan $y = e^{rt}$, sehingga di peroleh:

$$a \frac{d^2(e^{rt})}{dx^2} + b \frac{d(e^{rt})}{dx} + ce^{rt} = 0$$

$$ar^2e^{rt} + bre^{rt} + ce^{rt} = 0$$

$$e^{rt}(ar^2 + br + c) = 0$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Karena $e^{rt} = 0$ maka $y(t) = e^{rt}$ merupakan penyelesaian Persamaan $a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = 0$ jika dan hanya jika r memenuhi Persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$ar^2 + br + c = 0 \tag{2.7}$$

Penyelesaian dari Persamaan $ar^2 + br + c = 0$ adalah sebagai berikut:

$$r_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$r_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Penyelesaian khusus dari persoalan Persamaan diferensial linear orde dua dengan Persamaan karakteristik pada $ar^2 + br + c = 0$ ini memiliki 3 kemungkinan.

Adapun 3 kemungkinan dalam mencari akar – akar Persamaan karakteristik yaitu sebagai berikut:

- 1. Akar – akar Persamaan karakteristik real dan berbeda ($b^2 - 4ac > 0$).

Dalam hal ini akar Persamaan karakteristik real dan berbeda jika akar – akar r_1 dan r_2 pada Persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ memiliki solusi basis $y_1 = e^{r_1t}$ dan $y_2 = e^{r_2t}$, maka penyelesaian umum dari Persamaan $ar^2 + br + c = 0$ adalah sebagai berikut:

$$y(x) = c_1 e^{r_1t} + c_2 e^{r_2t} \tag{2.8}$$

Dimana c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

- 2. Akar – akar Persamaan karakteristik real ada yang sama ($b^2 - 4ac = 0$).

Jika akar – akar r_1 dan r_2 pada Persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ mempunyai dua akar real yang sama dimana ($r_1 = r_2$) maka solusi basis $y_1 = e^{rt}$ dan $y_2 = x e^{rt}$. Karena harus mencari kombinasi yang konkrit maka kita misalkan $y_2 = x e^{rt}$ maka penyelesaian umum dari Persamaan $ar^2 + br + c = 0$ adalah sebagai berikut:

$$y(x) = c_1 e^{rt} + c_2 x e^{rt} \tag{2.9}$$

Dimana c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3. Akar – akar Persamaan karakteristik kompleks ($b^2 - 4ac < 0$).

Jika akar – akar r_1 dan r_2 adalah bilangan kompleks $r_1 = \alpha + i\beta$ dan $r_2 = \alpha - i\beta$ pada Persamaan karakteristik $ar^2 + br + c = 0$ maka penyelesaian umum dari Persamaan $ar^2 + br + c = 0$ adalah sebagai berikut:

$$y(x) = e^{\alpha x}(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \tag{2.10}$$

Dimana c_1 dan c_2 adalah konstanta sembarang.

Kemudian $x_p(t)$ adalah penyelesaian untuk persamaan non homogen. Maka penyelesaian umum dari Persamaan (2.5) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$y(x) = y_c(x) + y_p(x)$$

Contoh 2.4 :

Tentukan Persamaan karakteristik dari Persamaan diferensial orde 2 homogen berikut:

$$y'' + 5y' + 6y = 0$$

Penyelesaian:

Terlebih dahulu di buat Persamaan karakteristiknya yaitu :

$$r^2 + 5r + 6 = 0$$

Dengan menggunakan faktorisasi maka

$$(r + 2)(r + 3) = 0, \quad r_1 = -2 \text{ atau } r_2 = -3$$

Sehingga solusi umumnya : $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$

2.5 Bentuk Kuadrat

Menurut [11], bentuk kuadrat itu sebagai berikut:

$$x^T A x \tag{2.11}$$

Dengan entri - entri matriks A adalah $c_{ij} = c_{ji}$ untuk semua i dan j . Kemudian jika diberikan $x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ maka Persamaan (2.11) dapat dituliskan menjadi notasi sigma yaitu :



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{IJ} X_I X_j \tag{2.12}$$

Persamaan (2.12) merupakan bentuk kuadratik dengan n banyak variabel yaitu x_1, x_2, \dots, x_n dengan $i = j, j = n$ dan $c_{ij} \in R$.

Sifat definit dari persamaan kuadratik (2.11) dapat diperoleh dengan menghitung nilai eigen dari matriks A berdasarkan [12]. jika A matriks simetri berukuran $n \times n$ dan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ merupakan nilai eigen dari matriks A maka bentuk kuadratik $x^T A x$ memenuhi :

1. Definit positif jika dan hanya jika $\lambda_i > 0$ untuk semua i .
2. Semi definit positif jika dan hanya jika $\lambda_i \geq 0$ untuk semua i .
3. Definit negatif jika dan hanya jika $\lambda_i < 0$ untuk semua i .
4. Semi definit negatif jika dan hanya jika $\lambda_i \leq 0$ untuk semua i .
5. Sifat undefinit tidak memenuhi empat sifat di atas.

Selanjutnya untuk lebih memahami sifat definit, maka diberikan contoh sebagai berikut:

Contoh 2.5:

Ubahlah bentuk kuadratik dari $[x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ ke notasi sigma dan tentukan sifat definit dari matriks A.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} [x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} &= 4x_1^2 + 8x_1 x_2 + 4x_2^2 \\ &= 4x_1^2 + 4x_1 x_2 + 4x_1 x_2 + 4x_2^2 \\ &= 4x_1 x_1 + 4x_1 x_2 + 4x_1 x_2 + 4x_2 x_2 \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 4x_i x_j \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk sifat definit didapatkan sebagai berikut:

Dari matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ didapat nilai eigennya

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned} \text{Det} (\lambda I - A) &= 0 \\ \text{Det} \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \right) &= 0 \\ \text{Det} \begin{bmatrix} (\lambda - 4) & -4 \\ -4 & (\lambda - 4) \end{bmatrix} &= 0 \\ ((\lambda - 4)(\lambda - 4)) - (-4 - 4) &= 0 \\ \lambda^2 - 8\lambda &= 0 \\ \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 8 \end{aligned}$$

Jadi, dari nilai eigen dapat disimpulkan bahwa bentuk kuadrat di atas memiliki sifat semi definit positif.

2.6 Masalah Umum Kendali Optimal Waktu Kontinu

Masalah umum kendali optimal waktu kontinu untuk Persamaan diferensial dinamik untuk waktu t . Menurut [13] diberikan Persamaan diferensial dinamik yaitu:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2.13)$$

Dimana $x(t) \in R^n$ adalah vektor state dan $u(t) \in R^m$ adalah fungsi kendali. Fungsi tujuan yang akan dicapai yaitu meminimalkan fungsi objektif, dengan Persamaan :

$$J(t_0) = q(x(T_f)) + \int_{t_0}^{T_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (2.14)$$

Dengan t_0 adalah waktu awal dan T_f adalah waktu akhir.

Selanjutnya, menurut [14], untuk mencari solusi masalah kendali optimal waktu kontinu maka di definisikan Persamaan - Persamaan berikut yang diperlukan untuk sebuah proses meminimalkan fungsi objektif. Oleh karena itu, berdasarkan Persamaan (2.13) dan (2.14) maka dibentuk Persamaan Hamilton dan Persamaan Lagrange, yaitu

$$H(x, u, t) = g(x(t), u(t), t) + \lambda^T(t) f(x(t), u(t), t) \quad (2.15)$$

dan Persamaan Lagrange adalah sebagai berikut:

$$L = g(x(t), u(t), t) + (\lambda - \mu) f(x(t), u(t), t) \quad (2.16)$$

selanjutnya berdasarkan Persamaan Hamilton (2.15) dan Persamaan Lagrange (2.16) dibentuk Persamaan-Persamaan



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$H_{u_2} = 0 \tag{2.17}$$

$$L_x = -\dot{\lambda} \tag{2.18}$$

$$L_{u_2} = 0 \tag{2.19}$$

Kemudian dari Persamaan (2.18) tersebut dapat di bentuk Persamaan diferensial orde dua untuk mendapatkan fungsi kendali yang optimal.

2.7 Model Sistem Dinamik Tingkat Produksi Sumber Energi Tak Terbarukan

Sistem dinamik dari permasalahan energi tak terbarukan merupakan model matematika berdasarkan pada model Lotka-Voltera. Bentuk model tersebut dinyatakan dalam bentuk Persamaan diferensial linear. Adapun model matematika dari sistem dinamik sumber energi tak terbarukan adalah sebagai berikut:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \alpha u_2 - \beta xk \quad t \in [t_0, t_f] \tag{2.20}$$

Dimana:

x : Tingkat kapasitas produksi sumber energi tak terbarukan pada waktu t .

k : Tingkat kapasitas produksi sumber energi terbarukan waktu t .

α : Persentase tingkat pertumbuhan dalam produksi sumber energi tak terbarukan.

β : Konstanta positif yang merepresentasikan dampak yang berpengaruh pada produksi energi tak terbarukan akibat adanya persaingan dengan tingkat produksi sumber energi terbarukan.

Dengan fungsi tujuan dari model energi sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{q_1 u_1^2 + q_2 u_2^2\} dt \tag{2.21}$$

Dengan,

u_1 : Kendali tingkat produksi sumber energi terbarukan.

u_2 : Kendali tingkat produksi sumber energi tak terbarukan.

q_1 : Parameter usaha pengembangan energi dalam hal investasi modal, pemeliharaan dan biaya infrastruktur untuk sumber energi terbarukan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

q_2 : Parameter usaha pengembangan energi dalam hal investasi modal, pemeliharaan dan biaya infrastruktur untuk sumber energi tak terbarukan.

Menurut [6] untuk mencari tingkat produksi sumber energi tak terbarukan yang optimal maka digunakan prinsip minimum pontryagin. Agar mendapatkan waktu yang optimal dalam produksi sumber energi tak terbarukan sehingga dapat meminimumkan biaya implementasi dengan target produksi yang sudah ditentukan.





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Adapun, langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Diketahui persamaan diferensial dinamik tingkat produksi sumber energi tak terbarukan sebagai berikut:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \alpha u_2 - \beta x k$$

Kemudian berdasarkan Persamaan (2.21) di ketahui fungsi tujuan untuk kasus sumber energi pada waktu berhingga sebagai berikut :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{q_1 u_1^2 + q_2 u_2^2\} dt$$

2. Dibentuk Persamaan Hamilton dan Lagrange berdasarkan diferensial dinamik dan fungsi tujuan pada nomor 1.
3. Selanjutnya, berdasarkan langkah nomor 2, ditentukan $H_{u_2} = 0, L_x = -\dot{\lambda}$ dan $L_{u_2} = 0$.
4. Dari $H_{u_2} = 0$ pada nomor 3 didapatkan fungsi kendali yaitu tingkat produksi $u_2(t)$.
5. Dari $L_x = -\dot{\lambda}$ dan $L_{u_2} = 0$ pada nomor 3 didapatlah $-\dot{\lambda}$.
6. Kendali $u_2(t)$ dari langkah nomor 4 disubstitusikan ke persamaan diferensial dinamik pada langkah nomor 1.
7. Kemudian dibentuk turunan kedua dari persamaan diferensial dinamik pada nomor 6.
8. Dicari solusi turunan kedua pada langkah nomor 7 yang merupakan solusi untuk tingkat produksi.
9. Selanjutnya diaplikasikan solusi tingkat produksi dalam langkah nomor 7 dengan menggunakan solusi numerik.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada Bab IV maka diperoleh kesimpulan bahwa berdasarkan persamaan diferensial sistem dinamik untuk tingkat produksi pada model sumber energi tak terbarukan pada waktu berhingga, diperoleh solusi tingkat produksi untuk model sumber energi tak terebarukan yaitu:

- a. Tingkat produksi untuk model sumber energi tak terbarukan : $u_2 = -\frac{\lambda\alpha}{q_2}$
- b. Ketika mencari solusi x_p dengan memisalkan $x = Ax^2 + Bx + C$ diturunkan menjadi $\ddot{x} = 2A$ lalu disubstitusikan ke Persamaan (4.12) sehingga kita dapati nilai $C = \frac{\mu\beta k\alpha^2}{q_2\beta^2 k^2}$.
- c. Setelah itu diperolehlah persamaan tingkat produksi sumber energi tak terbarukan yang optimal untuk solusi x_p yaitu $x(t) = C_1 e^{rt} + C_2 e^{-rt} + C$. Dengan nilai c_1 dan c_2 yaitu:

$$c_1 = \frac{M e^{-rt_f} - e^{-rt_f} \frac{\mu\beta k\alpha^2}{q_2\beta^2 k^2} + e^{-rt_0} \frac{\mu\beta k\alpha^2}{q_2\beta^2 k^2}}{(e^{rt_0})(e^{-rt_f}) - (e^{-rt_0})(e^{rt_f})}$$

$$c_2 = \frac{-M e^{rt_f} + e^{rt_f} \frac{\mu\beta k\alpha^2}{q_2\beta^2 k^2} - e^{rt_0} \frac{\mu\beta k\alpha^2}{q_2\beta^2 k^2}}{(e^{rt_0})(e^{-rt_f}) - (e^{-rt_0})(e^{rt_f})}$$

5.2 Saran

Tugas akhir ini menjelaskan tentang tingkat produksi sumber energi pada model sumber energi tak terbarukan dengan waktu berhingga. Dan juga memaparkan tentang persamaan diferensial dinamik untuk model sumber energi tak terbarukan dengan menggunakan teori kendali optimal. Maka saran yang ingin di sampaikan adalah pembaca dapat mengembangkan lebih lanjut penelitian ini dalam bentuk waktu berhingga.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ryanrpu. “*Krisis Sumber Energi Fosil.*” yogyakarta: pustaka pelajar, vol. 3, no. 1.2018.
- [2] A. Lubis and A. Sugiyono. “*Technical Committee Meeting to Asses and Compare the Potential Rule of Nuclear Power and Other Option in Alleviating Health and Environmental Impacts Electricity Generation*” Overy. Energy Plan. Indonesia.1996.
- [3] Indarti. “*Indonesia regional seminar on commercialization of biomass technology*” Ctry. Pap.2001.
- [4] Ika.“*Pemanfaatan Sumber Energi Terbarukan Atasi Krisis Ekonomi*”. 2009.
- [5] F. Sagala. “*Peran Energi Dalam Pembangunan Nasional*” Pusdiklat:Batn. 2013.
- [6] M. Khoir. “*Waktu Optimal Dalam Diversifikasi Produksi Sumber Energi Terbarukan dan Tidak Terbarukan dengan Menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin*” J. Mat. vol. 2, no. 1, 2013.
- [7] D. Lestari. “*Persamaan Differensial*”. Jakarta:Alemba Empat. 2013.
- [8] Ross and S. L. “*Differential Equations*” Singapore : John Wiley Sons, 1984.
- [9] M. N. Muhajjir. “*Persamaan Diferensial Biasa dengan MAPLE*”. Pekanbaru. 2018.
- [10] W.-C. Xie.“*Differential Equations for Engineers*” New York Univ. Waterloo Cambridge. 2010.
- [11] K. Ogata. “*Discrete Time Control System*” New Jersey:Prentice-Hall. 1995.
- [12] Lewis and F. L. “*Optimal Control*” Toronto: John Wiley Sons. 1995.
- [13] G. Olsder. “*Mathematical Systems Theory*” Delft Univ. Technol. 1994.
- [14] S. P. Sethi and G. L. Thompson. “*Optimal Control Theory Aplications to Management Science and Economics Edisi Kedua*” New York:Springer Sci. Media. 2005.
- [15] Y. Y. P Affandi Faisal, “*Kendali Optimal Dari Sistem Inventori Dengan Peningkatan Dan Penurunan Barang,*” J. MIPA, vol. 1, 2014.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu mass

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Pekanbaru, Riau pada tanggal 20 Mei 1999 dari pasangan bapak Jalmialis dan ibu Letriwati. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikan formal Sekolah Dasar di SDN 035 Tarai Bangun pada tahun 2011. Pada tahun 2014, penulis menyelesaikan pendidikan sekolah menengah pertama di SMPN 4 Tambang dan pada tahun 2017 penulis menyelesaikan pendidikan sekolah menengah atas di SMAN 2 Tambang dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Kemudian pada tahun 2017 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau pada jurusan Matematika. Pada tahun 2020 penulis melaksanakan Kerja Praktek di Balai Besar KSDA Riau dan telah menulis laporan Kerja Praktek dengan judul “**Analisis Deskriptif Jumlah Produksi Ikan Arwana Berdasarkan Jumlah Indukan di Provinsi Riau tahun 2019**” yang dibimbing oleh Bapak Nilwan Andiraja, SPd, M.Sc. Dan di seminarkan pada tanggal 16 Mei 2020. Kemudian penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada tahun yang sama di Desa Tarai Bangun, Kec. Tambang, Kab. Kampar dengan sistem online di karenakan pandemi covid-19. Pada 3 Juli 2021 penulis dinyatakan lulus dalam ujian sidang akhir dengan judul tugas akhir “**Kendali Optimal Untuk Tingkat Produksi Energi Pada Model Sumber Energi Tak Terbarukan**” dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.