

IMPLEMENTASI ALGORITMA *DYNAMIC PROGRAMMING* DALAM MENYELESAIKAN PERMASALAHAN *INTEGER KNAPSACK*

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

VICKY LISES PASEPTI
11754200287



UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021**

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

IMPLEMENTASI ALGORITMA *DYNAMIC PROGRAMMING* DALAM MENYELESAIKAN PERMASALAHAN *INTEGER KNAPSACK*

TUGAS AKHIR

oleh:

VICKY LISES PASEPTI
11754200287

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 11 Juni 2021

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003

Pembimbing

Sri Basriati, M.Sc.
NIP. 19790216 200710 2 001



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

IMPLEMENTASI ALGORITMA *DYNAMIC PROGRAMMING* DALAM MENYELESAIKAN PERMASALAHAN *INTEGER KNAPSACK*

TUGAS AKHIR

oleh:

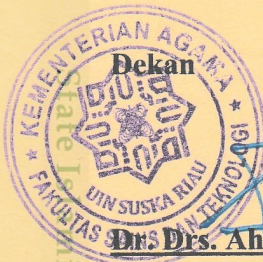
VICKY LISES PASEPTI
11754200287

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 11 Juni 2021

Pekanbaru, 11 Juni 2021
Mengesahkan,

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003



Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.
NIP. 19660604 199203 1 004

DEWAN PENGUJI

- Ketua : Ari Pani Desvina, M.Sc.**
Sekretaris : Sri Basriati, M.Sc.
Anggota I : Mohammad Soleh, M.Sc.
Anggota II : Elfira Safitri, M.Mat.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan dengan mengikuti kaidah pengutipan yang berlaku.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa di dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan oleh saya maupun orang lain untuk keperluan lain, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak memuat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang disebutkan di dalam daftar pustaka.

Saya bersedia menerima sanksi jika pernyataan ini tidak sesuai dengan yang sebenarnya.

Pekanbaru, 11 Juni 2021
Yang membuat pernyataan,

VICKY LISES PASEPTI
11754200287

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

“Allah tidak menjanjikan langit selalu biru, bunga selalu mekar dan mentari selalu bersinar. Tapi ketahuilah bahwa akan selalu ada pelangi setelah badai, tawa setelah air mata, berkah di setiap cobaan dan jawaban dari segala doa”
~Abu Bassam Oemar Mita~

Alhamdulillah rabbil'alamiin ucapan syukur kepada Allah SWT. Taburan cinta dan kasih sayang-Mu telah memberikanku kekuatan, membekaliku dengan ilmu serta memperkenalkanku dengan cinta. Atas karunia serta kemudahan yang Engkau berikan akhirnya Tugas Akhir yang sederhana ini dapat terselesaikan. Shalawat dan salam selalu terlimpahkan kepada Rasulullah Muhammad SAW.

Kupersembahkan karya sederhana ini kepada orang yang sangat kukasihi dan kusayangi.

Ayah dan Ibu Tercinta

Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tiada terhingga ku persembahkan karya kecil ini kepada Ayah (Liswardi) dan Ibu (Sesminarni) yang telah memberikan kasih sayang secara dukungan, ridho dan cinta kasih yang tiada terhingga.

Orang terdekatku

Sebagai tanda terima kasih, aku persembahkan karya kecil ini untuk adik-adikku (Metha Lises Febbyola dan Nadine Lises Aqilla Junifa) dan keluarga yang telah memberikan semangat dan inspirasi selama pembuatan Tugas Akhir ini.

Teman-teman

Untuk teman-temanku yang selalu memberikan motivasi, nasehat dan semangat dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini. Genk BERLIMA (Tifa, Riska, Fira dan Uus), Akmal, Dani, Nomi, Amel, Santi dan Novita Seluruh Pejuang TA 17'C dan teman-teman MT Angkatan 2017.

Dosen Pembimbing Tugas Akhir

Terima kasih Ibu Sri Basriati, M.Sc selaku dosen pembimbing Tugas Akhir saya yang sudah membantu selama ini, memotivasi, menasehati dan mengarahkan saya hingga Tugas Akhir ini selesai.

IMPLEMENTASI ALGORITMA *DYNAMIC PROGRAMMING* DALAM MENYELESAIKAN PERMASALAHAN *INTEGER KNAPSACK*

VICKY LISES PASEPTI

NIM: 11754200287

Tanggal Sidang: 11 Juni 2021

Tanggal Wisuda: 2021

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Permasalahan *integer knapsack* merupakan permasalahan pengangkutan barang, dimana barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkutan diangkut seluruhnya atau tidak sama sekali dalam satu item barang. Pemilihan barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkutan tidak boleh melebihi kapasitas dari media pengangkutnya (*knapsack*). Algoritma *dynamic programming* digunakan untuk memilih barang yang akan diangkut oleh Toko Surya Muda Pekanbaru agar mendapatkan keuntungan yang maksimal. Algoritma *dynamic programming* mempunyai dua prosedur yaitu prosedur rekursif maju (*forward recursion*) dan prosedur rekursif mundur (*backward recursion*). Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, kedua prosedur dari algoritma *dynamic programming* dapat memberikan solusi optimal pada pengangkutan barang oleh Toko Surya Muda Pekanbaru yaitu diperolehnya keuntungan maksimal sebesar Rp. 1.018.400. Namun, pada prosedur rekursif mundur (*backward recursion*) jumlah banyaknya barang yang diangkut ke dalam media pengangkutan lebih banyak dibandingkan dengan prosedur rekursif maju (*forward recursion*).

Kata kunci: Algoritma *Dynamic Programming*, *Integer Knapsack*, Pengangkutan Barang.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

IMPLEMENTATION OF DYNAMIC PROGRAMMING ALGORITHM TO SOLVE INTEGER KNAPSACK PROBLEMS

VICKY LISES PASEPTI

NIM: 11754200287

Date Of Final Exam: 11 June 2021

Date Of Graduation: 2021

*Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
H.R Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru*

ABSTRACT

The problem of integer knapsack is a matter of transporting goods, where goods will be included as a whole or not at all in one item. The selected goods may not exceed the capacity of the knapsack. The dynamic programming algorithm is used to select goods to be transported by the Surya Muda Pekanbaru Shop in order to get the maximum profit. Dynamic programming algorithm has two procedures including forward recursion procedure and backward recursion procedure. Based on the calculations, the two procedures of dynamic programming algorithm can provide an optimal solution for the transportation of goods by Surya Muda Pekanbaru Shop, which is the maximum profit to Rp1.018.400. However, in the backward recursion procedure, the number of goods transported into knapsack is more than the forward recursion procedure.

Keywords: *Dynamic Programming's Algorithm, Integer Knapsack, Transportation of goods.*

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhannahu Wata'ala* yang telah memberikan rahmat, nikmat, kesempatan dan kesehatan sehingga penulis bisa menyelesaikan Tugas Akhir ini. *Shalawat* dan salam kepada Nabi Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalam* karena berkat perjuangan beliau umat manusia dapat dibawa dari alam kegelapan ditujukan ke alam yang penuh dengan ilmu pengetahuan.

Tugas Akhir ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika. Dalam penyusunan Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari orangtua tercinta, Ayah Liswardi dan Ibu Sesminarni yang tidak pernah lelah dan tiada henti melimpahkan kasih sayang, doa, perhatian, motivasi dan juga materi yang tak mungkin bisa terbalaskan. Serta adik-adikku Metha dan Nadine yang telah memberikan dukungan, doa serta kasih sayang yang tulus kepada penulis.

Kemudian dengan kerendahan hati penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc., selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

5. Ibu Sri Basriati, M.Sc., selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan bimbingan serta arahan sehingga tugas akhir penulis dapat diselesaikan.
6. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc. dan Ibu Elfira Safitri, M.Mat., selaku Penguji yang telah memberikan kritik dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
7. Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc., selaku Pembimbing Akademik penulis yang telah memberi dukungan dan semangat kepada penulis.
8. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
9. Sahabat-sahabat penulis Ummu Athifah, Riska Nasrillianti, Syafira Alifia dan Siti Uswatun Khasanah yang telah memberikan dukungan dan semangat kepada penulis.
10. Teman-teman seperjuangan Matematika angkatan 2017 khususnya kelas C.
11. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian Tugas Akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah *Subhannahu Wata'ala*. Dalam penulisan ini penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini belum sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun demi perbaikan dan penyempurnaan Tugas Akhir ini sangat penulis harapkan sehingga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Pekanbaru, 11 Juni 2021

Vicky Lises Pasepti



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xiv
DAFTAR SIMBOL	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II LANDASAN TEORI	5
2.1 Program Linier	5
2.2 Permasalahan <i>Knapsack</i>	7
2.3 Algoritma <i>Dynamic Programming</i>	9
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	36



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	39
4.1 Data Pengangkutan Barang Toko Surya Muda Pekanbaru	39
4.2 Mengidentifikasi Barang Berdasarkan Berat dan Keuntungan.....	41
4.3 Menyusun Model Permasalahan <i>Integer Knapsack</i>	42
4.4 Mengimplementasikan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> dengan Prosedur Rekursif Maju	44
4.5 Mengimplementasikan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> dengan Prosedur Rekursif Mundur	71
BAB V PENUTUP.....	98
5.1 Kesimpulan.....	98
5.2 Saran	98
DAFTAR PUSTAKA	99
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	101

DAFTAR GAMBAR

Gambar		Halaman
2.1	Proses Perhitungan Prosedur Rekursif Maju	11
2.2	Proses Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur	12
3.1	<i>Flowchart</i> Metodologi Penelitian	38



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel		Halaman
2.1	Data untuk Model Program Linier	6
2.2	Data Pengangkutan Pupuk	13
2.3	Hasil Identifikasi Barang	13
2.4	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 1	17
2.5	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 2	19
2.6	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 3	21
2.7	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 4	24
2.8	Rekapitulasi Solusi Optimal Perhitungan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> Prosedur Rekursif Maju	24
2.9	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 1	27
2.10	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 2	29
2.11	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 3	31
2.12	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 4	34
2.13	Rekapitulasi Solusi Optimal Perhitungan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> Prosedur Rekursif Mundur	34
2.14	Solusi Optimal Perhitungan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> Prosedur Rekursif Maju dan Rekursif Mundur	35
4.1	Data Pengangkutan Barang	40
4.2	Hasil Identifikasi Barang	41
4.3	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 1	46
4.4	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 2	48
4.5	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 3	50
4.6	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 4	51
4.7	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 5	52
4.8	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 6	54
4.9	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 7	57
4.10	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 8	59
4.11	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 40	63

© Hak cipta dimiliki UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

4.12	Rekapitulasi Solusi Optimal Perhitungan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> Prosedur Rekursif Maju	68
4.13	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 1.....	73
4.14	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 2.....	75
4.15	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 3.....	78
4.16	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 4.....	78
4.17	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 5.....	79
4.18	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 6.....	81
4.19	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 7.....	82
4.20	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 8.....	84
4.21	Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 40.....	87
4.22	Rekapitulasi Solusi Optimal Perhitungan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> Prosedur Rekursif Mundur	92
4.23	Solusi Optimal Perhitungan Algoritma <i>Dynamic Programming</i> Prosedur Rekursif Maju dan Rekursif Mundur	95

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SIMBOL

Z	: Fungsi tujuan
p_i	: Keuntungan barang ke- i
w_i	: Berat barang ke- i
x_i	: Variabel keputusan ($x_i = 1$ jika dipilih, $x_i = 0$ jika tidak dipilih)
M	: Kapasitas muat <i>knapsack</i> (media pengangkut)
n	: Banyak barang
$f_i(y)$: Nilai optimal pada tahap i dengan kapasitas <i>knapsack</i> sebesar y
y	: Kapasitas <i>knapsack</i> pada tahap i

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dimana solusi tersebut dapat dipandang menjadi rangkaian tahap-tahap yang saling berhubungan dengan yang lainnya. Prinsip dari algoritma ini adalah membagi permasalahan menjadi beberapa bagian yang lebih sederhana sehingga mempermudah menyelesaikan permasalahan-permasalahan optimasi yang memiliki karakteristik tertentu [16].

Penelitian tentang permasalahan *integer knapsack* telah dilakukan sebelumnya oleh [1] menggunakan algoritma *greedy* dalam optimasi pemilihan peti kemas mendapatkan kesimpulan bahwa solusi yang dihasilkan dapat memberikan keuntungan yang maksimal. Selanjutnya, penelitian oleh [11] dengan menerapkan algoritma genetika dalam pendistribusian produk mendapatkan kesimpulan bahwa solusi yang dihasilkan tidak melebihi kapasitas beban maksimal alat muat (*knapsack*). Selanjutnya, penelitian oleh [6] dengan menerapkan algoritma *dynamic programming* dan *greedy* pada transportasi angkut barang mendapatkan kesimpulan bahwa algoritma *dynamic programming* merupakan algoritma terbaik yang efektif dalam menyelesaikan permasalahan *integer knapsack*.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh [6], penulis tertarik untuk kembali mengulas permasalahan *integer knapsack* menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan kasus yang berbeda. Adapun judul penelitiannya adalah **“Implementasi Algoritma Dynamic Programming dalam Menyelesaikan Permasalahan Integer Knapsack”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang, maka rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini yaitu: “Bagaimana solusi optimal penyelesaian permasalahan *integer knapsack* dengan mengimplementasikan algoritma *dynamic programming*?”.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada Tugas Akhir ini adalah:

- a. Penelitian ini menggunakan data dari Tugas Akhir Meli Ermanita, S.Si yang merupakan data pengangkutan barang Toko Surya Muda Pekanbaru.
- b. Penelitian ini menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif maju (*forward recursion*) dan rekursif mundur (*backward recursion*).

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian pada Tugas Akhir ini adalah untuk mendapatkan solusi optimal penyelesaian permasalahan *integer knapsack* dengan mengimplementasikan algoritma *dynamic programming*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang didapatkan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah:

- a. Meningkatkan kemampuan penulis dalam mengaplikasikan ilmu pengetahuan yang telah didapatkan selama masa perkuliahan di kehidupan sehari-hari.
- b. Menambah ilmu pengetahuan dan wawasan pembaca mengenai implementasi algoritma *dynamic programming* dalam menyelesaikan permasalahan *integer knapsack*.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada Tugas Akhir ini dibagi menjadi tiga bab, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan tugas akhir.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung penelitian diantaranya: program linear, permasalahan *knapsack* dan algoritma *dynamic programming*.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini membahas tentang langkah-langkah yang dilakukan dalam melakukan penelitian pada tugas akhir ini menggunakan algoritma *dynamic programming* dalam menyelesaikan permasalahan *integer knapsack*.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas mengenai penyelesaian permasalahan *integer knapsack* dengan mengimplementasikan algoritma *dynamic programming*.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran yang diperoleh dari penelitian yang telah dilakukan.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Program Linier

Program linier atau *linear programming* merupakan salah satu teknik dalam riset operasi yang banyak digunakan untuk mengambil suatu keputusan. Tujuan dari program linier ini adalah membentuk suatu model dengan memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan dengan kendala-kendala yang telah diketahui yang digunakan untuk mengambil keputusan sehingga dengan alternatif biaya seminimal mungkin dapat mencapai keuntungan yang maksimal dalam penyelesaiannya [3].

Program linier adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan optimasi menggunakan formulasi-formulasi linier untuk memperoleh solusi yang optimal dengan mencermati kendala-kendala yang diketahui [15]. Kendala-kendala tersebut berhubungan dengan keterbatasan sumber daya seperti bahan baku, waktu, biaya dan tenaga kerja. Nilai optimum yang dihasilkan dalam penyelesaian permasalahan optimasi menggunakan program linier bisa berbentuk waktu, banyaknya barang, nilai keuntungan dan lainnya [2].

Adapun permasalahan optimasi yang sering ditemukan di kehidupan sehari-hari adalah sebagai berikut:

- a. Menentukan barang-barang yang akan dipilih untuk diangkut ke dalam media pengangkutan tanpa melebihi kapasitas media pengangkutnya (permasalahan *knapsack*).
- b. Menentukan jarak terpendek dari suatu lokasi ke lokasi yang lainnya (*travelling salesman problem*).
- c. Menentukan lintasan transportasi umum sehingga seluruh tempat yang dikehendaki bisa dijangkau.
- d. Menentukan jumlah pekerja pada proses produksi agar dapat meminimalkan biaya produksi dan memaksimalkan hasil produksi.



m : Jumlah batasan sumber yang tersedia

n : Jumlah aktivitas yang menggunakan sumber yang tersedia

2.2 Permasalahan *Knapsack*

Permasalahan *knapsack* merupakan permasalahan yang sering ditemukan di kehidupan sehari-hari. Permasalahan *knapsack* adalah suatu permasalahan memilih barang-barang yang mempunyai nilai berat dan keuntungan yang bervariasi yang akan diangkut ke dalam suatu media pengangkut yang memiliki keterbatasan kapasitas media pengangkutnya. *Knapsack* dapat diartikan sebagai tas/kantong atau media penyimpanan. Tujuan dari permasalahan *knapsack* adalah untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal dari pemilihan barang-barang tersebut tanpa melebihi kapasitas muat maksimal media pengangkutnya [13].

Permasalahan *knapsack* dapat didefinisikan sebagai permasalahan pemilihan barang-barang dengan memperhatikan barang yang terdiri dari n barang $(1, 2, 3, \dots, n)$ dimana setiap masing-masing barang mempunyai nilai berat (w_i) dan keuntungan (p_i) serta kapasitas dari media pengangkut sebesar (M) sehingga didapatkan solusi pengangkutan barang yang optimal. Permasalahan *knapsack* banyak ditemukan pada pengangkutan peti kemas, pemilihan barang-barang pertanian, pengangkutan pada transportasi angkut barang, dan lainnya. Solusi dari permasalahan tersebut diharapkan dapat mencapai solusi penyelesaian yang optimal dalam mengangkut barang-barang ke dalam media pengangkut dengan tidak melampaui kapasitas dari media pengangkut yang tersedia [5].

Menurut [17], permasalahan *knapsack* dapat dikelompokkan menjadi tiga jenis, yaitu:

a. *Knapsack* terbatas (*bounded knapsack*)

Barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkut dimensinya dapat seluruhnya diangkut atau hanya sebagian saja. Jumlah masing-masing barang yang tersedia sebanyak N unit.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- b. *Knapsack* tak terbatas (*unbounded knapsack*)

Barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkut dimensinya tidak terbatas jumlahnya.

- c. *Knapsack* 0-1 (*integer knapsack*)

Barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkut dimensinya harus diangkut seluruhnya (1) atau tidak diangkut sama sekali (0).

Permasalahan *knapsack* yang menjadi fokus penelitian penulis pada tugas akhir ini adalah permasalahan *knapsack* 0-1 (*integer knapsack*). Permasalahan *integer knapsack* merupakan permasalahan program bilangan bulat yang memiliki kendala tunggal, sehingga pada modelnya variabel keputusan yang dihasilkan harus bernilai *integer*. Pada permasalahan *integer knapsack* barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkut dimensinya harus diangkut seluruhnya (1) atau tidak diangkut sama sekali (0). Tujuannya adalah untuk memaksimalkan keuntungan dengan mempertimbangkan berat barang-barang yang akan diangkut ke dalam media pengangkut dengan tidak melampaui kapasitas muat maksimal dari media pengangkutnya.

Permasalahan *integer knapsack* memiliki solusi penyelesaian yang dinyatakan sebagai himpunan:

$$X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

Himpunan tersebut dapat diartikan bahwa, jika $x_i = 1$ maka barang ke- i dipilih untuk diangkut ke dalam media pengangkut dan jika $x_i = 0$ maka barang ke- i tidak dipilih untuk diangkut ke dalam media pengangkut. Oleh sebab itu, permasalahan *knapsack* ini dinamakan *knapsack* 0-1 karena variabel keputusan yang dihasilkan hanya berupa bilangan bulat 1 atau 0 saja. Contohnya, apabila diperoleh solusi optimal pada penyelesaian permasalahan *integer knapsack* sebagai berikut: $X = \{0,1,1,0\}$, maka solusi tersebut dapat diartikan bahwa barang ke-2 dan barang ke-3 dipilih untuk diangkut ke dalam media pengangkut sedangkan barang ke-1 dan barang ke-4 tidak dipilih untuk diangkut ke dalam media pengangkut.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Menurut [9], model permasalahan *integer knapsack* dapat disusun sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

Maksimumkan

$$Z = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (2.2)$$

Kendala:

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq M$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

Keterangan:

Z : Fungsi tujuan

p_i : Keuntungan barang ke- i ($i = 1,2,3, \dots, n$)

w_i : Berat barang ke- i ($i = 1,2,3, \dots, n$)

x_i : Variabel keputusan ($x_i = 1$ jika dipilih, $x_i = 0$ jika tidak dipilih)

M : Kapasitas muat *knapsack* (media pengangkut)

n : Banyak barang

2.3 Algoritma *Dynamic Programming*

Algoritma *dynamic programming* dapat didefinisikan sebagai suatu metode matematis yang dibuat untuk memulihkan kemampuan kecepatan perhitungan pemrograman matematika berkarakteristik tertentu dengan membagi menjadi bagian-bagian permasalahan yang lebih sederhana. Menurut [7], dalam menyelesaikan permasalahannya algoritma *dynamic programming* merancang sebuah solusi dengan serangkaian tahap-tahap, dengan setiap tahapnya memiliki satu variabel optimasi. Untuk mendapatkan solusi optimal secara keseluruhan, perhitungan di suatu tahap dengan tahap yang lainnya dihubungkan dengan perhitungan rekursif (perhitungan yang memiliki sifat berulang).

Algoritma *dynamic programming* merupakan prosedur penyelesaian permasalahan dengan cara membagi solusi penyelesaian menjadi sekumpulan langkah-langkah atau tahap-tahap sehingga solusi yang dihasilkan dapat dianggap



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

menjadi rangkaian keputusan yang saling berhubungan satu dengan yang lainnya [12]. Prinsip utama dalam menyelesaikan permasalahan menggunakan algoritma *dynamic programming* adalah prinsip optimalitas. Prinsip ini menguraikan penyelesaian masalah bukan sebagai satu kesatuan solusi melainkan dalam sekumpulan tahap-tahap. Algoritma *dynamic programming* tidak memiliki struktur penyelesaian yang standar atau baku. Oleh karena itu, persamaan-persamaan yang dibentuk harus dikembangkan sesuai dengan permasalahan yang sedang dihadapi [16].

Menurut [7], terdapat 5 unsur yang membentuk algoritma *dynamic programming*, yaitu:

- a. Tahap
- b. Keadaan
- c. Variabel keputusan
- d. Nilai fungsi
- e. Keputusan optimal

Adapun langkah-langkah menyelesaikan permasalahan *integer knapsack* menggunakan algoritma *dynamic programming* adalah sebagai berikut:

1. Menentukan struktur dari masalah, pada tahap ini mendefinisikan seluruh variabel-variabel dari data. Banyaknya barang n didefinisikan sebagai i , kapasitas media pengangkut dinotasikan M , berat barang ke- i dinotasikan dengan w_i , keuntungan dari tiap barang dinotasikan dengan p_i dan tiap barang memiliki variabel keputusan yang dinotasikan x_i .
2. Menggunakan persamaan rekursif untuk mencari kemungkinan pemilihan barang. Tahap i bergerak dari 1 sampai n , y bergerak dari 0 sampai kapasitas muat maksimal media pengangkut M .
3. Menghitung nilai optimal, yaitu dengan menghitung nilai keuntungan barang pertama sampai keuntungan barang terakhir dari setiap tahap dan solusi dari setiap tahap disimpan ke dalam tabel.
4. Menentukan keputusan optimal, yaitu dengan memilih keuntungan yang paling maksimum pada setiap tahap. Pada langkah ini, nilai keputusan optimal didapat dari perhitungan prosedur rekursif yang telah dilakukan.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Menurut [4], teknik menyelesaikan permasalahan menggunakan algoritma *dynamic programming* adalah dengan prosedur perhitungan rekursif (perhitungan yang memiliki sifat berulang). Prosedur rekursif ini beroperasi dengan memperhatikan keadaan yang dihasilkan oleh keputusan optimal sebelumnya dalam mengambil suatu keputusan pada suatu tahap tertentu dan keputusan optimal yang telah diperoleh akan menjadi landasan bagi keputusan optimal pada tahap selanjutnya. Prosedur rekursif ada 2 macam yaitu prosedur rekursif maju (*forward recursion*) dan prosedur rekursif mundur (*backward recursion*) [7].

1. Prosedur rekursif maju (*forward recursion*)

Prosedur rekursif maju memulai perhitungan dengan mencari nilai keuntungan pada tahap 1 kemudian dilanjutkan dengan mencari nilai keuntungan pada tahap 2 sampai pada tahap n . Adapun proses perhitungan dengan prosedur rekursif maju dapat dilihat pada Gambar 2.1 berikut ini:



Gambar 2.1 Proses Perhitungan Prosedur Rekursif Maju

Menurut [12], maka dapat dituliskan formulasi algoritma *dynamic programming* prosedur rekursif maju yaitu:

$$\begin{aligned}
 f_i(y) &= 0, \text{ untuk } y = 0 \\
 f_i(y) &= -\infty, \text{ untuk } y < 0 \\
 f_i(y) &= \text{maks}\{f_{i-1}(y), p_i + f_{i-1}(y - w_i)\}, i = 1, 2, 3, \dots, n
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Keterangan:

- $f_i(y) = 0$: Nilai dari permasalahan *knapsack* untuk kapasitas y kosong
- $f_i(y) = -\infty$: Nilai dari permasalahan *knapsack* untuk kapasitas y negatif
- $f_i(y)$: Nilai optimal pada tahap i dengan kapasitas *knapsack* sebesar y
- y : Kapasitas *knapsack* pada tahap i
- w_i : Kapasitas sisa *knapsack* pada tahap i ketika memasukkan objek ke *knapsack*

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Jika $p_i + f_{i-1}(y - w_i) > f_{i-1}(y)$ maka objek pada tahap i dimasukkan ke dalam media pengangkut dan sebaliknya jika $p_i + f_{i-1}(y - w_i) < f_{i-1}(y)$ maka objek pada tahap i tidak dimasukkan ke dalam media pengangkut.

2. Prosedur rekursif mundur (*backward recursion*)

Prosedur rekursif mundur memulai perhitungan dengan mencari nilai keuntungan pada tahap n kemudian dilanjutkan dengan mencari nilai keuntungan pada tahap $n - 1$ sampai pada tahap 1. Adapun proses perhitungan dengan prosedur rekursif mundur dapat dilihat pada Gambar 2.2 berikut ini:



Gambar 2.2 Proses Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur

Menurut [12], maka dapat dituliskan formulasi algoritma *dynamic programming* prosedur rekursif mundur yaitu:

$$\begin{aligned}
 f_i(y) &= 0, y = 0 \\
 f_i(y) &= -\infty, y < 0 \\
 f_i(y) &= \max\{f_{i+1}(y), p_i + f_{i+1}(y - w_i)\}, i = n, n - 1, \dots, 1
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Keterangan:

- $f_i(y) = 0$: Nilai dari permasalahan *knapsack* untuk kapasitas y kosong
- $f_i(y) = -\infty$: Nilai dari permasalahan *knapsack* untuk kapasitas y negatif
- $f_i(y)$: Nilai optimal pada tahap i dengan kapasitas *knapsack* sebesar y
- y : Kapasitas *knapsack* pada tahap i
- $y - w_i$: Kapasitas sisa *knapsack* pada tahap i ketika memasukkan objek ke *knapsack*

Jika $p_i + f_{i+1}(y - w_i) > f_{i+1}(y)$ maka objek pada tahap i dimasukkan ke dalam media pengangkut dan sebaliknya jika $p_i + f_{i+1}(y - w_i) < f_{i+1}(y)$ maka objek pada tahap i tidak dimasukkan ke dalam media pengangkut.

Contoh 2.1: [2]

Diberikan data pengangkutan empat jenis pupuk dengan kapasitas maksimal media pengangkutnya sebesar 5 kg. Adapun daftar pupuk yang akan diangkut ke dalam media pengangkut dapat dilihat pada Tabel 2.2 sebagai berikut:

Tabel 2.2 Data Pengangkutan Pupuk

No	Nama Barang	Berat barang per unit (Kg)	Banyak barang (unit)	Harga Beli (Rp)	Harga Jual (Rp)
1	SP-36	1	2	100.000	180.000
2	Sidafos	1	1	60.000	120.000
3	Nitrabor	1	1	50.000	125.000
4	KNO ₃ Merah	2	1	20.000	60.000

Tentukanlah solusi optimal dari permasalahan *integer knapsack* di atas menggunakan algoritma *dynamic programming*!

Penyelesaian:

Langkah-langkah untuk menyelesaikan permasalahan *integer knapsack* di atas adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi barang untuk mencari nilai berat (w_i) dan keuntungan (p_i) pada setiap barang.

Mengidentifikasi barang yang terdapat pada Tabel 2.2 untuk mencari nilai berat (w_i) dan keuntungan (p_i) pada masing-masing barang. Nilai berat (w_i) didapatkan dengan cara mengalikan berat barang per unit dengan banyaknya barang sedangkan untuk keuntungan (p_i) barang didapatkan dengan cara menghitung selisih antara harga jual dan harga beli barang. Hasil identifikasi barang dapat dilihat pada Tabel 2.3 sebagai berikut:

Tabel 2.3 Hasil Identifikasi Barang

No	Barang ke- i	Berat (w_i) (Kg)	Keuntungan (p_i) (Rp)
1	1	2	80.000
2	2	1	60.000
3	3	1	75.000
4	4	2	40.000

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berdasarkan Tabel 2.3, terdapat 4 pupuk dengan total berat seluruhnya sebesar 6 kg dan total nilai keuntungan sebesar Rp. 255.000, maka perlu ditentukan pupuk-pupuk yang akan diangkut agar memperoleh keuntungan yang maksimal dengan kapasitas maksimal media pengangkutnya (M) sebesar 5 kg.

2. Menyusun model permasalahan *integer knapsack*

Berdasarkan Tabel 2.3, model permasalahan *integer knapsack* dapat disusun sebagai berikut:

a. Menentukan variabel keputusan

x_i : Barang ke- i

($x_i = 1$ jika barang diangkut atau $x_i = 0$ jika barang tidak diangkut)

b. Menentukan fungsi tujuan

Maksimumkan

$$Z = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

c. Menentukan fungsi kendala

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq M$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

Berdasarkan model yang telah disusun, sehingga dihasilkan perumusan untuk permasalahan *integer knapsack* sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

Maksimumkan

$$Z = 80.000x_1 + 60.000x_2 + 75.000x_3 + 40.000x_4$$

Kendala:

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 2x_4 \leq 5$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3. Menyelesaikan model menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif maju (*forward recursion*)
Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan *integer knapsack* di atas menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif maju (*forward recursion*) adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Menentukan struktur masalah

Berdasarkan model *integer knapsack* yang telah disusun, diketahui $n = 4$ jenis pupuk yang dinotasikan dengan $i, i = 1,2,3,4$.

Berat pupuk dinotasikan dengan w_i , sehingga $w_i = [2,1,1,2]$.

Kapasitas media pengangkutan dinotasikan dengan $M, M = 5$.

Keuntungan dari tiap barang dinotasikan dengan p_i , sehingga $p_i = [80.000, 60.000, 75.000, 40.000]$.

Langkah 2: Menggunakan persamaan rekursif maju untuk mencari kemungkinan pemilihan barang.

Dengan menggunakan Persamaan (2.3), yaitu sebagai berikut:

$$f_i(y) = \max\{f_{i-1}(y), p_i + f_{i-1}(y - w_i)\}, i = 1,2,3,4.$$

Langkah 3: Menyusun tabel penyelesaian pada setiap tahap ke- i

Tahap ke- i , dengan $i = 1,2,3,4$ dan $y = 0,1,2,3,4,5$.

Langkah 4: Menghitung nilai keuntungan tiap barang pada tahap ke- i dengan kapasitas berat barang ke- y dan mendefinisikan tiap barang (x_i) yang akan diangkut ke dalam media pengangkutan. Nilai yang diperoleh disimpan ke dalam tabel penyelesaian.

Pada prosedur rekursif maju, nilai keuntungan pupuk i yang dihitung dengan $i = 1,2,3,4$. Untuk $i = 0, f_0(y) = 0$ (nilai keuntungan pupuk yang diperoleh adalah 0), karena belum ada pupuk yang diangkut ke dalam media pengangkutan.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tahap 1

Berdasarkan Tabel 2.3, diketahui $w_1 = 2$ dan $p_1 = 80.000$, dengan menggunakan Persamaan (2.3) maka diperoleh persamaan:

$$f_1(y) = \text{maks}\{f_0(y), p_1 + f_0(y - w_1)\}$$

$$f_1(y) = \text{maks}\{f_0(y), 80.000 + f_0(y - 2)\}$$

$$f_1(0) = \text{maks}\{f_0(0), 80.000 + f_0(0 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_0(0), 80.000 + f_0(-2)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 80.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $80.000 + f_0(y - 2) < f_0(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_1(1) = \text{maks}\{f_0(1), 80.000 + f_0(1 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_0(1), 80.000 + f_0(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 80.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $80.000 + f_0(y - 2) < f_0(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_1(2) = \text{maks}\{f_0(2), 80.000 + f_0(2 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_0(2), 80.000 + f_0(0)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 80.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{0, 80.000\}$$

$$= 80.000$$

Karena $80.000 + f_0(y - 2) > f_0(y)$, maka $X = \{1,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 f_1(3) &= \text{maks}\{f_0(3), 80.000 + f_0(3 - 2)\} \\
 &= \text{maks}\{f_0(3), 80.000 + f_0(1)\} \\
 &= \text{maks}\{0, 80.000 + 0\} \\
 &= \text{maks}\{0, 80.000\} \\
 &= 80.000
 \end{aligned}$$

Karena $80.000 + f_0(y - 2) > f_0(y)$, maka $X = \{1,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_1(4) &= \text{maks}\{f_0(4), 80.000 + f_0(4 - 2)\} \\
 &= \text{maks}\{f_0(4), 80.000 + f_0(2)\} \\
 &= \text{maks}\{0, 80.000 + 0\} \\
 &= \text{maks}\{0, 80.000\} \\
 &= 80.000
 \end{aligned}$$

Karena $80.000 + f_0(y - 2) > f_0(y)$, maka $X = \{1,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_1(5) &= \text{maks}\{f_0(5), 80.000 + f_0(5 - 2)\} \\
 &= \text{maks}\{f_0(5), 80.000 + f_0(3)\} \\
 &= \text{maks}\{0, 80.000 + 0\} \\
 &= \text{maks}\{0, 80.000\} \\
 &= 80.000
 \end{aligned}$$

Karena $80.000 + f_0(y - 2) > f_0(y)$, maka $X = \{1,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 1 dapat dilihat pada Tabel 2.4 berikut:

Tabel 2.4 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 1

y	$f_0(y)$	$80.000 + f_0(y - 2)$	$f_1(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$80.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	0	$80.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
2	0	$80.000 + 0 = 80.000$	80.000	$\{1,0,0,0\}$
3	0	$80.000 + 0 = 80.000$	80.000	$\{1,0,0,0\}$
4	0	$80.000 + 0 = 80.000$	80.000	$\{1,0,0,0\}$
5	0	$80.000 + 0 = 80.000$	80.000	$\{1,0,0,0\}$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi optimal pada Tahap 1 adalah $X = \{1,0,0,0\}$, dimana x_1 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 80.000.

Tahap 2

Diketahui $w_2 = 1$ dan $p_2 = 60.000$, maka diperoleh persamaan:

$$f_2(y) = \text{maks}\{f_1(y), p_2 + f_1(y - w_2)\}$$

$$f_2(y) = \text{maks}\{f_1(y), 60.000 + f_1(y - 1)\}$$

$$f_2(0) = \text{maks}\{f_1(0), 60.000 + f_1(0 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_1(0), 60.000 + f_1(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 60.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $60.000 + f_1(y - 1) < f_1(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-2 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_2(1) = \text{maks}\{f_1(1), 60.000 + f_1(1 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_1(1), 60.000 + f_1(0)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 60.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{0, 60.000\}$$

$$= 60.000$$

Karena $60.000 + f_1(y - 1) > f_1(y)$, maka $X = \{0,1,0,0\}$ artinya barang ke-2 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_2(2) = \text{maks}\{f_1(2), 60.000 + f_1(2 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_1(2), 60.000 + f_1(1)\}$$

$$= \text{maks}\{80.000, 60.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{80.000, 60.000\}$$

$$= 80.000$$

Karena $60.000 + f_1(y - 1) < f_1(y)$, maka $X = \{1,0,0,0\}$ artinya barang ke-2 tidak diangkut dan barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 f_2(3) &= \text{maks}\{f_1(3), 60.000 + f_1(3 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_1(3), 60.000 + f_1(2)\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 60.000 + 80.000\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 140.000\} \\
 &= 140.000
 \end{aligned}$$

Karena $60.000 + f_1(y - 1) > f_1(y)$, maka $X = \{1,1,0,0\}$ artinya barang ke-2 dan barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_2(4) &= \text{maks}\{f_1(4), 60.000 + f_1(4 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_1(4), 60.000 + f_1(3)\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 60.000 + 80.000\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 140.000\} \\
 &= 140.000
 \end{aligned}$$

Karena $60.000 + f_1(y - 1) > f_1(y)$, maka $X = \{1,1,0,0\}$ artinya barang ke-2 dan barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_2(5) &= \text{maks}\{f_1(5), 60.000 + f_1(5 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_1(5), 60.000 + f_1(4)\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 60.000 + 80.000\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 140.000\} \\
 &= 140.000
 \end{aligned}$$

Karena $60.000 + f_1(y - 1) > f_1(y)$, maka $X = \{1,1,0,0\}$ artinya barang ke-2 dan barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 2 dapat dilihat pada Tabel 2.5 berikut:

Tabel 2.5 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 2

y	$f_1(y)$	$60.000 + f_1(y - 1)$	$f_2(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$60.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	0	$60.000 + 0 = 60.000$	60.000	$\{0,1,0,0\}$
2	80.000	$60.000 + 0 = 60.000$	80.000	$\{1,0,0,0\}$
3	80.000	$60.000 + 80.000 = 140.000$	140.000	$\{1,1,0,0\}$
4	80.000	$60.000 + 80.000 = 140.000$	140.000	$\{1,1,0,0\}$
5	80.000	$60.000 + 80.000 = 140.000$	140.000	$\{1,1,0,0\}$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi optimal pada Tahap 2 adalah $X = \{1,1,0,0\}$, dimana x_1 dan x_2 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 140.000.

Tahap 3

Diketahui $w_3 = 1$ dan $p_3 = 75.000$, maka diperoleh persamaan:

$$f_3(y) = \text{maks}\{f_2(y), p_3 + f_2(y - w_3)\}$$

$$f_3(y) = \text{maks}\{f_2(y), 75.000 + f_2(y - 1)\}$$

$$f_3(0) = \text{maks}\{f_2(0), 75.000 + f_2(0 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_2(0), 75.000 + f_2(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 75.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $75.000 + f_2(y - 1) < f_2(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-3 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_3(1) = \text{maks}\{f_2(1), 75.000 + f_2(1 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_2(1), 75.000 + f_2(0)\}$$

$$= \text{maks}\{60.000, 75.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{60.000, 75.000\}$$

$$= 75.000$$

Karena $75.000 + f_2(y - 1) > f_2(y)$, maka $X = \{0,0,1,0\}$ artinya barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_3(2) = \text{maks}\{f_2(2), 75.000 + f_2(2 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_2(2), 75.000 + f_2(1)\}$$

$$= \text{maks}\{80.000, 75.000 + 60.000\}$$

$$= \text{maks}\{80.000, 135.000\}$$

$$= 135.000$$

Karena $75.000 + f_2(y - 1) > f_2(y)$, maka $X = \{0,1,1,0\}$ artinya barang ke-3 dan barang ke-2 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 f_3(3) &= \text{maks}\{f_2(3), 75.000 + f_2(3 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_2(3), 75.000 + f_2(2)\} \\
 &= \text{maks}\{140.000, 75.000 + 80.000\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 155.000\} \\
 &= 155.000
 \end{aligned}$$

Karena $75.000 + f_2(y - 1) > f_2(y)$, maka $X = \{1,0,1,0\}$ artinya barang ke-3 dan barang ke-1 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_3(4) &= \text{maks}\{f_2(4), 75.000 + f_2(4 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_2(4), 75.000 + f_2(3)\} \\
 &= \text{maks}\{140.000, 75.000 + 140.000\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 215.000\} \\
 &= 215.000
 \end{aligned}$$

Karena $75.000 + f_2(y - 1) > f_2(y)$, maka $X = \{1,1,1,0\}$ artinya barang ke-3, barang ke-1 dan barang ke-2 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_3(5) &= \text{maks}\{f_2(5), 75.000 + f_2(5 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_2(5), 75.000 + f_2(4)\} \\
 &= \text{maks}\{140.000, 75.000 + 140.000\} \\
 &= \text{maks}\{80.000, 215.000\} \\
 &= 215.000
 \end{aligned}$$

Karena $75.000 + f_2(y - 1) > f_2(y)$, maka $X = \{1,1,1,0\}$ artinya barang ke-3, barang ke-1 dan barang ke-2 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 3 dapat dilihat pada Tabel 2.6 berikut:

Tabel 2.6 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 3

y	$f_2(y)$	$75.000 + f_2(y - 1)$	$f_3(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$75.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	60.000	$75.000 + 0 = 75.000$	75.000	$\{0,0,1,0\}$
2	80.000	$75.000 + 60.000 = 135.000$	135.000	$\{0,1,1,0\}$
3	140.000	$75.000 + 80.000 = 155.000$	155.000	$\{1,0,1,0\}$
4	140.000	$75.000 + 80.000 + 60.000 = 215.000$	215.000	$\{1,1,1,0\}$
5	140.000	$75.000 + 80.000 + 60.000 = 215.000$	215.000	$\{1,1,1,0\}$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi optimal pada Tahap 3 adalah $X = \{1,1,1,0\}$, dimana x_1, x_2 dan x_3 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 215.000.

Tahap 4

Diketahui $w_4 = 2$ dan $p_4 = 40.000$, maka diperoleh persamaan:

$$f_4(y) = \text{maks}\{f_3(y), p_4 + f_3(y - w_4)\}$$

$$f_4(y) = \text{maks}\{f_3(y), 40.000 + f_3(y - 2)\}$$

$$f_4(0) = \text{maks}\{f_3(0), 40.000 + f_3(0 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_3(0), 40.000 + f_3(-2)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 40.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $40.000 + f_3(y - 2) < f_3(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_4(1) = \text{maks}\{f_3(1), 40.000 + f_3(1 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_3(1), 40.000 + f_3(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, 40.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, (-\infty)\}$$

$$= 75.000$$

Karena $40.000 + f_3(y - 2) < f_3(y)$, maka $X = \{0,0,1,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_4(2) = \text{maks}\{f_3(2), 40.000 + f_3(2 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_3(2), 40.000 + f_3(0)\}$$

$$= \text{maks}\{135.000, 40.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{135.000, (-\infty)\}$$

$$= 135.000$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Karena $40.000 + f_3(y - 2) < f_3(y)$, maka $X = \{0,1,1,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut, barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned} f_4(3) &= \text{maks}\{f_3(3), 40.000 + f_3(3 - 2)\} \\ &= \text{maks}\{f_3(3), 40.000 + f_3(1)\} \\ &= \text{maks}\{155.000, 40.000 + 75.000\} \\ &= \text{maks}\{155.000, 115.000\} \\ &= 155.000 \end{aligned}$$

Karena $40.000 + f_3(y - 2) < f_3(y)$, maka $X = \{1,0,1,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut, barang ke-1 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned} f_4(4) &= \text{maks}\{f_3(4), 40.000 + f_3(4 - 2)\} \\ &= \text{maks}\{f_3(4), 40.000 + f_3(2)\} \\ &= \text{maks}\{215.000, 40.000 + 135.000\} \\ &= \text{maks}\{215.000, 175.000\} \\ &= 215.000 \end{aligned}$$

Karena $40.000 + f_3(y - 2) < f_3(y)$, maka $X = \{1,1,1,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut, barang ke-1, barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned} f_4(5) &= \text{maks}\{f_3(5), 40.000 + f_3(5 - 2)\} \\ &= \text{maks}\{f_3(5), 40.000 + f_3(3)\} \\ &= \text{maks}\{215.000, 40.000 + 155.000\} \\ &= \text{maks}\{215.000, 195.000\} \\ &= 215.000 \end{aligned}$$

Karena $40.000 + f_3(y - 2) < f_3(y)$, maka $X = \{1,1,1,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut, barang ke-1, barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 4 dapat dilihat pada Tabel 2.7 berikut:

Tabel 2.7 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Maju Tahap 4

y	$f_3(y)$	$40.000 + f_3(y - 2)$	$f_4(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$40.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	75.000	$40.000 + (-\infty) = -\infty$	75.000	$\{0,0,1,0\}$
2	135.000	$40.000 + 0 = 40.000$	135.000	$\{0,1,1,0\}$
3	155.000	$40.000 + 75.000 = 115.000$	155.000	$\{1,0,1,0\}$
4	215.000	$40.000 + 60.000 + 75.000 = 175.000$	215.000	$\{1,1,1,0\}$
5	215.000	$40.000 + 80.000 + 75.000 = 195.000$	215.000	$\{1,1,1,0\}$

Solusi optimal pada Tahap 4 adalah $X = \{1,1,1,0\}$, dimana x_1, x_2 dan x_3 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 215.000.

Langkah 5: Menganalisis nilai keuntungan yang didapat untuk setiap tahap perhitungan sehingga didapat keuntungan maksimal untuk tahap ke-1,2,3,4.

Berikut hasil rekapitulasi solusi optimal pada tahap 1 hingga tahap 4 dapat dilihat pada Tabel 2.8 berikut ini:

Tabel 2.8 Rekapitulasi Solusi Optimal Perhitungan Algoritma *Dynamic Programming* Prosedur Rekursif Maju

Tahap	Barang yang Diangkut	Total Berat Barang yang Diangkut (Kg)	Keuntungan Maksimal (Rp)
1	x_1	2	80.000
2	x_1, x_2	3	140.000
3	x_1, x_2, x_3	4	215.000
4	x_1, x_2, x_3	4	215.000

Langkah 6: Menentukan solusi optimal dari permasalahan *integer knapsack* dengan melihat nilai keuntungan dan total berat barang yang paling maksimal pada setiap tahap.

Berdasarkan Tabel 2.8, diperoleh solusi optimal untuk permasalahan *integer knapsack* menggunakan algoritma *dynamic programming* prosedur rekursif maju adalah $X = \{1,1,1,0\}$, dimana $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ dan $x_4 = 0$ yang artinya x_1, x_2 dan x_3 diangkut ke dalam media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp. 215.000.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

4. Menyelesaikan model menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif mundur (*backward recursion*)

Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan permasalahan *integer knapsack* di atas menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif mundur (*backward recursion*) adalah sebagai berikut:

Langkah 1: Menentukan struktur masalah

Berdasarkan model *integer knapsack* yang telah disusun, diketahui $n = 4$ jenis barang yang dinotasikan dengan $i, i = 4,3,2,1$.

Berat barang dinotasikan dengan w_i , sehingga $w_i = [2,1,1,2]$.

Kapasitas media pengangkutan dinotasikan dengan $M, M = 5$.

Keuntungan dari tiap barang dinotasikan dengan p_i , sehingga $p_i = [40.000, 75.000, 60.000, 80.000]$.

Langkah 2: Menggunakan persamaan rekursif mundur untuk mencari kemungkinan pemilihan barang.

Dengan menggunakan Persamaan (2.4), yaitu sebagai berikut:

$$f_i(y) = \max\{f_{i+1}(y), p_i + f_{i+1}(y - w_i)\}, i = 4,3,2,1.$$

Langkah 3: Menyusun tabel penyelesaian pada setiap tahap ke- i

Tahap ke- i , dengan $i = 1,2,3,4$ dan $y = 0,1,2,3,4,5$.

Langkah 4: Menghitung nilai keuntungan tiap barang pada tahap ke- i dengan kapasitas berat barang ke- y dan mendefinisikan tiap barang (x_i) yang akan diangkut ke dalam media pengangkutan. Nilai yang diperoleh disimpan ke dalam tabel penyelesaian.

Pada prosedur rekursif mundur, nilai keuntungan pupuk i yang dihitung dengan $i = 4,3,2,1$. Untuk $i = 5, f_5(y) = 0$ (nilai keuntungan pupuk yang diperoleh adalah 0), karena tidak ada pupuk yang diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tahap 1

Berdasarkan Tabel 2.3, diketahui $w_4 = 2$ dan $p_4 = 40.000$, dengan menggunakan Persamaan (2.4) maka diperoleh persamaan:

$$f_4(y) = \text{maks}\{f_5(y), p_4 + f_5(y - w_4)\}$$

$$f_4(y) = \text{maks}\{f_5(y), 40.000 + f_5(y - 2)\}$$

$$f_4(0) = \text{maks}\{f_5(0), 40.000 + f_5(0 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_5(0), 40.000 + f_5(-2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_5(0), 40.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $40.000 + f_5(y - 2) < f_5(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_4(1) = \text{maks}\{f_5(1), 40.000 + f_5(1 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_5(1), 40.000 + f_5(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 40.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $40.000 + f_5(y - 2) < f_5(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-4 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_4(2) = \text{maks}\{f_5(2), 40.000 + f_5(2 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_5(2), 40.000 + f_5(0)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 40.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{0, 40.000\}$$

$$= 40.000$$

Karena $40.000 + f_5(y - 2) > f_5(y)$, maka $X = \{0,0,0,1\}$ artinya barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 f_4(3) &= \text{maks}\{f_5(3), 40.000 + f_5(3 - 2)\} \\
 &= \text{maks}\{f_5(3), 40.000 + f_5(1)\} \\
 &= \text{maks}\{0, 40.000 + 0\} \\
 &= \text{maks}\{0, 40.000\} \\
 &= 40.000
 \end{aligned}$$

Karena $40.000 + f_5(y - 2) > f_5(y)$, maka $X = \{0,0,0,1\}$ artinya barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_4(4) &= \text{maks}\{f_5(4), 40.000 + f_5(4 - 2)\} \\
 &= \text{maks}\{f_5(4), 40.000 + f_5(2)\} \\
 &= \text{maks}\{0, 40.000 + 0\} \\
 &= \text{maks}\{0, 40.000\} \\
 &= 40.000
 \end{aligned}$$

Karena $40.000 + f_5(y - 2) > f_5(y)$, maka $X = \{0,0,0,1\}$ artinya barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_4(5) &= \text{maks}\{f_5(5), 40.000 + f_5(5 - 2)\} \\
 &= \text{maks}\{f_5(5), 40.000 + f_5(3)\} \\
 &= \text{maks}\{0, 40.000 + 0\} \\
 &= \text{maks}\{0, 40.000\} \\
 &= 40.000
 \end{aligned}$$

Karena $40.000 + f_5(y - 2) > f_5(y)$, maka $X = \{0,0,0,1\}$ artinya barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 1 dapat dilihat pada Tabel 2.9 berikut:

Tabel 2.9 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 1

y	$f_5(y)$	$40.000 + f_5(y - 2)$	$f_4(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$40.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	0	$40.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
2	0	$40.000 + 0 = 40.000$	40.000	$\{0,0,0,1\}$
3	0	$40.000 + 0 = 40.000$	40.000	$\{0,0,0,1\}$
4	0	$40.000 + 0 = 40.000$	40.000	$\{0,0,0,1\}$
5	0	$40.000 + 0 = 40.000$	40.000	$\{0,0,0,1\}$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi optimal pada Tahap 1 adalah $X = \{0,0,0,1\}$, dimana x_4 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 40.000.

Tahap 2

Diketahui $w_3 = 1$ dan $p_3 = 75.000$, maka diperoleh persamaan:

$$f_3(y) = \text{maks}\{f_4(y), p_3 + f_4(y - w_3)\}$$

$$f_3(y) = \text{maks}\{f_4(y), 75.000 + f_4(y - 1)\}$$

$$f_3(0) = \text{maks}\{f_4(0), 75.000 + f_4(0 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_4(0), 75.000 + f_4(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 75.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $75.000 + f_4(y - 1) < f_4(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-3 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_3(1) = \text{maks}\{f_4(1), 75.000 + f_4(1 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_4(1), 75.000 + f_4(0)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 75.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{0, 75.000\}$$

$$= 75.000$$

Karena $75.000 + f_4(y - 1) > f_4(y)$, maka $X = \{0,0,1,0\}$ artinya barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_3(2) = \text{maks}\{f_4(2), 75.000 + f_4(2 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_4(2), 75.000 + f_4(1)\}$$

$$= \text{maks}\{40.000, 75.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{40.000, 75.000\}$$

$$= 75.000$$

Karena $75.000 + f_4(y - 1) > f_4(y)$, maka $X = \{0,0,1,0\}$ artinya barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 f_3(3) &= \text{maks}\{f_4(3), 75.000 + f_4(3 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_4(3), 75.000 + f_4(2)\} \\
 &= \text{maks}\{40.000, 75.000 + 40.000\} \\
 &= \text{maks}\{40.000, 115.000\} \\
 &= 115.000
 \end{aligned}$$

Karena $75.000 + f_4(y - 1) > f_4(y)$, maka $X = \{0,0,1,1\}$ artinya barang ke-3 dan barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_3(4) &= \text{maks}\{f_4(4), 75.000 + f_4(4 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_4(4), 75.000 + f_4(3)\} \\
 &= \text{maks}\{40.000, 75.000 + 40.000\} \\
 &= \text{maks}\{40.000, 115.000\} \\
 &= 115.000
 \end{aligned}$$

Karena $75.000 + f_4(y - 1) > f_4(y)$, maka $X = \{0,0,1,1\}$ artinya barang ke-3 dan barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_3(5) &= \text{maks}\{f_4(5), 75.000 + f_4(5 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_4(5), 75.000 + f_4(4)\} \\
 &= \text{maks}\{40.000, 75.000 + 40.000\} \\
 &= \text{maks}\{40.000, 115.000\} \\
 &= 115.000
 \end{aligned}$$

Karena $75.000 + f_4(y - 1) > f_4(y)$, maka $X = \{0,0,1,1\}$ artinya barang ke-3 dan barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 2 dapat dilihat pada Tabel 2.10 berikut:

Tabel 2.10 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 2

y	$f_4(y)$	$75.000 + f_4(y - 1)$	$f_3(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$75.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	0	$75.000 + 0 = 75.000$	75.000	$\{0,0,1,0\}$
2	40.000	$75.000 + 0 = 75.000$	75.000	$\{0,0,1,0\}$
3	40.000	$75.000 + 40.000 = 115.000$	115.000	$\{0,0,1,1\}$
4	40.000	$75.000 + 40.000 = 115.000$	115.000	$\{0,0,1,1\}$
5	40.000	$75.000 + 40.000 = 115.000$	115.000	$\{0,0,1,1\}$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi optimal pada Tahap 2 adalah $X = \{0,0,1,1\}$, dimana x_3 dan x_4 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 115.000.

Tahap 3

Diketahui $w_2 = 1$ dan $p_2 = 60.000$, maka diperoleh persamaan:

$$f_2(y) = \text{maks}\{f_3(y), p_2 + f_3(y - w_2)\}$$

$$f_2(y) = \text{maks}\{f_3(y), 60.000 + f_3(y - 1)\}$$

$$f_2(0) = \text{maks}\{f_3(0), 60.000 + f_3(0 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_3(0), 60.000 + f_3(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 60.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $60.000 + f_3(y - 1) < f_3(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-2 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_2(1) = \text{maks}\{f_3(1), 60.000 + f_3(1 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_3(1), 60.000 + f_3(0)\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, 60.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, 60.000\}$$

$$= 75.000$$

Karena $60.000 + f_3(y - 1) < f_3(y)$, maka $X = \{0,0,1,0\}$ artinya barang ke-2 tidak diangkut dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_2(2) = \text{maks}\{f_3(2), 60.000 + f_3(2 - 1)\}$$

$$= \text{maks}\{f_3(2), 60.000 + f_3(1)\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, 60.000 + 75.000\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, 135.000\}$$

$$= 135.000$$

Karena $60.000 + f_3(y - 1) > f_3(y)$, maka $X = \{0,1,1,0\}$ artinya barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 f_2(3) &= \text{maks}\{f_3(3), 60.000 + f_3(3 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_3(3), 60.000 + f_3(2)\} \\
 &= \text{maks}\{115.000, 60.000 + 75.000\} \\
 &= \text{maks}\{115.000, 135.000\} \\
 &= 135.000
 \end{aligned}$$

Karena $60.000 + f_3(y - 1) > f_3(y)$, maka $X = \{0,1,1,0\}$ artinya barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_2(4) &= \text{maks}\{f_3(4), 60.000 + f_3(4 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_3(4), 60.000 + f_3(3)\} \\
 &= \text{maks}\{115.000, 60.000 + 115.000\} \\
 &= \text{maks}\{115.000, 175.000\} \\
 &= 175.000
 \end{aligned}$$

Karena $60.000 + f_3(y - 1) > f_3(y)$, maka $X = \{0,1,1,1\}$ artinya barang ke-2, barang ke-3 dan barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned}
 f_2(5) &= \text{maks}\{f_3(5), 60.000 + f_3(5 - 1)\} \\
 &= \text{maks}\{f_3(5), 60.000 + f_3(4)\} \\
 &= \text{maks}\{115.000, 60.000 + 115.000\} \\
 &= \text{maks}\{115.000, 175.000\} \\
 &= 175.000
 \end{aligned}$$

Karena $60.000 + f_3(y - 1) > f_3(y)$, maka $X = \{0,1,1,1\}$ artinya barang ke-2, barang ke-3 dan barang ke-4 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 3 dapat dilihat pada Tabel 2.11 berikut:

Tabel 2.11 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 3

y	$f_3(y)$	$60.000 + f_3(y - 1)$	$f_2(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$60.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	75.000	$60.000 + 0 = 60.000$	75.000	$\{0,0,1,0\}$
2	75.000	$60.000 + 75.000 = 135.000$	135.000	$\{0,1,1,0\}$
3	115.000	$60.000 + 75.000 = 135.000$	135.000	$\{0,1,1,0\}$
4	115.000	$60.000 + 75.000 + 40.000 = 175.000$	175.000	$\{0,1,1,1\}$
5	115.000	$60.000 + 75.000 + 40.000 = 175.000$	175.000	$\{0,1,1,1\}$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Solusi optimal pada Tahap 3 adalah $X = \{0,1,1,1\}$, dimana x_2, x_3 dan x_4 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 175.000.

Tahap 4

Diketahui $w_1 = 2$ dan $p_1 = 80.000$, maka diperoleh persamaan:

$$f_1(y) = \text{maks}\{f_2(y), p_1 + f_2(y - w_1)\}$$

$$f_1(y) = \text{maks}\{f_2(y), 80.000 + f_2(y - 2)\}$$

$$f_1(0) = \text{maks}\{f_2(0), 80.000 + f_2(0 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_2(0), 80.000 + f_2(-2)\}$$

$$= \text{maks}\{0, 80.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{0, (-\infty)\}$$

$$= 0$$

Karena $80.000 + f_2(y - 2) < f_2(y)$, maka $X = \{0,0,0,0\}$ artinya barang ke-1 tidak diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_1(1) = \text{maks}\{f_2(1), 80.000 + f_2(1 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_2(1), 80.000 + f_2(-1)\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, 80.000 + (-\infty)\}$$

$$= \text{maks}\{75.000, (-\infty)\}$$

$$= 75.000$$

Karena $80.000 + f_2(y - 2) < f_2(y)$, maka $X = \{0,0,1,0\}$ artinya barang ke-1 tidak diangkut dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$f_1(2) = \text{maks}\{f_2(2), 80.000 + f_2(2 - 2)\}$$

$$= \text{maks}\{f_2(2), 80.000 + f_2(0)\}$$

$$= \text{maks}\{135.000, 80.000 + 0\}$$

$$= \text{maks}\{135.000, 80.000\}$$

$$= 135.000$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Karena $80.000 + f_2(y - 2) < f_2(y)$, maka $X = \{0,1,1,0\}$ artinya barang ke-1 tidak diangkut, barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned} f_1(3) &= \text{maks}\{f_2(3), 80.000 + f_2(3 - 2)\} \\ &= \text{maks}\{f_2(3), 80.000 + f_2(1)\} \\ &= \text{maks}\{135.000, 80.000 + 75.000\} \\ &= \text{maks}\{135.000, 155.000\} \\ &= 155.000 \end{aligned}$$

Karena $80.000 + f_2(y - 2) > f_2(y)$, maka $X = \{1,0,1,0\}$ artinya barang ke-1 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned} f_1(4) &= \text{maks}\{f_2(4), 80.000 + f_2(4 - 2)\} \\ &= \text{maks}\{f_2(4), 80.000 + f_2(2)\} \\ &= \text{maks}\{175.000, 80.000 + 135.000\} \\ &= \text{maks}\{135.000, 215.000\} \\ &= 215.000 \end{aligned}$$

Karena $80.000 + f_2(y - 2) > f_2(y)$, maka $X = \{1,1,1,0\}$ artinya barang ke-1, barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

$$\begin{aligned} f_1(5) &= \text{maks}\{f_2(5), 80.000 + f_2(5 - 2)\} \\ &= \text{maks}\{f_2(5), 80.000 + f_2(3)\} \\ &= \text{maks}\{175.000, 80.000 + 135.000\} \\ &= \text{maks}\{135.000, 215.000\} \\ &= 215.000 \end{aligned}$$

Karena $80.000 + f_2(y - 2) > f_2(y)$, maka $X = \{1,1,1,0\}$ artinya barang ke-1, barang ke-2 dan barang ke-3 diangkut ke dalam media pengangkutan.

Hasil dari perhitungan Tahap 4 dapat dilihat pada Tabel 2.12 berikut:

Tabel 2.12 Hasil Perhitungan Prosedur Rekursif Mundur Tahap 4

y	$f_2(y)$	$80.000 + f_2(y - 2)$	$f_1(y)$	$\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
0	0	$80.000 + (-\infty) = -\infty$	0	$\{0,0,0,0\}$
1	75.000	$80.000 + (-\infty) = -\infty$	75.000	$\{0,0,1,0\}$
2	135.000	$80.000 + 0 = 80.000$	135.000	$\{0,1,1,0\}$
3	135.000	$80.000 + 75.000 = 155.000$	155.000	$\{1,0,1,0\}$
4	175.000	$80.000 + 60.000 + 75.000 = 215.000$	215.000	$\{1,1,1,0\}$
5	175.000	$80.000 + 60.000 + 75.000 = 215.000$	215.000	$\{1,1,1,0\}$

Solusi optimal pada Tahap 4 adalah $X = \{1,1,1,0\}$, dimana x_1, x_2 dan x_3 diangkut ke media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan sebesar Rp. 215.000.

Langkah 5: Menganalisis nilai keuntungan yang didapat untuk setiap tahap perhitungan sehingga didapat keuntungan maksimal untuk tahap ke-1,2,3,4.

Berikut hasil rekapitulasi solusi optimal pada tahap 1 hingga tahap 4 dapat dilihat pada Tabel 2.13 berikut ini:

Tabel 2.13 Rekapitulasi Solusi Optimal Perhitungan Algoritma *Dynamic Programming* Prosedur Rekursif Mundur

Tahap	Barang yang Diangkut	Total Berat Barang yang Diangkut (Kg)	Keuntungan Maksimal (Rp)
1	x_4	2	40.000
2	x_3, x_4	3	115.000
3	x_2, x_3, x_4	4	175.000
4	x_1, x_2, x_3	4	215.000

Langkah 6: Menentukan solusi optimal dari permasalahan *integer knapsack* dengan melihat nilai keuntungan dan total berat barang yang paling maksimal pada setiap tahap.

Berdasarkan Tabel 2.13, diperoleh solusi optimal untuk permasalahan *integer knapsack* menggunakan algoritma *dynamic programming* prosedur rekursif mundur adalah $X = \{1,1,1,0\}$, dimana $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ dan $x_4 = 0$ yang artinya x_1, x_2 dan x_3 diangkut ke dalam media pengangkutan dengan mendapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp. 215.000.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Berikut solusi optimal perhitungan algoritma *dynamic programming* prosedur rekursif maju dan rekursif mundur dapat dilihat pada Tabel 2.14 berikut:

Tabel 2.14 Solusi Optimal Perhitungan Algoritma *Dynamic Programming* Prosedur Rekursif Maju dan Rekursif Mundur

Prosedur	Barang yang Diangkut	Total Berat Barang yang Diangkut (Kg)	Keuntungan Maksimal (Rp)
Rekursif maju	x_1, x_2, x_3	4	215.000
Rekursif Mundur	x_1, x_2, x_3	4	215.000

Berdasarkan prosedur rekursif maju dan rekursif mundur dari algoritma *dynamic programming*, diperoleh solusi optimal untuk permasalahan *integer knapsack* di atas adalah $X = \{1,1,1,0\}$, dimana $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ dan $x_4 = 0$ yang artinya barang ke-1, 2 dan 3 diangkut ke dalam media pengangkutan dengan total berat barang sebesar 4 kg dan mendapatkan keuntungan maksimal sebesar Rp. 215.000.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Langkah-langkah yang dilakukan dalam melakukan penelitian Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mengambil data dari Tugas Akhir Meli Ermanita, S.Si yang merupakan data pengangkutan barang Toko Surya Muda Pekanbaru.
2. Mengidentifikasi barang untuk mencari nilai berat (w_i) dan keuntungan (p_i) pada setiap barang.
 - a. Untuk nilai berat (w_i) didapatkan dengan cara mengalikan berat barang per unit dengan banyaknya barang.
 - b. Untuk nilai keuntungan (p_i) didapatkan dengan menghitung selisih antara harga jual barang dan harga beli barang.
3. Menyusun model permasalahan *integer knapsack*.
 - a. Menentukan variabel keputusan
 - b. Menentukan fungsi tujuan
 - c. Menentukan fungsi kendala
4. Menyelesaikan model menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif maju (*forward recursion*).
 - a. Menentukan struktur dari masalah
 - b. Menggunakan persamaan rekursif maju untuk mencari kemungkinan pemilihan barang.
 - c. Menyusun tabel penyelesaian pada setiap tahap ke- i . Tahap ke- i bergerak dari 1 sampai n barang dan y bergerak dari 0 sampai kapasitas maksimal media pengangkut barang M .
 - d. Menghitung nilai keuntungan tiap barang pada tahap ke- i dengan kapasitas berat barang ke- y dan mendefinisikan tiap barang (x_i) yang akan diangkut ke dalam media pengangkutan. Nilai yang diperoleh disimpan ke dalam tabel penyelesaian.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

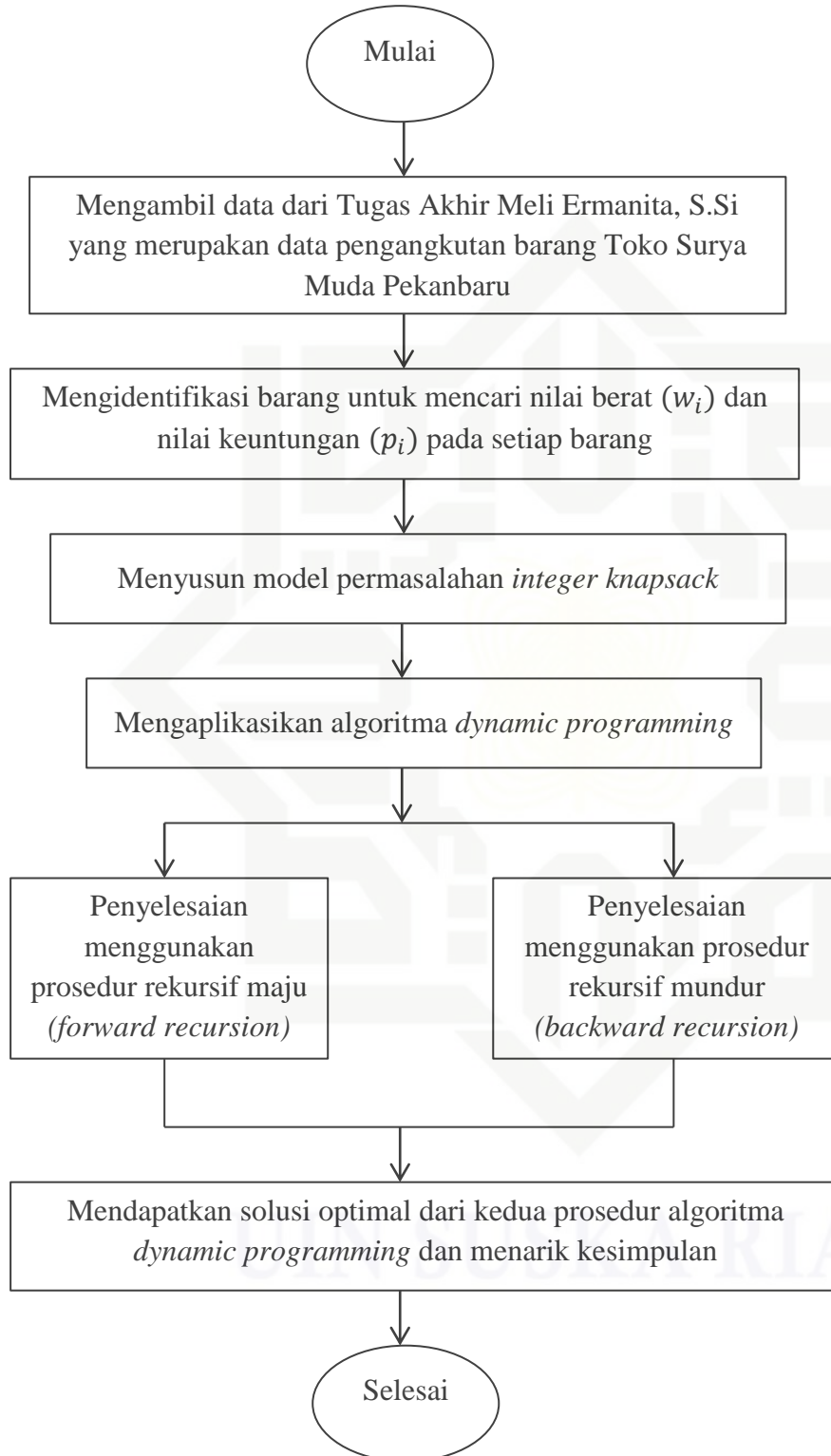
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- e. Menganalisis nilai keuntungan yang didapat untuk setiap tahap perhitungan sehingga didapat keuntungan maksimal tahap ke- $1,2,3,\dots,n$
 - f. Menentukan solusi optimal dari permasalahan *integer knapsack* dengan melihat nilai keuntungan dan total berat barang yang paling maksimal pada setiap tahap.
5. Menyelesaikan model menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan prosedur rekursif mundur (*backward recursion*).
- a. Menentukan struktur dari masalah
 - b. Menggunakan persamaan rekursif mundur untuk mencari kemungkinan pemilihan barang.
 - c. Menyusun tabel penyelesaian pada setiap tahap ke- i . Tahap ke- i bergerak dari 1 sampai n barang dan y bergerak dari 0 sampai kapasitas maksimal media pengangkut barang M .
 - d. Menghitung nilai keuntungan tiap barang pada tahap ke- i dengan kapasitas berat barang ke- y dan mendefinisikan tiap barang (x_i) yang akan diangkut ke dalam media pengangkutan. Nilai yang diperoleh disimpan ke dalam tabel penyelesaian.
 - e. Menganalisis nilai keuntungan yang didapat untuk setiap tahap perhitungan sehingga didapat keuntungan maksimal tahap ke- $1,2,3,\dots,n$
 - f. Menentukan solusi optimal dari permasalahan *integer knapsack* dengan melihat nilai keuntungan dan total berat barang yang paling maksimal pada setiap tahap.
6. Mendapatkan solusi optimal dari kedua prosedur algoritma *dynamic programming* dan menarik kesimpulan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Adapun diagram aliran (*flowchart*) untuk metodologi penelitian di atas sebagai berikut:



Gambar 3.1 *Flowchart* Metodologi Penelitian



BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada Bab IV, algoritma *dynamic programming* dapat diterapkan untuk permasalahan *integer knapsack* dalam pengangkutan barang pada Toko Surya Muda Pekanbaru. Hasil perhitungan menggunakan algoritma *dynamic programming* dengan dua prosedur algoritma *dynamic programming* yaitu prosedur rekursif maju (*forward recursion*) diperoleh keuntungan maksimal sebesar Rp. 1.018.400 dengan barang yang diangkut berjumlah 31 barang dengan total berat barang 500 kg, dan prosedur rekursif mundur (*backward recursion*) diperoleh keuntungan maksimal sebesar Rp. 1.018.400 dengan barang yang diangkut berjumlah 32 barang dengan total berat barang 500 kg. Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, kedua prosedur dari algoritma *dynamic programming* dapat memberikan solusi optimal pada pengangkutan barang oleh Toko Surya Muda Pekanbaru yaitu diperolehnya keuntungan maksimal sebesar Rp. 1.018.400.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil Tugas Akhir ini, maka saran yang dapat penulis berikan kepada pembaca berkaitan dengan Tugas Akhir ini adalah untuk penelitian selanjutnya dapat menambah variabel penelitiannya, menyelesaikan permasalahan *integer knapsack* menggunakan metode lainnya seperti algoritma genetika, *brute force*, *backtracking* dan *branch and bound*. Peneliti selanjutnya juga dapat meneliti permasalahan *knapsack* lainnya seperti permasalahan *knapsack* terbatas (*bounded knapsack*) atau *knapsack* tak terbatas (*unbounded knapsack*).



DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. Ambarwari dan N. W. Yanto, "Penerapan Algoritma *Greedy* pada Permasalahan *Knapsack* untuk Optimasi Pengangkutan Peti Kemas," *ResearchGate*, 2016.
- [2] A. B. Prasetya, "Penyelesaian Masalah *Integer Knapsack* Menggunakan Algoritma *Dynamic Programming* dan *Branch and Bound*," Skripsi Universitas Jember, 2015.
- [3] A. Meflinda dan Mahyarni, *Operations Research (Riset Operasi)*, Pekanbaru: UR PRESS Pekanbaru, 2011.
- [4] E. A. Rachma, "Optimasi Perencanaan Produksi dengan Menggunakan Model Sistem Dinamik di PT X," *Jurnal Optimasi Teknik Industri*, vol.2, no.1, pp. 36-42, 2020.
- [5] F. Hilviah, "Penerapan Algoritma *Dynamic Programming* dan Algoritma *Backtracking* pada Permasalahan *Multiple Constrains Knapsack 0-1*," Skripsi Universitas Jember, 2015.
- [6] G. I. Sampurno, E. Sugiharti dan Alamsyah, "Komparasi Algoritma *Dynamic Programming* dan Algoritma *Greedy* pada Permasalahan *Integer Knapsack* di Transportasi Angkut Barang," *Scientific Journal of Informatics*, vol.5, no.1, pp. 40-49, 2018.
- [7] H. A. Taha, *Riset Operasi Jilid I*, Jakarta: Binapura Aksara, 1996.
- [8] Irmeilyana, P. B. J. Bangun, D. Pratamawati dan W. H. Septiani, "Penerapan Algoritma *Dynamic Programming* Pada Permasalahan *Knapsack 0-1*," in *SEMIRATA BKS PTN Bid. MIPA Indonesia Barat*, pp.134-144, 2017.
- [9] J. J. Siang, *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis*, Yogyakarta: Andi, 2011.
- [10] Paryati, "Optimasi Strategi Algoritma *Greedy* untuk Menyelesaikan Permasalahan *Knapsack 0-1*," in *Seminar Nasional Informatika (SEMNASIF)*, vol.1, no.1, pp. 101-110, 2009.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- [11] R. Iriany, A. W. Widodo dan W. F. Mahmudy, "Pemanfaatan Algoritma Genetika Untuk Optimasi 0/1 *Multi-Dimensional Knapsack Problem* dalam Pendistribusian Produk," *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer*, vol.1, no.4, pp. 257-269, 2017.
- [12] R. Munir, *Strategi Algoritmik*, Yogyakarta: Graha Ilmu, 2005.
- [13] R. N. Devita dan A. P. Wibawa, "Teknik-Teknik Optimasi *Knapsack Problem*," *Jurnal Sains Aplikasi Komputasi dan Teknologi Informasi*, vol.2 no.1, pp. 35-40, 2020.
- [14] S. Basriati, E. Safitri dan M. Ermanita, "Aplikasi Algoritma *Greedy* Terhadap Permasalahan *Integer Knapsack*," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol.6, no.2, pp. 97-103, 2020.
- [15] T. Sriwidadi dan E. Agustina, "Analisis Optimalisasi Produksi dengan *Linear Programming* Melalui Metode Simpleks," *Binus Business Review*, vol. 4, no.2, pp.725-741, 2013.
- [16] T. T. Dimiyati dan A. Dimiyati, *Operations Research Model-model Pengambilan Keputusan*, Bandung: Sinar Baru Algesindo, 2011.
- [17] W. M. Arista, "Penerapan Algoritma *Greedy* dan *Dynamic Programming* pada Permasalahan *Integer Knapsack*," Skripsi Universitas Jember, 2013.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis bernama lengkap Vicky Lises Pasepti atau yang dalam keseharian akrab disapa dengan “Vicky”. Lahir pada tanggal 07 September 1999 dari pasangan Bapak Liswardi dan Ibu Sesminarni sebagai anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di SD Negeri 005 Pekanbaru pada tahun 2005-2011, SMP Negeri 13 Pekanbaru pada tahun 2011-2014 dan SMA Negeri 1 Pekanbaru dengan mengambil jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (MIPA) pada tahun 2014-2017. Penulis melanjutkan Pendidikan ke Perguruan Tinggi Negeri di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada bulan Januari 2020, penulis melaksanakan Kerja Praktek di PT. Perkebunan Nusantara V Kota Pekanbaru dengan mengangkat judul penelitian **“Pengaruh Curah Hujan dan Hari Hujan terhadap Produksi Kelapa Sawit”** yang dibimbing oleh Ibu Irma Suryani, M.Sc., dan diseminarkan pada 22 Mei 2020. Pada bulan Juli-Agustus 2020 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata Dari Rumah (KKN-DR) Plus di Kota Pekanbaru. Segala kritik, saran dan pertanyaan untuk penulis dapat disampaikan melalui alamat email berikut vickypasepti07@gmail.com Terimakasih.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.