

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**ANALISIS KESTABILAN SIQR PENYEBARAN PENYAKIT
DIFTERI DENGAN PENGARUH ADANYA MIGRASI
(Studi Kasus: Kecamatan Mandau)**

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada
Program Studi Matematika

oleh :

MUTIA NAZVIRA
11754200410



**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021**



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

**ANALISIS KESTABILAN SIQR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI
DENGAN PENGARUH ADANYA MIGRASI
(Studi Kasus: Kecamatan Mandau)**

TUGAS AKHIR

oleh:

MUTIA NAZVIRA
11754200410

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 05 Mei 2021

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP.19811225 200604 2 003

Pembimbing

Mohammad Soleh, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISIS KESTABILAN SIQR PENYEBARAN PENYAKIT
DIFTERI DENGAN PENGARUH ADANYA MIGRASI
(Studi Kasus: Kecamatan Mandau)**

TUGAS AKHIR

oleh:

MUTIA NAZVIRA
11754200410

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 05 Mei 2021

Pekanbaru, 05 Mei 2021
Mengesahkan

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP. 19811225 200604 2 003



Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.
NIP. 19660604 199203 1 004

DEWAN PENGUJI :

- Ketua : Dr. Rado Yendra, M.Sc.**
Sekretaris : Mohammad Soleh, M.Sc.
Anggota I : Nilwan Andiraja, M.Sc.
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.



LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 05 Mei 2021

Yang membuat pernyataan

MUTIA NAZVIRA
NIM: 11754200410

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahil' alamin, puji syukur tak henti hentinya kepada Allah Subhanahu wata'ala, atas nikmat, karunia dan rahmat-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

Ucapan terimakasih yang tak terhinga kepada ketiga orang tuaku yang telah membesarkan dan mendidikku dengan cinta dan kasih sayang. Doa dan harapan yang selalu mengiringi perjalananku hingga saat ini untuk mencapai cita – citaku.

Ucapan terimakasih kepada keluarga besar (alm) Nazirman, Asnawi dan Sri Elvi serta kakak dan adikku yang telah banyak membantuku, yang selalu ada disaat duka dan senangku, selalu mampu memotivasiku untuk melewati masa – masa sulitku.

Dengan penuh haru dan segala kerendahan hati kupersembahkan gelar sarjanaku untuk ibunda, ayahnda dan papa tercinta yang telah memberikan cinta kasih, perjuangan dan doa yang tiada henti.

Allah selalu mempunyai rencana untuk setiap hamba-Nya. Selalu berusaha, berdoa dan percaya kepadanya, bahwa setiap segala sesuatunya yang terbaik untuk kita.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

ANALISIS KESTABILAN SIQR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI DENGAN PENGARUH ADANYA MIGRASI (Studi Kasus: Kecamatan Mandau)

MUTIA NAZVIRA
NIM:11754200410

Tanggal Sidang : 05 Mei 2021
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Pada tugas akhir ini dibahas analisis kestabilan SIQR penyebaran penyakit difteri di Kecamatan Mandau dengan memperhatikan adanya faktor migrasi. Terlebih dahulu dibentuk model SIQR dengan migrasi, ditentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik, uji kestabilan model, dilanjutkan estimasi parameter model untuk data penyakit difteri di Kecamatan Mandau dan simulasi pengaruh migrasi pada model. Setelah dianalisis diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0) titik ekuilibrium bebas penyakit akan stabil asimtotik untuk $R_0 < 1$ dan titik ekuilibrium endemik penyakit akan stabil asimtotik untuk $R_0 > 1$. Selanjutnya dilakukan simulasi penyebaran penyakit difteri pada Kecamatan Mandau dan diperoleh bahwa untuk laju imigrasi m_1 dan laju emigrasi m_2 yang berbeda-beda nilainya, akan menghasilkan keadaan yang bebas penyakit. Lebih khusus untuk $m_1 < m_2$ menyebabkan keadaan bebas penyakit itu tercapai secara perlahan-lahan.

Kata Kunci: Analisis kestabilan, SIQR, penyakit difteri, titik ekuilibrium, stabil asimtotik.

STABILITY ANALYSIS OF SIQR SPREAD DIPHTHERIAE DISEASE WITH MIGRATION EFFECT (Case Study: Kecamatan Mandau)

**MUTIA NAZVIRA
NIM: 11754200410**

Date of Final Exam : 05 Mei 2021
Date of Graduation:

Mathematics Program Study
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final project examines about stability analysis of siqr spread diptheriae disease in Mandau District with migration effect. The first, specifying the SIQR model with migration, then determined the equilibrium point of disease free and endemic, stability analysis the equilibrium point of disease free and endemic, followed by estimating the model parameters for diptheria data in Mandau District and simulating the effect of migration on the model. From the model obtained two equilibrium points are disease free equilibrium point and disease endemic equilibrium point. The disease free equilibrium point will be stable for $R_0 < 1$ and the disease endemic equilibrium point will be stable for $R_0 > 1$. Then do simulation and obtained that the immigration rate and emigration rate is different. More specifically $m_1 < m_2$ so the disease will gradually disappear from the mandau subdistrict population.

Keywords: stability analysis, SIQR, diptheriae disease, equilibrium point, asymptotically stable.

UIN SUSKA RIAU



KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “**Analisis Kestabilan SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Adanya Migrasi (Studi Kasus: Kecamatan Mandau)**”. Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana. Serta tak lupa pula penulis haturkan shalawat beriringan salam kepada jujungan alam yakni Nabi Muhammad S.A.W yang telah membawa dari zaman kebodohan menuju zaman yang penuh pengetahuan dan teknologi. Selanjutnya dalam penyusunan tugas akhir ini, penulis banyak mendapatkan bimbingan, arahan, dan motivasi untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Penulis mengucapkan terimakasih yang tidak terhingga untuk semua pihak yang telah membantu menyusun tugas akhir ini. Terkhusus penulis sampaikan kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Hairunas, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Bapak Mohammad Soleh, M.Sc. selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan bimbingan, arahan dan motivasi untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini.
6. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc. selaku penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.
7. Ibu Irma Suryani, M.Sc. selaku penguji II yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

8. Bapak Ibu Dosen di Lingkungan Fakultas Sans dan Teknologi Khususnya Program Studi Matematika.
9. Kepada orang tua tercinta, Ayahnda (alm) Nazirman, Ayahnda Asnawi dan Ibunda Sri Elvi yang selalu memberiku semangat yang tiada henti, dan kepada kakak tercinta Septya Saurani dan Indah Zirvia, juga adiku tercinta Nabila Addinniah Putri dan M. Rahmat Iqbaal yang selalu mendoakan dan memberi motivasi.
10. Seluruh teman seperjuangan.
11. Semua Pihak yang telah membantu, memberi masukan dan arahan dalam menyelesaikan Tugas akhir ini

Sebagai akhir kata penulis menyadari banyak kekurangan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini , untuk itu penulis sangat mengharapkan kritik dan saran dari pembaca untuk melengkapi kekurangan dan kesalahan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi seluruh pembacanya.

Pekanbaru, 05 Mei 2021

Mutia Nazvira



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta dilindungi undang-undang
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

| | Halaman |
|--|---------|
| LEMBAR PERSETUJUAN | ii |
| LEMBAR PENGESAHAN..... | iii |
| LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL..... | iv |
| LEMBAR PERNYATAAN | v |
| LEMBAR PERSEMBAHAN | vi |
| ABSTRAK | vii |
| ABSTRACT | viii |
| KATA PENGANTAR..... | ix |
| DAFTAR ISI | xi |
| DAFTAR GAMBAR..... | xiii |
| DAFTAR TABEL | xiv |
| DAFTAR LAMPIRAN | xv |
| BAB I PENDAHULUAN | |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah | 3 |
| 1.3 Batasan Masalah | 3 |
| 1.4 Tujuan Penelitian | 3 |
| 1.5 Manfaat Penelitian | 4 |
| 1.6 Sistematika Penulisan | 4 |
| BAB II LANDASAN TEORI | |
| 2.1 Penyakit Difteri | 6 |
| 2.1.1 Pengertian Penyakit Difteri | 6 |
| 2.1.2 Gejala Penyakit Difteri | 7 |
| 2.1.3 Pencegahan Dan Pengobatan Penyakit Difteri | 7 |
| 2.2 Sistem Diferensial | 7 |
| 2.3 Linearisasi | 8 |
| 2.4 Analisis Titik Keseimbangan | 10 |
| 2.5 Angka Reproduksi Dasar | 12 |

| | |
|---|-----------|
| 2.6 Model Epidemi SIQR | 13 |
| BAB III METODE PENELITIAN | |
| BAB IV PEMBAHASAN | |
| 4.1 Model Matematika SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Adanya Migrasi | 17 |
| 4.1.1 Pembentukan Model Matematika SIQR | 17 |
| 4.2 Titik Ekuilibrium | 20 |
| 4.2.1 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit | 20 |
| 4.2.2 Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit Difteri..... | 21 |
| 4.3 Angka Reproduksi Dasar | 25 |
| 4.4 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium | 26 |
| 4.4.1 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit .. | 27 |
| 4.4.2 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit Difteri | 29 |
| 4.5 Simulasi Kasus Model SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Adanya Migrasi..... | 31 |
| BAB V PENUTUP | |
| 5.1 Kesimpulan | 40 |
| 5.2 Saran | 41 |
| DAFTAR PUSTAKA | 43 |
| DAFTAR RIWAYAT HIDUP | 46 |



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR GAMBAR

| Gambar | Halaman |
|--|----------------|
| 4.1 Diagram Transfer model SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Adanya Migrasi | 19 |
| 4.2 Grafik $S(t)$ terhadap t model SIQR pada difteri..... | 35 |
| 4.3 Grafik $I(t)$ terhadap t model SIQR pada difteri..... | 36 |
| 4.4 Grafik $Q(t)$ terhadap t model SIQR pada difteri..... | 37 |
| 4.5 Grafik $R(t)$ terhadap t model SIQR pada difteri | 37 |

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

| Tabel | Halaman |
|--|----------------|
| 4.1 Daftar Variabel -Variabel..... | 17 |
| 4.2 Daftar Parameter-Parameter | 17 |
| 4.3 Data Penyakit Difteri Tahun 2016 Di UPT Puskesmas Duri Kota..... | 31 |
| 4.4 Nilai Parameter Moel SIQR Penyebaran Penyakit Difteri di Kecamatan Mandau | 33 |

DAFTAR LAMPIRAN

| | |
|------------------|----|
| Lampiran A | 45 |
|------------------|----|



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1.1 Latar Belakang

Penyakit difteri adalah penyakit akut yang menyerang saluran pernapasan bagian atas yang disebabkan oleh *corynebacterium diptheriae*. Penyakit ini juga menyerang kulit, mata dan organ lainnya. Penyakit difteri menunjukkan selaput berwarna putih keabuan pada saluran nafas. Pencegahan penyakit difteri dapat dilakukan dengan imunisasi [1].

Manusia merupakan satu satunya tempat tumbuh dan berkembangnya *corynebacterium diptheriae*. Penularan dapat terjadi melalui percikan ludah melalui bersin, batuk, muntah, alat makan dan juga kontak langsung dari kulit yang terkena. Penyakit ini memiliki gejala seperti infeksi saluran pernafasan akut (ISPA) bagian atas, sakit pada tenggorokan, susah menelan, demam ringan dan adanya selaput putih ataupun keabu-abuan di tonsil, faring maupun laring yang susah dilepaskan, kemudian mengeluarkan darah jika diangkat [2].

Kasus penyakit difteri menyebar diseluruh dunia. Pada tahun 2014, tercatat sebanyak 7.347 kasus dan negara-negara anggota *South East Asian Region* (SEAR) mempunyai 7.217 (98 %). Adapun kasus Difteri di Indonesia, tercatat sebanyak 775 kasus pada tahun 2013 (19% dari total kasus SEAR), kemudian jumlah kasus turun sebanyak 430 kasus pada tahun 2014 (6 % dari total kasus SEAR) [2].

Menurut *World Helth Organization* (WHO) tahun 2013 negara berkembang memiliki kasus penyakit difteri terbanyak didunia dan Indonesia merupakan negara tertinggi kedua setelah India dan terus meningkat setiap tahunnya. Berdasarkan data dari WHO, penyebaran penyakit difteri dapat dicegah dengan program vaksinasi. Vaksinasi adalah cara yang paling efektif dalam memutuskan penyebaran penyakit difteri [3].

Penelitian mengenai model penyebaran penyakit difteri telah banyak dilakukan, [3] membahas pemodelan matematika penyebaran penyakit difteri



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan asumsi populasi tertutup. Penulis menggunakan model SIQR dengan pengaruh vaksinasi dan karantina agar tidak meluasnya penyebaran penyakit difteri. Analisis memperlihatkan semakin besar tingkat vaksinasi dan individu yang dikarantina maka akan semakin cepat penyakit menghilang dari populasi atau individu akan cepat sembuh.

Penelitian juga dilakukan [4], membahas analisis kestabilan pemodelan penyebaran penyakit difteri dengan asumsi populasi tertutup. Mereka menggunakan model MSEIR dengan *Saturated Incidence Rate* yang dipengaruhi imun pasif dan populasi laten. Analisis memperlihatkan penyakit difteri akan punah dalam waktu yang cukup lama dan juga penyakit difteri relatif ada didalam populasi dalam waktu yang lama.

Penelitian juga dilakukan oleh [5], membahas pemodelan matematika penyebaran penyakit dengan asumsi populasi tertutup. Penulis menggunakan model SIR untuk pencegahan penyebaran penyakit difteri. Analisis memperlihatkan penyakit difteri bisa disembuhkan tergantung pada angka reproduksi dasarnya, semakin besar angka reproduksi dasarnya lebih besar dari 1 maka penyakit difteri akan menyebar, dan jika angka reproduksinya lebih kecil dari 1 maka penyakit difteri tidak akan menyebar.

Beberapa penelitian pemodelan matematika berasumsikan tidak dipengaruhi oleh migrasi. Migrasi penduduk adalah perpindahan yang dilakukan penduduk dari suatu tempat ke tempat yang lain. Komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya migrasi penduduk antara lain sumber daya alam, lingkungan sosial budaya, politik, ekonomi, tujuan masa termasuk juga wabah penyakit [6][7]. Kecamatan Mandau memiliki jumlah penduduk tertinggi di Kabupaten Bengkalis dan juga memiliki jumlah migrasi penduduk yang tinggi. Rata-rata perbulan mencapai 200 jiwa penduduk bertambah di Kecamatan Mandau, sedangkan Rata-rata per harinya 7 jiwa penduduk bertambah di Kecamatan Mandau [8].

Pada penelitian-penelitian yang mengkaji tentang penyakit difteri sebelumnya, penelitian hanya mengasumsikan bahwa populasi tertutup yang artinya tidak adanya pengaruh dari migrasi masuk dan keluar dan juga berarti total populasi bernilai konstan. Oleh karena itu, penulis tertarik melakukan



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

pengembangan model untuk penyebaran penyakit difteri dengan asumsi adanya migrasi pada populasi total pada studi kasus Kecamatan Mandau karena Kecamatan Mandau memiliki tingkat migrasi yang cukup tinggi di Kabupaten Bengkalis dengan mengkaji ulang model SIQR dari jurnal Gina Puspita dkk yaitu dengan judul “**Analisis Kestabilan SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Adanya Migrasi (Studi Kasus : Kecamatan Mandau)**”

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan latar belakang diatas, didapat rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk model matematika pada penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi di Kecamatan Mandau?
2. Bagaimana titik ekuilibrium model penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi di Kecamatan Mandau?
3. Bagaimana analisa kestabilan penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi di Kecamatan Mandau?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Model matematika dari penyebaran penyakit difteri yang dibuat untuk populasi wilayah tertentu, dan tidak mengamati jenis kelamin dan umur pada populasi.
2. Pada penelitian ini model diasumsikan memiliki populasi bersifat terbuka yang berarti adanya migrasi yang dilakukan oleh populasi. Imigrasi dan emigrasi dapat terjadi pada kelas *Susceptible* (S), *Infected* (I), *Quarantined* (Q), dan *Recovery* (R).
3. Data diambil dari UPT Puskesmas Duri Kota Kecamatan Mandau.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan tersebut maka tujuan penelitian adalah sebagai berikut :

1. Membentuk model matematika yang sesuai dengan penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi di Kecamatan Mandau.
2. Memperoleh titik ekuilibrium model penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi di Kecamatan Mandau.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3. Memperoleh kestabilan model penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi di Kecamatan Mandau.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memahami kestabilan dan titik ekuilibrium model matematika penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi.
2. Memperoleh ilmu pengetahuan tentang pemodelan matematika.
3. Dapat digunakan oleh peneliti–peneliti selanjutnya untuk menambah referensi.

1.6 Sistematika Penelitian

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi pembahasan mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori - teori yang dapat memperkuat dan mendukung penelitian. Bab ini juga memiliki keterkaitan dengan pembahasan penelitian sehingga mempermudah peneliti dan pembaca untuk memahami isi penelitian.

BAB III METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini berisi langkah penulis untuk membentuk Analisis Kestabilan SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Adanya Migrasi.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan pembahasan ini berisi tentang Analisis Kestabilan SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Adanya Migrasi, angka reproduksi dasar, dan simulasi model menggunakan aplikasi Maple 13.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari pembahasan yang telah didapat.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bagian ini akan dibahas teori pendukung untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini.

2.1 Penyakit Difteri

2.1.1 Pengertian Penyakit Difteri

Difteri merupakan penyakit yang sebelumnya memiliki beberapa nama, penyakit ini diberi nama secara resmi oleh dokter perancis yaitu *pierre bretnneau* (1778-1862) atau *diphtherite*. Menurut bahasa yunani penyakit difteri adalah kulit atau menyembunyikan gambaran lapisan yang ada pada tenggorokan.

Untuk penanganan lebih awal dilakukan diagnosis secara cepat yaitu berdasarkan gejala klinis, laboratorium (swab tenggorok, PCR). Kompilasi dari penyakit difteri dapat menyebabkan gangguan saluran napas, peradangan pada otot jantung, infeksi pada telinga bagian tengah dan dapat menyebar ke paru-paru sehingga menyebabkan *pneumonia*. Pencegahan penyakit difteri dapat dilakukan dengan imunisasi, pengobatan penderita (pemberian *eritromisin*) dan penggunaan alat pelindung diri atau APD dengan sekresi saluran napas penderita. Bakteri *diphtheriae* bisa hidup di udara ataupun debu selama 6 bulan.

Pada tahun 2014, kasus penyakit difteri di Indonesia mencapai 296 kasus dengan kasus meninggal 16 orang (4%). Jumlah provinsi yang terkena penyakit difteri adalah 22 provinsi. Kasus terbanyak terjadi pada provinsi jawa Timur yaitu 295 kasus (74%). Dari total kasus di provinsi jawa timur, 37% tidak mendapatkan vaksin campak. Namun pada tahun 2015 kasus penyakit difteri menjadi turun sebanyak 252 kasus dengan 5 kasus meninggal (1,98%).

Penyakit difteri merupakan penyakit berbahaya di negara berkembang terutama Indonesia. Menurut *World Helth Organization* (WHO) tahun 2013 negara berkembang memiliki kasus penyakit difteri terbanyak didunia dan Indonesia merupakan negara tertinggi kedua setelah India dan terus meningkat setiap tahunnya. Berdasarkan data dari WHO, penyebaran penyakit difteri dapat



dicegah dengan program vaksinasi. Vaksinasi adalah cara yang sangat efektif untuk memutuskan penyebaran penyakit difteri.

2.1.2 Gejala Difteri

Difteri merupakan penyakit menular yang penyebabnya berasal dari *corynebacterium diptheria*. Adapun gejala dari penyakit difteri yaitu :

- Demam yang tidak begitu tinggi
- Sakit tenggorokan
- Pilek
- Malaise
- Lapisan yang tampak kotor pada tonsil, faring maupun rongga hidung

2.1.3 Pencegahan Dan Pengobatan

a. Pencegahan Difteri

Penyakit difteri dapat dicegah dengan melakukan imunisasi DPT (difteri, pertusis, tetanus). Pencegahan pada anak yang sedang dalam kandungan dapat dilakukan dengan Imunisasi pasif yang diperoleh dari ibu yang sedang mengandung yang kebal terhadap penyakit difteri hingga 6 bulan kemudian dilakukan penyuntikan antitoksin yang bisa bertahan hingga 2-3 minggu. Imunitas aktif diperoleh setelah menderita aktif. Imunisasi DPT (difteri, pertusis, tetanus) sangat berguna untuk ketahanan antibodi yang tinggi. Pencegahan dan imunisasi ulang sangat penting yaitu dengan melakukan imunisasi dengan jumlah total 5 kali sebelum berusia 6 tahun.

b. Pengobatan Difteri

Pengobatan difteri dilakukan dengan cara memberikan antibiotik untuk menghilangkan bakteri dan menghentikan racun. Pengobatan untuk difteri digunakan *eritromisin*.

2.2 Sistem Diferensial

Suatu persamaan diferensial adalah sebuah persamaan yang berisi turunan variabel dependen yang lebih dari satu dengan satu atau lebih variabel independen [9]. Persamaan diferensial memiliki dua bentuk yaitu persamaan diferensial linear dan persamaan diferensial nonlinear.

Suatu persamaan diferensial terbentuk jika terdapat beberapa persamaan diferensial. Secara umum bentuk dari persamaan diferensial orde pertama sebagai berikut [10] :

$$\begin{aligned} y_1' &= f_1(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ y_2' &= f_2(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ y_3' &= f_3(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ &\vdots \\ y_n' &= f_n(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) dapat ditulis sebagai persamaan vektor dengan vektor kolom $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ dan $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$ (Dimana T merupakan *transpose*) Persamaan (2.1) dapat disederhanakan sebagai berikut :

$$\mathbf{y}' = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) merupakan sistem persamaan linear apabila fungsi linear pada y_1, y_2, \dots, y_n bisa ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_1' &= a_{11}(t)y_1 + a_{12}(t)y_2 + \dots + a_{1n}(t)y_n + g_1(t) \\ &\vdots \\ y_n' &= a_{n1}(t)y_1 + a_{nn}(t)y_n + \dots + a_{nn}(t)y_n + g_n(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) dapat ditulis menjadi:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{g} \quad (2.4)$$

Dengan

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.3 Linearisasi

Linearisasi adalah perubahan dari suatu sistem persamaan nonlinear ke sistem persamaan linear. Untuk mendapatkan kestabilan titik ekuilibrium pada sistem persamaan nonlinear digunakan Matriks Jacobian.

Di berikan suatu sistem persamaan diferensial sebagai berikut [11]:



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} x(t) &= F(x, y) \\ \frac{d}{dt} y(t) &= G(x, y)\end{aligned}\tag{2.6}$$

Karena (\hat{x}, \hat{y}) adalah titik ekuilibrium. Maka akan dicari sistem linier dimana (x, y) dekat dengan (\hat{x}, \hat{y}) . Oleh karena itu solusi fungsi $F(x, y)$ dan $G(x, y)$ diaproksimasi ketika (\hat{x}, \hat{y}) dekat dengan (\hat{x}, \hat{y}) diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} x(t) &= F(x, y) \approx F(\hat{x}, \hat{y}) + \frac{\partial F}{\partial x}(\hat{x}, \hat{y})(x - \hat{x}) + \frac{\partial F}{\partial y}(\hat{x}, \hat{y})(y - \hat{y}) \\ \frac{d}{dt} y(t) &= G(x, y) \approx G(\hat{x}, \hat{y}) + \frac{\partial G}{\partial x}(\hat{x}, \hat{y})(x - \hat{x}) + \frac{\partial G}{\partial y}(\hat{x}, \hat{y})(y - \hat{y})\end{aligned}$$

Karena $F(x, y) \approx G(x, y) = 0$, maka

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} x(t) &= F(x, y) \approx \frac{\partial F}{\partial x}(\hat{x}, \hat{y})(x - \hat{x}) + \frac{\partial F}{\partial y}(\hat{x}, \hat{y})(y - \hat{y}) \\ \frac{d}{dt} y(t) &= G(x, y) \approx \frac{\partial G}{\partial x}(\hat{x}, \hat{y})(x - \hat{x}) + \frac{\partial G}{\partial y}(\hat{x}, \hat{y})(y - \hat{y})\end{aligned}$$

Sistem 2.6 merupakan sistem persamaan linear. Koefisien matriksnya adalah sebagai berikut :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x}(\hat{x}, \hat{y}) & \frac{\partial F}{\partial y}(\hat{x}, \hat{y}) \\ \frac{\partial G}{\partial x}(\hat{x}, \hat{y}) & \frac{\partial G}{\partial y}(\hat{x}, \hat{y}) \end{bmatrix}\tag{2.7}$$

Contoh 2.1 Tentukan matriks Jacobian dari sistem persamaan berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1^2 + 3x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 2x_2\end{aligned}$$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}f_1(x_1, x_2) &= x_1^2 + 3x_2 \\ f_2(x_1, x_2) &= x_1^2 2x_2\end{aligned}$$

Maka matriks Jacobiannya adalah :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 & 3 \\ 2x_1^2 & 2x_1^2 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.1[12]

Apabila A merupakan matriks $n \times n$ dan vektor tak nol x didalam R^n disebut vektor eigen dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x yakni

$$Ax = \lambda x \quad (2.8)$$

Skalar λ disebut nilai eigen dan x disebut vektor eigen yang bersamaan dengan λ . Agar memperoleh nilai eigen dari matriks A yang berordo $n \times n$ maka persamaan (2.8) bisa dituliskan kembali sebagai berikut:

$$(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.9)$$

Agar λ dapat menjadi nilai eigen, maka harus terdapat pemecahan tak nol dari persamaan (2.9) jika dan hanya jika:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.10)$$

Dan persamaan 2.10 dinamakan persamaan karakteristik.

2.4 Analisis Titik Ekuilibrium

Definisi 2.2 [13]

Titik ekuilibrium $\hat{x} \in R^n$ dengan memenuhi $f(\hat{x}) = 0$ dikatakan :

1. Stabil apabila setiap $\varepsilon > 0$, terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga untuk x_0 dengan $\|x_0 - \hat{x}\| < \delta$ maka $\|x(t, x_0) - \hat{x}\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq 0$
2. Stabil asimtotik apabila \hat{x} stabil dan terdapat sebuah $\delta_1 > 0$ sedemikian sehingga apabila $\|x_0 - \hat{x}\| < \delta_1$ maka menyebabkan $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0) - \hat{x}\| = 0$
3. Tidak stabil apabila \hat{x} tidak memenuhi (1).

Teorema 2.1 [13]

Titik Ekuilibrium \hat{x} dengan sistem persamaan diferensial nonlinear $\dot{x} = f(x)$,

1. Apabila matriks Jacobian $Jf(\hat{x})$ memiliki $\text{Re } \lambda_i < 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ maka \hat{x} stabil asimtotik lokal. Apabila $\text{Re } \lambda_i \leq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ maka \hat{x} stabil dan

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

untuk nilai eigen $\operatorname{Re} \lambda_1 = 0$ bersesuaian dengan vektor eigen sebanyak *multiplisitas* λ_1 .

2. Apabila terdapat nilai eigen matriks Jacobian $Jf(\hat{x})$ yang memiliki bagian real positif, maka titik ekuilibrium \hat{x} tidak stabil.

Contoh 2.2

Diberikan sistem persamaan diferensial $\dot{x} = f(x)$ dimana :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Akan dicari terlebih dahulu nilai eigen dari matriks diatas :

$$\det(\lambda I - A) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + 2 & 0 \\ 0 & \lambda + 2 \end{bmatrix} = 0$$

Sehingga didapatkan persamaan karakteristiknya sebagai berikut :

$$(\lambda + 2)(\lambda + 2) = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -2$$

Maka berdasarkan teorema 2.1 dapat disimpulkan titik ekuilibrium stabil asimtotik karena nilai $\operatorname{Re} \lambda_{1,2} \leq 0$.

Teorema 2.2 Kriteria Kestabilan Routh- Hurwitz [14]

Dimisalkan a_1, a_2, \dots, a_n bilangan asli dan $a_0 \neq 0$. Diberikan suatu persamaan polinomial

$$p(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n \lambda + a_n = 0$$

Akar - akar persamaan polinomialnya memiliki real yang negatif jika dan hanya jika setiap determinan dari matriks $k \times k$ untuk setiap $k = 1, 2, \dots, n$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$M_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & a_{2k-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & a_{2k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_k \end{vmatrix} \quad (2.11)$$

Nilainya adalah positif.

2.5 Angka Reproduksi Dasar

Menurut [15], angka reproduksi dasar adalah jumlah rata-rata individu yang sangat rentan terkena infeksi langsung oleh individu yang terkena infeksi virus dan termasuk ke dalam populasi yang masih rentan. keadaan yang mungkin terjadi apabila angka reproduksi dasar R_0 sebagai berikut [16] :

- a. Jika $R_0 < 1$ maka penyakit akan menghilang
- b. Jika $R_0 > 1$ maka penyakit akan menjadi wabah

Diasumsikan terdapat n kelas terinfeksi dan m kelas yang tidak terinfeksi. kemudian diasumsikan x kelas yang tidak terinfeksi juga dan y kelas yang tidak terinfeksi (rentan ataupun sembuh), $x \in \mathbf{R}^n$ dan $y \in \mathbf{R}^m$, untuk $m, n \in \mathbf{N}$ sehingga

$$\dot{x} = \varphi_i(x, y) - \psi_i(x, y), \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\dot{y} = n_i(x, y), \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, m$$

Dengan φ_i adalah laju infeksi sekunder yang bertambah pada kelas terinfeksi dan ψ_i adalah laju perkembangan penyakit, kematian dan kesembuhan yang berakibatkan kurangnya populasi dari kelas terinfeksi.

Angka reproduksi dasar (R_0) didapatkan berdasarkan linearisasi dari sistem persamaan diferensial yang titik ekuilibrium bebas penyakitnya mendekati. Persamaan kompartemen terinfeksi yang telah dilenarisasi adalah sebagai berikut:

$$\dot{x} = (F - V)x \quad (2.12)$$



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan F dan V adalah matriks berukuran $n \times n$ dan $F = \frac{\partial \phi_1}{\partial u_j}(0, y_0)$ dan

$V = \frac{\partial \psi_1}{\partial u_j}(0, y_0)$ dengan $1 \leq i, j \leq m$ selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai

berikut :

$$K = FV^{-1} \quad (2.13)$$

Matriks yang akan datang merupakan K . Nilai dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah nilai eigen dominan dari matriks K sehingga

$$R_0 = \rho(FV^{-1}) \quad (2.14)$$

2.6 Model Epidemi SIQR

Model SIQR adalah pengembangan dari model SIR. Populasi total dibagi menjadi tiga kelas yaitu *Susceptible* (S) merupakan populasi yang rentan, *infected* (I) merupakan populasi yang terinfeksi dan *Recovered* (R) merupakan populasi yang sembuh dari penyakit [17]. Penyakit difteri memiliki masa karantina hal itu menyebabkan pembentukan kelas baru yaitu *Quarantined* (Q).

Model Epidemi SIQR diberikan:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (1-p)\mu N - \mu S - \beta \frac{S}{N} I \\ \frac{dI}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - \mu I - \alpha I \\ \frac{dQ}{dt} &= \alpha I - \mu Q - \gamma Q \\ \frac{dR}{dt} &= p\mu N + \gamma Q - \mu R \\ N &= S + I + Q + R \end{aligned}$$

Keterangan :

- 1) $S(t)$: Jumlah total populasi manusia yang rentan pada saat t
- 2) $I(t)$: Jumlah total populasi manusia yang terinfeksi pada saat t
- 3) $Q(t)$: Jumlah total populasi manusia yang dikarantina pada saat t
- 4) $R(t)$: Jumlah total populasi manusia yang sembuh pada saat t
- 5) p : Proporsi vaksinasi yang diberikan ke individu



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- 6) μ : Laju kelahiran dan kematian tiap manusia
- 7) γ : Laju kesembuhan
- 8) $N(t)$: Banyaknya populasi pada saat t
- 9) β : Peluang individu yang rentan dengan individu yang terinfeksi.
- 10) α : Laju manusia yang dikarantina tiap satuan waktu

Pada penelitian sebelumnya mengenai model diatas didapat beberapa hasil yaitu :

- 1) Didapat bilangan reproduksi dasar R_0 .
- 2) Titik ekuilibrium endemik stabil untuk $R_0 > 1$.
- 3) Titik ekuilibrium tak endemik stabil untuk $R_0 < 1$ dan tak stabil untuk $R_0 > 1$.
- 4) Tingkat vaksinisasi tidak kurang dari 0.884 dan tingkat α tidak kurang dari 0.049 akan berangsur hilang dari populasi.

BAB III

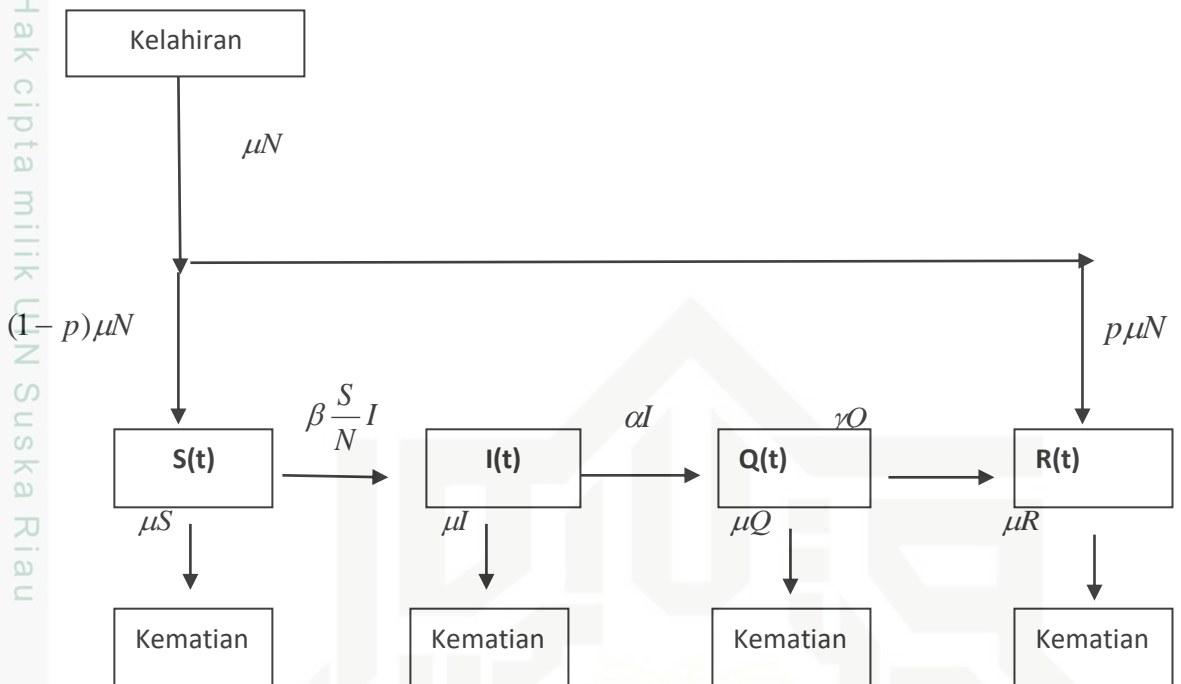
METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam analisis kestabilan SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi adalah metode penelitian studi literature dengan mempelajari buku–buku dan jurnal–jurnal berkaitan dengan permasalahan model.

1. Menentukan variabel-variabel serta parameter-parameter yang digunakan model adalah sebagai berikut:

- 1) $S(t)$: Jumlah total populasi manusia yang rentan pada saat t
- 2) $I(t)$: Jumlah total populasi manusia yang terinfeksi pada saat t
- 3) $Q(t)$: Jumlah total populasi manusia yang dikarantina pada saat t
- 4) $R(t)$: Jumlah total populasi manusia yang sembuh pada saat t
- 5) p : Proporsi vaksinasi yang diberikan ke individu
- 6) μ : Laju kematian alami
- 7) γ : Laju kesembuhan
- 8) $N(t)$: Jumlah total populasi manusia pada saat t
- 9) β : Peluang individu yang rentan dengan individu yang terinfeksi
- 10) α : Laju individu yang dikarantina tiap satuan waktu
- 11) r : Laju kelahiran
- 12) m_1 : Laju imigrasi
- 13) m_2 : Laju emigrasi

2. Diberikan model SIQR Gina Puspita dkk sebagai berikut:



3. Menambahkan asumsi adanya imigrasi dan emigrasi pada model Gina Puspita dkk membentuk model SIQR dengan adanya migrasi.
4. Menentukan titik ekuilibriumnya.
5. Melinearisasi model dengan menggunakan matriks Jacobian di titik ekuilibrium.
6. Menganalisa kestabilan titik ekuilibrium yang telah ditentukan.
7. Simulasi model untuk melihat seberapa besar pengaruh migrasi terhadap penyebaran penyakit difteri sebelumnya pada studi kasus Kecamatan Mandau, dengan estimasi parameter melalui simulasi di penyebaran penyakit. Diasumsikan bahwa :
 - a. Jumlah kelahiran dan kematian diasumsikan tidak sama. Individu yang baru lahir termasuk kelas *susceptible* dikarenakan individu yang baru lahir diasumsikan sehat tetapi rentan terhadap penyakit difteri.
 - b. Populasi diasumsikan terbuka oleh karena itu terjadi proses migrasi, imigrasi dan emigrasi terjadi disemua kelas.
8. Menyimpulkan hasil analisa titik keseimbangan dan simulasi model.



BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan asumsi–asumsi yang telah dibuat, diperoleh model SIQR pada penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= (1-p)rN + m_1S - \mu S - m_2S - \beta \frac{S}{N} I \\ \frac{dI}{dt} &= \beta \frac{S}{N} I + m_1I - m_2I - \mu I - \alpha I \\ \frac{dQ}{dt} &= \alpha I + m_1Q - \mu Q - m_2Q - \gamma Q \\ \frac{dR}{dt} &= p\mu N + m_1R + \gamma Q - m_2R - \mu R \\ N &= S + I + Q + R\end{aligned}\tag{5.1}$$

2. Dari analisis didapatkan model matematika SIQR yang dalam hal ini persamaan (5.1) yang dianalisa diperoleh angka reproduksi dasar

$$R_0 = \left[\frac{\beta(1-P)r + m_2((m_2 + \mu - m_1))}{(m_2 + \mu - m_1)(m_2 + \mu + \alpha)} \right] \text{ kemudian diperoleh titik ekuilibrium}$$

$$\text{bebas penyakit difteri yaitu } E_0 = (\hat{S}, \hat{I}, \hat{Q}, \hat{R}) = \left(\frac{(1-p)rN}{m_2 + \mu - m_1}, 0, 0, \frac{prN}{m_2 + \mu - m_1} \right)$$

dan diperoleh titik ekuilibrium endemik penyakit difteri yaitu

$$E_1 = (S^*, I^*, Q^*, R^*) \text{ dengan}$$

$$S^* = \frac{(m_2 - m_1 + \mu + \alpha)N}{\beta}$$

$$I^* = \frac{1}{\beta} N \left(\frac{((1-p)r)\beta}{(m_2 - m_1 + \mu + \alpha)} + m_1 - m_2 - \mu \right)$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$Q^* = \frac{\alpha N \left(\frac{((1-p)r)\beta}{(m_2 - m_1 + \mu + \alpha)} + m_1 - m_2 - \mu \right)}{\beta(\mu + m_2 + \gamma - m_1)}$$

$$R^* = \frac{prN + \gamma \left(\frac{aN \left(\frac{((1-p)r)\beta}{(m_2 - m_1 + \mu + \alpha)} + m_1 - m_2 - \mu \right)}{\beta(\mu + m_2 + \gamma - m_1)} \right)}{m_2 - m_1 + \mu}$$

3. Ada dua kestabilan pada model SIQR yaitu kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan kestabilan titik ekuilibrium endemik penyakit. Titik ekuilibrium bebas penyakit difteri akan stabil jika $R_0 < \frac{m_1}{m_2 + \mu + \alpha} < 1$ dan titik ekuilibrium endemik penyakit akan stabil jika $R_0 > 1$
4. Berdasarkan model SIQR model epidemik SIQR penyebaran penyakit difteri untuk kasus Kecamatan Mandau berdasarkan data yang diperoleh dari UPTD puskesmas Duri Kota pada tahun 2016 sebanyak 10 jiwa yang terkena infeksi penyakit difteri dari total populasi 242927 jiwa. Dari penelitian yang dilakukan di peroleh hasil bahwa:

Untuk penyebaran penyakit difteri diperoleh bilangan reproduksi dasar

$$R_0 = \left[\frac{\beta(1-P)r + m_1((m_2 + \mu - m_1))}{(m_2 + \mu - m_1)(m_2 + \mu + \alpha)} \right] = 0.016459 < 1. \text{ Nilai } R_0 \text{ lebih kecil dari}$$

satu berarti penyakit difteri akan menghilang di Kecamatan Mandau dalam waktu yang lama. Hal ini sesuai dengan keadaan Kecamatan Mandau bahwa pada tahun 2017 masih ada penyakit difteri di Kecamatan Mandau.

5.2 Saran

Dalam penulisan ini, penulis membahas analisis kestabilan SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh adanya migrasi. Dalam penelitian ini subpopulasi yang digunakan hanyalah *Suspect (S)*, *Infected(I)*, *Quarantined(Q)* dan *Recovery (R)*. Oleh karena itu, penulis meberikan saran kepada pembaca

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

yang tertarik pada masalah ini ntuk mengembangkan model penyakit difteri dengan menambah subpopulasi *Death* (*D*) atau penyebab kematian fatal.



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] E. Hartoyo, "Difteri Pada Anak," 2018.
- [2] Kemenkes and R. Indonesia, *Pedoman Pencegahan Dan Pengendalian Difteri*. Jakarta: Kementrian Kesehatan RI, 2017.
- [3] G. Puspita and Dkk, "Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Karantina Dan Vaksinisasi," vol. 6, no. 1, 2017.
- [4] I. Suryani and M. Yunita, "Analisis Kestabilan Model MSEIR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Saturated Incidence Rate," *Sains Mat. dan Stat.*, vol. 2, no. 1, 2016.
- [5] Husain, "An Mathematical Model For Diptherid Disease," *Phys. Conf. Ser.*, 2018.
- [6] J. R. Lori and J. S. Boyle, "Forced migration: Health and human rights issues among refugee populations," *Nurs. Outlook*, 2015, doi: 10.1016/j.outlook.2014.10.008.
- [7] L. Wang and X. Wang, "Influence of temporary migration on the transmission of infectious diseases in a migrants' home village," *J. Theor. Biol.*, 2012, doi: 10.1016/j.jtbi.2012.01.004.
- [8] Erik, *Wow 7 Jiwa Pendatang Baru Masuk Setiap Harinya Ini Penjelasan UPT Disdukcapil Mandau*. 2015.
- [9] D. G.Zii and M. R. Cullen, *Differential Equations with Boundary Value Problems*, 7th ed. Boston: Brooks/Cole, 2009.
- [10] Erwin Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics 10th Edition*. 2011.
- [11] "Introduction to differential equations with dynamical systems," *Choice Rev. Online*, 2008, doi: 10.5860/choice.46-2139.

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- [12] Anton and Rorres, *Aljabar Linier Elementer*, 8th ed. Jakarta: Erlangga, 2004.
- [13] G. . Olsder and J. W. Van Der Woude, *Mathematical System Theory Second Edition*, 2nd ed. The Netherlands: Delft University, 1998.
- [14] S. D. Fisher, *Complex Variables Second Edition*, 2nd ed. California: WadsWorth & Software, 1999.
- [15] J. Giesecke, *Modern infectious disease epidemiology: Third edition*. 2017.
- [16] P. Van Den Driessche and J. Watmough, "Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission," *Math. Biosci.*, 2002, doi: 10.1016/S0025-5564(02)00108-6.
- [17] J. R. Chasnov, "Mathematical Biology," 2009.
- [18] D. K. Bengkalis, *Profil Kesehatan Kabupaten Bengkalis*. Dinas Kesehatan Kabupaten Bengkalis, 2016.
- [19] A. Azhari, *Model Matematika Penyebaran Flu Burung Pada Manusia Unggas Liar Dan Unggas Domestik Dengan Pengaruh Vaksinisasi*. Pekanbaru: Jurusan Matematika Univesitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim, 2019.
- [20] U. N. Wulandari, *Analisis Model Epidemik MSEIR Pada Penyebaran Penyakit Difteri*. Jember: Universitas Jember, 2013.

Lampiran A

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Sumber: SP2TP UPT Puskesmas Dinas Kesehatan Kec. Mandau 2016

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan di Duri, Riau pada tanggal 07 Desember 1998 dari ayah yang bernama (alm) Nazirman dan ibu bernama Sri Elvi. Penulis merupakan anak ketiga dari lima bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 022 Duri pada tahun 2005 dan lulus pada tahun 2011. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 01 Mandau pada tahun 2011-2014. Dan SMA Negeri 02 Mandau pada tahun 2014-2017. Setelah lulus SMA pada tahun 2017, penulis melanjutkan studi pada Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.