TRACE MATRIKS KETETANGGAAN $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF DARI GRAF SIKLUS

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi

UIN SUSKA RIAU

oleh:

DIAN AYU PUSPITA
11754202105

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2021

LEMBAR PENGESAHAN

TRACE MATRIKS KETETANGGAAN $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF DARI GRAF SIKLUS

TUGAS AKHIR

oleh:

DIAN AYU PUSPITA
11754202105

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Februari 2021

Pekanbaru, 23 Februari 2021
Mengesahkan,

Dekan	Ketua Program Studi
Dr. Ahmad Darmawi, M.Ag.	**Ari Pani Desvina, M.Sc.**
NIP. 19660604 199203 1 004	**NIP. 19811225 200604 2 003**

DEWAN PENGUJI :

Ketua : **Wartono, M.Sc.**
Sekretaris : **Fitri Aryani, M.Sc.**
Anggota I : **Dr. Yuslenita Muda, M.Sc.**
Anggota II : **Corry Corazon Marzuki, M.Si.**

LEMBAR PERSETUJUAN

TRACE MATRIKS KETETANGGAAN $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF DARI GRAF SIKLUS

TUGAS AKHIR

oleh:

DIAN AYU PUSPITA
11754202105

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Februari 2021

Ketua Program Studi Matematika	Pembimbing
Ari Pani Desvina, M.Sc.	**Fitri Aryani, M.Sc.**
NIP. 19811225 200604 2 003	**NIP. 19770913 200604 2 002**

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjam, dan tanggal peminjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Februari 2021
Yang membuat pernyataan,

<u>DIAN AYU PUSPITA</u>
11754202105

LEMBAR PERSEMBAHAN

"Sesungguhnya Allah tidak akan merubah keadaan suatu kaum
sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri"
(QS. Ar Ra'd:11)

"Barang siapa menempuh satu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu,
maka Allah pasti mudahkan baginya jalan menuju surga"
(HR. Muslim)

Alhamdulillahirabbal'alaamiin
Yang utama dari segalanya
Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT
Taburan cinta dan kasih sayang-Mu telah membekaliku ilmu,
memberikanku kekuatan dan kumudahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini

Ku persembahkan karya kecil ini sebagai tanda baktiku
Untuk yang tak pernah letih memberi doa dan dukungan
Untuk pejuang kesuksesan dan kebahagiaan
Ayah dan Ibu tercinta
Terimakasih...

TRACE MATRIKS KETETANGGAAN $n \times n$ BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF DARI GRAF SIKLUS

DIAN AYU PUSPITA
NIM : 11754202105

Tanggal Sidang : 23 Februari 2021
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas KM 15 No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua sampai lima dari graf siklus. Untuk mendapatkan bentuk umum tersebut, terlebih dahulu membuktikan perpangkatan matriks ketetanggaan dari graf siklus berpangkat dua sampai lima. Selanjutnya, diperoleh bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua sampai lima dari graf siklus. Kedua bentuk umum tersebut dibuktikan dengan cara pembuktian langsung. Diberikan juga contoh aplikasi dari *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua sampai lima dari graf siklus.

Kata Kunci : graf siklus, matriks ketetanggaan, pembuktian langsung, *trace* matriks.

TRACE ADJACENCY MATRIX $n \times n$ TO THE POWER OF A POSITIVE INTEGER OF THE CYCLE GRAPH

DIAN AYU PUSPITA
NIM : 11754202105

Date of Final Exam : February 23, 2021

Date of Graduation Ceremony :

Dapartment of Mathematics
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

This final script aims to obtain the general form of the adjacency trace matrix $n \times n$ to the power of two to five of the cycle graph. To obtain the general form, first prove the power of the adjacency matrix from a cycle graph to the power of two to five. Furthermore, to obtain the general forms trace adjacency matrix from a cycle graph to the power of two to five. The two general forms are proven by means of direct proof. The application example of the adjacency trace matrix $n \times n$ to the power of two to five of the cycle graph is also given.

Keywords : *cycle graph, adjacency matrix, direct proof, trace matrix.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Alhamdulillahirabbil'alamin segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah *Subhannahu Wata'ala* yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Berkat rahmat, nikmat, kesempatan dan kesehatan sehingga penulis bisa menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "*Trace* Matriks Ketetanggaan $n \times n$ Berpangkat Bilangan Bulat Positif dari Graf Siklus".

Shalawat serta salam kita hadiahkan kepada junjungan alam Nabi Besar Muhammad *Shalallahu Alaihi Wassalam* karena berkat perjuangan beliaulah kita umat manusia dapat dibawa dari alam kegelapan ditunjukkan ke alam yang penuh dengan pengetahuan. Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar sarjana Sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung terutama orang tua tercinta. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Suyitno, M.Ag. selaku Plt. Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc. selaku Sekretaris Program Studi Matematika dan sekaligus pembimbing Tugas Akhir penulis yang selalu ada dan

memberikan bimbingan serta arahan sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.

5. Ibu Dr. Yuslenita Muda, M.Sc. dan Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. selaku Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
6. Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
7. Kedua orang tua tercinta, Ayah Alm. Harno dan Ibu Zaliniswati, yang tiada henti-hentinya mendoakan, memberi dorongan moril maupun materi selama menempuh pendidikan serta kakak dan adik penulis yang tersayang yaitu Depna Kreszafianti dan Diah Sri Rahmahani.
8. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini yang tidak dapat ditulis satu persatu.
9. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Angkatan 17.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Pekanbaru, 23 Februari 2021

Dian Ayu Puspita

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan struktur diskrit yang terdiri dari simpul dan sisi yang menghubungkan simpul-simpul tersebut. Dua buah simpul dalam graf dikatakan terhubung jika terdapat suatu lintasan. Banyak cara yang dapat digunakan untuk merepresentasikan graf terhubung yaitu dengan matriks ketetanggaan, matriks bersisian dan lainnya (Rosen, 2007). Matriks ketetanggan tersebut merupakan representasi graf yang paling umum.

Matriks dapat dikatakan bertetangga jika simpulnya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Misal matriks dinamakan $A = [a_{ij}]$, jika simpul i dan j bertetangga maka $a_{ij} = 1$, sebaliknya jika simpul i dan j tidak bertetangga maka $a_{ij} = 0$ (Munir, 2005). Banyak hal yang dapat dilakukan pada sebuah matriks, diantaranya adalah mencari perkalian matriks, determinan matriks, invers matriks, *trace* matriks dan sebagainya. Tugas akhir ini menekankan mengenai *trace* matriks.

Trace matriks adalah jumlah entri-entri pada diagonal utama dari sebuah matriks bujursangkar (Anton dan Rorres, 2004). Berdasarkan definisi *trace* matriks tersebut dapat dikatakan bahwa menentukan *trace* matriks tidak begitu sulit. Namun bagaimana halnya dengan *trace* matriks berpangkat. Tentunya matriks harus dipangkatkan terlebih dahulu setelah diperoleh bentuk perpangkatan matriks, barulah dapat ditentukan nilai *trace* matriks berpangkatnya.

Pembahasan *trace* matriks berpangkat telah banyak dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya. Salah satu diantaranya adalah Pahade dan Jha pada tahun 2017 membahas mengenai *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif dari graf lengkap. Dengan bentuk umum matriks ketetanggaan $n \times n$ dari graf lengkap yaitu:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.1}$$

Hasil yang diperoleh pada penelitian tersebut adalah didapatkannya bentuk umum *trace* matriks berpangkat untuk bilangan bulat positif genap dan bilangan bulat positif ganjil, sebagai berikut:

$$tr(A_n^k) = \sum_{r=1}^{n/2} S(k,r)n(n-1)^r(n-2)^{k-2r} \qquad , k \text{ bil. positif genap} \tag{1.2}$$

$$tr(A_n^k) = \sum_{r=1}^{(n-1)/2} S(k,r)n(n-1)^r(n-2)^{k-2r} \qquad , k \text{ bil. positif ganjil} \tag{1.3}$$

$S(k,r)$ adalah bilangan yang bergantung pada k dan r yang didefinisikan oleh:

$S(k,r) = 1, S\left(k,\frac{k}{2}\right) = 1, S\left(k, k-\frac{1}{2}\right) = \frac{k-1}{2}, S(k,r) = S(k-1,r) +$

$S(k-2, r-1)$.

Tahun 2019, penelitian Pahade dan Jha dikembangkan oleh Nugraha dengan mengganti perpangkatan menjadi pangkat negatif dua pada matriks ketetanggaan dari graf lengkap sesuai dengan Persamaan (1.1). Hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut mendapatkan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat negatif dua dari graf lengkap yaitu:

$$tr(A_n^{-2}) = \frac{n\left((n-1)+(n-2)^2\right)}{(n-1)^2} \qquad , n \geq 2. \tag{1.4}$$

Selanjutnya, pada tahun yang sama Faisal mengembangkan kembali tentang *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ dari graf lengkap dengan mengganti perpangkatan menjadi pangkat negatif tiga. Dan hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut bentuk umum *trace* matriks ketetangaan $n \times n$ berpangkat negatif tiga dari graf lengkap yaitu:

$$tr(A_n^{-3}) = \frac{n-2(n-1)(n-2)-(n-2)^3}{(n-1)^3} \qquad , n \geq 2. \tag{1.5}$$

Masih di tahun yang sama, Helsi kembali mengembangkan dengan mengganti perpangkatan menjadi pangkat negatif empat. Sehingga hasil yang diperoleh dari penelitian bentuk umum *trace* matriks ketetangaan $n \times n$ berpangkat negatif empat dari graf lengkap yaitu:

$$tr(A_n^{-4}) = \frac{n\left((n-1)^2+3(n-1)(n-2)^2+(n-2)^4\right)}{(n-1)^4} \quad , n \geq 2. \tag{1.6}$$

Penelitian Purwati pada tahun 2020 masih berhubungan dengan *trace* matriks berpangkat pada suatu graf. Lebih tepatnya penelitian tersebut membahas mengenai *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat negatif satu dari graf roda. Dengan bentuk umum matriks ketetangaan $n \times n$ dari graf roda yaitu:

$$B_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.7}$$

Dari matriks tersebut maka didapat bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat negatif satu dari graf roda yaitu:

$$tr(B_n^{-1}) = \begin{cases} \frac{-n^2+3n+2}{2(-n+1)} \quad , & n \equiv 2 \ (mod\ 4) \\ \frac{-n-3}{2(n-1)} \quad , & n \equiv 3 \ (mod\ 4). \end{cases} \tag{1.8}$$

Penelitian Putri Tahun 2020 melanjutkan penelitian Purwati tentang *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dan negatif dua. Dan hasil yang diperoleh dari penelitian bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dari graf roda yaitu:

$$tr(B_n^2) = 4(n-1) \quad , n \geq 4. \tag{1.9}$$

Dan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat negatif dua dari graf roda yaitu:

$$tr(B_n^{-2}) = \frac{\frac{n^4}{4} - n^3 + \frac{5n^2}{4} + \frac{3n}{2} + 2}{n^2 - 2n + 1} \quad , n \equiv 0 \ mod\ 4. \tag{1.10}$$

Selain graf lengkap dan graf roda juga terdapat graf siklus yang bisa direpresentasikan ke dalam matriks ketetanggaan. Graf siklus C_n sama dengan graf lingkaran yang setiap simpulnya berderajat dua dan suatu lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama (Munir, 2005). Jadi untuk setiap graf siklus C_n memiliki simpul sebanyak n dan dapat direpresentasikan menjadi matriks ketetanggaan C berukuran $n \times n$.

Dari graf roda W_n didapat sebuah graf siklus C_n yaitu dengan mengurangkan simpul ke masing-masing n simpul di W_n. Sehingga didapat dengan bentuk $W_{n-1,n-1}$. Bentuk umum matriks ketetanggaan $n \times n$ dari graf siklus C_n ditunjukkan pada Persamaan (1.11) sebagai berikut:

$$C_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.11}$$

Berdasarkan hasil dari penelitian-penelitian sebelumnya tentang *trace* matriks berpangkat, maka penulis ingin membahas mengenai *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat bilangan bulat positif dari graf siklus. Sehingga Tugas Akhir ini diberi judul **"*Trace* Matriks Ketetanggaan n x n Berpangkat Bilangan Bulat Positif dari Graf Siklus".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka dapat diberikan rumusan masalah dalam Tugas Akhir ini adalah: Bagaimana bentuk umum dari *trace* matriks ketetanggaan n x n berpangkat bilangan bulat positif dari graf siklus?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan pada penelitian Tugas Akhir ini menggunakan perpangkatan matriks hanya untuk C_n^2 sampai C_n^5.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan Tugas Akhir ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum dari *trace* matriks ketetanggaan $n\ x\ n$ berpangkat bilangan bulat positif dari graf siklus.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dilakukannya penelitian Tugas Akhir ini yaitu:

1. Menambah pengetahuan dan informasi mengenai matriks dan *trace*.
2. Sebagai acuan untuk mengembangkan penelitian dibidang matematika murni.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini terdiri dari pokok-pokok permasalahan yang akan dibahas pada masing-masing yang diuraikan menjadi beberapa bagian, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini membahas tentang gambaran umum isi Tugas Akhir yang meliputi latar belakang masalah yang akan dibahas, kemudian dilanjutkan dengan perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan graf, .

BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah dalam menentukan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n\ x\ n$ berpangkat bilangan bulat positif dari graf siklus.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisi penjelasan bagaimana mendapatkan bentuk umum dari *trace* matriks ketetanggaan $n\,x\,n$ berpangkat bilangan bulat positif dari graf siklus.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan tentang kesimpulan dari hasil pembahasan yang telah dilakukan pada bab IV dan saran dari penulis.

BAB II
LANDASAN TEORI

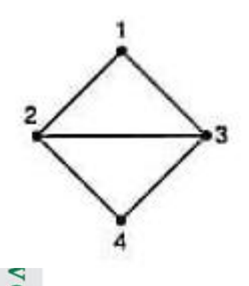
Bab ini membahas tentang teori-teori pendukung diantaranya graf, macam-macam graf, matriks ketetanggaan, perkalian matriks dan *trace* matriks yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang akan dibahas pada bab selanjutnya.

2.1 Graf

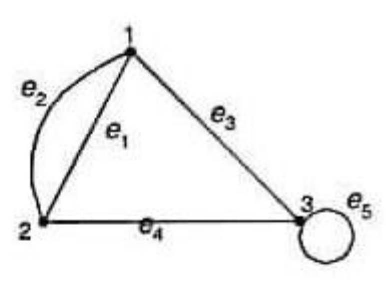
Definisi 2.1 (Munir, 2005) Suatu graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, V adalah himpunan tidak-kosong dari suatu simpul-simpul dan E adalah himpunan dari sisi yang menghubungkan sepasang simpul.

Definisi 2.2 (Munir, 2005) Dua buah simpul u dan simpul v dapat dikatakan terhubung jika terdapat lintasan dari u ke v. Jika dua buah simpul terhubung maka pasti simpul yang pertama dapat dicari dari simpul yang kedua.

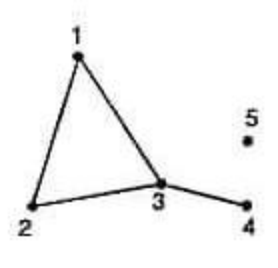
Contoh 2.1:



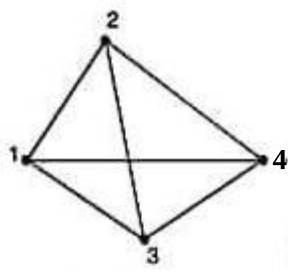
Gambar 2.1



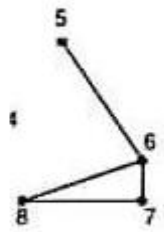
Gambar 2.2



Gambar 2.3



Gambar 2.4

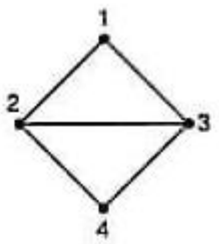


Gambar 2.5

Dapat diperhatikan bahwa Gambar 2.1 dan 2.2 merupakan graf terhubung. Sedangkan Gambar 2.3, Gambar 2.4 dan 2.5 merupakan graf tak-terhubung.

Definisi 2.3 (Munir, 2005) Dua buah simpul pada graf yang tak-berarah G dikatakan bertetangga bila kedua simpul tersebut terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika (u, v) adalah sebuah sisi pada graf G.

Contoh 2.2:



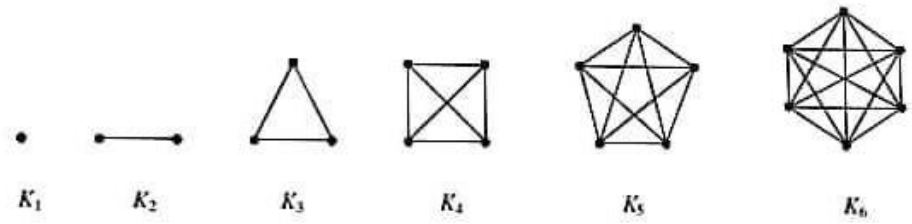
Pada Gambar 2.6 di samping terlihat bahwa simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3, tetapi simpul 1 tidak bertetangga dengan simpul 4.

Gambar 2.6

Macam-macam graf:

1. Graf lengkap

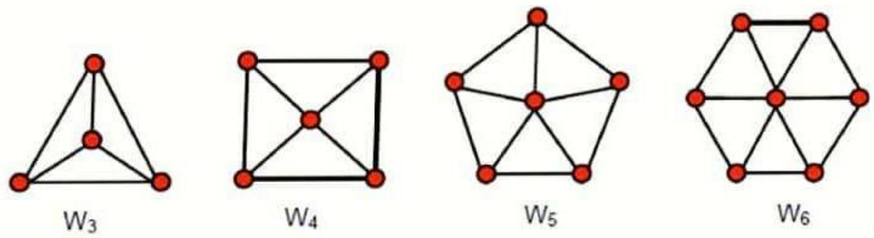
   Graf lengkap merupakan suatu graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul lainnya. Suatu graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan K_n. Setiap simpul pada K_n berderajat $n-1$. Contoh enam buah graf lengkap K_1 sampai K_6, ditunjukkan pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Graf Lengkap K_n, $1 \leq n \leq 6$

2. Graf roda

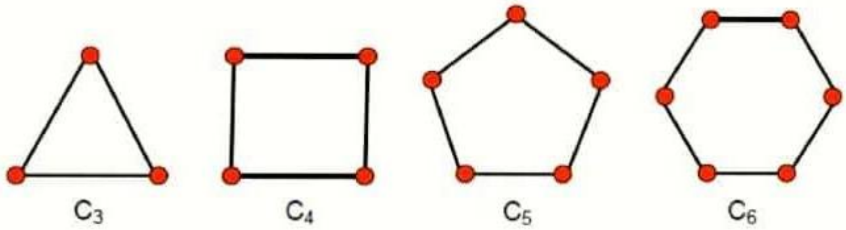
Graf roda W_n didapatkan dari penambahan sebuah simpul ke graf lingkaran C_n, untuk $n \geq 3$, dan menghubungkan simpul baru ke setiap n simpul di C_n, oleh sisi baru. Contoh empat buah graf lengkap, W_3 sampai W_6, ditunjukkan pada Gambar 2.8.



Gambar 2.8 Graf Roda W_n, $3 \leq n \leq 6$

3. Graf siklus

Graf siklus C_n sama dengan graf lingkaran yang setiap simpulnya berderajat dua dan suatu lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Dengan kata lain, jika simpul-simpul pada C_n adalah $v_1, v_2, \cdots, v_n$, maka sisi-sisinya adalah $(v_1, v_2), (v_2, v_3), \cdots, (v_{n-1}, v_n), (v_n, v_1)$. Contoh empat buah graf siklus, C_3 sampai C_6, ditunjukkan pada Gambar 2.9.



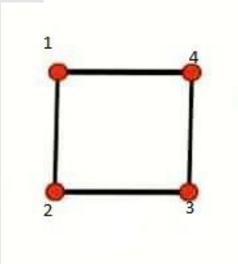
Gambar 2.9 Graf Siklus C_n, $3 \leq n \leq 6$

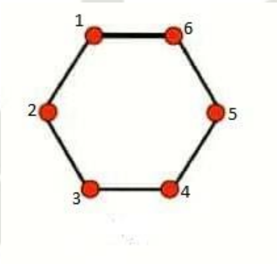
2.2 Matriks Ketetanggaan

Definisi 2.4 (Rosen, 2007) Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf sederhana dimana $|V| = n$. Misalkan simpul dari G terdaftar sebagai $v_1, v_2, \cdots, v_n$. Matriks ketetanggaan $\boldsymbol{A}$ (atau A_G) dari G adalah matriks yang berukuran $n \times n$ nol-satu, dengan 1 sebagai entri (i, j) ketika v_i dan v_j bertetangga dan 0 sebagai entri (i, j) ketika v_i dan v_j tidak bertetangga. Dengan kata lain, jika matriks ketetanggaan $A = [a_{ij}]$, maka:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & , jika \{v_i, v_j\}\ bertetangga\ di\ G \\ 0 & , \quad lainnya \end{cases} \tag{2.1}$$

Contoh 2.3: Misalkan terdapat graf siklus sebagai berikut:





Gambar 2.10 **Gambar 2.11**

Dengan menggunakan Persamaan (2.1) dapat dilihat bahwa semua simpul pada Gambar 2.10 dan 2.11 saling bertetangga sehingga semua entri ke-(i, j) bernilai 1 jika simpul bertetangga dan begitu sebaliknya jika entri ke-(i, j) bernilai 0 jika simpul tidak bertetangga. Sehingga matriks ketetanggaan pada Gambar 2.10 dapat dilihat pada matriks A dan matriks ketetanggaan pada Gambar 2.11 dapat dilihat pada matriks B, yaitu sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{dan } B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2.3 Perkalian Matriks

a. Perkalian matriks dengan skalar

Definisi 2.5 (Marsudi dan Marjono, 2012) Jika $A = [a_{ij}]$ adalah matriks $m \times n$ dengan c adalah skalar, maka perkalian skalar dari A dengan c adalah matriks $m \times n$ yang didefinisikan dengan:

$$cA = [ca_{ij}] = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{n1} & ca_{n2} & \cdots & ca_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Dengan kata lain, $cA = [ca_{ij}]$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap entri dari A dengan c.

b. Perkalian matriks dengan matriks

Definisi 2.6 (Marsudi dan Marjono, 2012) Jika $A = [a_{ij}]$ adalah matriks $m \times n$ dan $B = [b_{ij}]$ adalah matriks $n \times p$, maka hasil kali *(product)* AB adalah matriks $m \times p$

$$AB = [c_{ij}]$$

Dimana untuk setiap i dan j berlaku:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}\, b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} \quad (2.3)$$

Jika banyak suatu kolom A sama dengan jumlah baris dari B, maka A dan B dikatakan *compatible* terhadap perkalian.

c. Perpangkatan matriks

Definisi 2.7 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A merupakan sebuah matriks persegi, maka perpangkatan bilangan bulat non-negatif dari A didefinisikan sebagai:

$$A^0 = I \text{ dan } A^n = A\,A \cdots A\ [n\ faktor] \quad (2.4)$$

Dan jika apabila A *invertible*, maka perpangkatan bilangan bulat negatif dari A didefinisikan sebagai:

$$A^{-n} = (A^{-1})^n = A^{-1}\,A^{-1} \cdots A^{-1}\ [n\ faktor] \quad (2.5)$$

2.4 *Trace* Matriks

Definisi 2.8 (Anton dan Rorres, 2004) Jika A adalah sebuah matriks bujursangkar, maka *trace* dari A dapat dinyatakan dengan notasi $tr(A)$, didefinisikan sebagai jumlah entri-entri diagonal utama A. *Trace* dari A tidak dapat didefinisikan jika A bukan matriks bujursangkar.

Contoh 2.4:

Jika terdapat $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

Maka $tr(A) = 2 + 3 + 4 + 4 + 1 = 14$

Teorema 2.1 (Rifa'i, 2016) Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ merupakan matriks-matriks kuadrat n dan k adalah suatu skalar, maka:

a. $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

b. $tr(kA) = k\, tr(A)$

c. $tr(A^T) = tr(A)$

d. $tr(AB) = tr(BA)$

Bukti:

a. Misalnya $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$, maka

$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$

$tr(B) = b_{11} + b_{22} + b_{33}$

$$(A + B) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & a_{13} + b_{13} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & a_{23} + b_{23} \\ a_{31} + b_{31} & a_{32} + b_{32} & a_{33} + b_{33} \end{bmatrix}$$

$tr(A + B) = a_{11} + b_{11} + a_{22} + b_{22} + a_{33} + b_{33}$

$$= (a_{11} + a_{22} + a_{33}) + b_{11} + b_{22} + b_{33}$$

$$= tr(A) + tr(B) \qquad \blacksquare$$

b. Misalnya $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, maka

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$$

$$kA = k\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{bmatrix}$$

$$tr(kA) = ka_{11} + ka_{22} + ka_{33}$$

$$= k(a_{11} + a_{22} + a_{33})$$

$$= k\,tr(A) \qquad \blacksquare$$

c. Misalnya $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, maka

$$tr(A) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{31} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$tr(A^T) = a_{11} + a_{22} + a_{33}$$

$$= tr(A) \qquad \blacksquare$$

d. Misalnya $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$, maka

$$(AB) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{bmatrix}$$

$$tr(AB) = (a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31}) + (a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32})$$

$$+(a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33})$$

dan

$$(BA) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} b_{11}a_{11} + b_{21}a_{12} + b_{31}a_{13} & b_{12}a_{11} + b_{22}a_{12} + b_{32}a_{13} & b_{13}a_{11} + b_{23}a_{12} + b_{33}a_{13} \\ b_{11}a_{21} + b_{21}a_{22} + b_{31}a_{23} & b_{12}a_{21} + b_{22}a_{22} + b_{32}a_{23} & b_{13}a_{21} + b_{23}a_{22} + b_{33}a_{23} \\ b_{11}a_{31} + b_{21}a_{32} + b_{31}a_{33} & b_{12}a_{31} + b_{22}a_{32} + b_{32}a_{33} & b_{13}a_{31} + b_{23}a_{32} + b_{33}a_{33} \end{bmatrix}$$

$$tr(BA) = (b_{11}a_{11} + b_{21}a_{12} + b_{31}a_{13}) + (b_{12}a_{21} + b_{22}a_{22} + b_{32}a_{23})$$

$$+(b_{13}a_{31} + b_{23}a_{32} + b_{33}a_{33})$$

Jadi, $tr(AB) = tr(BA)$ ■

Contoh 2.4:

Terdapat $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 6 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$.

Buktikan $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

Dengan menggunakan Teorema 2.1 (a) maka:

$tr(A) = 2 + 4 + 6 + 2 + 5 = 19$

$tr(B) = 1 + 3 + 5 + 5 + 1 = 15$

$$(A + B) = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 6 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 4 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+1 & 3+3 & 1+5 & 3+4 & 5+2 \\ 2+6 & 4+3 & 2+1 & 5+2 & 3+4 \\ 4+3 & 2+6 & 6+5 & 3+2 & 4+1 \\ 1+2 & 1+4 & 4+3 & 2+5 & 4+3 \\ 3+5 & 4+2 & 2+2 & 3+5 & 5+1 \end{bmatrix}$$

$tr(A + B) \quad = 2 + 1 + 4 + 3 + 6 + 5 + 2 + 5 + 5 + 1$

$tr(A + B) \quad = (2 + 4 + 6 + 2 + 5) + (1 + 3 + 5 + 5 + 1)$

$tr(A + B) \quad = 19 + 15$

$tr(A + B) \quad = tr(A) + tr(B)$ ■

2.5 *Trace* Matriks Ketetanggaan $n \times n$ Berpangkat Dua dari Graf Roda

Pembahasan mengenai *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dari graf roda telah dibahas oleh Putri pada tahun 2020. Penelitian tersebut dilakukan untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks ketetangaan dari graf roda berpangkat dua. Dengan bentuk umum matriks ketetangaan $n \times n$ dari graf roda seperti pada Persamaan (1.7). Sebelum mendapatkan bentuk umum *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dari graf roda maka diperlukan terlebih dahulu bentuk umum perpangkatan matriks ketetanggaan dari graf roda yang disajikan pada Teorema (2.2) berikut:

Teorema 2.2 Bentuk umum (B_n^2) dari matriks ketetangaan pada Persamaan (1.7) yaitu:

$$(B_n^2) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & \cdots & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & \cdots & 1 & 1 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2 & 1 & 1 & \cdots & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 & 2 & n-1 \end{bmatrix}, n \geq 6$$

Pembuktian Teorema (2.2) dapat dilihat pada daftar pustaka “Putri, Vina R. 2020. “Trace Matriks Ketetanggaan nxn Berpangkat Dua dan Negatif Dua dari Graf Roda”. *Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.*”

Teorema 2.3 Berdasarkan matriks ketetanggaan pada Persamaan (1.7) maka:

$$tr(B_n^2) = 4(n-1), n \geq 6$$

Pembuktian Teorema (2.3) dapat dilihat pada daftar pustaka "Putri, Vina R. 2020. "Trace Matriks Ketetanggaan nxn Berpangkat Dua dan Negatif Dua dari Graf Roda". *Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.*"

Berikut diberikan contoh mengenai *trace* matriks ketetanggaan $n \times n$ berpangkat dua dari graf siklus yaitu sebagai berikut:

Contoh 2.5 Jika diberikan

$$B_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Hitunglah $tr(B_{10}^2)$ menggunakan Teorema 2.3!

Penyelesaian :

Diketahui $n = 10$ dengan menggunakan Teorema 2.3 maka

$$\begin{aligned} tr(B_{10}^2) &= 4(10-1) \\ &= 4(9) \\ &= 36 \end{aligned}$$

BAB III
METODE PENELITIAN

Pada penulisan tugas akhir ini diselesaikan menggunakan metode studi literatur dengan bantuan dari buku maupun jurnal terkait. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu:

1. Diberikan matriks ketetanggaan dari graf siklus C_n pada Persamaan (1.11)
2. Membuktikan perpangkatan A_n^2 dengan cara $C_nC_n = A_n^2$.
3. Membuktikan perpangkatan A_n^3 dengan cara $A_n^2C_n = A_n^3$.
4. Membuktikan perpangkatan A_n^4 dengan cara $A_n^3C_n = A_n^4$.
5. Membuktikan perpangkatan A_n^5 dengan cara $A_n^4C_n = A_n^5$.
6. Membuktikan $tr(A_n^2)$, $tr(A_n^3)$, $tr(A_n^4)$ dan $tr(A_n^5)$ dengan menggunakan pembuktian langsung.
7. Mengaplikasikan bentuk umum $tr(A_n^2)$, $tr(A_n^3)$, $tr(A_n^4)$ dan $tr(A_n^5)$ dengan beberapa contoh terkait.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H., dan Rorres, C. 2004. "*Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Edisi Kedelapan*". Erlangga, Jakarta.

Anton, H., dan Rorres, C. 2013. "*Elementary Linear Algebra*". Wiley, United States of Amerika.

Daniel, Farida., dan Prida N.L. Taneo. 2019. "*Teori Graf*". Yogyakarta, Budi Utama.

Faisal. Muhammad. 2019. "Trace Matriks Ketetanggaan dari Graf Lengkap Berpangkat Negatif Tiga". Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.

Helsivianingsih. 2019. "Trace Matriks Ketetanggaan dari Graf Lengkap Berpangkat Negatif Empat". Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.

Marsudi., dan Marjono. 2012. "*Aljabar Linear*". Malang, UB Press.

Munir, Rinaldi. 2005. *"Matematika Diskrit Edisi Ketiga*". Bandung, Informatika.

Nugraha, Aulia A. 2019. "Trace Matriks Ketetanggaan n x n Berpangkat Negatif Dua". *Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.*

*Paha*de, J. K., & Jha, M. (2017). Trace of Positive Integer Power of Adjacency Matrix. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, *13*(6), 2079–2087.

Purwati, Lilik. 2020. "Trace Matriks Ketetanggaan n x n Berpangkat Empat dan Negatif Satu dari Graf Roda". *Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.*

Putri, Vina R. 2020. "Trace Matriks Ketetanggaan n x n Berpangkat Dua dan Negatif Dua dari Graf Roda". *Tugas Akhir Mahasiswa Universitas Islam Negeri Sultan Syarif kasim Riau.*

Rifa'i, Rusdian. 2016. "*Aljabar Matriks Dasar*". Yogyakarta, Budi Utama.

Rosen, Kenneth H. 2007. *"Discrete Mathematics and Its Applications"*. Mc Graw Hill, New York.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Palu, Sulawesi Tengah pada tanggal 23 Maret 1999 dari ayah yang bernama Harno dan ibu bernama Zaliniswati. Penulis merupakan anak kedua dari tiga bersaudara. Penulis meyelesaikan pendidikan Taman Kanak-Kanak di TK Pembina 2 Pekanbaru pada tahun 2004 dan lulus pada tahun 2005. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 033 Tampan pada tahun 2005 dan lulus pada tahun 2011. Dan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 21 Pekanbaru pada tahun 2011-2014, penulis melanjutkan pendidikan di SMA Negeri 12 Pekanbaru pada tahun 2014-2017. Setelah lulus SMA pada tahun 2017, penulis melanjutkan studi pada Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.