

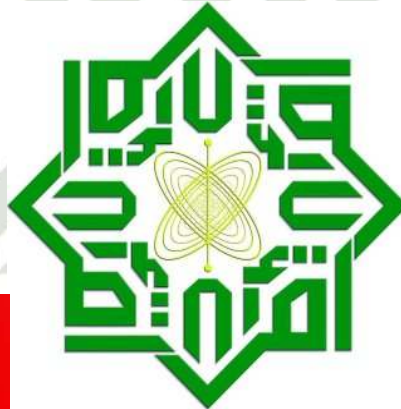
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**PERANCANGAN PENGENDALI KESTABILAN *ROTARY INVERTER*
PENDULUM MENGGUNAKAN PENGENDALI *LQR-PID*
BERDASARKAN *RESPONS TIME***

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
pada Program Studi Teknik Elektro Fakultas Sains dan Teknologi



UIN SUSKARIAU

Oleh :

ALI AKBAR
11355104834



LEMBAR PERSETUJUAN

**PERANCANGAN PENGENDALI KESTABILAN *ROTARY INVERTER*
PENDULUM MENGGUNAKAN PENGENDALI *LQR-PID*
BERDASARKAN *RESPONS TIME***

TUGAS AKHIR

Oleh:

ALI AKBAR
11355104834

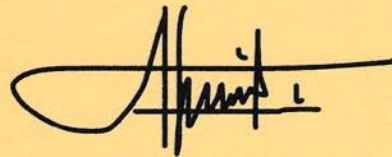
Telah diperiksa dan disetujui sebagai Laporan Tugas Akhir Program Studi Teknik Elektro
di Pekanbaru, pada tanggal 15 Februari 2021

Ketua Program Studi Teknik Elektro



Ewi Ismaredah, S.Kom, M.Kom
NIP. 19750922 200912 2 002

Pembimbing Tugas Akhir



Ahmad Faizal, ST., MT
NIP. 19880630 201503 1 006

LEMBAR PENGESAHAN

PERANCANGAN PENGENDALI KESTABILAN *ROTARY INVERTER* *PENDULUM* MENGGUNAKAN PENGENDALI *LQR-PID* BERDASARKAN *RESPONS TIME*

TUGAS AKHIR

Oleh:

ALI AKBAR
11355104834


Telah dipertahankan di depan Sidang Dewan Penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 15 Februari 2021

Pekanbaru, 15 Februari 2021

Mengesahkan,

Dekan




Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag
NIP. 19660604 199203 1 004

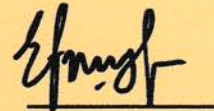
Ketua Program Studi



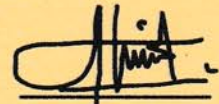
Ewi Ismaredah, S.Kom, M.Kom
NIP. 19750922 200912 2 002

DEWAN PENGUJI :

Ketua : Ewi Ismaredah, S.Kom, M.Kom




Sekretaris : Ahmad Faizal, ST., MT



Anggota I : Aulia Ullah, ST., M.Eng



Anggota II : Halim Mudia, ST., MT



LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.


LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa di dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan oleh saya maupun orang lain untuk keperluan lain, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak memuat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali disebutkan dalam referensi dan di dalam daftar pustaka.

Saya bersedia menerima sanksi jika pernyataan ini tidak sesuai dengan yang sebenarnya.

Pekanbaru, 15 Februari 2021

Yang membuat pernyataan,



ALI AKBAR
NIM. 11355104834



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

Segala puji dan syukur diucapkan kehadiran Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang selalu memberikan nikmat, rahmat, dan karunia-NYA sehingga saya masih diberi kesempatan untuk menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat serta salam senantiasa pula saya ucapkan kepada Nabi Muhammad Shalallahu Alaihi Wassalam, yang telah memberikan kita ilmu pengetahuan dan mengajarkan kita pentingnya menuntut ilmu dan beribadah dalam mencari Ridha Allah Subhanahu Wa Ta'ala untuk keselamatan dunia dan akhirat.

Saya persembahkan karya ilmiah ini kepada Bapak dan Ibu tercinta yang telah memberikan kesempatan, kepercayaan dan dukungan yang tak terhitung nilainya demi masa depan anakmu ini dalam menempuh pendidikan yang lebih tinggi dan menggapai cita-cita. Karya ilmiah ini mungkin menjadi salah satu hadiah terindah yang anakmu berikan kepadamu Bapak dan Ibu dan menjadi penghibur hati kita semua. Karya ilmiah ini akan menjadi langkah awal keberhasilan dan perjuangan anakmu demi menggapai cita - cita dan masa depan yang lebih baik dan tetap berpegang teguh pada ajaran agama dan nasehat yang engkau berikan kepada anakmu ini. Rasa terima kasih yang sangat dalam saya ucapkan kepadamu Bapak dan Ibu, Abang, Kakak dan Adikku, keluarga besarku, dan rekan-rekan seperjuangan semoga Allah Subhanahu Wa Ta'ala membalas kebaikan kalian semua dengan pahala yang berlipat ganda dan kebaikan yang lebih baik lagi.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

KATA PENGANTAR



Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarokatuh

Alhamdulillah, segala puji dan syukur penulis ucapkan kehadiran Allah Subhanahu Wa Ta'ala, yang telah mencurahkan rahmat dan hidayah-NYA kepada penulis. Shalawat dan salam buat baginda Rasulullah Shalallahu Alaihi Wassalam, sebagai seorang sosok pemimpin dan suri tauladan bagi seluruh umat di dunia yang patut di contoh dan di teladani bagi kita semua. Atas ridho Allah Subhanahu Wa Ta'ala penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul **“PERANCANGAN PENGENDALI KESTABILAN *ROTARY INVERTER PENDULUM* MENGGUNAKAN PENGENDALI *LQR-PID* BERDASARKAN *RESPONS TIME*”**.

Melalui proses bimbingan dan pengarahan yang disumbangkan oleh orang-orang yang berpengetahuan, dorongan, motivasi, dan juga do'a orang-orang yang ada disekeliling penulis sehingga penulisan Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan penuh kesederhanaan. Sudah menjadi ketentuan bagi setiap Mahasiswa yang ingin menyelesaikan studinya pada perguruan tinggi UIN SUSKA RIAU harus membuat karya ilmiah berupa Tugas Akhir guna mencapai gelar sarjana. Oleh sebab itu sudah sewajarnya penulis menyampaikan ucapan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang selalu memberikan segala nikmatnya, terutama nikmat iman dan nikmat kesehatannya yang membuat kami mampu melaksanakan Tugas Akhir ini dengan baik.
2. Ayahanda H. Yuli Dasrul, Ibunda Liswenti, Abang, kakak dan adik tercinta yang telah memberikan semangat, dukungan moril maupun materil dan do'a kepada penulis serta keluarga besar penulis yang selalu mendoakan penulis.
3. Bapak Prof. Dr. Suyitno, M.Ag selaku Plt Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Dr. Ahmad Darmawi, M.Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Ewi Ismaredah, S.Kom., M.Kom selaku ketua Program Studi Teknik Elektro di Fakultas Sains dan Teknologi UIN SUSKA RIAU yang telah membuat proses administrasi menjadi lebih efektif sehingga penulis lebih mudah dalam

melengkapi berkas - berkas untuk Tugas Akhir dan pengalaman-pengalaman luar biasa beliau yang penulis rasakan.

Bapak Ahmad Faizal, ST., MT. Selaku dosen pembimbing yang telah banyak meluangkan waktu serta pemikirannya dengan ikhlas dalam memberikan penjelasan dan masukan yang sangat berguna sehingga penulis menjadi lebih mengerti dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Bapak Aulia Ullah, ST., M.Eng. selaku Dosen Penguji I yang telah memberikan masukan dan ide dalam menyusun laporan Tugas Akhir ini.

Bapak Halim Mudia, ST., MT. selaku dosen penguji II yang telah bersedia meluangkan waktu untuk memberi kritikan dan saran yang sangat membangun terhadap penulis.

Bapak Mulyono, ST., MT. selaku dosen Penasehat Akademik yang mengarahkan dan membimbing penulis dalam menyelesaikan pendidikan Strata 1 (S1) di Program Studi Teknik Elektro konsentrasi Instrumentasi Fakultas Sains dan Teknologi Universitas UIN SUSKA RIAU.

10. Bapak dan Ibu dosen Program Studi Teknik Elektro yang telah memberikan bimbingan dan curahan ilmu kepada penulis sehingga bisa menyelesaikan Tugas Akhir ini.
11. Hariandi, ST yang selalu menjadi penyemangat, dorongan nasehat, dan perhatiannya hingga sampai saat ini kepada penulis sehingga penulis lebih termotivasi dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
12. Abizar Algi Fahri, ST yang membantu mengajarkan saya dalam pembuatan tugas akhir yang berbentuk simulasi *MATLAB* ini.
13. Trianto, ST, Muhammad Ilham asal Perawang, Muhammad Akmal, ST, Dian Rezha Berutu, ST, Sutrisno, Maskun Abdul Manan, ST, Indra Kurniawan, SE.Sy, Muhammad Yahya, Dede Akbar, ST, Ashar Wahidil Putra, ST, Ari Suhada, Khairul Munzilin.
14. Teman-teman Teknik Elektro angkatan 2013 yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah membantu dan memberi dorongan, motivasi dan sumbangan pemikiran dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
15. Kakanda dan Adinda Teknik Elektro yang telah memberikan dorongan kepada penulis.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Semoga bantuan yang telah diberikan baik moril maupun materil mendapat balasan pahala dari Allah Subhanahu Wa Ta'ala, dan sebuah harapan dari penulis semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan para pembaca semua pada umumnya.

Semua kekurangan hanya datang dari penulis dan kesempurnaan hanya milik Allah Subhanahu Wa Ta'ala, hal ini yang membuat penulis menyadari bahwa dalam pembuatan Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan karena keterbatasan kemampuan, pengalaman, dan pengetahuan penulis. Untuk itu penulis mengharap kritik dan saran dari semua pihak yang bersifat positif dan membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Pekanbaru, 15 Februari 2021

Penulis,



Ali Akbar

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

PERANCANGAN PENGENDALI KESTABILAN *ROTARY INVERTER* *PENDULUM* MENGGUNAKAN PENGENDALI *LQR-PID* BERDASARKAN *RESPONS TIME*

ALI AKBAR
NIM : 11355104834

Tanggal Sidang : 15 Februari 2021

Program Studi Teknik Elektro
Fakultas Sains dan teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Sistem kendali kestabilan pada suatu massa banyak dibutuhkan pada bidang teknik seperti kendali satelit, *underwater vehicle*, pengendali posisi, dan robot *humanoid*. *Rotary inverter pendulum* adalah sistem kestabilan suatu massa dengan karakter sistem yang tidak *linier* dan tidak stabil. Untuk itu dibutuhkan pengendali yang dapat menglinierkan dan menstabilkan *rotary inverter pendulum*. Pada penelitian ini merancang pengendali *LQR-PID* dalam menjaga kestabilan pendulum sehingga dapat mencapai *equilibrium* pada posisi atas. Berdasarkan hasil pengujian pengendali *LQR* memiliki karakter kokoh terhadap sistem dengan nilai matriks $Q = \begin{bmatrix} 800 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ dan $R = [1]$, dan pengendali *PID* dapat mempercepat dan meminimalkan *error steady state* dengan nilai $K_p = 100$, $K_i = 400$, dan $K_d = 1$. Sehingga pengendali *LQR-PID* mampu mempercepat dan mengurangi *error* sistem *rotary inverter pendulum* dengan nilai *settling time* 0,35 detik pada *equilibrium* nol dan *error steady state* 0 *radian* yang bertahan tanpa terjatuhnya pendulum.

Kata kunci : Kestabilan, *Rotary inverter pendulum*, *equilibrium*, *LQR-PID*.

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DESIGN OF ROTARY INVERTER STABILITY CONTROL PENDULUM USES LQR-PID CONTROLLERS BASED ON TIME RESPONSE

ALI AKBAR

Student Number : 11355104834

Date of Final Exam: January 25th, 2021

*Department of Electrical Engineering
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas St. No. 155 Pekanbaru – Indonesia*

ABSTRACT

Stability control systems on a mass are needed in many engineering fields such as satellite control, underwater vehicles, position control, and humanoid robots. Rotary inverter pendulum is a mass stability system with a non-linear and unstable system character. For that we need a controller that can linearize and stabilize the rotary inverter pendulum. In this study, the LQR-PID controller is designed to maintain the stability of the pendulum so that it can achieve equilibrium in the upper position. Based on the test results, the LQR controller has a solid character against a system with a matrix value $Q = [800 \ 0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 30 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0 \ 20 \ 0; \ 0 \ 0 \ 0 \ 2]$ and $R = [1]$, and the PID controller can speed up and minimum error steady state with values $K_p = 100$, $K_i = 400$, and $K_d = 1$. So the LQR-PID controller is able to accelerate and reduce the error of the rotary inverter pendulum system with the settling time value 0,35 seconds at zero equilibrium and error steady state 0 radian that survives without the pendulum falling.

Key Word: *Stability, Rotary inverter pendulum, equilibrium, LQR-PID.*

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR ISI

	Halaman
COVER	i
LEMBAR PERSETUJUAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN	iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL	iv
LEMBAR PERNYATAAN	v
LEMBAR PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR RUMUS	xv
DAFTAR TABEL	xviii
DAFTAR SINGKATAN DAN SIMBOL	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	I-1
1.2 Rumusan Masalah	I-3
1.3 Tujuan Penelitian	I-3
1.4 Batasan Masalah	I-3
1.5 Manfaat Penelitian	I-3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terkait	II-1
2.2 Dasar Teori	II-2
2.2.1 Teori <i>Rotary Inverter Pendulum (RIP)</i>	II-2
2.2.1.1 Konstruksi <i>Rotary Inverter Pendulum</i>	II-3
2.2.1.2 Pemodelan Matematis <i>Rotary Inverter Pendulum</i>	II-4
2.2.2 <i>Linier Quadratic Regulator (LQR)</i>	II-9
2.2.3 <i>Propotional Integral Derivatif (PID)</i>	II-11
2.2.3.1 Kendali <i>Propotional</i>	II-12
2.2.3.2 Kendali <i>Integral</i>	II-12

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.2.3.3 Kendali <i>Derivatif</i>	II-12
2.2.4 Kendali <i>LQR-PID</i>	II-13
2.2.5 Analisa Kestabilan Metode <i>Liapunov</i>	II-14
2.2.6 Analisa Respon Waktu	II-15
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Jenis Penelitian	III-1
3.2 Tahapan Penelitian	III-1
3.3 Pengujian <i>Plant Rotary Inverter Pendulum</i>	III-3
3.4 Perancangan Kendali <i>LQR</i>	III-5
3.5 Perancangan Kendali <i>PID</i>	III-7
3.6 Perancangan Kendali <i>LQR-PID</i>	III-7
3.7 Analisa Data	III-8
BAB IV ANALISIS DAN HASIL	
4.1 Gambaran Umum Analisa Pengujian	IV-1
4.2 Simulasi Sistem	IV-1
4.2.1 Analisa respon waktu pengendali <i>LQR</i> dalam mencapai kestabilan pendulum pada sistem <i>rotary inverter pendulum</i>	IV-2
4.2.2 Analisa respon waktu pengendali <i>LQR-PID</i> dalam mencapai kestabilan pendulum pada sistem <i>rotary inverter pendulum</i>	IV-4
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	V-1
5.2 Saran	V-1
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
Gambar 2.1 Batang Pendulum dan <i>Rotary Arm</i>	II-3
Gambar 2.2 Blok diagram kendali <i>PID</i>	II-11
Gambar 2.3 Pengendali <i>LQR-PID</i>	II-13
Gambar 2.4 Kestabilan sistem dari respon sistem	II-14
Gambar 2.5 Spesifikasi Respon Waktu	II-15
Gambar 3.1 Diagram alur penelitian	III-1
Gambar 3.2 Blok <i>simulink</i> sistem <i>rotary inverter pendulum</i>	III-4
Gambar 3.3 Grafik <i>step</i> respon sistem <i>RIP</i> tanpa pengendali	III-4
Gambar 3.4 Tampilan <i>plant RIP</i> menggunakan kendali <i>LQR</i> pada <i>M-File</i>	III-6
Gambar 3.5 Blok <i>simulink</i> pengendali <i>LQR</i> pada <i>plant RIP</i>	III-6
Gambar 3.6 Blok <i>simulink</i> subsistem <i>PID</i>	III-7
Gambar 3.7 Blok <i>simulink</i> pengendali <i>LQR-PID</i> pada <i>RIP</i>	III-7
Gambar 4.1 Grafik respon sistem <i>RIP</i> mencapai <i>set point</i> dengan kendali <i>LQR</i> ...	IV-3
Gambar 4.4 Grafik respon sistem <i>RIP</i> mencapai <i>set point</i> dengan kendali <i>LQR-PID</i>	IV-5

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR RUMUS

		Halaman
Rumus	2.1 Persamaan <i>Rotary Arm</i> dan Pendulum dan Tegangan Motor Servo	II-4
Rumus	2.2 Persamaan <i>Generalized Coordinates</i>	II-4
Rumus	2.3 Persamaan <i>Euler-Lagrange</i> sistem <i>RIP</i>	II-4
Rumus	2.4 Persamaan <i>Euler-Lagrange</i> sistem <i>RIP</i>	II-4
Rumus	2.5 Gaya <i>non-conservative</i> pada <i>rotary arm</i>	II-4
Rumus	2.6 Gaya <i>non-conservative</i> pada pendulum	II-4
Rumus	2.7 Penurunan Persamaan <i>Lagrangian</i>	II-5
Rumus	2.8 Penurunan Persamaan <i>Lagrangian</i>	II-5
Rumus	2.9 Persamaan putaran pada <i>rotary arm</i> oleh motor servo	II-5
Rumus	2.10 Multivariabel sistem kontrol variabel <i>z</i>	II-5
Rumus	2.11 Persamaan <i>linier</i> mendekati titik <i>equilibrium</i>	II-5
Rumus	2.12 Fungsi linierisasi mendekati titik <i>equilibrium</i>	II-5
Rumus	2.13 Persamaan <i>linier</i> dari gerak <i>RIP</i>	II-5
Rumus	2.14 Persamaan <i>linier</i> dari gerak <i>RIP</i>	II-5
Rumus	2.15 Persamaan <i>RIP</i> dalam bentuk matriks	II-6
Rumus	2.16 Persamaan <i>linier state space</i>	II-6
Rumus	2.17 Persamaan untuk <i>state input</i>	II-6
Rumus	2.18 Persamaan untuk <i>state input</i>	II-6
Rumus	2.19 Persamaan matriks <i>output</i> sudut pendulum	II-6
Rumus	2.20 Persamaan matriks transmisi langsung	II-6
Rumus	2.21 Persamaan matriks titik <i>equilibrium</i>	II-6
Rumus	2.22 Persamaan percepatan gerak pendulum	II-6
Rumus	2.23 Persamaan pembacaan sudut	II-7
Rumus	2.24 Persamaan pembacaan percepatan sudut	II-7
Rumus	2.25 Matriks <i>A</i> pada persamaan <i>RIP</i>	II-7
Rumus	2.26 Matriks <i>B</i> pada persamaan <i>RIP</i>	II-7
Rumus	2.27 Matriks <i>A</i> pada <i>RIP</i>	II-8
Rumus	2.28 Matriks <i>B</i> pada <i>RIP</i>	II-8
Rumus	2.29 Matriks <i>C</i> pada <i>RIP</i>	II-8
Rumus	2.30 Matriks <i>D</i> pada <i>RIP</i>	II-8

© Hak cipta dimiliki UIN Suska Riau
 Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- Hak Cipta Ditindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Rumus 3.5	Persamaan menentukan <i>state space LQR</i>	III-5
Rumus 3.6	Input nilai matriks R pada <i>LQR</i>	III-5
Rumus 3.7	Input nilai matriks Q pada <i>LQR</i>	III-5
Rumus 3.8	Persamaan menentukan nilai K	III-5
Rumus 3.9	Persamaan menentukan nilai P	III-5
Rumus 3.10	Persamaan dalam program <i>MATLAB</i> untuk matrik K dan P	III-5
Rumus 3.11	Persamaan <i>error steady state</i>	III-8
Rumus 4.1	Persamaan <i>error steady state</i>	IV-1
Rumus 4.2	Hasil hitungan waktu naik 10% <i>Plant-LQR</i>	IV-3
Rumus 4.3	Hasil hitungan waktu naik 90% <i>Plant-LQR</i>	IV-3
Rumus 4.4	Hasil hitungan waktu keadaan mantap <i>Plant-LQR</i>	IV-3
Rumus 4.5	Hasil hitungan <i>error steady state Plant-LQR</i>	IV-3
Rumus 4.6	Hasil hitungan waktu naik 10% <i>LQR-PID</i>	IV-5
Rumus 4.7	Hasil hitungan waktu naik 90% <i>LQR-PID</i>	IV-5
Rumus 4.8	Hasil hitungan waktu keadaan mantap <i>LQR-PID</i>	IV-5
Rumus 4.9	Hasil hitungan <i>error steady state LQR-PID</i>	IV-5

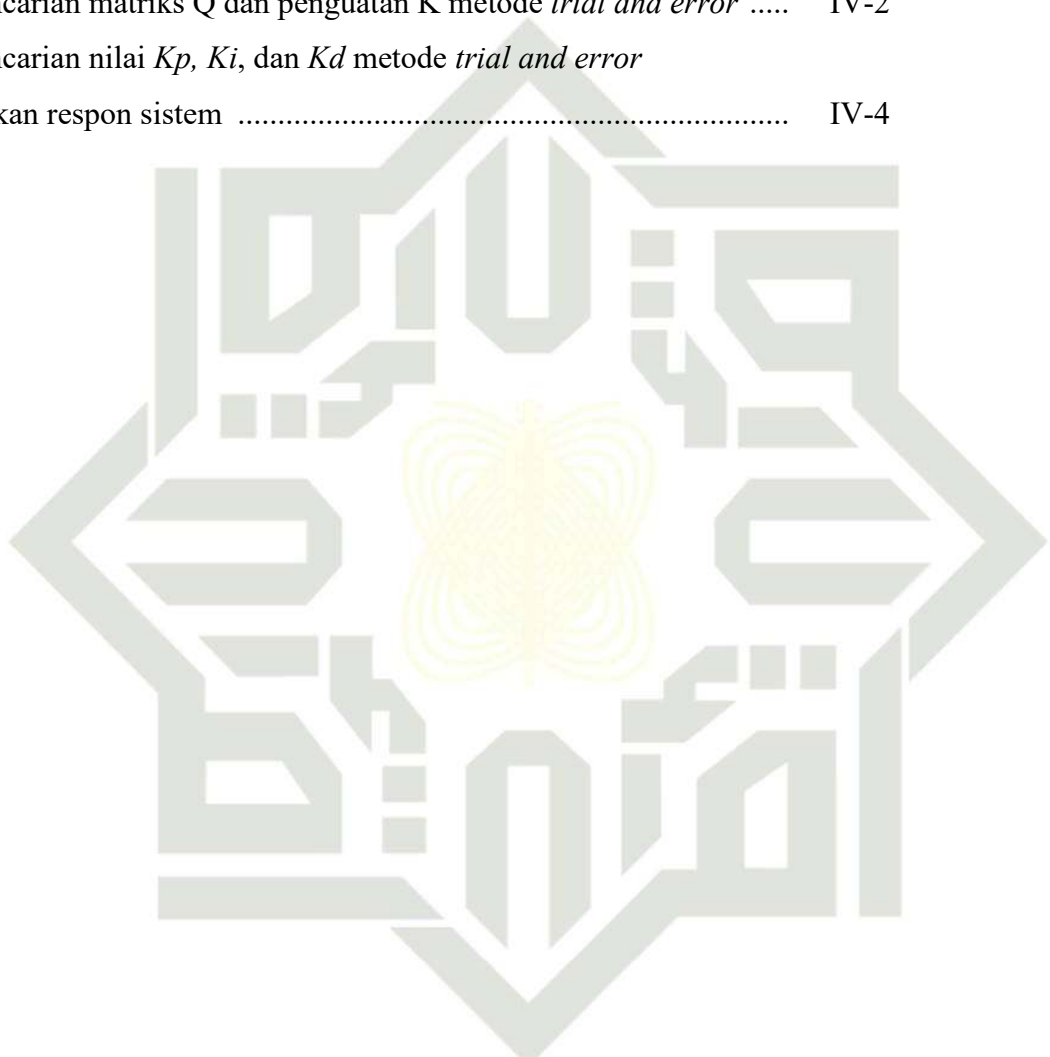
© Hak Cipta Ditindungi Undang-Undang

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
Tabel 2.1 Parameter sistem <i>rotary inverter pendulum</i>	II-7
Tabel 2.2 Respon sistem kendali <i>PID</i> menurut parameter	II-13
Tabel 4.1 Hasil pencarian matriks <i>Q</i> dan penguatan <i>K</i> metode <i>trial and error</i>	IV-2
Tabel 4.2 Hasil pencarian nilai <i>K_p</i> , <i>K_i</i> , dan <i>K_d</i> metode <i>trial and error</i> berdasarkan respon sistem	IV-4



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR SINGKATAN DAN SIMBOL

m_r	= Massa lengan pendulum (kg)
L_r	= Panjang lengan pendulum (m)
J_r	= <i>Inersia</i> lengan pendulum ($kg.m^2$)
B_r	= Koefisien <i>viscous</i> damping lengan ($m.s/rad$)
m_p	= Massa pendulum (kg)
L_p	= Panjang pendulum (m)
B_p	= Koefisien <i>viscous damping</i> pendulum ($m.s/rad$)
J_p	= <i>Inersia</i> pendulum ($kg.m^2$)
R_m	= Resistansi jangkar (Ω)
K_m	= <i>Back-emf</i> constant ($V.s/rad$)
K_t	= <i>Konstanta torsi</i> ($N.m/A$)
K_g	= <i>High gear total gear ratio</i>
g	= Gravitasi ($kg.m/s^2$)
η_g	= <i>Gearbox efficiency</i>
η_m	= <i>Motor efficiency</i>
τ	= <i>Torque induced</i> ($N.m$)
α	= Perpindahan sudut dari bidang vertikal (deg)
θ	= Perpindahan sudut lengan pendulum (deg)
LQR	= <i>Linier Quadratic Regulator</i>
PID	= <i>Proporsional integral derivatif</i>
RIP	= <i>Rotary Inverter Pendulum</i>
MATLAB	= <i>Matrix Laboratory</i>
Rad	= <i>Radian</i>

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan teknologi mendorong kita untuk menciptakan teknologi yang ramah lingkungan dan mudah dibawa, seperti transportasi *segway*. Transportasi *segway* yang menggunakan tenaga baterai dan hanya menggunakan dua roda ini, dapat menyeimbangkan atau menstabilkan sistemnya sendiri. Sehingga penggunaannya dapat berdiri dan mengendarai alat transportasi tersebut dengan aman. Dan salah satu sistemnya tersebut adalah sistem kendali *rotary inverter pendulum*.

Pada saat ini *rotary inverter pendulum* merupakan alat yang sangat penting dalam pendidikan dan penelitian dibidang teknik pengendalian. Berbagai teori dan metode kendali banyak diuji dan dibandingkan melalui pengujian terhadap sistem *rotary inverter pendulum*, hal ini dikarenakan sistem *rotary inverter pendulum* adalah sistem tidak linier dan tidak stabil, tapi dapat dilinierkan dan di stabilkan, Dalam bidang teknik *rotary inverter pendulum* dipakai untuk menyeimbangkan suatu massa, seperti kendali satelit, *underwater vehicle*, kontrol posisi dan robot *humanoid* [1, 2, 3].

Pada *rotary inverter pendulum* ada beberapa modul yang membangunnya yaitu *rotary arm*, *motor servo*, *gear* dan *precision potentiometer*. Dalam *rotary inverter pendulum* ada beberapa masalah yang harus dikendalikan yaitu *swing-up*, *stabilization* dan *tracking*. Proses *swing-up* merupakan usaha yang dilakukan untuk mengayunkan batang pendulum dari posisi menggantung atau dibawah sampai batang pendulum berada pada posisi diatas, setelah proses *swing-up* proses selanjutnya usaha untuk mempertahankan batang pendulum berada pada posisi diatas atau terbalik, ini disebut proses *stabilization*, lalu *tracking* adalah suatu usaha pembacaan pergerakan batang pendulum agar sistem dapat mempertahankan pendulum pada posisi *stabilization*[4].

Pengendalian *rotary inverter pendulum* ada masa peralihan pengendalian, dimulai dari proses *swing-up* yaitu usaha menegakkan pendulum dan *stabilization* yang berarti setiap kali pendulum mencapai posisi tertentu setelah di ayunkan, maka pengendali kestabilan diaktikan dan menjaga pendulum untuk tetap stabil pada posisi tegak[4]. Adapun beberapa penelitian yang sudah dilakukan dengan *plant* ini menggunakan sistem kendali yang berbeda-beda. Pada hal ini penulis ingin menggunakan sistem kendali *linier quadratic regulator*

(LQR) dan *propotional integral derivative* (PID), karena *linier quadratic regulator* dikenal sebagai sistem kendali yang optimal dalam beberapa pengembangan teori dan implementasinya.

Kendali *Linier quadratic regulator* dapat meminimalkan biaya pengendalian pada suatu sistem *linier* yang disajikan dalam bentuk fungsi *quadratic* dengan tujuan pengendalian membawa keadaan sistem tersebut menuju ke titik *equilibrium* nol ataupun sebuah persekitaran yang sangat dekat dengan nol dan dapat mempertahankannya dengan adanya gangguan. Tapi dalam penelitian sebelumnya jika hanya menggunakan *Linier quadratic regulator*, adanya *overshoot* dan keluaran respon yang sedikit terlambat pada sistem *rotary inverter pendulum* saat sebelum mencapai *set point* yang dapat dilihat dari grafik pada penelitian sebelumnya[3].

Pada pelitian yang menggunakan pengendali *Linier quadratic regulator* juga mengatakan pada penelitannya bahwa dalam mencapai *set point*, *Linier quadratic regulator* memiliki nilai *error* yang lebih besar dari pada menggunakan pengendali *Propotional integral derivative*[5]. Jadi selain pengendali *Linier quadratic regulator* ada juga pengendali *Propotional integral derivatif* yang mempunyai kelebihan dalam kendali sistem *rotary inverter pendulum* ini yaitu respon sistem yang cepat dan minimum *error* dengan meningkatkan nilai K_p dan K_d pada sistem dapat meminimalkan *overshoot*, dan pemberian nilai K_i dapat menambah kesetimbangan yang cukup baik pada sistem[6].

Jadi berdasarkan latar belakang bahwa *rotary inverter pendulum* ini memiliki karakter sistem yang tidak *linier* dan tidak stabil[1] lalu adanya pengendali *Linier quadratic regulator* yang mampu *melinierkan* dan menstabilkan batang pendulum pada titik *equilibrium* nol dan bertahan dengan adanya gangguan, lalu pengendali *Propotional integral derivatif* memiliki respon sistem yang cepat dan minimum *error*[4] lalu dapat meminimalkan *overshoot* dengan meningkatkan nilai K_p dan K_d [6]. Maka pada penelitian ini akan di rancang pengendali *Linier quadratic regulator-Propotional integral derivatif* untuk mengendalikan kestabilan *rotary inverter pendulum* agar mendapat nilai minimum *error steady state* dan bertahan dengan adanya gangguan, dengan judul tugas akhir tentang “Perancangan pengendali kestabilan *rotary inverter pendulum* menggunakan pengendali *LQR-PID* berdasarkan *respons time*”

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

1.2 Rumusan Masalah

Perumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana respon sistem terhadap *Linier quadratic regulator* dan apakah kelemahan pada *Linier quadratic regulator* akan dapat ditutupi oleh *Propotional integral derivatif* dalam *plant rotary inverter pendulum* ini.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menutupi kelemahan kendali *Linier quadratic regulator* untuk mendapatkan *time response* dalam mencapai kestabilan pendulum dengan menambahkan kendali *Propotional integral derivative*.

1.4 Batasan Masalah

Dengan berbagai permasalahan yang harus diselesaikan dalam penelitian ini maka batasan – batasan masalahnya sebagai berikut :

1. Penelitian ini tidak membuat *prototype* sebagai acuan nilai parameter.
2. Pemodelan *plant* hanya menggunakan satu nilai parameter referensi.
3. Hanya meneliti *time response* mencapai kestabilan *Rotary Inverter Pendulum*.
4. Menggunakan *software MATLAB R2013a* dalam melakukan simulasi.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Memberikan gambaran bagaimana cara merancang pengendali *LQR-PID*.
2. Memberikan referensi dalam pemilihan pengendali yang terbaik dalam mengendalikan kestabilan *rotary invertar pendulum*.
3. Sebagai acuan referensi dan gambaran agar bisa di terapkan di pengendalian yang ada dunia industri yang sesungguhnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terkait

Dalam perkembangan pengendalian pada sistem *rotary inverter pendulum* ini sudah banyak dilakukan. Seperti pada penelitian tentang analisa kotroler *Linier Quadratic Regulator (LQR)* pada sistem *Rotary Inverter Pendulum*, disebutkan pada penelitiannya bahwa *LQR* dapat menstabilkan sistem ini. Dan dapat mencapai titik *equilibrium nol* dengan waktu keadaan mantap selama 2.1100 detik[3].

Pada penelitian tentang *Swing Up and Stabilization Control of a Rotary Inverted Pendulum* mereka menggunakan pengendali *Sliding Mode Control (SMC)* dan *Linier Quadratic Regulator (LQR)*. Sistem *rotary inverter pendulum* masih menghasilkan *overshoot* sebelum mencapai *set point* dan juga menghasilkan *undershoot* jika kedua pengendali di kombinasikan[4].

Berdasarkan penelitian analisa kotroler *Linier Quadratic Regulator (LQR)* pada sistem *Rotary Inverter Pendulum*, untuk membuat pendulum stabil dengan keadaan mantap yang lama dan menghasilkan sistem respon yang cepat. Dan penelitian tentang *Swing Up and Stabilization Control of a Rotary Inverted Pendulum*, yang masih memiliki kekurangan. Maka penulis ingin mengkombinasikan *LQR* dan *PID*, dengan keunggulan *PID* yang memiliki respon yang cepat terhadap sistem *rotary inverter pendulum* dengan membandingkan nilai kesalahan atau *error* dengan nilai *set point* lalu menggunakan selisih variabel tersebut untuk mencapai *set point* yang stabil dan dengan menaikkan nilai K_p , dan nilai K_d pada *PID* untuk mengurangi *overshoot* yang terjadi pada sistem[6].

Pengendali *PID* pada hasil penelitian tentang desain dan implementasi pendulum terbaik rotasional menggunakan kendali *PID*, dengan menaikkan nilai K_p nya sampai pada 140, sistem mulai lebih responsif dan pada detik 3.7 pendulum terjatuh. Dan dengan mendapatkan nilai *PID* yang sesuai, maka pendulum dapat bertahan sekitar 15 detik dan *error* berkurang, ini menunjukkan bahwa dengan pengendali *PID* dengan menaikkan nilai K_p nya saja dapat mempertahankan batang pendulum lebih lama dari pada menggunakan pengendali *LQR*[6].

Pengendali *PID* juga dapat di kombinasikan dengan pengendali lain dalam sistem *rotary inverter pendulum* ini. Contoh pada penelitian tentang Analisis Sistem Kendali *Hybrid PID-*

Fuzzy dalam Menjaga Keseimbangan Pendulum pada Sistem *Rotary Inverter Pendulum* Berdasarkan *Time Response*, disebutkan dalam penelitiannya bahwa dengan menggunakan pengendali *Hybrid PID-Fuzzy* dapat mencapai *settling time* dalam 0,7 detik, dan *error steady state* sebesar 0,000123. Dan pengujian dengan pemberian gangguan terjadi perubahan awal sudut maksimal sebesar 0,0014 radian dengan *recovery time* mencapai *steady state* dalam waktu 1,2 detik untuk gangguan detik ke 6 sampai ke 8 dengan *error* sebesar 0,0000242 radian [7].

Adapun penelitian tentang *rotary inverter pendulum* yaitu tentang *Modelling and controller design for rotary inverted pendulum system*. Yang membahas tentang pemodelan matematika dari sistem *rotary inverter pendulum* serta penggunaan kendali *feedback* dalam mengatur keseimbangan pendulum. Namun pada penelitian masih adanya kekurangan yaitu *steady state error* dan *overshoot* yang terlalu tinggi [8].

Kemudian penelitian lainnya tentang sistem identifikasi dan pemodelan sistem *rotary inverter pendulum*. Pada penelitian ini menjelaskan tentang pemodelan matematika pendulum pada saat posisi di bawah dan pemodelan matematika pendulum pada saat posisi diatas yang terjadi pada sistem *rotary inverter pendulum* [9].

Dari berbagai penelitian yang telah dilakukan, maka peneliti pengendalian ini dititik beratkan pada pengendalian kestabilan menggunakan *LQR-PID*, dimana pengendali *PID* bertujuan untuk memperkecil *overshoot*, *error steady state* yang terjadi pada pengendalian *LQR* dan mempercepat respon sehingga pada tugas akhir ini didesain pengendali *LQR-PID* untuk mengendalikan kestabilan *Rotary Inverter Pendulum*.

2.2. Dasar Teori

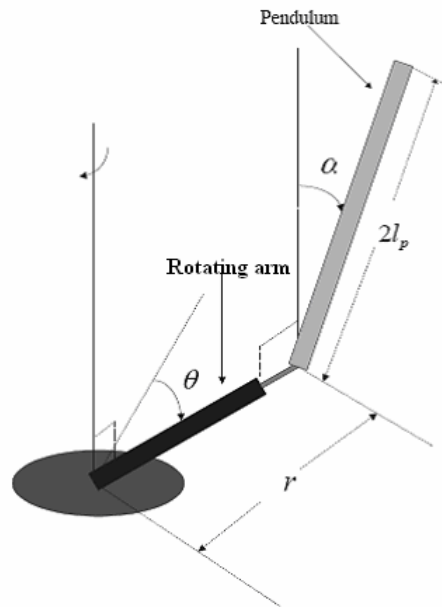
2.2.1 Teori *Rotary Inverter Pendulum (RIP)*

Rotary Inverter Pendulum dikenal juga sebagai *plant* uji dalam pendidikan dan penelitian untuk sistem kendali karena karakteristiknya yang *non-linier* dan sangat tidak stabil [3]. Dalam penggunaannya yaitu untuk keseimbangan di saat roket lepas landas secara vertikal atau pun kendali posisi robot *humanoid*. *Rotary inverter pendulum* bekerja dengan memutar batang pendulum sehingga batang pendulum yang di pasang pada ujung lengan dapat berada di atas yang sebelumnya batang pendulum tersebut berada di bawah [4].

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

2.2.1.1 Konstruksi Rotary Inverter Pendulum

Pada konstruksi *Rotary Inverter Pendulum* terdapat bebarap modul yang membangunnya, seperti batang pendulum, *rotary arm*, motor servo, dan *precision potentiometer*. Sistem *rotary inverter pendulum* terdiri dari vertikal pendulum dan *horizontal arm*. Vertikal pendulum terpasang pada ujung *horizontal arm*, sedangkan ujung *horizontal arm* yang satu lagi terpasang pada motor *servo*. Sementara massa dari pedulum ini terletak pada ujung *horizontal arm*, yang titik beratnya selalu kebawah. Sedangkan sistem *rotary inverter pendulum* bekerja untuk mengubah titik beratnya berada diatas yang dinamakan proses *swing-up* lalu menjaga kestabilan pendulum berada diatas yang dinamakan proses *stabilization*[4].



Gambar 2.1 Batang Pendulum dan *Rotary Arm*[5].

A Batang pedulum.

Batang pendulum adalah suatu batangan yang terpasang pada ujung *rotary arm*, dimana batang pendulum ini menjadi suatu acuan untuk melihat kestabilan sistem dalam menjaga batang pendulum tetap berada diatas dengan pembacaan sudut (α) [4].

B *Rotary Arm*

Rotary arm adalah batangan yang berfungsi sebagai lengan dari batang pendulum yang dapat berputar 360 derajat yang membantu proses *swing-up* dan stabilisasi dari batang pendulum. Dengan panjang jari-jari (r) dan penghubung *rotary arm* dengan batang pendulum adalah *precision potentiometer*[6].

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Motor Servo

Motor Servo disini berfungsi memutar *rotary arm* dengan kecepatan yang konstan agar pendulum dapat berdiri tegak keatas sesuai dengan *set point*.

Precision Potentiometer

Precision potentiometer berfungsi sebagai sensor untuk membaca posisi batang pendulum agar tercapainya *set point* yang di inginkan[4].

2.2.1.2 Pemodelan matematis Rotary inverter pendulum

Rotary arm terhubung pada sebuah motor *servo* yang bergerak untuk *swing-up* dan *stabilization* pendulum. Pergerakan *rotary arm* dan pendulum yang terhubung dengan tegangan motor *servo* ditunjukkan oleh persamaan berikut[10].

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial q_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \dot{Q}_i \tag{2.1}$$

Variabel *q* disebut *generalized coordinates*. Untuk sistem ini ditunjukkan oleh persamaan 2.49.

$$q(t)^T = [\theta(t) a(t)] \tag{2.2}$$

Dengan *generalized coordinates* yang telah didefinisikan, maka persamaan Euler-Lagrange untuk sistem *rotary inverter pendulum* adalah

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial \theta} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_1 \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t \partial a} - \frac{\partial L}{\partial a} = Q_2 \tag{2.4}$$

Lagrangian dari sistem dijelaskan oleh

$$L = T - V$$

Dimana T adalah total energi kinetik dan V adalah total energi potensial dari sistem. sehingga gaya yang dihasilkan Q_1 digunakan untuk menggambarkan gaya *non-conservative* (friksi) yang diterapkan pada sistem mengikuti *generalized co-ordinates*. Sehingga gaya *non-conservative* pada *rotary arm* adalah

$$Q_1 = -B_r \dot{\theta} \tag{2.5}$$

Sedangkan pada pendulum adalah

$$Q_2 = B_p \dot{\alpha} \tag{2.6}$$

Setelah *lagrangian* dari sistem ditemukan, maka beberapa penurunan perlu ditemukan dengan mengikuti persamaan 2.49.

$$\left(m_p L_r^2 + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha)^2 + J_r \right) \ddot{\theta} - \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \right) \ddot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \right) \dot{\theta} \dot{\alpha} + \left(\frac{1}{2} m_p L_p L_r \sin(\alpha) \right) \dot{\alpha}^2 = \tau - B_t \dot{\theta} \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{2} m_p L_p L_r \cos(\alpha) \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{4} m_p L_p^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \theta^2 - \frac{1}{2} m_p L_p g \sin(\alpha) = -B_p \dot{\alpha} \quad (2.8)$$

Putaran yang diterapkan pada dasar *rotary arm* dihasilkan oleh motor *servo* yang mana dijelaskan oleh persamaan 2.4

$$\tau = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t (V_m - K_g K_m - m \dot{\theta})}{R_m} \quad (2.9)$$

Untuk mengubahnya ke bentuk *linier* maka asumsikan $\theta = 0^\circ, \alpha = 0^\circ, \dot{\theta} = 0, \dot{\alpha} = 0$ untuk multivariabel sistem kontrol variabel z didefinisikan

$$z^T = [z_1, z_2] \quad (2.10)$$

Dan jika $f(z)$ dilinierkan mendekati titik *equilibrium* maka

$$z_0^T = [a, b] \quad (2.11)$$

Fungsi *linierisasi* dapat ditulis sebagai

$$f_{lin} = f(z_0) + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial z_1} \right) \Big|_{z=z_0} (z_1 - a) + \left(\frac{\partial f(z)}{\partial z_2} \right) \Big|_{z=z_0} (z_2 - b) \quad (2.12)$$

Dengan menerapkan metode *linierisasi* ini dan mengambil sisi bagian kiri dari persamaan 2.2 dan 2.3 sebagai $f(z)$. Maka kita mendapatkan bentuk *linier* dari persamaan gerak sistem *rotary inverter pendulum*

$$\left(m_p L_r^2 + J_r \right) \ddot{\theta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r \ddot{\alpha} = \tau - B_r \dot{\theta} \quad (2.13)$$

$$-\frac{1}{2} m_p L_p L_r \ddot{\theta} + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \ddot{\alpha} - \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha = -B_p \dot{\alpha} \quad (2.14)$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber.
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Persamaan 2.8 dan 2.9 dapat ditulis dalam bentuk matrik seperti berikut

$$\begin{bmatrix} m_p L_r^2 + J_r & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ -\frac{1}{2} m_p L_p L_r & J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_r & 0 \\ 0 & B_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} m_p L_p g \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Persamaan linier *state space* adalah

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.16)$$

x adalah *state* dan u adalah input kendali. Dengan A matriks keadaan, B matriks masukan, C matriks keluaran, dan D matriks transmisi langsung, yang semuanya itu adalah matriks *state space* untuk sistem *rotary inverter pendulum*. Untuk *state* dan *output* didefinisikan

$$x^T = \begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Dan

$$y^T = x_2 \quad (2.18)$$

Pada persamaan *output* hanya sudut pendulum yang akan dihitung. Sehingga persamaan matriks C dan D didefinisikan

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Dan

$$D = 0 \quad (2.20)$$

Dari persamaan 2.11 didapatkan persamaan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} m_p L_r^2 + J_r & -\frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ -\frac{1}{2} m_p L_p L_r & J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - B_r \dot{\theta} \\ \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Pemilihan untuk persamaan percepatan gerak pendulum didefinisikan

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \frac{1}{J_T} \begin{bmatrix} J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 & \frac{1}{2} m_p L_p L_r \\ \frac{1}{2} m_p L_p L_r & m_p L_r^2 + J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau - B_r \dot{\theta} \\ \frac{1}{2} m_p L_p g \alpha - B_p \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber.
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dimana $J_r = (J_p m_p L_r^2 + J_r J_p + \frac{1}{4} J_r m_p L_p^2)$, sehingga didapat

$$\ddot{\theta} = - \left(- \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) B_r \dot{\theta} - \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_p \dot{\alpha} + \frac{1}{4} m_p^2 L_p^2 L_r g \alpha + \left(J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \right) \tau \right) \quad (2.23)$$

$$\ddot{\alpha} = - \left(- \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_r \dot{\theta} - (J_r + m_p L_r^2) B_p \dot{\alpha} + \frac{1}{2} m_p L_p g (J_r + m_p L_r^2) \alpha + \frac{1}{2} m_p L_p L_r \tau \right) \quad (2.24)$$

Sehingga $\dot{x}_1 = x_3$ dan $\dot{x}_2 = x_4$ substitusikan x pada persamaan percepatan maka matriks

A dan B adalah

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{4} m_p^2 L_p^2 L_r & - (J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2) B_r & - \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_p \\ 0 & \frac{1}{2} m_p L_p g (J_r + m_p L_r^2) & - \frac{1}{2} m_p L_p L_r B_p & - (J_r + m_p L_r^2) B_p \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$B = \frac{1}{J_r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_p + \frac{1}{4} m_p L_p^2 \\ \frac{1}{2} m_p L_p L_r \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Parameter pendulum yang digunakan ditunjukkan oleh Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Parameter sistem *rotary inverter pendulum*[10]

Parameter	Simbol	Nilai
Massa lengan	m_r	0.257 kg
Panjang lengan	L_r	0.2159 m
Inersia lengan	J_r	$9.98 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$
Koefisien <i>viscous damping</i> lengan	B_r	0.11 Nms/rad
Massa pendulum	m_p	0.127 kg
Panjang pendulum	L_p	0.337 m
Koefisien <i>viscous damping</i> pendulum	B_p	0.0024 Nms/rad
Inersia pendulum	J_p	0.0012 kgm^2
Resistansi jangkar	R_m	2.6 Ω
<i>Back-emf constant</i>	K_m	0.0077 Vs/rad
<i>Torque constant</i>	K_t	0.0077 Nm/A
<i>High gear total gear ratio</i>	K_g	70

Gravitasi	G	9.8 m/s ²
Gearbox efficiency	η_g	0.9
Motor efficiency	η_m	0.69

Dengan memasukkan parameter dari tabel 2.1 maka matrik A, B, C dan, D didapatkan

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{4} \cdot 0.127^2 \times 0.337^2 \times 0.2159 \times 9.8 & -(0.0012 + \frac{1}{4} \cdot 0.127 \times 0.337^2) \cdot 0.11 & -\frac{1}{2} \cdot 0.127 \times 0.337 \times 0.2159 \times 0.0024 \\ 0 & \frac{1}{2} \cdot 0.127 \times 0.337 \times 9.8 (9.98 \times 10^{-4} + 0.127 \times 0.2159^2) & -\frac{1}{2} \cdot 0.127 \times 0.337 \times 0.2159 \times 0.11 & 0.127 \times 0.2159 \times 0.0024 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{J_T} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0012 + \frac{1}{4} \cdot 0.127 \times 0.337^2 \\ \frac{1}{2} \cdot 0.127 \times 0.337 \times 0.2159 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 80.3 & -45.8 & -0.930 \\ 0 & 122 & -44.1 & -1.40 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 83.4 \\ 80.3 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \quad (2.29)$$

$$D = [0] \quad (2.30)$$

Dari persamaan 2.27 sampai persamaan 2.30 akan digunakan sebagai *plant* yang akan di kendalikan dengan sistem kendali *LQR-PID*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

- Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
- Dilarang mengumpukan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.2.2 Linier Quadratic Regulator (LQR)

Linear Quadratic Regulator (LQR) merupakan salah satu metode yang digunakan dalam perancangan sistem kendali yang optimal untuk menyelesaikan permasalahan regulator. Metode optimasi *LQR* menentukan sinyal masukan yang memindahkan suatu keadaan sistem *linier* dari kondisi $x(t_0)$ kepada suatu kondisi akhir $x(t_f)$ yang akan meminimumkan suatu indeks kerja performansi kuadratik[9]. *Cost Function* yang dimaksud adalah waktu *integral* dari bentuk kuadratis pada vektor keadaan (*state*) x dan u seperti pada persamaan (2.31)

$$J = \int_0^{\infty} [X^T Q X + u^T u R] dt \quad (2.31)$$

Metode *LQR* ini diperoleh dari penurunan metode kedua *liapunov*[11]. Metode kedua *liapunov* ini dapat dipakai untuk sistem *multiple-input multiple output (MIMO)*. Asumsi sebuah fungsi *liapunov* dalam bentuk kuadratik sebagaimana persamaan berikut,

$$V = [x(t)]^T P x(t) \quad (2.32)$$

Dimana P merupakan sebuah matriks *real*, simetris, dan definit positif dan bentuk vektor kontrolnya seperti pada persamaan (2.33).

$$u * [x(t)] = -Kx(t) \quad (2.33)$$

Matriks umpan-balik K diasumsikan sebuah matriks konstan. Substitusikan persamaan (2.33) ke dalam persamaan indeks performansi,

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.34)$$

Sehingga diperoleh

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \{x(\tau)^T [Q + K^T R K] x(\tau)\} d\tau \quad (2.35)$$

Dimana τ adalah sebuah contoh variabel. Fungsi kuadratik *liapunov* pada persamaan (2.32) dapat dipilih sebagai indeks performansi yang digunakan dalam persamaan (2.35).

$$V = [x(t)]^T P x(t) = \int_0^{\infty} \{x(t)^T [Q + K^T R K] x(t)\} d\tau \quad (2.36)$$

Sebuah persamaan solusi untuk matriks P definit *positif* ada, jika matrik Q juga definit *positif*. Dalam permasalahan *linier* regulator, waktu akhir bernilai tak terhingga. Meskipun begitu program komputer digital tersedia untuk menyelesaikan persamaan ini memerlukan sebuah *interval* berhingga, $t_f < \infty$. Sehingga program-program ini mempunyai solusi jika Q semi-definit *positif*. Jika Q semi-definit *positif*, minimum untuk persamaan (2.34) ada, jika dan hanya jika memenuhi ketetapan Kalman berikut.

$$\text{Rank } [H | A^T H | \dots | (A^T)^{n-1} H] = n \quad (2.37)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dimana $HHT = Q$, Itu berarti bahwa sistem yang digambarkan oleh A dan H bersifat *observable*. Kondisi ini harus diperiksa sebelum melanjutkan solusi ke persamaan (2.36). Matriks P pasti bernilai definit *positif* jika plant bersifat *controllable*, persamaan (2.36) terpenuhi, dan sebuah sistem lup tertutup dengan *eigen value* dari $A - BK$ terdapat bagian *real* negatif. Jika masukan sistem r adalah sebuah vektor konstan bukan nol dan umpan-baliknya $u^* = -Kx$. Persamaan *state* (keadaan) untuk sistem lup tertutup menjadi

$$\dot{x} = Ax + Bu = [A - BK]x + Br \quad (2.38)$$

Dimana $u = r - Kx$. Karena itu, *pole* dari rasio kontrol, dimana keluaran diberikan oleh $y = Cx$, *eigen value* dari $A - BK$ jika dan hanya jika sistem lup tertutup optimal bersifat *observable*. Jika (A, C) *observable* dan $C = H$, maka (A, H) akan *observable*. Oleh karenanya $Q = HHT = CCT$. Integrasi persamaan (2.36) menghasilkan sebuah fungsi t sebagaimana persamaan (2.39) karena batas atas dari *integral* bernilai tak terhingga. Juga, $V[x(\infty)] = 0$ karena itu pasti definit *positif*

$$V = [x(t)] = x(t)^T Px(t) + \int_t^{\infty} x(t)^T P x(t) dt = -x(t)^T [Q + K^T R K] x(t) \quad (2.39)$$

Substitusikan persamaan (2.38) ke persamaan (2.39) dengan nilai $r = 0$.

$$\dot{V}(x) = x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] x = -x^T [Q + K^T R K] x \quad (2.40)$$

Persamaan ini terpenuhi apabila bagian yang di dalam kurung pada kedua ruas bernilai sama.

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -Q - K^T R K \quad (2.41)$$

Substitusi $Q + K^T R K$ ke dalam persamaan (2.36) dan diperoleh

$$\dot{V} = [x(t)] = \int_0^{\infty} \{-x^T [A - BK]^T P + P(A - BK)\} x dt \quad (2.42)$$

Nilai minimum dari indeks performansi terjadi ketika fungsi yang di integrasikan adalah minimum. Karena itu, permasalahan sekarang adalah untuk menentukan nilai elemen dari K yang meminimumkan fungsi yang di integrasikan ini diselesaikan dengan menurunkan persamaan (2.41) yang berkenaan dengan matriks K dan mengatur $\partial p_{vu} / \partial k_{wx} = 0$, dimana p_{vu} adalah elemen vu th dari P dan k_{wx} adalah elemen wx th dari K , dengan menyelesaikan penurunan ini akan dihasilkan

$$PB = K^T R \quad (2.43)$$

$$K^T = PBR^{-1} \quad (2.44)$$

$$K = PB^T R^{-1} \quad (2.45)$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Substitusikan ke dalam persamaan (2.41) dan dihasilkan

$$[A - BR^{-1}B^T P]^T P + P[A - BR^{-1}B^T P] = -Q - PBR^{-1}RR^{-1}B^T P \quad (2.46)$$

dan disederhanakan menjadi

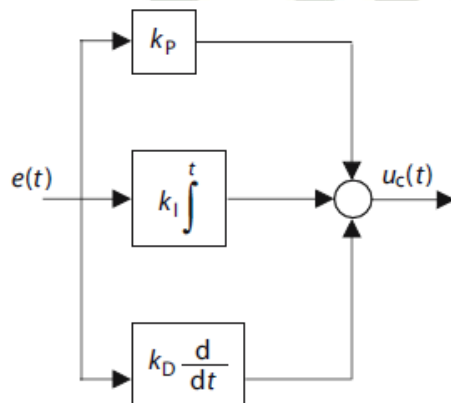
$$A^T + PBR^{-1}B^T P + PA + Q = 0 \quad (2.47)$$

Persamaan di atas dikenal dengan persamaan *Riccati* dan P merupakan matriks *Riccati*. Solusi P pada persamaan (2.46) meminimumkan indeks performansi yang diberikan oleh persamaan (2.44). Pengembangan hasil ini didasarkan persamaan (2.46), dimana batas bawah *integral* adalah waktu awal (*t*) sehingga P tidak tergantung pada kondisi awal *x(ti)*. Jadi, harga minimum dari indeks performansi yang diberikan dalam persamaan (2.44), dimana $x(\infty) = 0$, dievaluasi dari persamaan (2.46) pada $t = t_i = 0$ sebagaimana persamaan berikut,

$$J_{min} = x^T(0)Px(0) \quad (2.48)$$

2.2.3 Propotional Integral Derivatif (PID)

Kendali ini dikenal sebagai pengendali tiga metode karena ada beberapa metode kendali pada *PID* yaitu, *propotional*, *integral*, dan *derivative* dengan masing - masing memiliki kelebihan dan kekurangan. Penggabungan dari ketiga metode ini untuk menutupi kekurangan dan memunculkan kelebihan dari masing - masing jenis kendalinya[12].



Gambar 2.2 Blok diagram kendali *PID*[12]

Persamaan kendali *PID* dapat ditulis sebgai berikut :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int edt + K_3 \frac{de}{dt} \quad (2.49)$$

2.2.3.1 Kendali *Propotional*

Kendali *Propotional* memiliki keterbatasan karena sifat kendali yang dinamik. Tapi kendali *propotional* mampu memperbaiki respon transien khususnya *rise time* dan *settling time*. Ciri-ciri kendali *propotional* adalah saat nilai K_p kecil, maka pengendali *propotional* hanya mampu menghilangkan *error* yang kecil, dan menghasilkan respon sistem yang lambat sehingga meningkatkan *rise time*. Namun nilai K_p dapat diatur sedemikian rupa sehingga dapat mengurangi *steady state error* tetapi tidak sampai menghilangkannya[7].

2.2.3.2 Kendali *Integral*

Kendali *integral* berguna menghasilkan respon sistem yang *error steady state*=0 jika pengendali *PID* tidak memiliki *integral* maka kendali *propotional* tidak akan bisa menjamin keluaran sistem dengan *error steady state*=0. Keluaran pengendali *integral* merupakan hasil penjumlahan yang terus menerus dari perubahan masukannya[7].

Jika sinyal *error* tidak ada perubahan, maka keluaran sistem akan menjadi keadaan tersebut sehingga nanti adanya perubahan masukan pengendali *integral* memiliki *output* yang membutuhkan selang waktu tertentu, sehingga pengendali *integral* sering memperlambat respon pengendali *integral* yang nilai K_i diperbesar akan efektif menghilangkan *offset*. Tapi jika nilai K_i terlalu besar juga mengakibatkan peningkatan osilasi dari *output* pengendali[12].

2.2.3.3 Kendali *Derivatif*

Kendali *derivatif* disebut juga kendali diferensial yang jika melakukan perubahan mendadak pada masukan pengendali ini maka akan mengakibatkan perubahan yang sangat besar dan cepat. jika sinyal masukan berubah mendadak maka keluaran menghasilkan sinyal berbentuk *impuls*, jika sinyal masukan berubah naik secara perlahan maka keluaran berfungsi sebagai *step* yang besar *magnitudenya* yang di pengaruhi oleh kecepatan naik dari fungsi *ramp* dan faktor konstanta K_d . Dengan menaikkan nilai K_d maka dapat menaikkan stabilitas sistem dan mengurangi *overshoot*.

Kendali *derivatif* pada umumnya di gunakan untuk mempercepat respon awal suatu sistem tetapi tidak dapat memperkecil *error steady state*. Pengendali *derivatif* hanya efektif pada ruang lingkup yang kecil, yaitu periode peralihan. Oleh karena itu pengendali *derivatif* tidak bisa digunakan tanpa ada pengendali *propotional* ataupun *integral*[7].

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Transfer fungsi dari pengendali *PID* adalah :

$$U_c(s) = \left[k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \right] E(s) \quad (2.50)$$

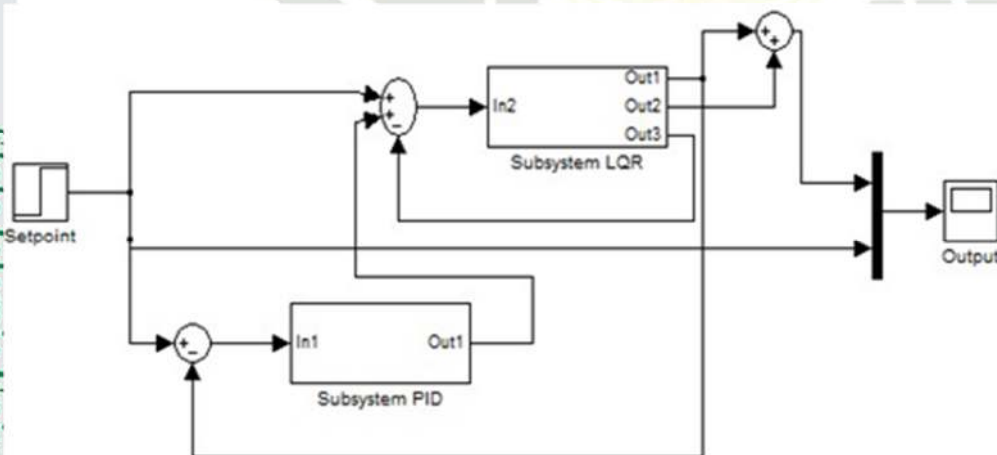
Respon sistem kendali *PID* menurut parameter dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.2 Respon sistem kendali *PID* menurut parameter identifikasi[12]

Tanggapan Loop Tertutup	Waktu Naik	Overshoot	Waktu Turun	Error Steady State
<i>Proporsional (Kp)</i>	Menurun	Meningkat	Perubahan kecil	Menurun
<i>Integral (Ki)</i>	Menurun	Meningkat	Meningkat	Hilang
<i>Derivative</i>	Perubahan kecil	Menurun	Menurun	Perubahan kecil

2.2.4 Kendali LQR-PID

Sistem kendali *LQR-PID* ini sudah pernah di ujikan pada beberapa penelitian. Berikut contoh desain sistem kendali *LQR-PID*.



Gambar 2.3 Pengendali *LQR-PID*[12]

Pada gambar ini *LQR* sebagai pengendali utama, *PID* ditambahkan agar kinerja dari pengendali *LQR* menjadi lebih baik dan optimal. Pengendalian optimal difokuskan pada respon waktu yang cepat dan memiliki *error* minimum[13].

2.2.5 Analisa Kestabilan Metode *Liapunov*

Pada tahun 1892, Alexander Mikhailovitch Liapunov mempresentasikan dua metode (disebut metode pertama dan metode kedua) untuk menentukan kestabilan sistem dinamis yang dijelaskan dengan persamaan diferensial pada umumnya. Metode pertama terdiri dari semua prosedur dimana bentuk solusi umum dari persamaan diferensial digunakan untuk analisis. Metode kedua, di sisi lain tidak membutuhkan solusi dari persamaan diferensial. Artinya, dengan menggunakan metode kedua dari *Liapunov*, kita dapat menentukan kestabilan sistem tanpa menyelesaikan persamaan keadaan/*state equations*.

Hal ini cukup menguntungkan karena menyelesaikan persamaan tidak *linier* dan persamaan *state* dengan waktu yang bervariasi biasanya sangat sulit. Meskipun metode kedua *Liapunov*, ketika diterapkan pada analisis stabilitas sistem tidak *linier*, membutuhkan pengalaman dan kecerdikan yang cukup, metode ini dapat menjawab pertanyaan stabilitas sistem tidak *linier* ketika metode lain gagal. Persamaan sistem dapat dijabarkan dengan :

$$\dot{x} = f(x,t) \tag{2.51}$$

Dimana x adalah vektor *state* (vector n) dan $f(x,t)$ yang dimana vektor n elemennya fungsi dari x_1, x_2, \dots, x_n , dan t . Kami menganggap bahwa sistem dari persamaan (2.51) memiliki solusi unik yang dimulai dari kondisi awal yang diberikan. Kami akan menunjukkan solusi dari persamaan (2.51) sebagai $\phi(t; x_0, t_0)$; dimana $x = x_0$ pada $t = t_0$ dan t adalah waktu pengamatan, Menjadi persamaan berikut,

$$\phi(t; x_0, t_0) = x_0 \tag{2.52}$$

Equilibrium state (keadaan seimbang). Dalam sistem persamaan (2.51). Sebuah keadaan x_e , dimana,

$$f(x_e, t) = 0 \text{ untuk semua } t \tag{2.53}$$

Setiap keadaan *equilibrium* terisolasi (yaitu, terisolasi satu sama lain) dapat digeser ke koordinat asal, atau $f(0,t) = 0$, dengan terjemahan koordinat. Berikut ini, menunjukkan daerah radius k tentang keadaan *equilibrium* x sebagai,

$$\|x - x_e\| \leq k \tag{2.54}$$

Dimana $\|x - x_e\|$ disebut hukum *Euclidean* dan didefinisikan,

$$\|x - x_e\| = [(x_1 - x_{1e})^2 + (x_2 - x_{2e})^2 + \dots + (x_n - x_{ne})^2]^{1/2} \tag{2.55}$$

Memberi $S(\delta)$ terdiri dari semua poin seperti,

$$\|x - x_e\| \leq \delta \tag{2.56}$$

Dan memberi $S(\epsilon)$ terdiri dari semua poin seperti,

$$\|\phi(t; x_0, t_0) - x_e\| \leq \epsilon, \text{ dan semua } t \geq t_0 \tag{2.57}$$

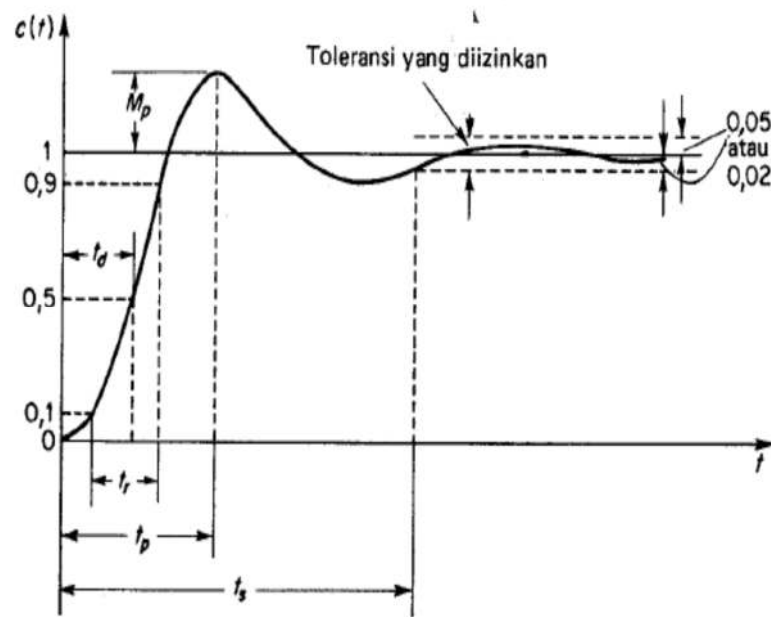
2. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sebuah keadaan *equilibrium* x , dari sistem persamaan (2.51) dikatakan stabil dalam pengertian *Liapunov* jika sesuai dengan masing – masing $S(\epsilon)$, ada $S(\delta)$ sedemikian rupa sehingga lintasan yang dimulai pada $S(\delta)$ tidak meninggalkan $S(\epsilon)$ saat t meningkat tanpa batas. Bilangan *real* δ bergantung pada ϵ dan secara umum juga bergantung pada t_0 . Jika δ tidak bergantung pada t_0 , keadaan *equilibrium* dikatakan stabil secara seragam.

Jadi bahwa kita pertama - tama memilih daerah $S(\epsilon)$, dan untuk setiap $S(\epsilon)$, harus ada daerah $S(\delta)$ sedemikian rupa sehingga lintasan yang dimulai dengan $S(\delta)$ tidak meninggalkan $S(\epsilon)$ karena t meningkat tanpa batas[15].

2.2.6 Analisa Respon Waktu

Respon waktu sistem kendali terdiri dari respon “*transient*” dan “*steady state*”. Respon *transient* adalah respon sistem yang berlangsung dari keadaan awal sampai keadaan akhir, sedang *respon steady state* adalah kondisi keluaran sesudah habis *respon transient* hingga waktu relatif tak terhingga[15].



Gambar 2.5 Spesifikasi Respon Waktu[15]

Dari gambar 2.3 maka parameter – parameter yang dapat dianalisa adalah :

- a. Waktu tunda (*delay time* = t_d) yaitu waktu yang diperlukan respon untuk mencapai 50% dari harga akhir puncak lewatn lebih (*overshoot*) yang pertama kali.
- b. Waktu naik (*rise time* = t_r) yaitu waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10% hingga 90%, 5% hingga 95%, atau dari 0 hingga 100% dari harga akhir sistem. Untuk lebih jelasnya tentang *rise time* ini perhatikan gambar 2.3

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- c. Waktu puncak (*peak time* = t_p) yaitu waktu yang diperlukan respon untuk mencapai puncak lewatan (*overshoot*) dari lewatan yang pertama.
- d. Lewatan puncak (*peak overshoot* = M_p) yaitu harga lewatan puncak atau lewatan maksimum dari kurva respon yang diukur dari harga satu (100%). Jika harga respon tunaknya tidak sama dengan satu, maka biasa digunakan persen lewatan puncak yang dirumuskan sebagai (%) lewatan puncak.

$$\% \text{Lewatan puncak} = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% \quad (2.51)$$

Catatan : Dalam sistem kendali keluaran kondisi tunak untuk masukan *step* umumnya sama dengan masukannya. Sebagai misal pada sistem orde kedua, $c(\infty) = c_{ss} = 1$

- e. Waktu keadaan mantap (*setting time* = t_s) yaitu waktu yang diperlukan kurva respon untuk mencapai dan menetap pada daerah pita toleransi antara 2%-5% dari harga akhirnya.
- f. Kesalahan tunak (*steady state error* = e_{ss}) yaitu kesalahan yang merupakan selisih antara keluaran yang sebenarnya dengan keluaran yang diharapkan. Kesalahan lazim diformulasikan sebagai :

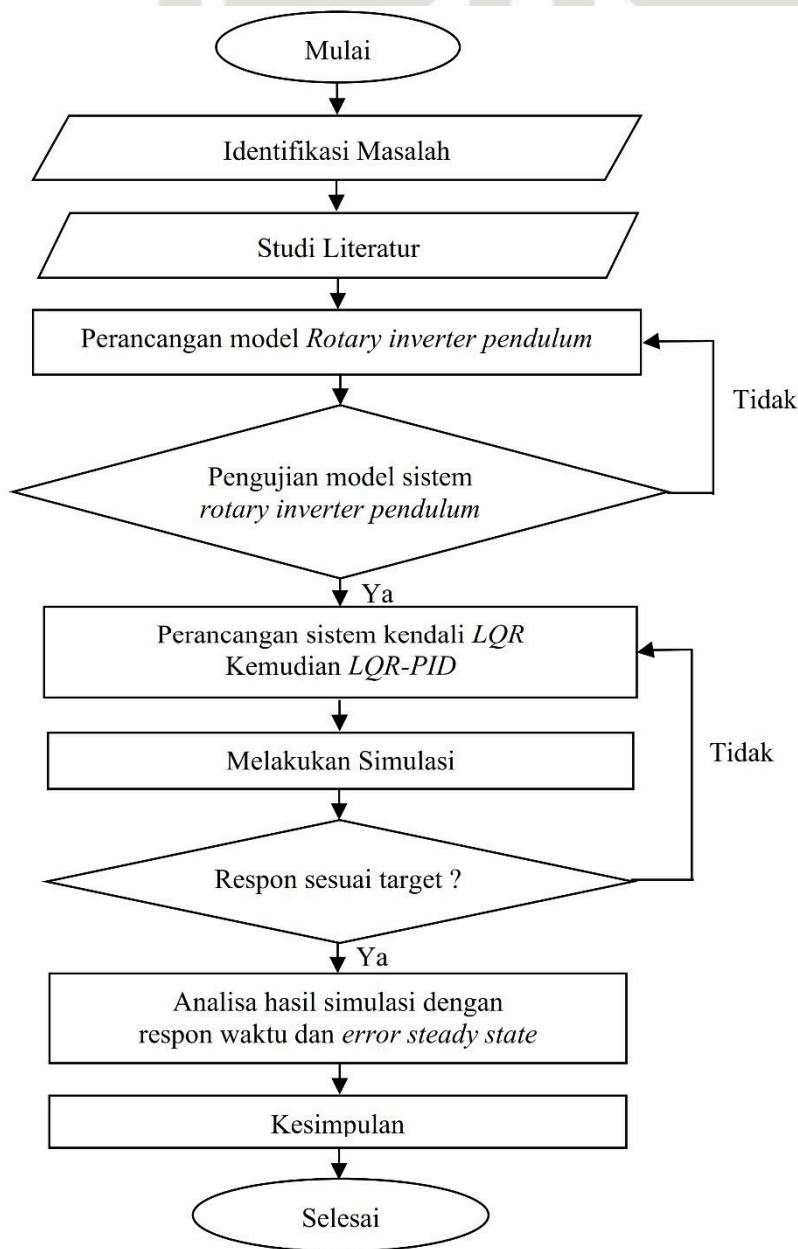
$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} [r(t) - c(t)] \quad (2.52)$$

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Dalam penelitian ini ada beberapa langkah-langkah dalam penulisan dalam proses perancangan pengendalian *rotary inverter pendulum* dengan menggunakan *LQR* kemudian *LQR-PID* untuk mencapai respon waktu yang cepat dan dapat mempertahankan kestabilan. Sistem ini akan di simulasikan dengan menggunakan *software MATLAB R2013a*.

3.2 Tahapan Penelitian



Gambar 3.1 Diagram alur penelitian

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Agar dapat mencapai tujuan yang diharapkan pada penelitian ini, maka adapun tahapan yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Identifikasi Masalah

Masalah yang diangkat pada penelitian ini adalah kestabilan pada batang pendulum *rotary inverter pendulum* yang cenderung tidak stabil dan tidak *liniernya* sistem. Maka dibutuhkan pengendali yang dapat menstabilkannya dan mempertahankan kestabilan. *Linier quadratic regulator (LQR)* merupakan salah satu kendali optimal yang dikenal dapat memberikan kestabilan terhadap sistem yang tidak stabil dan tidak *linier*, namun pengendali *LQR* mempunyai respon waktu yang lama untuk mencapai *set point*. Untuk itu dibutuhkan pengendali *Propotional Integral Derivatif (PID)* dalam mempercepat respon waktu.

2. Studi literatur

Melakukan telaah beberapa pustaka baik dari artikel penelitian yang telah dipublikasikan maupun buku yang di terbitkan mengenai pemodelan *rotary inverter pendulum*, metode kendali pada *rotary inverter pendulum* ataupun pengendalian kestabilan pada pendulum, serta pengendali *LQR* dan *PID*.

3. Pengujian model *plant* sistem *Rotary Inverter Pendulum*

Pada *plant rotary inverter pendulum* variabel yang dikendalikan adalah sebuah batang pendulum. Pemodelan matematika dari *rotary inverter pendulum* adalah sebuah model *linier* yang pada *MATLAB* menggunakan *tools state space*. Dalam mengendalikan sebuah batang pendulum, variabel utama yang dikendalikan adalah tegangan pada motor *servo* modul.

Model matematis yang telah diperoleh perlu diuji dengan melihat respon pada *plant* sebelum di desain dengan pengendali. Hal ini dilakukan untuk mengetahui apakah pemodelan yang telah dibuat sesuai dengan referensi dan apakah pemodelan tersebut dapat digunakan untuk sistem kendali yang akan dibuat. Apabila belum sesuai dengan referensi, maka kembali pada perancangan model *plant*. Dan apabila sesuai maka lanjut ke desain pengendali.

4. Perancangan Pengendali

Pada penelitian ini pengendali yang dipilih adalah pengendali *LQR* dan kombinasi *LQR* dan *PID*. Pengendali ini kita harapkan dapat saling melengkapi dan mengatasi permasalahan *rotary inverter pendulum* sesuai dengan tujuan penelitian. Langkah pertama menentukan nilai Q dan R dengan menggunakan persamaan *liapunov* serta

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

menentukan konstanta umpan balik K pada M-file yang selanjutnya di aplikasikan kedalam blok *simulink*. Kemudian menetapkan nilai K_p , K_i dan K_d pada pengendali *PID*.

5. Simulasi sistem

Membuat blok *simulink* untuk pengujian pengendali yang didesain untuk melakukan pengujian simulasi sehingga dapat mengetahui kinerja dan ketahanan sistem.

6. Analisa hasil simulasi.

Melakukan analisa hasil pengujian dan mengklarifikasi hasil tersebut terhadap tujuan yang telah ditetapkan. Dengan melihat *response time* apakah sudah didapat dengan *set point*. Jika belum maka kembali ke tahap desain pengendali, jika sudah maka penelitian dianggap berhasil.

7. Kesimpulan

Setelah semua tahap penelitian dilakukan, maka dapat ditarik kesimpulan dari hasil penelitian untuk menegaskan bahwa kendali *LQR-PID* dapat masalah yang ada pada penelitian ini.

3.3 Pengujian plant Rotary Inverter Pendulum

Pemodelan dari sistem *Rotary inverter pendulum* mengacu pada model matematika pada bab 2 sehingga di peroleh:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2.7788 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.7788 \\ 0 & 0.0027 & -0.0015 & -0.0000 \\ 0 & 0.0040 & -0.0014 & -0.0002 \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.3355 \\ 1.2839 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

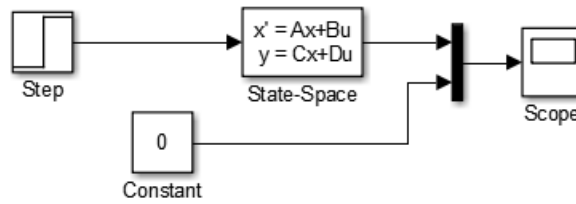
$$C = [0 \ 1 \ 0 \ 0] \tag{3.3}$$

$$D = [0] \tag{3.4}$$

Dari pemodelan matematika pada persamaan 3.1, 3.2, 3.3, dan 3.4 di implementasikan kedalam blok *Simulink MATLAB*.

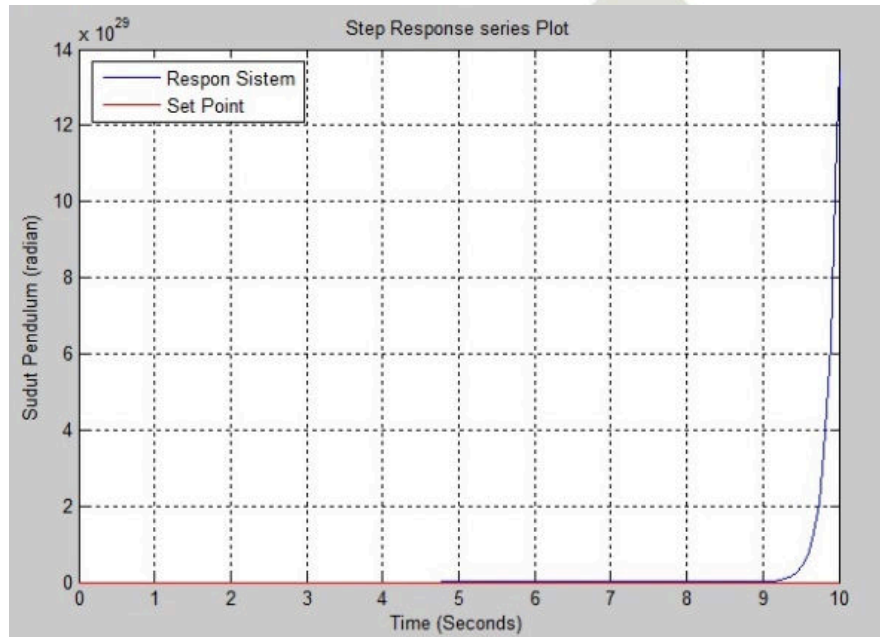
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 3.2 Blok Simulink sistem rotary inverter pendulum.

Setelah dibentuk blok diagram, maka software simulink pada MATLAB disimulasikan sehingga menghasilkan grafik seperti gambar pada 3.3.



Gambar 3.3 Grafik step respon sistem RIP tanpa pengendali

Pada gambar 3.3 menunjukkan bahwa set point berada pada sudut 0 radian sesuai dengan teori analisa metode *liapunov*, dan menggunakan waktu simulasi dalam 10 detik saja, disini tampak bahwa sistem tidak stabil dan menjauh dari set point, sehingga diperlukan sebuah pengendali untuk membuat *plant* menjadi stabil dan cepat dalam mencapai set point. Pada tugas akhir ini akan menerapkan pengendali *LQR-PID* untuk mendapatkan performansi yang baik.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3.4 Perancang Kendali LQR

Perancangan kendali LQR pada tugas akhir ini menggunakan *software MATLAB* berikut langkah-langkah yang dilakukan merancang kontroler LQR.

Menentukan persamaan *state space* dalam bentuk $\dot{x}(t) = Ax + Bu$ seperti dibawah ini.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2.7788 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.7788 \\ 0 & 0.0027 & -0.0015 & -0.0000 \\ 0 & 0.0040 & -0.0014 & -0.0002 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.3355 \\ 1.2839 \end{bmatrix} [u] \quad (3.5)$$

Menentukan matriks pembobot **Q** dan **R** yang meminimumkan indeks performansi kuadratik. Matriks **R** adalah matriks simetris definit positif ($R > 0$) dan **Q** adalah matriks simetris semi-definit positif ($Q \geq 0$). Pada penelitian ini matriks pembobot **R** merupakan matriks berordo 1x1 dan bernilai konstanta yaitu 1.

$$R = [1] \quad (3.6)$$

Sedangkan matriks pembobot **Q** merupakan matriks berordo 4x4 dan divariasikan. Penentuan matriks pembobot **Q** dilakukan menggunakan metode *trial and error*.

$$Q = \begin{bmatrix} q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Penentuan jumlah dimensi matriks **Q** berdasarkan pada jumlah *state* pada matriks **A**.

3. Menentukan nilai **K** yang memenuhi persamaan (3.8) untuk mendapatkan matriks kontrol. Matriks **P** diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (3.9) dibawah ini.

$$K = R^{-1}B^T P \quad (3.8)$$

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.9)$$

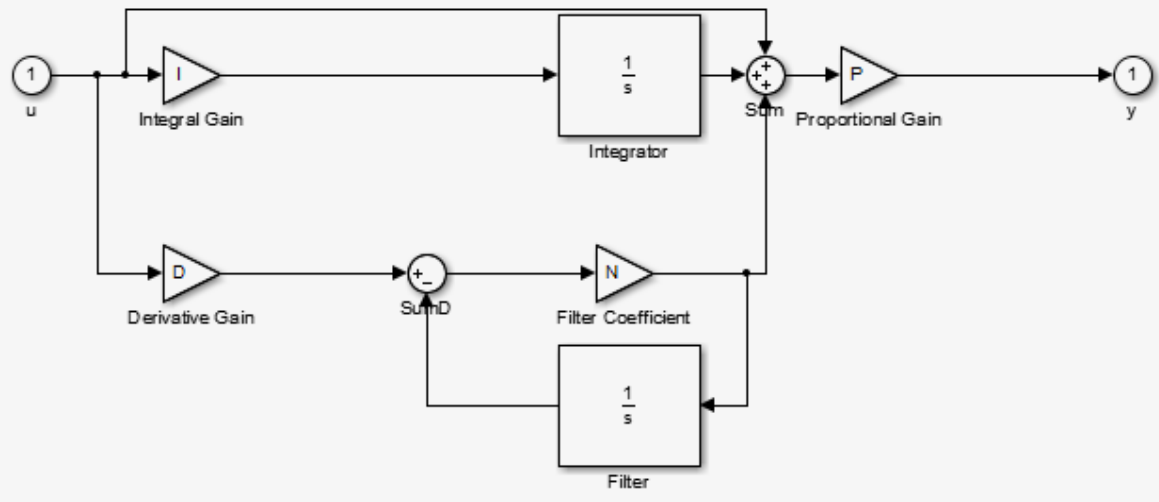
Matriks **K** dan **P** diselesaikan dengan bantuan *software MATLAB* dengan program berikut.

$$[K, P, e] = lqr(A, B, Q, R); \quad (3.10)$$

Hasil ketikan dari persamaan yang dilakukan dengan perhitungan kendali *linier quadratic regulator (LQR)* pada *software MATLAB*, hingga mendapatkan matriks **Q** dan **R** yang optimal, dapat dilihat pada gambar 3.4 dibawah ini.

3.5 Perancangan Kendali PID

Pada perancangan kendali PID pada tugas akhir ini dengan membuat bentuk subsistem *simulink* kendali *proportional*, *integral* dan *derivative*, Berikut gambar blok *Simulink* subsistem PID dibawah ini.

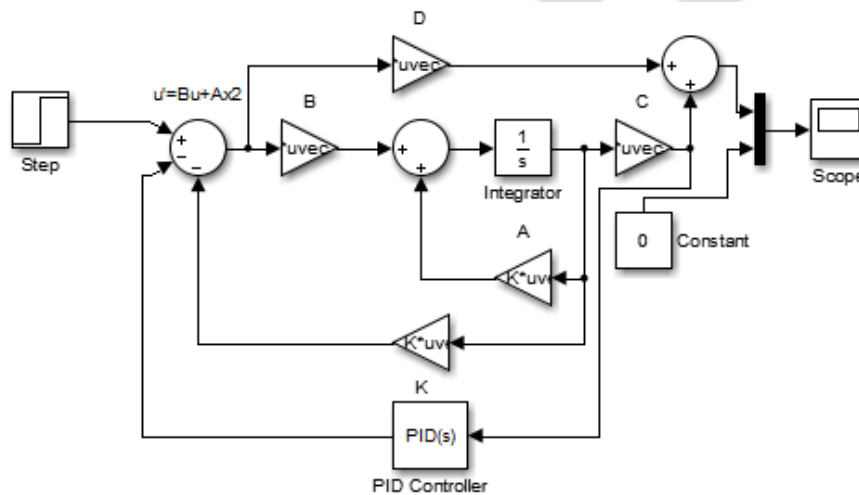


Gambar 3.6 Blok *Simulink* subsistem PID.

Pencarian nilai K_p , K_i , dan K_d dengan metode *trial and error* tetapi dengan mengamati tabel respon sistem kendali PID *close loop* yang ada pada bab 2 sehingga dalam proses pencarian nilai K_p , K_i , dan K_d terukur dan terarah dengan baik dan efisien.

3.6 Perancangan Kendali LQR-PID

Pada perancangan kendali LQR-PID ini kedua pengendali dirangkai secara seri bersamaan dengan *plant rotary inverter pendulum*. Setelah kendali LQR mengendalikan *plant* maka PID jadi pengendali terakhir dalam mengendalikan *plant* pada blok *simulink* seperti gambar 3.7 dibawah ini.



Gambar 3.7 Blok *simulink* pengendali LQR-PID pada *rotary inverter pendulum*.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

3.7 Analisa Data

Pengujian dilakukan dengan cara simulasi. Setelah simulasi dilakukan dengan adanya penambahan pengendali *PID* maka akan di analisa apakah sesuai dengan tujuan penelitian, yaitu mendapatkan respon waktu yang optimal untuk kestabilan *rotary inverter pendulum* setelah di pasang pengendali *LQR-PID*. Dari hasil simulasi ini akan diperoleh analisis tentang pengendali dalam mencapai karakteristik respon yang diinginkan. Adapun beberapa parameter untuk analisa respon sistem adalah sebagai berikut :

1. Waktu naik (*rise time = t_r*) yaitu waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10% hingga 90%, 5% hingga 95%, atau dari 0 hingga 100% dari harga akhir sistem.
2. Waktu keadaan mantap (*setting time = t_s*) yaitu waktu yang diperlukan kurva respon untuk mencapai dan menetap pada daerah pita toleransi antara 2%-5% dari harga akhirnya.
3. Kesalahan tunak (*error steady state = e_{ss}*) yaitu kesalahan yang merupakan selisih antara keluaran yang sebenarnya dengan keluaran yang diharapkan. Kesalahan lazim diformulasikan sebagai :

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} [r(t) - c(t)] \tag{3.18}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pengujian simulasi dan analisa pengendali *LQR-PID* dalam mencapai kestabilan pada sistem *rotary inverter pendulum*, maka dapat diambil kesimpulan bahwa pengendali *LQR-PID* mampu menghasilkan respon waktu kestabilan yang lebih cepat dan lebih baik dengan minimum *undershoot* pada saat ingin mencapai *settling time equilibrium* nol karna adanya kendali *PID*, ini terbukti dari hasil pengujian sistem yang *set point* nya pada 0 radian atau *equilibrium* nol. Pengendali *LQR-PID* dapat menghasilkan *settling time* yang cepat pada 0,35 detik dengan *error steady state* 0 radian yang dapat dipertahankan hingga batas akhir waktu simulasi, dengan nilai pembobot $Q = \begin{bmatrix} 800 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$, $R = [1]$, dan penguatan $K = [-28.2843 \quad 133.2670 \quad -14.0034 \quad 19.0868]$, dan nilai pada $K_p = 100$, $K_i = 400$, dan $K_d = 1$, sebagai nilai sistem kendali terbaik untuk sistem *rotary inverter pendulum* dalam penelitian ini.

5.2 Saran

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat dikembangkan lagi metode pencarian nilai pembobot matriks Q dan matriks R pada pengendali *LQR*, lalu nilai K_p , K_i dan K_d pada *PID* yang lebih efisien waktu pada sistem *rotary inverter pendulum* ini. Karena menggunakan metode *trial and error* membutuhkan waktu yang cukup lama. Dan bisa juga menggunakan pengendali berbeda atau mengkombinasikan antara beberapa pengendali untuk memperoleh pengendali yang baik dan efisien waktu pada plant *rotary inverter pendulum* ini.

UIN SUSKA RIAU

DAFTAR PUSTKA

- [1] Putranto Hadi Utomo. 2009. Pengendali sistem pendulum terbalik dengan umpan-balik *state* dan *output*. Departement Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institute Pertanian Bogor : Bogor.
- [2] Stelean.E. O. Adrian vasile. D.2014.*Balance Control System Using Microcontroller For A Rotational Inverted Pendulum.Vol.12. hal. 11-19* . Procedia technology.
- [3] Zahra El Azami. 2019. Analisa Kontroler *Linear Quadratic Regulator (LQR)* Pada Sistem *Rotary Inverted Pendulum*. Program Studi Sarjana Teknik Elektro. Fakultas Teknik. Universitas Andalas.
- [4] Navin john Mathew. Desember 2013. *Swing Up And Stabilization Control Of A Rotary Inverted Pendulum National Institute of Technology, Tiruchirappalli, India: Mumbai,India.*
- [5] Unis Badri, dkk. 2008. Kontrol Optimal pada Motor DC Menggunakan *Metode Linier Quadratic Regulator (LQR)*. Teknik Elektro, Politeknik Teknik Elektro, ITS Surabaya.
- [6] Fikri Choiri Ahmadi. Desember 2018 *Desain Dan Implementasi Pendulum Terbalik Rotanional Menggunakan Kendali PID. Vol.5, No.3. Prodi S1 Teknik Elektro. Universitas Telkom.*
- [7] Ahmad Faizal. Juni 2016. Analisis Sistem Kendali *Hybrid Pid-Fuzzy* dalam Menjaga Keseimbangan Pendulum pada Sistem *Rotary Inverter Pendulum* Berdasarkan *Time Response. Vol. 13, No. 2, Teknik Elektro, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Suska Riau.*
- [8] Mazwani Binti Husni. April. 2010. *Modelling And Controller Design For Rotary Inverted Pendulum System. Faculty of Electrical Engineering. Universiti Teknologi Malaysia*
- [9] Juliana. Sumanti. 2014. Kontrol Optimal pada *Balancing Robot* Menggunakan Metode *Linear Quadratic Regulator*. Jurusan Teknik Elektro-FT, UNSRAT, Manado.
- [10] Nowab Md. Aminul Haq dan A.E. Rasul. *Stabilizing and Balancing of Linear and Rotary Inverted Pendulum System*. Februari 2016. [Online]. Tersedia : <https://www.overleaf.com/articles/bangladesh-university-of-engineering-and-technolog-buet-thesis-template/hgspdxtdnjyp/viewer.pdf>.
- [11] J. D’Azzodan C. H. Houpis, *Linier Control system and Design (Conventional and Modern)*, Edisi Kedua, McGraw-Hill, 1983.

- [12] M.A. Johnson and M.H moradi. *PID control: New identification and design methods*. Springer verlag London 2005.UK .ISBN: 13: 978-1-85233-702-5.[E-book].
- [13] M. Kamal Amarullah. 2018. Analisis Pengendalian *Level* Menggunakan Pengendali *LQR-PID* Pada Modul *Training Pct-100*. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Suska Riau: Pekanbaru.
- [14] Khalis juniswan A. 2016. Analisis Sistem Kendali *Hybrid Pid-Fuzzy* Dalam Menjaga Kestabilan Pendulum Pada Sistem *Rotary Inverter Pendulum* Berdasarkan Karakteristik. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Suska Riau: Pekanbaru.
- [15] Ogata katsuhigo. 1970. *Modren Control Engineering 3rd Edition*. New Jersey: Prentice Hall. Hal : 897.
- [16] Ogata katsuhigo. 2002. *Modren Control Engineering 9Th Edition*. New Jersey: Prentice Hall.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.