



Hak cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



**'KENDALI OPTIMAL *PREY* PADA SISTEM *PREDATOR*  
*PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN  
PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR***

**TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada Program Studi Matematika

Oleh :

**ARNIS CAHYA SUKMA**

**11654201247**



**UIN SUSKA RIAU**

**UIN SUSKA RIAU**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2021**



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau  
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## LEMBAR PERSETUJUAN

### KENDALI OPTIMAL *PREY* PADA SISTEM *PREDATOR PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR*

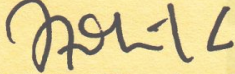
#### TUGAS AKHIR

Oleh:

**ARNIS CAHYA SUKMA**  
**11654201247**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai Laporan Tugas Akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 27 Januari 2021

**Ketua Program Studi**

  
**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**

**Pembimbing**

  
**Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.**  
**NIP. 19840803 201101 1 005**





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## LEMBAR PENGESAHAN

### KENDALI OPTIMAL *PREY* PADA SISTEM *PREDATOR PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR*

#### TUGAS AKHIR

Oleh:

**ARNIS CAHYA SUKMA**

**11654201247**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
di Pekanbaru, pada tanggal 27 Januari 2021

Pekanbaru, 27 Januari 2021  
Mengesahkan,

Ketua Program Studi

**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**



**Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.**  
**NIP. 19660604 199203 1 004**

#### DEWAN PENGUJI:

Ketua : Dr. Rado Yendra, M.Sc.

Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.

Anggota I : Wartono, M.Sc.

Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.



UIN SUSKA RIAU

© Hak Cipta Milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjam, dan tanggal peminjam.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



UIN SUSKA RIAU

© Hak Cipta Teknik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 27 Januari 2021  
Yang membuat pernyataan,

**ARNIS CAHYA SUKMA**  
**NIM. 11654201247**

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





## LEMBAR PERSEMBAHAN

“...Niscaya Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat...”

(QS. Al-Mujadilah [58]: 11)

“Barang siapa menempuh satu jalan (cara) untuk mendapatkan ilmu, maka Allah pasti mudahkan baginya jalan menuju surga.”

(HR. Muslim)

Alhamdulillah rabbil’alamin

Yang utama dari segalanya...

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT

Taburan cinta dan kasih sayang-Mu telah membekaliku ilmu, memberikanku kekuatan dan kemudahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini

Ku persembahkan karya kecil ini sebagai tanda baktiku  
Untuk yang tak pernah letih memberi doa dan dukungan  
Untuk pejuang kesuksesan dan kebahagiaan  
Bapak (Agus Riadi) dan Ibu (Sri Widyati)  
Terimakasih..

Untuk Wahyu dan Hafis,  
Terimakasih telah menjadi insan penyebar canda tawa  
di kala keruwetan TA melanda



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

# KENDALI OPTIMAL *PREY* PADA SISTEM *PREDATOR PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR*

**ARNIS CAHYA SUKMA**  
**11654201247**

Tanggal Sidang : 27 Januari 2021  
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

## ABSTRAK

Tugas akhir ini bertujuan untuk mendapatkan kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey* dengan fungsi respon holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*. Untuk mendapatkan kendali optimal tersebut, digunakan prinsip maksimum pontryagin. Dengan menggunakan prinsip ini, dari persamaan diferensial dinamik *prey* dan fungsi tujuan dibentuk persamaan hamilton yang kemudian diperoleh persamaan *state*, *costate* dan *stasioner*, selanjutnya disimulasikan menggunakan metode *sweep* maju-mundur. Simulasi numerik yang diperoleh menunjukkan ketika semakin besar koefisien konsumsi *predator* terhadap *prey* dan koefisien upaya pemanenan *prey* maka semakin rendah pertumbuhan populasi *prey*. Semakin besar koefisien laju pertumbuhan intrinsik *prey* dan pemberian makanan alternatif pada *predator* maka semakin tinggi pula pertumbuhan populasi *prey*.

**Kata Kunci:** *holling tipe III, kendali optimal, prinsip maksimum pontryagin.*



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

# **OPTIMAL CONTROL OF PREY IN PREDATOR PREY SYSTEMS WITH HOLLING TYPE III RESPONSE FUNCTION AND ALTERNATIVE FEEDING FOOD TO PREDATORS**

**ARNIS CAHYA SUKMA**  
**11654201247**

*Date of Final Exam : 27 January 2021*  
*Graduation Ceremony Priod :*

*Department of Mathematics*  
*Faculty of Science and Technology*  
*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*  
*Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru*

## **ABSTRACT**

*This final assigment aims to obtain the optimal control of prey in predator prey sistems with holling type III response functionand alternative feeding food to predators. To obtain the optimal control, using by pontryagin maximum principle. Using this principle, from prey dynamic equation and objective function, hamilton equation is formed which is then obtained by state, costate and stasioner equation, next simulated using sweep forward-backward methods. The Obtained numerical simulations indicate when bigger coefficient predator consumption against prey and coefficient prey harvesting efforts will get lower the population growth of prey. The more coefficient of intrinsic growth rates prey and the more alternative feeding foodto predator, so higher population growth of prey.*

**Keywords:** *holling type III, optimal control, pontryagin maximum principle.*





## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

*Alhamdulillahirabbil'alamin* segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Berkat limpahan nikmat sehat-Nya, baik itu berupa sehat fisik maupun akal pikiran, penulis mampu menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Kendali Optimal *Prey* pada Sistem *Predator Prey* dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator* ”.

Shalawat serta salam semoga terlimpah curahkan kepada baginda tercinta yaitu Nabi Muhammad SAW yang telah menyampaikan petunjuk Allah SWT untuk kita semua, yang merupakan sebuah petunjuk yang paling benar yakni Syariah Agama Islam yang sempurna dan merupakan satu-satunya karunia paling besar bagi seluruh alam semesta.

Tugas Akhir ini merupakan salah satu syarat yang harus dilakukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim, Riau. Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan hati tulus ikhlas penulis mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Suyitno M.Ag., selaku Plt. Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika.
4. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc., selaku Pembimbing Akademis dan Pembimbing Tugas Akhir yang telah membimbing dan memberi arahan kepada penulis sehingga Tugas Akhir ini dapat diselesaikan.
5. Bapak Wartono, M.Sc., dan Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji yang telah memberi kritik serta saran kepada penulis.



UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

@Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

6. Seluruh dosen Program Studi Matematika yang telah banyak menyalurkan ilmu pengetahuan kepada penulis.
7. Teristimewa untuk Mahru Yeva, Lilik Purwati S, Aminah Utami, Shintya Putri Alvianov dan Safitri Wahyuni yang telah menemani dan memberi semangat penulis selama perkuliahan.
8. Terkhusus Siti Nurjuliana yang telah lama menemani penulis.
9. Teman-teman di Program Studi Matematika, terkhusus Angkatan 16.

Tugas Akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Namun, tidak tertutup kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, kritik dan saran dari berbagai pihak masih sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

*Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.*

Pekanbaru, 27 Januari 2021

Arnis Cahya Sukma

UIN SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Arakci Platinik UIN Suska Riau  
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>LEMBAR PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL</b> .....	iv
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	v
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN</b> .....	vi
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	viii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	2
1.3 Batasan Masalah .....	2
1.4 Tujuan Penelitian .....	2
1.5 Manfaat Penelitian .....	3
1.6 Sistematika Penulisan .....	3
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b>	
2.1 Model <i>Predator Prey</i> dengan Pemberian Makanan Alternatif pada <i>Predator</i> .....	4
2.2 Fungsi Respon Holling .....	5
2.3 Prinsip Maksimum Pontryagin .....	6
2.4 Diferensial Matriks .....	7
2.5 Persamaan Diferensial Parsial .....	9
2.6 Metode <i>Sweep Forward-Backward</i> .....	9
2.7 Konvergensi Deret .....	11
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b>	





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Kendali Optimal <i>Prey</i> pada Sistem <i>Predator Prey</i> dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada <i>Predator</i> .....	13
4.1.1 Persamaan <i>State</i> .....	13
4.1.2 Persamaan <i>Costate</i> .....	14
4.1.3 Persamaan <i>Stationer</i> .....	15
4.2 Simulasi Numerik .....	17
4.2.1 Hasil Simulasi Numerik.....	21
4.2.1.1 Simulasi I.....	21
4.2.1.2 Simulasi II.....	23
4.2.1.3 Simulasi III .....	24
4.2.1.4 Simulasi IV .....	25
4.2.1.5 Simulasi V .....	26
4.2.1.6 Simulasi VI.....	27
4.2.1.7 Simulasi VII.....	28
4.2.1.8 Simulasi VIII .....	29

## BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan .....	30
5.2 Saran .....	30

## DAFTAR PUSTAKA

## LAMPIRAN

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP



UIN SUSKA RIAU

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Nilai <i>Error</i> .....	20
4.2 Nilai Parameter.....	21



© Hak Cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



UIN SUSKA RIAU

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1 Simulasi I .....	22
4.2 Simulasi II .....	23
4.3 Simulasi III.....	24
4.4 Simulasi IV.....	25
4.5 Simulasi V.....	26
4.6 Simulasi VI.....	27
4.7 Simulasi VII.....	28
4.8 Simulasi VIII.....	29

© Hak Cipta Milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Lingkungan dan makhluk hidup merupakan dua hal yang saling berkaitan dan tentunya tidak dapat dipisahkan satu sama lainnya. Bentuk hubungan interaksi antara makhluk hidup dengan lingkungannya disebut ekosistem. Dalam ekosistem alami banyak sistem interaksi yang berlangsung, salah satunya interaksi pada rantai makanan yang dikenal istilah *predator prey*. Organisme yang memakan disebut sebagai *predator*, sedangkan organisme yang dimakan disebut sebagai *prey* (mangsa). *Predator* kebanyakan berukuran lebih besar daripada *prey*. Hubungan *prey* dan *predator* sangat erat sebab tanpa adanya *prey*, *predator* tidak dapat hidup. Dalam hal ini *predator* berfungsi sebagai pengendali populasi *prey*.

Dalam cabang ilmu matematika, setiap fenomena yang dijumpai dapat dibuat dalam model matematika. Sama halnya dengan interaksi antara *prey* dan *predator* dapat dibuat model matematika. Pada tahun 1926 Lotka dan Volterra yang merupakan ilmuwan matematika menggambarkan interaksi antara *prey* dan *predator* tersebut melalui model matematika yang kini dikenal dengan nama persamaan Lotka Volterra. Model tersebut berfungsi agar keseimbangan jumlah populasi *predator prey* dapat diamati dalam bentuk perumusan yang sistematis sehingga dapat digunakan oleh peneliti untuk mengendalikan populasi *prey* dan *predator* agar tidak punah.

Beberapa penelitian terdahulu telah membahas mengenai hubungan dinamis *predator prey*, diantaranya menurut [7] tentang “Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Holling Tipe III Pada Kendali Optimal Pemanenan Model *Prey Predator*”. Pada penelitian tersebut dicari pemanenan yang optimum dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin dan Kendali Bang-Bang sehingga didapat sistem dengan control panen yang membuat populasi *predator prey* stabil.

Selanjutnya berdasarkan [5] tentang “Kendali Optimal pada Sistem *Prey Predator* dengan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator*”. Penelitian tersebut membahas pengendalian jumlah pemberian makanan alternatif pada *predator* yang diselesaikan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin



sehingga diperoleh maksimum populasi *prey* dan *predator* serta minimum biaya akibat pemberian makanan alternatif.

Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik memodifikasi [5] yaitu mengubah sistem dinamik dengan fungsi respon Holling tipe III seperti dalam [7] dengan hanya berfokus pada kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey*. Maka penulis mengambil judul “**Kendali Optimal *Prey* pada Sistem *Predator Prey* dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator* ”.**

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model matematika sistem *predator prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*?
2. Bagaimana kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*?

## 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Permasalahan hanya difokuskan pada *prey*.
2. Fungsi Respon menggunakan Holling tipe III.
3. Fungsi tujuan yang digunakan untuk waktu kontinu berhingga.

## 1.4 Tujuan Masalah

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan model matematika pada sistem *predator prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*.
2. Mendapatkan kendali optimal *prey* pada sistem *predator prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*.



## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai wawasan dan ilmu pengetahuan untuk menambah pengetahuan tentang kendali optimal.
2. Memberi kontribusi bagi pembaca untuk membantu mempelajari dan memperdalam masalah dalam sistem *predator prey*.
3. Membantu memecahkan solusi pelestarian lingkungan pada rantai makanan.
4. Sebagai *literature* penunjang khususnya bagi mahasiswa yang menempuh mata kuliah teori kendali.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup 5 bab yaitu :

### **BAB I      Pendahuluan**

Pendahuluan menguraikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, serta sistematika penulisan.

### **BAB II     Landasan Teori**

Landasan teori berisi tentang hal-hal yang dijadikan sebagai dasar teori untuk mengembangkan penulisan tugas akhir.

### **BAB III    Metodologi Penelitian**

Bab ini berisikan tentang metode-metode yang dilakukan agar dapat memperoleh hasil yang dibutuhkan dalam penulisan tugas akhir ini.

### **BAB IV    Pembahasan**

Bab ini berisikan pemaparan cara-cara untuk mendapatkan hasil penelitian tersebut.

### **BAB V     Penutup**

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran.





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau  
 Site Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## BAB II LANDASAN TEORI

### 2.1 Model *Predator Prey* dengan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator*

Berdasarkan [5] model matematika dengan persamaan diferensial dinamik *prey* sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = rx \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{\alpha xy}{1+x} - e_1 x. \quad (2.1)$$

Dengan:

- $x$  : Populasi *prey* pada waktu  $t$
- $y$  : Populasi *predator* pada waktu  $t$
- $r$  : Laju pertumbuhan intrinsik *prey*
- $k$  : Daya dukung lingkungan

$\frac{\alpha y}{1+x}$  : Fungsi respon *predator* (Holling tipe II)

$e_1$  : Upaya pemanenan pada *prey*

Pada Persamaan (2.1) belum terdapat kondisi tambahan ketika *predator* diberikan makanan alternatif. Berikut ini model matematika dari persamaan *prey* dengan pemberian makanan alternatif pada *predator*:

$$\frac{dx}{dt} = rx \left( 1 - \frac{x}{k} \right) - \frac{\alpha Axy}{1+x} - e_1 x, \quad (2.2)$$

dimana  $A$  adalah konstanta yang menyatakan jumlah pemberian makanan alternatif dengan nilai  $A$ ,  $0 < A < 1$ .

Kemudian dalam menentukan kendali optimal pada persamaan *prey* dengan pemberian makanan alternatif pada *predator*, tujuan yang akan dicapai adalah memaksimalkan populasi *prey* dan *predator* dengan meminimumkan biaya akibat pemberian makanan alternatif. Sehingga model matematikanya sebagai berikut.

$$J(C) = w_1 x(T) + w_2 y(T) - w_3 \int_0^T C^2 dt. \quad (2.3)$$

Dengan:

- $w_1$  : Bobot massa *prey* saat waktu tertentu
  - $w_2$  : Bobot massa *prey* saat waktu tertentu
  - $w_3$  : Bobot fungsi biaya sepanjang interval  $T$
  - $x(T)$  : Populasi *prey* pada saat waktu tertentu
  - $y(T)$  : Populasi *predator* pada saat waktu tertentu
  - $C$  : Fungsi biaya akibat pemberian makanan alternatif
- Dimana  $C : 1 - A$ .

## 2.2 Fungsi Respon Holling

Fungsi respon Holling dibedakan menjadi 3 macam, yaitu:

1. Fungsi respon Holling tipe I

Fungsi respon Holling tipe I merupakan fungsi linier, dimana ketika populasi *prey* meningkat daya konsumsi *predator* pun meningkat, sehingga jumlah populasi *predator* semakin meningkat pula. Fungsi respon ini terjadi pada *predator* yang memiliki karakteristik pasif, atau lebih suka menunggu mangsanya, sebagai contoh *predator*-nya adalah laba-laba. Berdasarkan [8] adapun tingkat pertumbuhan *prey* pada fungsi respon Holling I sebagai berikut.

$$h_1(x) = \alpha x, \quad \alpha > 0 \tag{2.4}$$

Dengan:

$\alpha$  : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*

$x$  : Populasi *prey*

2. Fungsi respon Holling tipe II

Fungsi respon tipe II terjadi pada *predator* yang memiliki karakteristik aktif dalam mencari mangsa, sebagai contoh *predator*-nya adalah serigala. Fungsi ini akan meningkat jika tingkat konsumsi menurun dan akan konstan jika mencapai titik kejenuhan (*half saturation*). Dalam hal ini berdasarkan [8], tingkat pertumbuhan *prey* pada fungsi respon Holling II diberikan sebagai berikut.

$$h_2(x) = \frac{\alpha x}{1 + x}, \quad \alpha > 0 \tag{2.5}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak mengizinkan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dengan:

$\alpha$  : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*

$x$  : Populasi *prey*

### 3. Fungsi respon Holling tipe III

Fungsi respon Holling tipe III juga menggambarkan tingkat pertumbuhan *predator*, tetapi dapat terlihat mengenai penurunan tingkat pemangsaan pada saat kepadatan *prey* rendah. Hal tersebut tidak dapat terlihat pada respon Holling tipe II. Fungsi respon tipe III terjadi pada *predator* yang cenderung akan mencari populasi *prey* yang lain ketika populasi *prey* yang dimakan mulai berkurang, contohnya pada rusa tikus yang bertindak sebagai *predator* dan kepompong kupu-kupu bertindak sebagai *prey*. Karena *predator* yang cenderung akan mencari populasi *prey* yang lain, maka tingkat pertemuan antara *prey* dan *predator* adalah dua. Hal ini menyebabkan variabel populasi *prey* menjadi  $x^2$ , sehingga laju populasi menjadi lebih cepat. Berdasarkan [8] adapun tingkat pertumbuhan *prey* pada fungsi respon Holling tipe III diberikan sebagai berikut.

$$h_3(x) = \frac{\alpha x^2}{1 + x^2}, \alpha > 0 \tag{2.6}$$

Dengan:

$\alpha$  : Tingkat konsumsi *predator* terhadap *prey*

$x$  : Populasi *prey*

### 2.3 Prinsip Maksimum Pontryagin

Dalam [3], diberikan Prinsip Maksimum Pontryagin sebagai berikut:

Misal diberikan masalah kendali optimal:

$$\max J(u) = S(x(T), T) + \int_0^T F(x, u, t) dt. \tag{2.7}$$

Dengan persamaan differensial dinamik yaitu:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t), \quad x(0) = x_0. \tag{2.8}$$

Kemudian Persamaan Hamilton:

$$H = F(x, u, t) + \lambda f(x, u, t). \tag{2.9}$$





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Dari Persamaan (2.9) diperoleh:

$$\text{Persamaan Stasioner} : \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.10)$$

$$\text{Persamaan State} : \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \quad (2.11)$$

$$\text{Persamaan Costate} : \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (2.12)$$

## 2.4 Diferensial Matriks

Menurut [2] jika diberikan:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \text{ dan } x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$

Maka berlaku:

$$\frac{d}{dx} A(t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} a_{11}(t) & \frac{d}{dx} a_{12}(t) & \cdots & \frac{d}{dx} a_{1n}(t) \\ \frac{d}{dx} a_{21}(t) & \frac{d}{dx} a_{22}(t) & \cdots & \frac{d}{dx} a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{d}{dx} a_{n1}(t) & \frac{d}{dx} a_{n2}(t) & \cdots & \frac{d}{dx} a_{nn}(t) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Dan

$$\frac{d}{dx} x(t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dx} x_1 \\ \frac{d}{dx} x_2 \\ \vdots \\ \frac{d}{dx} x_n \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Selanjutnya jika  $A$  merupakan matriks dengan entri-entri elemen bilangan riil berukuran  $n \times n$  dan  $x$  dan  $y$  adalah vector  $n \times n$  bilangan riil maka berlaku:

$$\frac{\partial}{\partial x} (y^T Ax) = \begin{bmatrix} \frac{\partial (y^T Ax)}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial (y^T Ax)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} (x^T A^T y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial (x^T A^T y)}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial (x^T A^T y)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = A^T y \quad (2.15)$$

Dan

$$\frac{\partial}{\partial x} (x^T Ax) = 2Ax. \quad (2.16)$$

#### Contoh 2.4:

Tentukan  $\frac{\partial}{\partial x} (y^T Ax) = A^T y$  dengan  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $y^T = [y_1 \quad y_2]$  dan  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ .

Penyelesaian:

$$(y^T Ax) = [y_1 \quad y_2] \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},$$

$$(y^T Ax) = [y_1 \quad y_2] \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ x_1 + 3x_2 \end{bmatrix},$$

$$(y^T Ax) = y_1(x_1 + 2x_2) + y_2(x_1 + 3x_2),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (x_1 y_1 + 2x_2 y_1 + x_1 y_2 + 3x_2 y_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1 y_1 + 2x_2 y_1 + x_1 y_2 + 3x_2 y_2) \\ \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 y_1 + 2x_2 y_1 + x_1 y_2 + 3x_2 y_2) \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (x_1 y_1 + 2x_2 y_1 + x_1 y_2 + 3x_2 y_2) = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 \\ 2y_1 + 3y_2 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (x_1 y_1 + 2x_2 y_1 + x_1 y_2 + 3x_2 y_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}.$$

## 2.5 Persamaan Diferensial Parsial

Menurut [9], persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat satu atau lebih turunan parsial dengan dua atau lebih variabel bebas. Dalam persamaan diferensial parsial perlu diketahui beberapa notasi turunan parsial yang terlibat yaitu:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak Cipta milik UIN Suska Riau  
 State Islamic University of Syahrial-Qasim Riau

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x}, u_t = \frac{\partial u}{\partial t}, u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ dan } u_{yy} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

**Contoh 2.5:**

1. Tentukan  $f_x$  dan  $f_y$  jika  $f(x, y) = xy - 2x$ .

Penyelesaian:

$$f_x = y - 2,$$

$$f_y = x.$$

2. Tentukan  $G_x, G_y$  dan  $G_z$  jika  $G(x, y, z) = xe^{2y} + ye^z$ .

Penyelesaian:

$$G_x = \frac{\partial G}{\partial x} = e^{2y},$$

$$G_y = \frac{\partial G}{\partial y} = 2xe^{2y} + e^z,$$

$$G_z = \frac{\partial G}{\partial z} = ye^z.$$

**2.6 Metode Sweep Forward-Backward**

Solusi kendali optimal diperoleh dengan menyelesaikan persamaan *state* dan persamaan *costate* dengan metode *Sweep* Maju-Mundur [1]. Metode tersebut merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal dengan mendiskritisasi interval  $[0, T]$  di titik-titik  $t_i = 0 + ih$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  dengan  $h$  merupakan ukuran langkah waktu dengan  $t_i = T$ . Selanjutnya, variabel  $x, \lambda$  dan  $u$  dinyatakan  $x(i), \lambda(i)$  dan  $u(i)$ . Adapun langkah-langkah algoritma metode *Sweep* Maju-Mundur sebagai berikut:

Langkah 1: Membuat dugaan awal nilai  $u$ .

Langkah 2: Menggunakan kondisi awal  $x(0) = x_0$  dan nilai awal  $u$  untuk menyelesaikan persamaan *state*  $x$  dengan langkah maju.

$$K_1 = f(t_i, x_i, u_i),$$

$$\begin{aligned}
 K_2 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right), \\
 K_3 &= f\left(t_i + \frac{h}{2}, u_i + \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right), K_4 = f(t_i + h, x_i + hK_3, u_{i+1}), \\
 x_{i+1} &= x_i + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4). \quad [6].
 \end{aligned}$$

Langkah 3: Menggunakan kondisi transversal  $\lambda_i(t_{end}) = 0$  dan nilai  $x$ ,  $\lambda$  dan  $u$  untuk menyelesaikan persamaan *costate* dengan langkah mundur.

$$\begin{aligned}
 j &= N + 2 - i, \\
 K_1 &= f(t_j, \lambda_j, x_j, u_j), \\
 K_2 &= f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right), \\
 K_3 &= f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right), \\
 K_4 &= f(t_j - h, \lambda_j - hK_3, x_{j-1}, u_{j-1}), \\
 \lambda_{j-1} &= \lambda_j - \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4). \quad [6].
 \end{aligned}$$

Langkah 4: Memperbaharui nilai kendali  $u$  dengan memasukkan nilai  $x$  dan  $\lambda$  kedalam persamaan karakteristik dari  $u$ .

Langkah 5: Memeriksa konvergensi, jika nilai-nilai *error* variabel dalam iterasi saat ini dan iterasi sebelumnya dekat, maka nilai-nilai saat ini merupakan solusi. Sebaliknya, jika nilai tidak dekat maka kembali ke langkah 2.

## 2.7 Konvergensi Deret

Secara umum deret tak hingga ditulis sebagai berikut.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$



### Definisi 2.7

Deret tak hingga  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  dikatakan konvergen jika  $\langle S_n \rangle$  barisan dari jumlah bagiannya konvergen. Deret  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  dikatakan divergen jika  $\langle S_n \rangle$ , yaitu barisan dari jumlah bagiannya divergen [4].

### Teorema 2.7

Jika deret  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergen maka  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . Secara ekuivalen, jika  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$  atau jika  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$  tidak ada, maka deret tersebut divergen [4].

### Contoh 2.7

1. Deret  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$  konvergen karena  $\langle S_n \rangle$  barisan dari jumlah bagiannya konvergen. Oleh karenanya  $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_n) = 1$  maka  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Konvergen ke 1 atau ditulis  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$ .

2. Periksa apakah deret  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2n^3+5n^2}$  merupakan deret konvergen atau divergen?

Penyelesaian:

Pandang deret  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  dengan  $a_n = \frac{n^3}{2n^3+5n^2}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{2n^3 + 5n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2 + \frac{5}{n}} = \frac{1}{2}$$

Oleh karena  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$  maka deret  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  divergen.



### BAB III

## METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian pada tugas akhir ini membahas tentang penerapan kendali optimal pada sistem *predator prey*. Dalam penelitian ini akan dilakukan tahapan-tahapan sebagai berikut:

1. Diketahui persamaan diferensial dinamik pada Persamaan (2.2) dan fungsi tujuan pada Persamaan (2.3).
2. Mengubah fungsi respon *predator* pada persamaan diferensial dinamik menjadi fungsi respon *predator* Holling III, fungsi respon tersebut dinyatakan pada Persamaan (2.6).
3. Dibentuk Persamaan Hamilton berdasarkan persamaan diferensial dinamik pada langkah 2 dan fungsi tujuan pada langkah 1.
4. Persamaan Hamilton yang diperoleh pada langkah 3, kemudian ditentukan Persamaan *Stasioner*, Persamaan *State* dan Persamaan *Costate*.
5. Dari Persamaan *Stasioner* didapat fungsi kendali.
6. Menggambar kurva pertumbuhan populasi *prey* menggunakan Metode *Sweep Maju-Mundur*.
7. Menganalisa kendali yang paling optimal dari kurva populasi *prey*.





Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta milik UIN Suska Riau  
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Lenhart, S. & Workman, J. 2007. *Optimal Control Applied to Biological Models*. Chapman and Hall/CRC. London.
- [2] Ogata, Katsuhiko. 2010. *Modern Control Engineering*. Fifth Edition. New Jersey: Prentice Hall Internasional.
- [3] Oruh, B.I. & Agwu, E. U. 2015. Application of Pontryagin's Maximum Principles and Runge Kutta Methods in Optimal Control Problems. *IOSR Journal of Matematics*, 11: 43-63.
- [4] Purcell, Edwin J, Varberg Dale, Rigdon. 2004. *Kalkulus*. Jakarta: Erlangga.
- [5] Resmi, F. dan Subchan. 2019. Kendali Optimal pada Sistem *Prey Predator* dengan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator*. *Matematics Paedagogic*, 4:33-43.
- [6] Rose, G.R. 2015. *Numerical Methods for Solving Optimal Control Problems*. Master's Thesis, Universitas of Tennessee, Knoxville.
- [7] Rifa'i, Mohammad. 2017. Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Holling Tipe III pada Kendali Optimal Pemanenan Model Prey. *Zeta*, 3: 10-13.
- [8] Tsai, C. H. & H. C. Pao. 2004. Global Stability for the Leslie-Gower Predator-Prey System with Time-Delay and Holling's Type Functional Response. *Tunghai Science*, 6: 43-72.
- [9] Verbar, Dale. dkk. 2007. *Calculus Ninth Edition*. Edisi 9. Diterjemahkan oleh: I Nyoman Susila. Jakarta: Erlangga.

UIN SUSKA RIAU



## LAMPIRAN

### M-File Menggambarkan Simulasi I Pertumbuhan Populasi *Prey*

```
function z = tanpakendali
test = -1;
tf=5;
delta=0.001;
M=999;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;

r=2;
k=10;
alfa=0.1;
e1=1.28;
w3=0.5;
y=1.5;
x0=1;

x=zeros(1,M+1);
C=zeros(1,M+1);
lamda=zeros(1,M+1);

while(test < 0)
    oldC=C;
    oldx=x;
    oldlamda=lamda;
    x(1)=x0;

    for i=1:M
        M1 = r*x(i)*(1-(x(i)/k))-((alfa*(1-
        C(i))*((x(i).^2)*y)/(1+(x(i)^2)))-e1*x(i));
        M2 = r*(x(i)+(h2*M1))*(1-((x(i)+h2*M1)/k))-((alfa*(1-0.5*(C(i)-
        C(i+1)))*((x(i)+h2*M1).^2)*y)/(1+(x(i)+h2*M1).^2))-
        (e1*(x(i)+h2*M1));
        M3 = r*(x(i)+(h2*M2))*(1-((x(i)+h2*M2)/k))-((alfa*(1-0.5*(C(i)-
        C(i+1)))*((x(i)+h2*M2).^2)*y)/(1+((x(i)+h2*M2).^2)))-
        (e1*(x(i)+h2*M2));
        M4 = r*(x(i)+h*M3)*(1-((x(i)+h*M3)/k))-((alfa*(1-
        C(i+1))*((x(i)+h*M3).^2)*y)/(1+((x(i)+h*M3).^2)))-
        (e1*(x(i)+h*M1));
        x(i+1) = x(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
    end

    for i = 1:M
        j = M+2-i;
        N1 = -lamda(j)*(r*(1-(2*x(j)/k))-((2*alfa*(1-
        C(j))*x(j)*y)/((1+(x(j).^2)).^2))-e1);
        N2 = -(lamda(j)-h2*N1)*(r*(1-((x(j)-x(j-1))/k))-((alfa*y*(1-
        (0.5*(C(j)-C(j-1))))*(x(j)-x(j-1))/(1+(0.5*(x(j)-x(j-
        1)).^2)).^2))-e1);
```

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

N3 = -(lamda(j)-h2*N2)*(r*(1-((x(j)-x(j-1))/k))-((alfa*y*(1-
(0.5*(C(j)-C(j-1))))*(x(j)-x(j-1)))/((1+((0.5*(x(j)-x(j-
1))).^2)).^2))-e1);
N4 = -(lamda(j)-h*N3)*(r*(1-(2*x(j-1)/k))-((2*alfa*(1-C(j-
1))*x(j)*y)/((1+(x(j-1).^2)).^2))-e1);
lamda(j-1) = lamda(j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
end

temp = (lamda(j-1)*alfa*(x(i+1).^2)*y)/(-2*w3*(1+(x(i+1).^2)));
C1 = 0;
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C)));
err2 = delta*sum(abs(x)-sum(abs(oldx-x)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(olddlamda-lamda)));
test = min(err1,min(err2,err3));
fprintf('pada x(i+1)=%10.8f, lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n', x(i+1), lamda(j-1), abs(oldx-x), abs(olddlamda-lamda));
end

z(1,:)=t;
z(2,:)=x;
z(3,:)=C;
z(4,:)=lamda;

test = -1;
tf=5;
delta=0.001;
M=999;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;

r=2;
k=10;
alfa=0.1;
e1=1.28;
w3=0.5;
y=1.5;
q0=1;

q=zeros(1,M+1);
C=zeros(1,M+1);
lamda=zeros(1,M+1);

while(test < 0)
    oldC=C;
    oldq=q;
    oldlamda=lamda;
    q(1)=q0;

    for i=1:M
        M1 = r*q(i)*(1-(q(i)/k))-((alfa*(1-
C(i))*((q(i).^2)*y)/(1+(q(i)^2)))-(e1*q(i)));
        M2 = r*(q(i)+(h2*M1))*(1-((q(i)+h2*M1)/k))-((alfa*(1-0.5*(C(i)-
C(i+1)))*((q(i)+h2*M1).^2)*y)/(1+(q(i)+h2*M1).^2))-
(e1*(q(i)+h2*M1));

```



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

M3 = r*(q(i)+(h2*M2))*(1-((q(i)+h2*M2)/k))-((alfa*(1-0.5*(C(i)-
C(i+1)))*((q(i)+h2*M2).^2)*y)/(1+(((q(i)+h2*M2).^2))))-
(e1*(q(i)+h2*M2));
M4 = r*(q(i)+h*M3)*(1-((q(i)+h*M3)/k))-((alfa*(1-
C(i+1)))*((q(i)+h*M3).^2)*y)/(1+(((q(i)+h*M3).^2))))-
(e1*(q(i)+h*M1));
q(i+1) = q(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
end

for i = 1:M
j = M+2-i;
N1 = -lamda(j)*(r*(1-(2*q(j)/k))-((2*alfa*(1-
C(j))*q(j)*y)/((1+(q(j).^2)).^2))-e1);
N2 = -(lamda(j)-h2*N1)*(r*(1-((q(j)-q(j-1))/k))-((alfa*y*(1-
(0.5*(C(j)-C(j-1))))*(q(j)-q(j-1)))/(1+((0.5*(q(j)-q(j-
1))).^2)).^2))-e1);
N3 = -(lamda(j)-h2*N2)*(r*(1-((q(j)-q(j-1))/k))-((alfa*y*(1-
(0.5*(C(j)-C(j-1))))*(q(j)-q(j-1)))/(1+((0.5*(q(j)-q(j-
1))).^2)).^2))-e1);
N4 = -(lamda(j)-h*N3)*(r*(1-(2*q(j-1)/k))-((2*alfa*(1-C(j-
1))*q(j)*y)/((1+(q(j-1).^2)).^2))-e1);
lamda(j-1) = lamda(j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
end

temp = (lamda(j-1)*alfa*(q(i+1).^2)*y)/(-2*w3*(1+(q(i+1).^2)));
C1 = 1;
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C)));
err2 = delta*sum(abs(q)-sum(abs(oldq-q)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(oldlamda-lamda)));
test = min(err1,min(err2,err3));
fprintf('pada q(i+1)=%10.8f, lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n',q(i+1),lamda(j-1),abs(oldq-q),abs(oldlamda-lamda));
end

z(1,:)=t;
z(2,:)=q;
z(3,:)=C;
z(4,:)=lamda;

test = -1;
tf=5;
delta=0.001;
M=999;
t=linspace(0,tf,M+1);
h=tf/M;
h2=h/2;

r=2;
k=10;
alfa=0.1;
e1=1.28;
w3=0.5;
y=1.5;
v0=1;

```



### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

v=zeros(1,M+1);
C=zeros(1,M+1);
lamda=zeros(1,M+1);

while(test < 0)
    oldC=C;
    oldv=v;
    oldlamda=lamda;
    v(1)=v0;

    for i=1:M
        M1 = r*v(i)*(1-(v(i)/k))-((alfa*(1-
        C(i))*(v(i).^2)*y)/(1+(v(i)^2)))-e1*v(i));
        M2 = r*(v(i)+(h2*M1))*(1-((v(i)+h2*M1)/k))-((alfa*(1-0.5*(C(i)-
        C(i+1)))*(v(i)+h2*M1).^2)*y)/(1+(v(i)+h2*M1).^2))-
        (e1*(v(i)+h2*M1));
        M3 = r*(v(i)+(h2*M2))*(1-((v(i)+h2*M2)/k))-((alfa*(1-0.5*(C(i)-
        C(i+1)))*(v(i)+h2*M2).^2)*y)/(1+((v(i)+h2*M2).^2)))-
        (e1*(v(i)+h2*M2));
        M4 = r*(v(i)+h*M3)*(1-((v(i)+h*M3)/k))-((alfa*(1-
        C(i+1)))*(v(i)+h*M3).^2)*y)/(1+((v(i)+h*M3).^2)))-
        (e1*(v(i)+h*M1));
        v(i+1) = v(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
    end

    for i = 1:M
        j = M+2-i;
        N1 = -lamda(j)*(r*(1-(2*v(j)/k))-((2*alfa*(1-
        C(j))*v(j)*y)/((1+(v(j).^2)).^2))-e1);
        N2 = -(lamda(j)-h2*N1)*(r*(1-((v(j)-v(j-1))/k))-((alfa*y*(1-
        (0.5*(C(j)-C(j-1))))*(v(j)-v(j-1)))/(1+((0.5*(v(j)-v(j-
        1))).^2)).^2))-e1);
        N3 = -(lamda(j)-h2*N2)*(r*(1-((v(j)-v(j-1))/k))-((alfa*y*(1-
        (0.5*(C(j)-C(j-1))))*(v(j)-v(j-1)))/(1+((0.5*(v(j)-v(j-
        1))).^2)).^2))-e1);
        N4 = -(lamda(j)-h*N3)*(r*(1-(2*v(j-1)/k))-((2*alfa*(1-C(j-
        1))*v(j)*y)/((1+(v(j-1).^2)).^2))-e1);
        lamda(j-1) = lamda(j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
    end

    temp = (lamda(j-1)*alfa*(v(i+1).^2)*y)/(-2*w3*(1+(v(i+1).^2)));
    C1 = min(0.4,max(0.17,temp));
    C = 0.5*(C1+oldC);
    err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C)));
    err2 = delta*sum(abs(v)-sum(abs(oldv-v)));
    err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(oldlamda-lamda)));
    test = min(err1,min(err2,err3));
    fprintf('pada v(i+1)=%10.8f, lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
    err2=%10.8f\n',v(i+1),lamda(j-1),abs(oldv-v),abs(oldlamda-lamda));
end

z(1,:)=t;
z(2,:)=v;
z(3,:)=C;
z(4,:)=lamda;

```





UIN SUSKA RIAU

```
figure(1)
plot(t,x,'g',t,q,'r',t,v,'b','linewidth',2);
xlabel('t (waktu)');
ylabel('x (prey)');
legend('tanpa kendali C=0','tanpa kendali C=1','dengan kendali
Cmin=0,17 & Cmax=0,4');
grid on;
title('Populasi Prey');
grid off
```

#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



UIN SUSKA RIAU



## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Binjai, pada 14 September 1998. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Agus Riadi dan Ibu Sri Widyati. Penulis menyelesaikan pendidikan formal sekolah dasar di SD S PAB UTAMA Binjai pada tahun 2010. Kemudian menyelesaikan pendidikan lanjut tingkat pertama di SMP N 2 Bagan Sinembah pada tahun 2013 dan pendidikan menengah atas di SMA N 2 Bagan Sinembah pada tahun 2016 dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA).

Pada tahun 2016 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, tepatnya Fakultas Sains dan Teknologi, Program Studi Matematika. Penulis melaksanakan Kerja Praktek di Kantor Wilayah Kementerian Agama Provinsi Riau pada Januari 2019 dan menghasilkan laporan Kerja Praktek dengan judul “Analisis Deskriptif Jamaah Umrah Kota Dumai Tahun 2018” dibawah bimbingan Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat. Pada Juli 2019, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sukamaju, Kecamatan Batang Peranap, Kabupaten Indragiri Hulu.

Pada Desember 2020, Penulis Dinyatakan Lulus Dalam Ujian Sarjana Dengan Judul Tugas Akhir “Kendali Optimal *Prey* pada Sistem *Predator Prey* dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator*” dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.