



**KENDALI OPTIMAL *PREDATOR* PADA SISTEM *PREDATOR  
PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN  
PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR***

**TUGAS AKHIR**

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
Pada Program Studi Matematika

Oleh :

**MAHRU YEVA**  
**11654201293**



UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU  
PEKANBARU  
2021**

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Diarangi mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

## LEMBAR PERSETUJUAN

### KENDALI OPTIMAL *PREDATOR* PADA SISTEM *PREDATOR* *PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR*

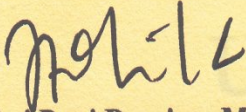
#### TUGAS AKHIR

Oleh:

**MAHRU YEVA**  
**11654201293**

Telah diperiksa dan disetujui sebagai Laporan Tugas Akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 04 Februari 2021

**Ketua Program Studi**

  
**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**

**Pembimbing**

  
**Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.**  
**NIP. 19840803 201101 1 005**



## LEMBAR PENGESAHAN

### KENDALI OPTIMAL *PREDATOR* PADA SISTEM *PREDATOR PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR*

#### TUGAS AKHIR

Oleh:

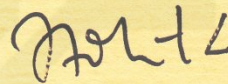
**MAHRU YEVA**

**11654201293**


Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal 04 Februari 2021

Pekanbaru, 04 Februari 2021  
Mengesahkan,

Ketua Program Studi



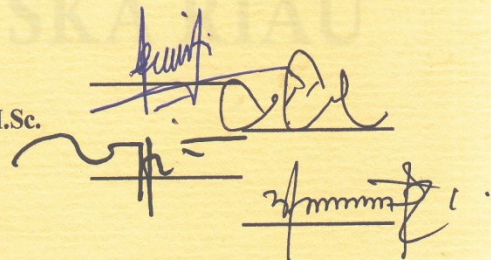
**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
NIP. 19811225 200604 2 003



**Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.**  
NIP. 19660604 199203 1 004

#### DEWAN PENGUJI:

Ketua : Sri Basriati, M.Sc.  
Sekretaris : Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc.  
Anggota I : Wartono, M.Sc.  
Anggota II : Irma Suryani, M.Sc.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR ATAS HAK KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau dan terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dengan mengikuti kaidah ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjam, dan tanggal peminjam.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

© Hak cipta ini dimiliki oleh UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 04 Februari 2021  
Yang membuat pernyataan,

MAHRU YEVA  
NIM. 11654201293

UIN SUSKA RIAU

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Diarangi mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## LEMBAR PERSEMBAHAN

“Katakanlah: “Adakah sama orang-orang yang mengetahui dengan orang-orang yang tidak mengetahui?” sesungguhnya orang yang barakallah yang dapat menerima pelajaran..”  
(QS. Az-Zumar 39:9)

“Barangsiapa yang keluar untuk mencari ilmu maka ia berada di jalan Allah hingga ia pulang”  
(HR.Tarmudzi)

Sembah sujud dan syukur kepada Allah yang telah memberikan kekuatan dan membekalkan dengan ilmu pengetahuan. Begitu luar biasa limpahan karunia yang telah engkau berikan sehingga tugas akhir ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat dan salam kepada nabi Muhammad *shalallahu'alaihi wasallam* senantiasa tercurahkan.

Terima kasih tak terhingga kepada kedua orang tua ayah (Rusli) dan ibu (Zulmahrani) yang selama ini telah membesarkan dan memberikan limpahan kasih sayang serta doa dan dukungan Untuk saudara-saudara, dan keponakan yang tak pernah letih memberikan dukungan, doa serta canda tawa selama ini.

Terima kasih yang sebesar-besarnya kepada dosen pembimbing, penguji dan pengajar yang selama ini telah membimbing dan memberikan ilmu pengetahuan. Terima kasih telah sabar dan ikhlas menuntun dan mengarahkan saya selama ini.

Untuk teman-teman dan sahabat yang selalu ada ketika saya meminta masukan dan setia menjawab setiap pertanyaan. Terimakasih atas segala dukungan dan canda tawa yang telah kita bagi selama ini.

Akhir kata saya ucapkan terimakasih sekali lagi untuk segala bentuk dukungan dari kalian semua.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Diarangi mengumumkannya dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# KENDALI OPTIMAL *PREDATOR* PADA SISTEM *PREDATOR PREY* DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III DAN PEMBERIAN MAKANAN ALTERNATIF PADA *PREDATOR*

**MAHRU YEVA**  
**11654201293**

Tanggal Sidang : 04 Februari 2021  
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

## **ABSTRAK**

Tugas akhir ini membahas tentang bagaimana mendapatkan kendali optimal *predator* pada sistem *predator-prey* dengan menggunakan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*. Dengan menggunakan prinsip maksimum Pontryagin maka akan dibentuk persamaan *Hamilton*, persamaan *state*, persamaan *costate*, dan persamaan *stationer* yang selanjutnya akan disimulasikan menggunakan metode *Sweep* maju-mundur Runge kutta orde-4. Simulasi numerik yang diperoleh menunjukkan pertumbuhan populasi *predator* menurun ketika semakin kecil koefisien pemberian makanan alternatif yang diberikan serta semakin besar upaya pemanenan pada *predator*, dan semakin besar faktor kematian alami *predator*. Namun semakin besar koefisien pemberian makanan alternatif maka semakin besar pula pertumbuhan populasi *predator*.

**Kata Kunci:** *sistem predator-prey, Holling tipe III, metode Sweep maju-mundur.*



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
2. Dilarang mengumpulkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

# ***OPTIMAL CONTROL OF PREDATOR IN PREDATOR PREY SYSTEM WITH HOLLING TYPE III RESPONSE FUNCTION AND ALTERNATIVE FEEDING FOOD TO PREDATORS***

**MAHRU YEVA**  
**11654201293**

*Date of Final Exam : 04 February 2021*  
*Graduation Ceremony Priod :*

*Department of Mathematics*  
*Faculty of Science and Technology*  
*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*  
*Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru*

## ***ABSTRACT***

*The final assigment is about optimal control of predator in predator prey system with Holling type III response function and alternative feeding food to predators. By using the Pontryagin maximum principle, the Hamilton equation, state equation, costate equation, and stationer equation will be formed. Next simulated using sweep forward-backward Runge-Kutta orde-4 methods. Numerical simulation obtained show that the growth of the predators population decreases when the coeffisient of alternatif feeding becomes smaller, coefficient predator harvesting and the greater the natural mortality factors for predators. But, the more alternative feeding food to predator, so higher population growth of predator.*

***Keywords:*** *predator-prey system, Holling type III, Sweep forward-backward method.*



## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

*Alhamdulillahirobbil'alamin* puji syukur kepada Allah *Subhanahu Wa ta'ala* karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul “**Kendali Optimal Predator pada Sistem Predator-Prey dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada Predator**”. Shalawat beserta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad *Shallallahu'alaihi Wa Sallam*, semoga kita semua mendapat syafa'atnya kelak.

Rasa terimakasih yang sangat besar penulis ucapkan kepada keluarga tercinta Ayah (Rusli) serta Ibu (Zulmahrani) yang telah memberikan doa, motivasi, dukungan, semangat dan kasih sayang yang tak ternilai harganya. Tidak lupa rasa terima kasih kepada kakak-kakak, abang-abang serta adik tercinta yang telah memberikan semangat dan canda tawa kepada penulis. Dalam penyusunan dan penyelesaian tugas akhir ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, perhatian serta semangat dari berbagai pihak baik langsung maupun tidak langsung. Pada kesempatan ini pula, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Suyitno M.Ag., selaku Plt. Rektor UIN Suska Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Sri Basriati, M.Sc., selaku Ketua Sidang Tugas Akhir ini.
5. Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc., selaku Pembimbing yang telah sabar dan ikhlas memberikan arahan dan bimbingan selama penulis menyelesaikan tugas akhir ini.
6. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

7. Ibu Irma Suryani, M.Sc., selaku Penguji yang telah banyak memberikan kritik serta saran kepada penulis.
8. Semua Bapak dan Ibu Dosen Prodi Matematika yang telah banyak memberi ilmu pengetahuan dan motivasi selama penulis menjalani pendidikan.
9. Semua Admin Prodi Matematika di Fakultas yang telah banyak membantu penulis.
10. Teman-teman barokah teristimewa Arnis, Lilik, Minah, dan Icin yang selalu setia menjawab setiap pertanyaan dan dukungan penuh kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini.
11. Safitri Wahyuni, teman yang setia membantu dan mensupport penulis.
12. Serta teman-teman kelas C yang selalu membantu dan memberi *support* kepada penulis.

Semoga kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari *Allah Subhanahu Wa ta'ala*. Selanjutnya, dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis menyadari bahwa masih banyak sekali kekurangan oleh karena itu penulis berharap kritik dan saran yang membangun dari pembaca. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat kepada pihak-pihak yang memerlukannya. *Aamiin ya robbal'alamiin*

*Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.*

Pekanbaru, 04 Februari 2021

Mahru Yeva



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© HAK Cipta dilindungi Undang-Undang  
 UIN SUSKA RIAU  
 State Islamic University of Sultan Syaif Kasim Riau

## DAFTAR ISI

|  | <b>Halaman</b> |
|--|----------------|
| <b>LEMBAR PERSETUJUAN</b> .....  | ii             |
| <b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....   | iii            |
| <b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL</b> .....  | iv             |
| <b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....   | v              |
| <b>LEMBAR PERSEMBAHAN</b> .....  | vi             |
| <b>ABSTRAK</b> .....   | vii            |
| <b>ABSTRACT</b> .....  | viii           |
| <b>KATA PENGANTAR</b> .....  | ix             |
| <b>DAFTAR ISI</b> .....  | xi             |
| <b>DAFTAR TABEL</b> .....  | xiii           |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b> .....   | xiv            |
| <b>BAB I PENDAHULUAN</b>   |                |
| 1.1 Latar Belakang .....   | 1              |
| 1.2 Rumusan Masalah .....  | 2              |
| 1.3 Batasan Masalah .....  | 2              |
| 1.4 Tujuan Penelitian .....  | 3              |
| 1.5 Manfaat Penelitian .....   | 3              |
| 1.6 Sistematika Penulisan .....  | 3              |
| <b>BAB II LANDASAN TEORI</b>   |                |
| 2.1 Model <i>Predator Prey</i> .....   | 5              |
| 2.2 Fungsi Respon .....  | 6              |
| 2.3 Metode Sweep Forward-Backward .....  | 7              |
| 2.4 Model <i>Predator-Prey</i> dengan Pemberian Makanan Alternatif pada<br><i>Predator</i> ..... | 8              |
| 2.5 Prinsip Maksimum Pontryagin .....  | 11             |
| <b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b>   |                |



## BAB IV PEMBAHASAN

|  |    |
|--|----|
| 4.1 Penerapan Prinsip Maksimum Pontryagin dalam Model <i>predator</i> pada Sistem <i>Predator Prey</i> dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada <i>Predator</i> ..... | 13 |
| 4.2 Penyelesaian Numerik dengan Metode <i>Sweep</i> Maju-mundur Runge Kutta orde-4.....  | 15 |
| 4.2.1 Penyelesaian Persamaan <i>State</i> Runge Kutta Orde-4 .....   | 15 |
| 4.1.2 Penyelesaian Persamaan <i>CoState</i> Runge Kutta Orde-4....   | 16 |
| 4.3 Hasil Analisa Numerik .....  | 17 |
| 4.3.1 Simulasi I.....  | 18 |
| 4.3.1.1 Kondisi Pertama .....  | 19 |
| 4.3.1.2 Kondisi Kedua .....  | 20 |
| 4.3.1.3 Kondisi Ketiga.....  | 21 |
| 4.3.2 Simulasi II.....   | 22 |
| 4.3.2.1 Kondisi Pertama .....  | 22 |
| 4.3.2.2 Kondisi Kedua .....  | 23 |
| 4.3.2.3 Kondisi Ketiga.....  | 24 |
| 4.3.3 Simulasi III .....   | 24 |
| 4.3.3.1 Kondisi Pertama .....  | 25 |
| 4.3.3.2 Kondisi Kedua .....  | 26 |
| 4.3.3.3 Kondisi Ketiga.....  | 27 |
| 4.3.4 Simulasi IV .....  | 28 |
| 4.3.4.1 Kondisi Pertama .....  | 28 |
| 4.3.4.2 Kondisi Kedua .....  | 29 |
| 4.3.4.3 Kondisi Ketiga.....  | 30 |

## BAB V PENUTUP

|                      |    |
|----------------------|----|
| 5.1 Kesimpulan ..... | 31 |
| 5.2 Saran .....      | 31 |

## DAFTAR PUSTAKA

## LAMPIRAN

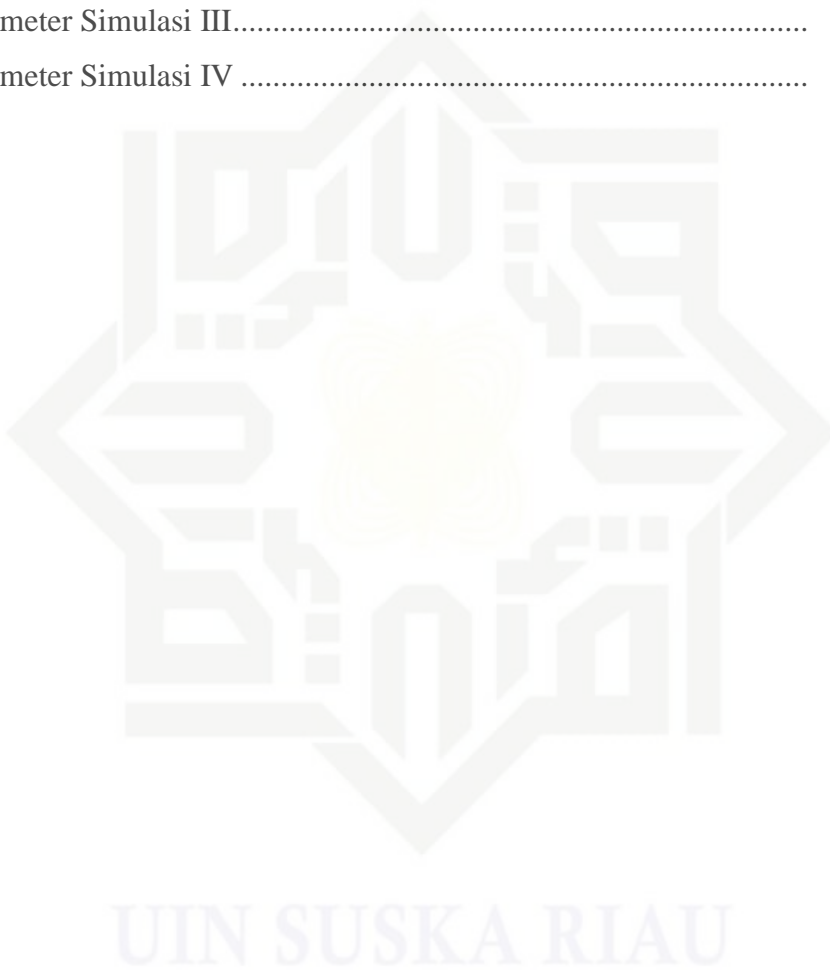
## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR TABEL

| <b>Tabel</b>                          | <b>Halaman</b> |
|---------------------------------------|----------------|
| 4.1 Nilai Parameter.....              | 18             |
| 4.2 Nilai Parameter Simulasi I.....   | 18             |
| 4.3 Nilai Parameter Simulasi II.....  | 22             |
| 4.4 Nilai Parameter Simulasi III..... | 25             |
| 4.5 Nilai Parameter Simulasi IV.....  | 28             |



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DAFTAR GAMBAR

| <b>Gambar</b>   | <b>Halaman</b> |
|---|----------------|
| 2.1 Skema Persamaan Dinamik <i>Predator</i> pada Sistem <i>Predator-Prey</i> .....  | 9              |
| 2.2 Skema Persamaan Dinamik <i>Predator</i> pada Sistem <i>Predator-Prey</i> setelah diberikan Tambahan Makanan Alternatif..... | 10             |
| 4.1 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 0$ .....   | 19             |
| 4.2 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 1$ .....   | 20             |
| 4.3 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ( $C_{\min} = 0.17$ dan $C_{\max} = 0.4$ ).....  | 21             |
| 4.4 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 0$ .....   | 22             |
| 4.5 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 1$ .....   | 23             |
| 4.6 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ( $C_{\min} = 0.17$ dan $C_{\max} = 0.4$ ).....  | 24             |
| 4.7 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 0$ .....   | 25             |
| 4.8 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 1$ .....   | 26             |
| 4.9 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ( $C_{\min} = 0.17$ dan $C_{\max} = 0.4$ ).....  | 27             |
| 4.10 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 0$ .....  | 28             |
| 4.11 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ketika $C = 1$ .....  | 29             |
| 4.12 Pertumbuhan Populasi <i>Predator</i> ( $C_{\min} = 0.17$ dan $C_{\max} = 0.4$ ).....                                       | 30             |

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Ekologi merupakan cabang ilmu dalam biologi yang mempelajari tentang hubungan makhluk hidup dengan habitatnya. Dalam ekologi terdapat suatu sistem yang dibentuk dari suatu interaksi timbal balik yang dikenal dengan sistem ekologi atau ekosistem. Ada beberapa ciri-ciri dalam ekosistem yang salah satunya yaitu terdapat aliran energi dari suatu tingkat ketingkat lainnya, aliran energi tersebut dapat berupa rantai makanan. Rantai makanan merupakan lintasan konsumsi makanan yang terdiri dari beberapa spesies organisme. Bagian paling sederhana dari suatu rantai makanan berupa interaksi dua spesies yaitu interaksi antara *prey* dan *predator*. *Prey* merupakan suatu organisme yang dimakan atau mangsa, sedangkan *predator* adalah suatu organisme yang memakan atau pemangsa. Kehadiran *predator* memberikan pengaruh pada *prey*. Keduanya memiliki hubungan yang sangat erat, karena tanpa adanya *prey* (mangsa) *predator* (pemangsa) tidak dapat hidup. Populasi *prey* memiliki persediaan makanan yang cukup di lingkungannya, sedangkan pada populasi *predator*, makanannya bergantung pada populasi *prey*. Apabila populasi *prey* terbatas, maka populasi *predator* akan menurun.

Beberapa penelitian terdahulu tentang *prey* dan *predator* diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Didiharyono pada tahun 2016 dengan judul “Analisis Kestabilan dan Keuntungan Maksimum Model *Predator Prey* dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dengan Usaha Pemanenan”. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa model mangsa pemangsa dengan fungsi respon Holling Tipe III memiliki dua titik ekuilibrium yang salah satunya merupakan titik inferior yang stabil asimtotik berdasarkan uji kestabilan Hurwitz dan pemanenan pada populasi mangsa pemangsa yang memberikan keuntungan maksimum.

Penelitian serupa dilakukan oleh Muhammad Rifai [9] dengan judul “Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Holling tipe III pada Kendali Optimal Pemanenan Model *Prey Predator*”. Pada penelitian ini menunjukkan bahwa

sistem dengan kontrol dan adanya makanan alternatif memberikan keuntungan lebih besar dibandingkan sistem dengan tidak memberikan makanan alternatif. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Fitroh Resmi dan Subchan [8] tentang “Kendali Optimal pada Sistem *Prey Predator* dengan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator*”. Penelitian tersebut membahas tentang pengendalian jumlah pemberian makanan alternatif pada *predator* menggunakan prinsip Maksimum Pontryagin sehingga diperoleh populasi *prey* dan *predator* yang maksimum serta meminimumkan biaya pemberian makanan alternatif.

Dari uraian yang telah dijabarkan diatas, penulis tertarik mengulas kembali penelitian yang telah dilakukan oleh Fitroh Resmi dan Subchan [8] dengan fokus pada kendali optimal *predator* pada sistem *predator-prey* serta menggunakan fungsi Holling tipe III seperti penelitian yang telah dilakukan oleh Didiharyono [2] dan Muhammad Rifa’i [9] dengan judul “**Kendali Optimal Predator Pada Sistem Predator-Prey dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada Predator**”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model matematika pada sistem *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*?
2. Bagaimana kendali optimal *predator* pada sistem *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*?

## 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Permasalahan difokuskan pada *predator*.
2. Menggunakan fungsi respon Holling tipe III
3. Fungsi tujuan dalam tugas akhir ini adalah untuk waktu kontinu berhingga.

#### 1.4 Tujuan Masalah

Tujuan penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan model matematika pada sistem *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*
2. Untuk mendapatkan kendali optimal *predator* pada sistem *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*

#### 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan dan pengetahuan tentang kendali optimal.
2. Memberikan pembaca wawasan lebih untuk mempelajari masalah dalam sistem *predator-prey*.
3. Sebagai literature bagi mahasiswa yang akan mempelajari mata kuliah teori kendali.

#### 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup 5 bab yaitu:

##### **BAB I Pendahuluan**

Pendahuluan menjelaskan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

##### **BAB II Landasan Teori**

Landasan teori berisi tentang hal-hal yang dijadikan sebagai dasar teori dalam mengembangkan tugas akhir ini.

##### **BAB III Metodologi Penelitian**

Metodologi penelitian menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan hasil yang dibutuhkan dalam tugas akhir ini.



## **BAB IV Pembahasan**

Pembahasan berisikan penjelasan cara-cara untuk mendapatkan hasil dari penelitian.

## **BAB V Penutup**

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran.



### **Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Diarangi mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Model *Predator-Prey*

Model yang terdiri atas dua spesies berbeda dengan salah satu dari keduanya menyediakan makanan untuk yang lainnya merupakan salah satu model interaksi spesies antara mangsa dan pemangsa yang populer dalam pemodelan matematika. Interaksi antar populasi ini dinamakan relasi atau hubungan *predator-prey*, dengan *prey* sebagai spesies yang dimangsa, dan *predator* sebagai spesies yang memangsa. Model *predator prey* pertama kali diperkenalkan oleh Lotka pada tahun 1925, dan Volterra pada tahun 1926, sehingga model ini juga disebut model Lotka-Volterra [1]. Model *predator-prey* yang paling sederhana didasarkan pada model *Lotka-Volterra*. Untuk memodelkan interaksi antara kedua spesies tersebut, pertama kali akan diperhatikan tingkat pertumbuhan *predator* dan *prey* jika tidak ada interaksi. Dalam hal ini, pertumbuhan spesies *prey* yang dinotasikan dengan  $x(t)$  yaitu:

$$\frac{dx}{dt} = ax \quad (2.1)$$

dimana  $x$  menyatakan jumlah populasi *prey*,  $a > 0$  merupakan konstanta pertumbuhan, dan  $t$  adalah waktu. Dalam hal ini, populasi *prey* akan terus tumbuh tanpa batasan dengan asumsi bahwa persediaan makanannya cukup dan tidak terbatas. Sedangkan dengan menganggap bahwa *predator* tidak berkompetisi dengan sesamanya, maka tanpa adanya *prey*, populasi *predator* akan mengalami penurunan, pertumbuhan spesies *predator* dinotasikan  $y(t)$  yaitu:

$$\frac{dy}{dt} = -by \quad (2.2)$$

dimana  $y$  merupakan jumlah populasi *predator* serta  $b$  adalah konstanta penurunan. Alasan terjadi penurunan dalam hal ini karena pada dasarnya *predator* akan mati jika tidak ada makanan.

Selanjutnya hubungan interaksi antara keduanya diperhitungkan dengan fakta bahwa spesies *predator* akan memakan *prey*. Sehingga diperoleh persamaan berikut:



$$\frac{dx}{dt} = ax - axy \quad (2.3)$$

$$\frac{dy}{dt} = -by + bxy \quad (2.4)$$

dengan:

- $a$  : Koefisien laju kelahiran *prey*
- $b$  : Koefisien laju kematian *predator*
- $a$  dan  $\beta$ : Konstanta interaksi

Model Lotka-Volterra belum memperhitungkan waktu yang diperlukan oleh *predator* untuk mencerna makanannya serta pada kenyataannya makanan dari *prey* terbatas. Pada model ini waktu yang diperlukan *predator* untuk mencerna makanannya tidak diperhatikan. Tetapi dalam kenyataannya ketika terjadi serangan *prey* oleh *predator*, maka secara realistik *predator* memerlukan waktu untuk mencerna makanannya [10].

## 2.2 Fungsi Respon

Fungsi respon dalam ekologi adalah jumlah makanan yang dimakan oleh *predator* sebagai fungsi kepadatan makanan [4]. Fungsi respon dibagi atas tiga macam, yaitu fungsi respon tipe I, fungsi respon tipe II, dan fungsi respon tipe III. Fungsi respon tipe I terjadi pada predator yang memiliki karakteristik pasif, atau lebih suka menunggu mangsanya. Contoh dari fungsi respon tipe I terjadi pada laba-laba. Berikut model fungsi respon Holling tipe I.

$$F^{(I)}(x) = ax \quad (2.5)$$

dimana:

- $F^{(I)}$ : Fungsi Holling tipe I
- $a$  : Tingkat konsumsi maksimum *predator* terhadap *prey*
- $x$  : Jumlah populasi *prey*

Fungsi respon tipe II terjadi pada *predator* yang memiliki karakteristik aktif. Model ini mengasumsikan bahwa *predator* menghabiskan waktu untuk mencari *prey*, contohnya adalah serigala.

$$F^{(II)}(x) = \frac{ax}{1+x} \quad (2.6)$$

dimana:

$F^{(II)}$ : Fungsi Holling tipe II

$a$  : Tingkat konsumsi maksimum *predator* terhadap *prey*

$x$  : Jumlah populasi *prey*

Sedangkan untuk fungsi respon tipe III terjadi pada *predator* yang cenderung mencari populasi *prey* yang lain ketika populasi *prey* yang dimakan berkurang.

Karena *predator* yang cenderung mencari populasi *prey* yang lain, maka tingkat pertemuan antara *prey* dan *predator* adalah dua [6]. Sebagai contoh dari fungsi respon tipe III yaitu anjing air atau otter yang makanan utamanya adalah spesies ikan namun jika populasi ikan berkurang maka anjing air dapat memakan beberapa krustasea (udang-udangan) dan bahkan ular sungai.

$$F^{(III)}(x) = \frac{ax^2}{1+x^2} \quad (2.7)$$

dimana:

$F^{(III)}$ : Fungsi Holling tipe III

$a$  : Tingkat konsumsi maksimum *predator* terhadap *prey*

$x$  : Jumlah populasi *prey*

### 2.3 Metode Sweep Forward-Backward

Solusi kendali optimal diperoleh dengan menyelesaikan persamaan *state* dan persamaan *co state* dengan menggunakan metode *sweep* maju-mundur [5]. Metode *sweep* maju-mundur merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kendali optimal dengan mendriskritisasi interval  $[0, T]$  di titik-titik  $t_1 = 0 + ih, i = 1, 2, \dots, n$ , dengan  $h$  merupakan ukuran langkah waktu dengan  $t_1 = T$ . Selanjutnya, variabel  $X, \lambda$  dan  $E$  dinyatakan  $X(i), \lambda(i)$  dan  $E(i)$ . Langkah-langkah dalam penyelesaian metode *sweep* maju-mundur adalah:

Langkah 1: Membuat dugaan nilai awal  $E$ .

Langkah 2: Menggunakan kondisi awal  $X(0) = X_0$  dan nilai awal  $E$  untuk menyelesaikan persamaan *state*  $X$  dengan langkah maju metode *range-kutta* orde 4.

$$K_1 = (t_i, X_i, E_i),$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$K_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, X_i + \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(E_i + E_{i+1})\right),$$

$$K_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, X_i + \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(E_i + E_{i+1})\right),$$

$$K_4 = f(t_i + h, X_i + hK_2, E_{i+1}),$$

$$X_{i+1} = X + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) [3].$$

Langkah 3: Menggunakan kondisi transversal  $\lambda_i(t_{end}) = 0$  dan nilai  $x, \lambda$  dan  $E$  untuk menyelesaikan persamaan *costate* dengan langkah mundur metode *range-kutta* orde-4.

$$j = N + 2 - i,$$

$$K_1 = (t_j, \lambda_j, X_j, E_j),$$

$$K_2 = f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_1, \frac{1}{2}(X_j - X_{j-1}), \frac{1}{2}(E_j + E_{j+1})\right),$$

$$K_3 = f\left(t_j - \frac{h}{2}, \lambda_j - \frac{h}{2}K_2, \frac{1}{2}(X_j - X_{j-1}), \frac{1}{2}(E_j + E_{j+1})\right),$$

$$K_4 = f(t_j - h, \lambda_j - hK_3, X_j - 1, E_{j-1}),$$

$$\lambda_{j-1} = \lambda_j - \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) [3].$$

Langkah 4: Memperbarui nilai kendali  $E$  dengan memasukkan nilai  $X$  dan  $\lambda$  ke dalam persamaan karakteristik dari  $E$ .

Langkah 5: Memeriksa konvergensi jika nilai error setiap variabel dalam iterasi saat ini dan iterasi sebelumnya kurang dari  $10^{-3}$  maka nilai-nilai saat ini merupakan solusi. Sebaliknya, jika nilai error lebih dari  $10^{-3}$  maka kembali ke langkah-2.

#### 2.4 Model *Predator-Prey* dengan Pemberian Makanan Alternatif pada *Predator*

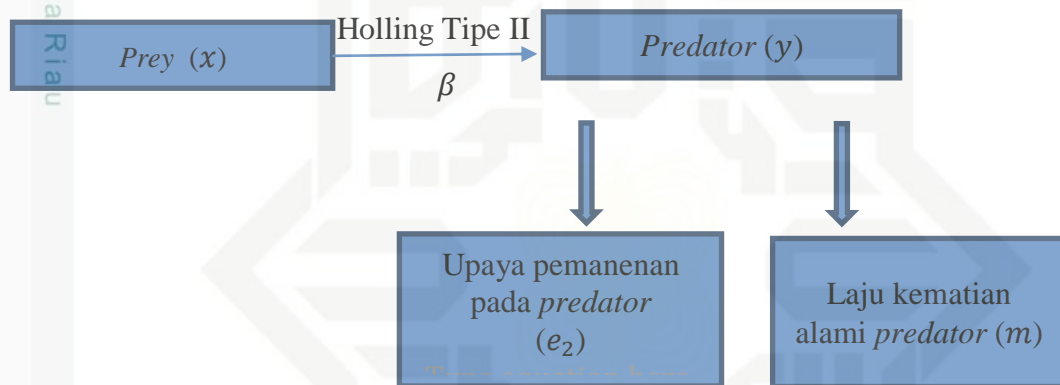
Model matematika dari sistem dinamik *predator-prey* pada penelitian yang dilakukan oleh Fitroh dan Subchan [9] adalah sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\beta \alpha xy}{1+x} - my - e_2y \quad (2.8)$$

Dengan:

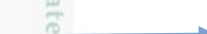
- $x$  : Populasi *prey* pada saat waktu  $t$
- $y$  : Populasi *predator* pada saat waktu  $t$
- $m$  : Laju kematian alami *predator*
- $\beta$  : Laju konversi dari biomassa *prey* ke biomassa *predator*
- $\frac{\alpha xy}{1+x}$  : Fungsi respon *predator* (Holling tipe II)
- $e_2$  : Upaya pemanenan pada *predator*

Persamaan dinamik *predator* pada persamaan (2.8) akan digambarkan dalam bentuk skema berikut:



Gambar 2.1. Skema Persamaan Dinamik *Predator* pada Sistem *Predator-Prey*

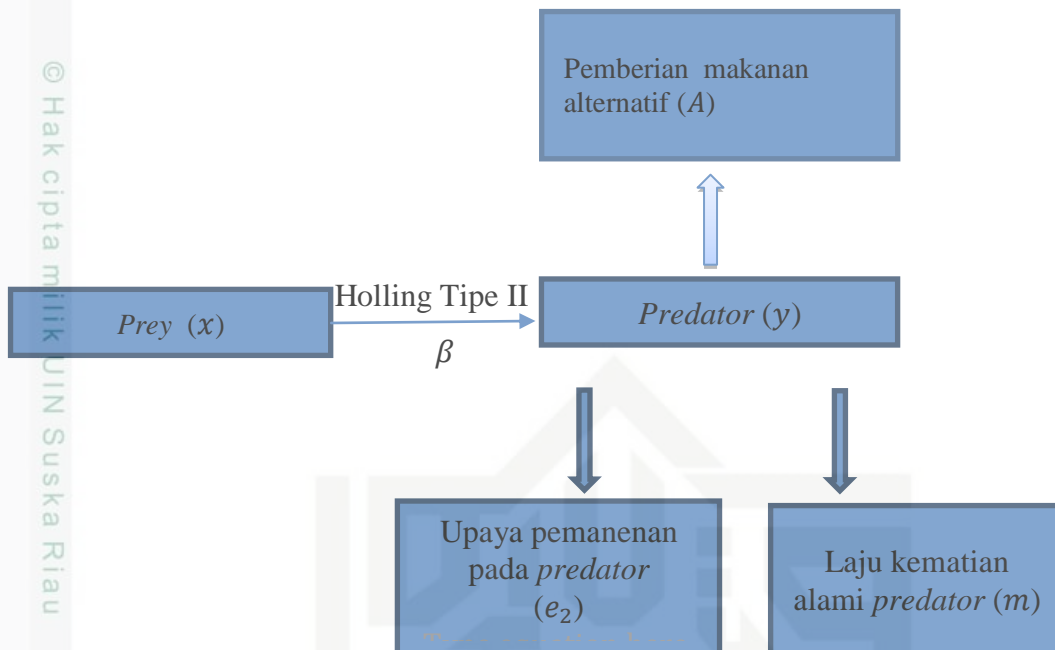
Keterangan:

-  : Interaksi
-  : Kematian

Persamaan (2.8) adalah kondisi ketika belum diberikan tambahan makanan alternatif pada *predator*. Berikut ini diberikan model matematika dari sistem *predator-prey* setelah diberikan tambahan makanan alternatif.




$$\frac{dy}{dt} = \frac{\beta A \alpha xy}{1+x} + (1 - A)y - my - e_2 y \quad (2.9)$$

Dimana  $A$  adalah konstanta untuk menyatakan jumlah pemberian makanan alternatif dengan nilai  $A, 0 < A < 1$ . Persamaan dinamik *predator* pada persamaan (2.9) akan digambarkan dalam bentuk skema berikut:



Gambar 2.2. Skema Persamaan Dinamik *Predator* pada Sistem *Predator-Prey* setelah diberikan Tambahan Makanan Alternatif

Keterangan:

-  : Interaksi
-  : Kematian
-  : Pertumbuhan

Tujuan yang ingin dicapai adalah memaksimalkan populasi *prey* dan *predator* dengan meminimumkan biaya dengan adanya tambahan makanan alternatif. Model matematikanya sebagai berikut.

$$J(C) = \omega_1 x(T) + \omega_2 y(T) - \omega_3 \int_0^T C^2 dt \quad (2.10)$$

Dengan

$\omega_1$  : Bobot massa *prey* saat waktu tertentu

$\omega_2$  : Bobot massa *predator* saat waktu tertentu

$\omega_3$  : Bobot fungsibiaya sepanjang interval  $T$

$x(T)$  : Populasi *prey* pada saat waktu tertentu

$y(T)$  : Populasi *predator* pada saat waktu tertentu

$C$  : Fungsi biaya akibat pemberian makanan alternatif

dimana  $C = 1 - A$

## 2.5 Prinsip Maksimum Pontryagin

Dalam Oruh (2015) misalnya diberikan prinsip maksimum Pontryagin sebagai berikut.

Dimisalkan diberikan masalah kendali optimal:

$$\text{Max } J(U) = S(x(T), T) + \int_0^T F(x, u, t) dt, \quad (2.11)$$

Persamaan (2.4) merupakan fungsi tujuan, selanjutnya misalkan diberikan persamaan diferensial dinamik berikut:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t), x(0) = x_0. \quad (2.12)$$

Selanjutnya akan dibentuk kendali  $u$ , dengan terlebih dahulu dibentuk persamaan Hamilton yaitu:

$$H(x, u, t, \lambda) = F(x, u, t) + \lambda f(x, u, t) \quad (2.13)$$

Selanjutnya dari persamaan *Hamilton* (2.13) dicari persamaan-persamaan berikut:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \text{ (persamaan } state), \quad (2.14)$$

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} \text{ (persamaan } costate), \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0, \text{ (persamaan } stationer), \quad (2.16)$$

Sehingga dari persamaan *state* sampai dengan persamaan *stationer* akan diperoleh kendali yang optimal.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB III

### METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini akan dilakukan langkah langkah sebagai berikut:

1. Diketahui persamaan diferensial dinamik pada persamaan (2.9).
2. Diketahui fungsi tujuan pada persamaan (2.10).
3. Mengubah fungsi respon *predator* pada persamaan diferensial dinamik menjadi fungsi respon *predator* Holling tipe III yaitu  $F^{(III)}(x) = \frac{\alpha x^2}{1+x^2}$ .
4. Kemudian dari langkah nomor 2 dan 3, akan dibentuk persamaan *Hamilton* pada persamaan (2.13).
5. Selanjutnya berdasarkan persamaan (2.13) akan dibentuk persamaan persamaan berikut:
  - a. Persamaan *state* pada persamaan (2.14)
  - b. Persamaan *costate* pada persamaan (2.15)
  - c. Persamaan *stationer* pada persamaan (2.16)
6. Dari persamaan *stationer* akan didapatkan fungsi kendali.
7. Persamaan *state* dan *costate* memiliki bentuk non linier. Maka langkah selanjutnya yaitu menyelesaikan Persamaan *state* dan *costate* secara numerik menggunakan metode *Sweep Forward-backward*.
8. Kemudian dianalisa kestabilan persamaan dinamik berdasarkan langkah nomor 7 dengan melihat grafik pertumbuhan *predator*.

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Dari hasil penyelesaian Bab 4 didapatkan kendali optimal *predator* pada sistem *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator* dan analisa secara numerik menggunakan metode *Sweep Maju-mundur Runge Kutta* orde-4 serta diaplikasikan menggunakan Matlab. Menggunakan prinsip maksimum Pontryagin diperoleh fungsi biaya akibat pemberian makanan alternatif yaitu:  $C^* = \frac{\alpha\beta\lambda x^2 y + \lambda y + \lambda y x^2}{-2w_3(1+x^2)}$ .

Hasil output dari program Matlab yang didapat adalah grafik yang menunjukkan bahwa upaya pemanenan pada *predator* dan kematian alami *predator* sangat berpengaruh terhadap pertumbuhan populasi *predator*. semakin besar koefisien upaya pemanenan pada *predator* dan kematian alami *predator* maka semakin menurun pertumbuhan populasi *predator*. selain itu, koefisien pemberian makanan alternatif juga berpengaruh terhadap pertumbuhan populasi *predator*. semakin besar pemberian tambahan makanan alternatif maka semakin meningkat pertumbuhan populasi *predator*.

#### 5.2 Saran

Pada tugas akhir ini permasalahan yang dibahas adalah kendali optimal *predator* pada sistem *predator-prey* dengan fungsi respon Holling tipe III dan pemberian makanan alternatif pada *predator*, sehingga untuk tugas akhir berikutnya disarankan untuk menggunakan metode lainnya agar dapat menambah wawasan dan pengetahuan bagi pembaca dalam memahami masalah kendali optimal.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Boyce, W. E. dan Diprima, R.C. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, Ninth Edition*. John Willey & Sons Inc, New York. 2008.
- [2] Didiharyono. Analisis Kestabilan dan Keuntungan Maksimum Model Predator-Prey Fungsi Respon Tipe Holling III dengan Usaha Pemanenan. *Jurnal Masagena*, Vol. 11, No. 2, Mei 2016
- [3] Garret, R.R. *Numerical Methods of Solving Optimal Control Problems*. Knoxville. University of Tennessee. 2015.
- [4] Hunsicker, E. N. L, dkk. Functional Responses and Scalling *Predator-Prey Interaction of Marine Fishes*. Contemporary Issues and Emerging Concepts. *Ecology letters*, 2011.
- [5] Lenhart, S. dan Workman, J. *Optimal Control Applied to Biological Model*. Chapman and Hall/CRC. London, 2007.
- [6] Ndan, J. N., dan Kaseem. T. G. A Mathematical Model for The Dynamics of Predator-Prey Interactions in A Three-Thropic Level Food Web. *Continental J. Applied Science*, 4, 32-34, 2009.
- [7] Oruh, B.I. dan Agwu, E.U. Application of pontriagyn's maximum and range kutta methods in optimal control problems. *IOSR journal of mathematics* 11(5): 43 – 63, 2015.
- [8] Resmi, F. dan Subchan. Kendali Optimal pada Sistem Prey Predator dengan Pemberian Makanan Alternatif pada Predator. *Jurnal Matematika ITS*, 2019.
- [9] Rifa'i, M. Pengaruh Makanan Alternatif dan Fungsi Holling Tipe III pada Kendali Optimal Pemanenan Model Prey Predator. *Zeta-Math Journal*, Vol. 3, No. 01, Mei 2017.
- [10] Roat, M. Bifukkasi Hopt pada Sistem Predator Prey dengan Fungsi Respon Tipe II. *Jurnal Universitas Negeri Yogyakarta*, 3(3): 1-2, 2012.
- [11] Suzyanna. Interaksi Antara Predator-Prey dengan Faktor Pemanenan Prey. *Journal of Scientific Modelling & Computation*, 1:58-66, Surabaya: Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga. 2013.

## Lampiran 1

### M-File untuk Menggambarkan Simulasi I Pertumbuhan Populasi Prey Tanpa Kendali $C = 0$

```
function z = tanpakendali
test = -1;

tf = 5;
delta = 0.001;
M = 999;
t = linspace (0, tf, M+1);
h = tf/M;
h2=h/2;
alfa = 0.8;
beta = 0.9;
e2 = 0.55;
m = 0.1;
w3 = 0.5;
x = 1;
y0 = 1.5;

y= zeros (1, M+1);
C = zeros (1, M+1);
lamda=zeros (1, M+1);
while(test < 0)
    oldC = C;
    oldy = y;
    oldlamda=lamda;
    y(1) = y0;
    for i = 1 : M

M1= (beta*(1-
C(i)) * (alfa*(x.^2) * (y(i))) / (1+(x.^2)) + (C(i) * y(i)) - (m*y(i)) -
(e2*y(i)));
M2 = (beta*(1-1/2*(C(i)-
C(i+1))) * (alfa*(x.^2) * ((y(i)+h2*M1)))) / (1+(x.^2)) + ((1/2*(C(i)-
C(i+1))) * (y(i)+h2*M1)) - (m* (y(i)+h2*M1)) - (e2* (y(i)+h2*M1)));
M3=(beta*(1-1/2*(C(i)-
C(i+1))) * (alfa*(x.^2) * ((y(i)+h2*M2)))) / (1+(x.^2)) + ((1/2*(C(i)-
C(i+1))) * (y(i)+h2*M2)) - (m* (y(i)+h2*M2)) - (e2* (y(i)+h2*M2)));
M4 = (beta*(1-
C(i+1)) * (alfa*(x.^2) * ((y(i)+h2*M1))) / (1+(x.^2)) + (C(i+1) * (y(i)+
h*M3)) - (m* (y(i)+h*M3)) - (e2*( y(i)+h*M3)));
y(i+1) = y(i) + (h/6) * (M1+2*M2+2*M3+M4);
```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

end
for i = 1 : M
j = M+2-i;
N1 = -lamda (j)*((beta*(1-
C(j))* (alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+C(j)-m-e2);
N2 = -(lamda (j)-h2*N1)*((beta*(1-(1/2*(C(j)-C(j-
1))))*(alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+(1/2*(C(j)-C(j-1)))-m-e2);
N3 = -(lamda (j)-h2*N2)*((beta*(1-(1/2*(C(j)-C(j-
1))))*(alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+(1/2*(C(j)-C(j-1)))-m-e2);
N4 = -(lamda (j)-h*N3)*((beta*(1-C(j-
1))* (alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+C(j-1)-m-e2);
lamda (j-1) = lamda (j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
end
temp = ((alfa*beta*lamda(j-1)*(x.^2)*(y(i+1)))+(lamda(j-
1)*y(i+1)))+(lamda(j-1)*y(i+1)*(x.^2)))/(-2*w3*(1+(x.^2)));
C1 = 0;
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C)));
err2 = delta*sum(abs(y)-sum(abs(olddy-y)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(olddlamda-lamda)));
test = min(err1, min(err2,err3))
fprintf('pada y(i+1)=%10.8f,lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n',y(i+1),lamda(j-1),abs(olddy-y),abs(olddlamda-
lamda));
end
z(1, :)=t;
z(2, :)=y;
z(3, :)=C;
z(4, :)=lamda;

figure(1)
plot(t,y,'g','linewidth',3);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('y(predator)');
legend('Tanpa Kendali (C = 0)');
grid on;
title('Pertumbuhan Populasi Predator');

figure (2)
plot(t,C,'g','linewidth',3);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('C(kendali)');
grid on;
title('Kendali');
end

```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## Lampiran 2

### M-File untuk Menggambarkan Simulasi I Pertumbuhan Populasi Prey Tanpa Kendali C =1

```
function z = tanpakendali
test = -1;

tf = 5;
delta = 0.001;
M = 999;
t = linspace (0, tf, M+1);
h = tf/M;
h2=h/2;
alfa = 0.8;
beta = 0.9;
e2 = 0.55;
m = 0.1;
w3 = 0.5;
x = 1;
y0 = 1.5;

y= zeros (1, M+1);
C = zeros (1, M+1);
lamda=zeros (1, M+1);

while(test < 0)
    oldC = C;
    oldy = y;
    oldlamda=lamda;
    y(1) = y0;
    for i = 1 : M

M1= (beta*(1-
C(i))* (alfa*(x.^2)*(y(i)))/(1+(x.^2))+C(i)*y(i))-(m*y(i))-
(e2*y(i));
M2= (beta*(1-1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(alfa*(x.^2)*((y(i)+h2*M1)))/(1+(x.^2))+((1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(y(i)+h2*M1))-(m*(y(i)+h2*M1))-(e2*(y(i)+h2*M1));
M3=(beta*(1-1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(alfa*(x.^2)*((y(i)+h2*M2)))/(1+(x.^2))+((1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(y(i)+h2*M2))-(m*(y(i)+h2*M2))-(e2*(y(i)+h2*M2));
M4= (beta*(1-
C(i+1))* (alfa*(x.^2)*((y(i)+h2*M1)))/(1+(x.^2))+C(i+1)*(y(i)+
h*M3))-(m*(y(i)+h*M3))-(e2*(y(i)+h*M3));
y(i+1) = y(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
```



### Lampiran 3

#### M-File untuk Menggambarkan Simulasi I Pertumbuhan Populasi Prey Dengan Kendali $C_{min} = 0.17$ dan $C_{max} = 0.4$

```
function z = tanpakendali
test = -1;

tf = 5;
delta = 0.001;
M = 999;
t = linspace (0, tf, M+1);
h = tf/M;
h2=h/2;
alfa = 0.8;
beta = 0.9;
e2 = 0.55;
m = 0.1;
w3 = 0.5;
x = 1;
y0 = 1.5;

y= zeros (1, M+1);
C = zeros (1, M+1);
lamda=zeros (1, M+1);

while(test < 0)
    oldC = C;
    oldy = y;
    oldlamda=lamda;
    y(1) = y0;
    for i = 1 : M

M1= (beta*(1-
C(i))* (alfa*(x.^2)*(y(i)))/(1+(x.^2))+C(i)*y(i))-(m*y(i))-
(e2*y(i));
M2= (beta*(1-1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(alfa*(x.^2)*((y(i)+h2*M1)))/(1+(x.^2))+((1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(y(i)+h2*M1))-(m*(y(i)+h2*M1))-(e2*(y(i)+h2*M1));
M3=(beta*(1-1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(alfa*(x.^2)*((y(i)+h2*M2)))/(1+(x.^2))+((1/2*(C(i)-
C(i+1)))*(y(i)+h2*M2))-(m*(y(i)+h2*M2))-(e2*(y(i)+h2*M2));
M4= (beta*(1-
C(i+1))* (alfa*(x.^2)*((y(i)+h2*M1)))/(1+(x.^2))+C(i+1)*(y(i)+
h*M3))-(m*(y(i)+h*M3))-(e2*(y(i)+h*M3));
y(i+1) = y(i)+(h/6)*(M1+2*M2+2*M3+M4);
```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

end
for i = 1 : M
j = M+2-i;
N1 = -lamda (j)*((beta*(1-
C(j))* (alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+C(j)-m-e2);
N2 = -(lamda (j)-h2*N1)*((beta*(1-(1/2*(C(j)-C(j-
1))))*(alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+(1/2*(C(j)-C(j-1)))-m-e2);
N3 = -(lamda (j)-h2*N2)*((beta*(1-(1/2*(C(j)-C(j-
1))))*(alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+(1/2*(C(j)-C(j-1)))-m-e2);
N4 = -(lamda (j)-h*N3)*((beta*(1-C(j-
1))* (alfa*(x.^2)))/(1+(x.^2))+(C(j-1))-m-e2);
lamda (j-1) = lamda (j)-(h/6)*(N1+2*N2+2*N3+N4);
end
temp = ((alfa*beta*lamda(j-1)*(x.^2)*(y(i+1)))+(lamda(j-
1)*y(i+1)))+(lamda(j-1)*y(i+1)*(x.^2))/(-2*w3*(1+(x.^2)));
C1 = 1;
C = 0.5*(C1+oldC);
err1 = delta*sum(abs(C)-sum(abs(oldC-C)));
err2 = delta*sum(abs(y)-sum(abs(oldy-y)));
err3 = delta*sum(abs(lamda)-sum(abs(oldlamda-lamda)));
test = min(err1, min(err2,err3))
fprintf('pada y(i+1)=%10.8f, lamda(j-1)=%10.8f, err1=%10.8f,
err2=%10.8f\n',y(i+1),lamda(j-1),abs(oldy-y),abs(oldlamda-
lamda));
end
z(1, :)=t;
z(2, :)=y;
z(3, :)=C;
z(4, :)=lamda;

figure(1)
plot(t,y,'g','linewidth',3);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('y(predator)');
legend('Dengan Kendali (Cmin = 0.17 & Cmax = 0.4)');
grid on;
title('Pertumbuhan Populasi Predator');

figure (2)
plot(t,C,'g','linewidth',3);
xlabel('t(waktu)');
ylabel('C(kendali)');
grid on;
title('Kendali');
end

```

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

## LAMPIRAN 4

### Output Program Matlab

pada  $y(i+1)=0.00000000$ , lamda(j-1)=0.00000000, err1=1.50000000, err2=1.45610078  
pada  $y(i+1)=1.41348631$ , lamda(j-1)=1.37211901, err1=1.33196237, err2=1.29298096  
pada  $y(i+1)=1.25514039$ , lamda(j-1)=1.21840726, err1=1.18274918, err2=1.14813466  
pada  $y(i+1)=1.11453318$ , lamda(j-1)=1.08191509, err1=1.05025160, err2=1.01951478  
pada  $y(i+1)=0.98967751$ , lamda(j-1)=0.96071346, err1=0.93259707, err2=0.90530355  
pada  $y(i+1)=0.87880880$ , lamda(j-1)=0.85308945, err1=0.82812281, err2=0.80388684  
pada  $y(i+1)=0.78036017$ , lamda(j-1)=0.75752203, err1=0.73535228, err2=0.71383135  
pada  $y(i+1)=0.69294026$ , lamda(j-1)=0.67266056, err1=0.65297438, err2=0.63386433  
pada  $y(i+1)=0.61531357$ , lamda(j-1)=0.59730571, err1=0.57982487, err2=0.56285563  
pada  $y(i+1)=0.54638301$ , lamda(j-1)=0.53039248, err1=0.51486994, err2=0.49980168  
pada  $y(i+1)=0.48517441$ , lamda(j-1)=0.47097522, err1=0.45719159, err2=0.44381135  
pada  $y(i+1)=0.43082270$ , lamda(j-1)=0.41821418, err1=0.40597466, err2=0.39409335  
pada  $y(i+1)=0.38255975$ , lamda(j-1)=0.37136370, err1=0.36049532, err2=0.34994501  
pada  $y(i+1)=0.33970347$ , lamda(j-1)=0.32976165, err1=0.32011080, err2=0.31074239  
pada  $y(i+1)=0.30164816$ , lamda(j-1)=0.29282008, err1=0.28425036, err2=0.27593145  
pada  $y(i+1)=0.26785600$ , lamda(j-1)=0.26001688, err1=0.25240719, err2=0.24502020  
pada  $y(i+1)=0.23784940$ , lamda(j-1)=0.23088847, err1=0.22413125, err2=0.21757179  
pada  $y(i+1)=0.21120431$ , lamda(j-1)=0.20502317, err1=0.19902293, err2=0.19319830  
pada  $y(i+1)=0.18754412$ , lamda(j-1)=0.18205543, err1=0.17672737, err2=0.17155524  
pada  $y(i+1)=0.16653448$ , lamda(j-1)=0.16166066, err1=0.15692947, err2=0.15233675  
pada  $y(i+1)=0.14787844$ , lamda(j-1)=0.14355061, err1=0.13934943, err2=0.13527121  
pada  $y(i+1)=0.13131234$ , lamda(j-1)=0.12746934, err1=0.12373880, err2=0.12011744  
pada  $y(i+1)=0.11660207$ , lamda(j-1)=0.11318957, err1=0.10987695, err2=0.10666128  
pada  $y(i+1)=0.10353971$ , lamda(j-1)=0.10050950, err1=0.09756798, err2=0.09471254  
pada  $y(i+1)=0.09194067$ , lamda(j-1)=0.08924992, err1=0.08663792, err2=0.08410236  
pada  $y(i+1)=0.08164101$ , lamda(j-1)=0.07925169, err1=0.07693230, err2=0.07468078  
pada  $y(i+1)=0.07249517$ , lamda(j-1)=0.07037351, err1=0.06831395, err2=0.06631466  
pada  $y(i+1)=0.06437389$ , lamda(j-1)=0.06248991, err1=0.06066107, err2=0.05888576  
pada  $y(i+1)=0.05716240$ , lamda(j-1)=0.05548947, err1=0.05386551, err2=0.05228908  
pada  $y(i+1)=0.05075878$ , lamda(j-1)=0.04927326, err1=0.04783122, err2=0.04643139  
pada  $y(i+1)=0.04507252$ , lamda(j-1)=0.04375342, err1=0.04247293, err2=0.04122991  
pada  $y(i+1)=0.04002327$ , lamda(j-1)=0.03885194, err1=0.03771489, err2=0.03661112  
pada  $y(i+1)=0.03553966$ , lamda(j-1)=0.03449955, err1=0.03348988, err2=0.03250976  
pada  $y(i+1)=0.03155832$ , lamda(j-1)=0.03063473, err1=0.02973817, err2=0.02886785  
pada  $y(i+1)=0.02802300$ , lamda(j-1)=0.02720287, err1=0.02640675, err2=0.02563393  
pada  $y(i+1)=0.02488372$ , lamda(j-1)=0.02415547, err1=0.02344853, err2=0.02276228  
pada  $y(i+1)=0.02209612$ , lamda(j-1)=0.02144945, err1=0.02082171, err2=0.02021234  
pada  $y(i+1)=0.01962080$ , lamda(j-1)=0.01904657, err1=0.01848916, err2=0.01794805  
pada  $y(i+1)=0.01742278$ , lamda(j-1)=0.01691288, err1=0.01641791, err2=0.01593742  
pada  $y(i+1)=0.01547099$ , lamda(j-1)=0.01501821, err1=0.01457869, err2=0.01415203  
pada  $y(i+1)=0.01373785$ , lamda(j-1)=0.01333580, err1=0.01294551, err2=0.01256664  
pada  $y(i+1)=0.01219887$ , lamda(j-1)=0.01184185, err1=0.01149529, err2=0.01115887

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

pada  $y(i+1)=0.01083229, \lambda(j-1)=0.01051527, \text{err1}=0.01020753, \text{err2}=0.00990879$   
pada  $y(i+1)=0.00961880, \lambda(j-1)=0.00933729, \text{err1}=0.00906403, \text{err2}=0.00879876$   
pada  $y(i+1)=0.00854125, \lambda(j-1)=0.00829128, \text{err1}=0.00804863, \text{err2}=0.00781308$   
pada  $y(i+1)=0.00758442, \lambda(j-1)=0.00736245, \text{err1}=0.00714698, \text{err2}=0.00693782$   
pada  $y(i+1)=0.00673477, \lambda(j-1)=0.00653767, \text{err1}=0.00634634, \text{err2}=0.00616061$   
pada  $y(i+1)=0.00598031, \lambda(j-1)=0.00580529, \text{err1}=0.00563539, \text{err2}=0.00547046$   
pada  $y(i+1)=0.00531037, \lambda(j-1)=0.00515495, \text{err1}=0.00500409, \text{err2}=0.00485764$   
pada  $y(i+1)=0.00471547, \lambda(j-1)=0.00457747, \text{err1}=0.00444350, \text{err2}=0.00431346$   
pada  $y(i+1)=0.00418722, \lambda(j-1)=0.00406468, \text{err1}=0.00394572, \text{err2}=0.00383024$   
pada  $y(i+1)=0.00371815, \lambda(j-1)=0.00360933, \text{err1}=0.00350370, \text{err2}=0.00340116$   
pada  $y(i+1)=0.00330162, \lambda(j-1)=0.00320499, \text{err1}=0.00311120, \text{err2}=0.00302014$   
pada  $y(i+1)=0.00293176, \lambda(j-1)=0.00284596, \text{err1}=0.00276266, \text{err2}=0.00268181$   
pada  $y(i+1)=0.00260333, \lambda(j-1)=0.00252714, \text{err1}=0.00245318, \text{err2}=0.00238138$   
pada  $y(i+1)=0.00231169, \lambda(j-1)=0.00224403, \text{err1}=0.00217836, \text{err2}=0.00211461$   
pada  $y(i+1)=0.00205272, \lambda(j-1)=0.00199265, \text{err1}=0.00193433, \text{err2}=0.00187772$   
pada  $y(i+1)=0.00182276, \lambda(j-1)=0.00176942, \text{err1}=0.00171764, \text{err2}=0.00166737$   
pada  $y(i+1)=0.00161857, \lambda(j-1)=0.00157120, \text{err1}=0.00152522, \text{err2}=0.00148058$   
pada  $y(i+1)=0.00143725, \lambda(j-1)=0.00139519, \text{err1}=0.00135435, \text{err2}=0.00131472$   
pada  $y(i+1)=0.00127624, \lambda(j-1)=0.00123889, \text{err1}=0.00120263, \text{err2}=0.00116744$   
pada  $y(i+1)=0.00113327, \lambda(j-1)=0.00110010, \text{err1}=0.00106791, \text{err2}=0.00103665$   
pada  $y(i+1)=0.00100632, \lambda(j-1)=0.00097686, \text{err1}=0.00094828, \text{err2}=0.00092052$   
pada  $y(i+1)=0.00089358, \lambda(j-1)=0.00086743, \text{err1}=0.00084204, \text{err2}=0.00081740$   
pada  $y(i+1)=0.00079348, \lambda(j-1)=0.00077026, \text{err1}=0.00074771, \text{err2}=0.00072583$   
pada  $y(i+1)=0.00070459, \lambda(j-1)=0.00068397, \text{err1}=0.00066395, \text{err2}=0.00064452$   
pada  $y(i+1)=0.00062566, \lambda(j-1)=0.00060735, \text{err1}=0.00058957, \text{err2}=0.00057232$   
pada  $y(i+1)=0.00055557, \lambda(j-1)=0.00053931, \text{err1}=0.00052353, \text{err2}=0.00050820$   
pada  $y(i+1)=0.00049333, \lambda(j-1)=0.00047889, \text{err1}=0.00046488, \text{err2}=0.00045127$   
pada  $y(i+1)=0.00043807, \lambda(j-1)=0.00042524, \text{err1}=0.00041280, \text{err2}=0.00040072$   
pada  $y(i+1)=0.00038899, \lambda(j-1)=0.00037761, \text{err1}=0.00036656, \text{err2}=0.00035583$   
pada  $y(i+1)=0.00034541, \lambda(j-1)=0.00033531, \text{err1}=0.00032549, \text{err2}=0.00031597$   
pada  $y(i+1)=0.00030672, \lambda(j-1)=0.00029774, \text{err1}=0.00028903, \text{err2}=0.00028057$   
pada  $y(i+1)=0.00027236, \lambda(j-1)=0.00026439, \text{err1}=0.00025665, \text{err2}=0.00024914$   
pada  $y(i+1)=0.00024185, \lambda(j-1)=0.00023477, \text{err1}=0.00022790, \text{err2}=0.00022123$   
pada  $y(i+1)=0.00021475, \lambda(j-1)=0.00020847, \text{err1}=0.00020237, \text{err2}=0.00019645$   
pada  $y(i+1)=0.00019070, \lambda(j-1)=0.00018512, \text{err1}=0.00017970, \text{err2}=0.00017444$   
pada  $y(i+1)=0.00016933, \lambda(j-1)=0.00016438, \text{err1}=0.00015957, \text{err2}=0.00015490$   
pada  $y(i+1)=0.00015036, \lambda(j-1)=0.00014596, \text{err1}=0.00014169, \text{err2}=0.00013755$   
pada  $y(i+1)=0.00013352, \lambda(j-1)=0.00012961, \text{err1}=0.00012582, \text{err2}=0.00012214$   
pada  $y(i+1)=0.00011856, \lambda(j-1)=0.00011509, \text{err1}=0.00011172, \text{err2}=0.00010845$   
pada  $y(i+1)=0.00010528, \lambda(j-1)=0.00010220, \text{err1}=0.00009921, \text{err2}=0.00009630$   
pada  $y(i+1)=0.00009349, \lambda(j-1)=0.00009075, \text{err1}=0.00008809, \text{err2}=0.00008552$   
pada  $y(i+1)=0.00008301, \lambda(j-1)=0.00008058, \text{err1}=0.00007823, \text{err2}=0.00007594$   
pada  $y(i+1)=0.00007371, \lambda(j-1)=0.00007156, \text{err1}=0.00006946, \text{err2}=0.00006743$   
pada  $y(i+1)=0.00006546, \lambda(j-1)=0.00006354, \text{err1}=0.00006168, \text{err2}=0.00005988$   
pada  $y(i+1)=0.00005812, \lambda(j-1)=0.00005642, \text{err1}=0.00005477, \text{err2}=0.00005317$   
pada  $y(i+1)=0.00005161, \lambda(j-1)=0.00005010, \text{err1}=0.00004864, \text{err2}=0.00004721$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

pada  $y(i+1)=0.00004583, \text{lamda}(j-1)=0.00004449, \text{err1}=0.00004319, \text{err2}=0.00004192$   
pada  $y(i+1)=0.00004070, \text{lamda}(j-1)=0.00003951, \text{err1}=0.00003835, \text{err2}=0.00003723$   
pada  $y(i+1)=0.00003614, \text{lamda}(j-1)=0.00003508, \text{err1}=0.00003405, \text{err2}=0.00003306$   
pada  $y(i+1)=0.00003209, \text{lamda}(j-1)=0.00003115, \text{err1}=0.00003024, \text{err2}=0.00002935$   
pada  $y(i+1)=0.00002849, \text{lamda}(j-1)=0.00002766, \text{err1}=0.00002685, \text{err2}=0.00002606$   
pada  $y(i+1)=0.00002530, \text{lamda}(j-1)=0.00002456, \text{err1}=0.00002384, \text{err2}=0.00002314$   
pada  $y(i+1)=0.00002247, \text{lamda}(j-1)=0.00002181, \text{err1}=0.00002117, \text{err2}=0.00002055$   
pada  $y(i+1)=0.00001995, \text{lamda}(j-1)=0.00001937, \text{err1}=0.00001880, \text{err2}=0.00001825$   
pada  $y(i+1)=0.00001772, \text{lamda}(j-1)=0.00001720, \text{err1}=0.00001669, \text{err2}=0.00001621$   
pada  $y(i+1)=0.00001573, \text{lamda}(j-1)=0.00001527, \text{err1}=0.00001482, \text{err2}=0.00001439$   
pada  $y(i+1)=0.00001397, \text{lamda}(j-1)=0.00001356, \text{err1}=0.00001316, \text{err2}=0.00001278$   
pada  $y(i+1)=0.00001240, \text{lamda}(j-1)=0.00001204, \text{err1}=0.00001169, \text{err2}=0.00001135$   
pada  $y(i+1)=0.00001101, \text{lamda}(j-1)=0.00001069, \text{err1}=0.00001038, \text{err2}=0.00001008$   
pada  $y(i+1)=0.00000978, \text{lamda}(j-1)=0.00000949, \text{err1}=0.00000922, \text{err2}=0.00000895$   
pada  $y(i+1)=0.00000868, \text{lamda}(j-1)=0.00000843, \text{err1}=0.00000818, \text{err2}=0.00000794$   
pada  $y(i+1)=0.00000771, \text{lamda}(j-1)=0.00000749, \text{err1}=0.00000727, \text{err2}=0.00000705$   
pada  $y(i+1)=0.00000685, \text{lamda}(j-1)=0.00000665, \text{err1}=0.00000645, \text{err2}=0.00000626$   
pada  $y(i+1)=0.00000608, \text{lamda}(j-1)=0.00000590, \text{err1}=0.00000573, \text{err2}=0.00000556$   
pada  $y(i+1)=0.00000540, \text{lamda}(j-1)=0.00000524, \text{err1}=0.00000509, \text{err2}=0.00000494$   
pada  $y(i+1)=0.00000479, \text{lamda}(j-1)=0.00000465, \text{err1}=0.00000452, \text{err2}=0.00000439$   
pada  $y(i+1)=0.00000426, \text{lamda}(j-1)=0.00000413, \text{err1}=0.00000401, \text{err2}=0.00000389$   
pada  $y(i+1)=0.00000378, \text{lamda}(j-1)=0.00000367, \text{err1}=0.00000356, \text{err2}=0.00000346$   
pada  $y(i+1)=0.00000336, \text{lamda}(j-1)=0.00000326, \text{err1}=0.00000316, \text{err2}=0.00000307$   
pada  $y(i+1)=0.00000298, \text{lamda}(j-1)=0.00000289, \text{err1}=0.00000281, \text{err2}=0.00000273$   
pada  $y(i+1)=0.00000265, \text{lamda}(j-1)=0.00000257, \text{err1}=0.00000249, \text{err2}=0.00000242$   
pada  $y(i+1)=0.00000235, \text{lamda}(j-1)=0.00000228, \text{err1}=0.00000221, \text{err2}=0.00000215$   
pada  $y(i+1)=0.00000209, \text{lamda}(j-1)=0.00000203, \text{err1}=0.00000197, \text{err2}=0.00000191$   
pada  $y(i+1)=0.00000185, \text{lamda}(j-1)=0.00000180, \text{err1}=0.00000175, \text{err2}=0.00000170$   
pada  $y(i+1)=0.00000165, \text{lamda}(j-1)=0.00000160, \text{err1}=0.00000155, \text{err2}=0.00000151$   
pada  $y(i+1)=0.00000146, \text{lamda}(j-1)=0.00000142, \text{err1}=0.00000138, \text{err2}=0.00000134$   
pada  $y(i+1)=0.00000130, \text{lamda}(j-1)=0.00000126, \text{err1}=0.00000122, \text{err2}=0.00000119$   
pada  $y(i+1)=0.00000115, \text{lamda}(j-1)=0.00000112, \text{err1}=0.00000109, \text{err2}=0.00000105$   
pada  $y(i+1)=0.00000102, \text{lamda}(j-1)=0.00000099, \text{err1}=0.00000096, \text{err2}=0.00000094$   
pada  $y(i+1)=0.00000091, \text{lamda}(j-1)=0.00000088, \text{err1}=0.00000086, \text{err2}=0.00000083$   
pada  $y(i+1)=0.00000081, \text{lamda}(j-1)=0.00000078, \text{err1}=0.00000076, \text{err2}=0.00000074$   
pada  $y(i+1)=0.00000072, \text{lamda}(j-1)=0.00000070, \text{err1}=0.00000068, \text{err2}=0.00000066$   
pada  $y(i+1)=0.00000064, \text{lamda}(j-1)=0.00000062, \text{err1}=0.00000060, \text{err2}=0.00000058$   
pada  $y(i+1)=0.00000056, \text{lamda}(j-1)=0.00000055, \text{err1}=0.00000053, \text{err2}=0.00000052$   
pada  $y(i+1)=0.00000050, \text{lamda}(j-1)=0.00000049, \text{err1}=0.00000047, \text{err2}=0.00000046$   
pada  $y(i+1)=0.00000045, \text{lamda}(j-1)=0.00000043, \text{err1}=0.00000042, \text{err2}=0.00000041$   
pada  $y(i+1)=0.00000040, \text{lamda}(j-1)=0.00000038, \text{err1}=0.00000037, \text{err2}=0.00000036$   
pada  $y(i+1)=0.00000035, \text{lamda}(j-1)=0.00000034, \text{err1}=0.00000033, \text{err2}=0.00000032$   
pada  $y(i+1)=0.00000031, \text{lamda}(j-1)=0.00000030, \text{err1}=0.00000029, \text{err2}=0.00000029$   
pada  $y(i+1)=0.00000028, \text{lamda}(j-1)=0.00000027, \text{err1}=0.00000026, \text{err2}=0.00000025$   
pada  $y(i+1)=0.00000025, \text{lamda}(j-1)=0.00000024, \text{err1}=0.00000023, \text{err2}=0.00000022$   
pada  $y(i+1)=0.00000022, \text{lamda}(j-1)=0.00000021, \text{err1}=0.00000021, \text{err2}=0.00000020$









- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Mahru Yeva lahir di Tembilahan, tanggal 27 Juli 1997. Penulis adalah anak kelima dari enam bersaudara dari pasangan Bapak Rusli dan Ibu Zulmahrani. Penulis pertama kali menyelesaikan pendidikan formal sekolah dasar di SDN 008 Tembilahan Hulu pada tahun 2009. Kemudian melanjutkan pendidikan lanjut tingkat pertama di SMP N 2 Tembilahan Hulu pada tahun 2012, dan di tahun yang sama, kembali melanjutkan pendidikan menengah atas di SMA N 1 Tembilahan Hulu, dan selesai pada pada tahun 2015 dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Pada tahun 2016, penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, tepatnya Fakultas Sains dan Teknologi, Program Studi Matematika. Pada bulan Januari 2019 Penulis melaksanakan Kerja Praktek di Kantor Wilayah Kementerian Agama Provinsi Riau Kerja Praktek dibawah bimbingan Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat. Pada Juli 2019, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sukamaju, Kecamatan Batang Peranap, Kabupaten Indragiri Hulu.

Penulis Dinyatakan Lulus Dalam Ujian Sarjana Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau pada tanggal 4 Februari 2021 Dengan Judul Tugas Akhir **“Kendali Optimal Predator pada Sistem Predator Prey dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Pemberian Makanan Alternatif pada Predator”** dibawah bimbingan Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd., M.Sc.