

## DISTRIBUSI SUJATHA DUA PARAMETER BESERTA SIFATNYA

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai salah satu syarat  
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika

Oleh:

**WIDYA SRI AYUNI**  
**11554202621**



University of Sultan Syarif Kasim Riau

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU**  
**PEKANBARU**  
**2021**

# LEMBAR PERSETUJUAN

## DISTRIBUSI SUJATHA DUA PARAMETER BESERTA SIFATNYA

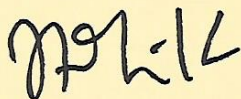
### TUGAS AKHIR

Oleh:

**WIDYA SRI AYUNI**  
**11554202621**

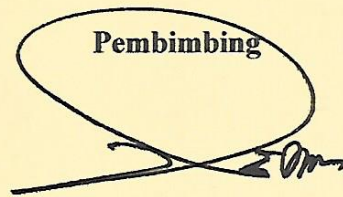
Telah diperiksa dan disetujui sebagai Laporan Tugas Akhir  
di Pekanbaru, pada tanggal 27 Januari 2021

**Ketua Program Studi**



**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**

**Pembimbing**



**Dr. Rado Yendra, M.Sc.**  
**NIP. 19751115 200801 1 017**

# LEMBAR PENGESAHAN

## DISTRIBUSI SUJATHA DUA PARAMETER BESERTA SIFATNYA

### TUGAS AKHIR

oleh:

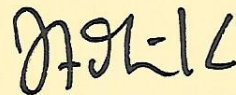
**WIDYA SRI AYUNI**  
**11554202621**

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji  
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
di Pekanbaru, pada tanggal 27 Januari 2021

Pekanbaru, 27 Januari 2021

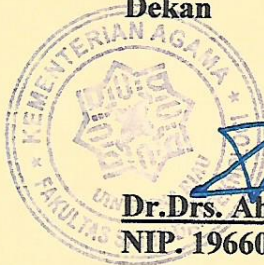
Mengesahkan,

Ketua Program Studi



**Ari Pani Desvina, M.Sc.**  
**NIP. 19811225 200604 2 003**

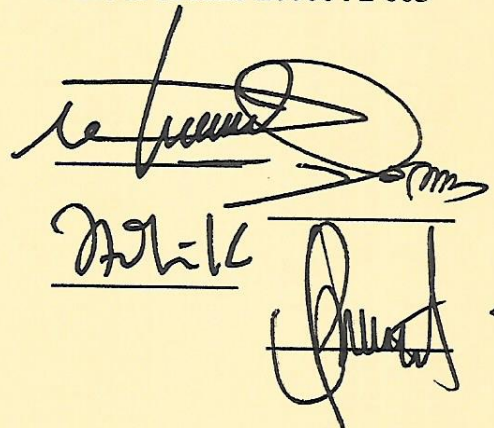
Dekan



**Dr.Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.**  
**NIP. 19660604 199203 1 004**

### DEWAN PENGUJI

Ketua : Mohammad Soleh, M.Sc.  
Sekretaris : Dr. Rado Yendra, M.Sc.  
Anggota I : Ari Pani Desvina, M.Sc.  
Anggota II : Rahmadeni, M.Si.



## LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman, dan tanggal pinjam.

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan sebagai memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang tertulis diacuan dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 27 Januari 2021

Yang membuat pernyataan,

**WIDYA SRI AYUNI**

**11554202621**

UIN SUSKA RIAU

### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



## LEMBAR PERSEMBAHAN

*Alhamdulillahirabbil' alamin,  
Tiada tempat yang pantas mengadu kecuali pada-Mu,  
Tiada tempat yang layak untuk meminta kecuali pada-Mu,  
Kini kubersyukur ya Allah atas kelulusan yang kau berikan padaku,  
Untuk Rasulullah Shallallahu 'alaihi wasallam terima kasih atas tauladan mu*

**Karya ini ku persembahkan untuk:**

### ***Keluarga Besar ku:***

*Teruntuk Ayahku (Sakino) tersayang, terimakasih tak terhingga karena telah menyayangi dan mendidikku yang penuh kekurangan serta selalu memberikan segala kebutuhan dengan segala bentuk usaha dan upaya.*

*Teruntuk Ibuku (Sarmini) tersayang, terimakasih tak terhingga karena telah melahirkan, menyayangi dan mendidikku yang penuh kekurangan.*

*Teruntuk saudara-saudariku (Adik Dwita Febrianti, S.E, Habib Ansori S.P) tersayang, terimakasih tak terhingga karena selalu memberikan motivasi dan menghiburku. Terimakasih telah mendo'akan ku tanpa leleh.*

### ***Para Sahabatku:***

*Terimakasih (Novina Melinda, Fadilla Ulfa S.Si, Suci Rahmadayanti S.Si, Yuhandi S.Si, Supriyanto S.Si, Fatur Raenagus S.Si, Rahmad Khatami S.Si) untuk segala nasehat dan motivasi yang telah diberikan padaku serta selalu mau mendengar segala keluh-kesahiku.*

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## DISTRIBUSI SUJATHA DUA PARAMETER BESERTA SIFATNYA

**WIDYA SRI AYUNI**  
**11554202621**

Tanggal Sidang : 27 Januari 2021  
Periode Wisuda : 2021

Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau  
Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

### ABSTRAK

Distribusi Sujatha Dua Parameter merupakan proses terbentuknya fungsi densitas peluang dari campuran fungsi densitas peluang Aradhana yang dihasilkan dari campuran tiga fungsi densitas peluang gamma yaitu gamma  $(1, \theta)$ , gamma  $(2, \theta)$  dan gamma  $(3, \theta)$  dan masing-masing

pemberat  $\frac{\theta^2}{\theta^2 + 2\theta + 2}$ ,  $\frac{2\theta}{\theta^2 + 2\theta + 2}$  dan  $\frac{2}{\theta^2 + 2\theta + 2}$ . Perubahan pemberat terhadap

campuran tiga fungsi densitas peluang gamma  $(1, \theta)$ , gamma  $(2, \theta)$  dan gamma  $(3, \theta)$  dan

masing-masing pemberat  $\frac{\theta^2}{\theta^2 + \theta + 2}$ ,  $\frac{\theta}{\theta^2 + \theta + 2}$  dan  $\frac{2}{\theta^2 + \theta + 2}$  juga menghasilkan sebuah

fungsi densitas peluang baru yaitu fungsi densitas peluang Sujatha. Beberapa sifat matematika yang digunakan adalah meliputi fungsi densitas peluang, fungsi distribusi kumulatif, fungsi pembangkit moment, estimasi parameter telah dibahas dengan menggunakan maksimum likelihood dan metode Newton Rhapshon. Dengan menggunakan bantuan software R maka didapat nilai estimasi parameter distribusi sujatha dua parameter  $\theta = 0.676967$ ,  $\alpha = 37.2186$ ,  $\ln L = -5278594$ ,  $AIC = 109.5719$ .

**Kata kunci:** Distribusi *Gamma*, Distribusi Sujatha, *Newton Rhapson*, maksimum likelihood.

## **DISTRIBUTION OF TWO PARAMETERS SUJATHA AND ITS PROPERTIES**

**WIDYA SRI AYUNI**  
**11554202621**

*Date of Final Exam* : 27 January 2021  
*Date of Graduation Ceremony* : 2021

*Mathematics Departement*  
*Faculty of Science and Technology*  
*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*  
*Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru*

### **ABSTRACT**

The Two-parameter Sujatha distribution is process of forming the probability density function from a mixture of the Aradhana probabily density function resulting from a mixture of the three gamma probabily density function is gamma  $(1, \theta)$ , gamma  $(2, \theta)$  dan gamma  $(3, \theta)$ , and each

of the ballast  $\frac{\theta^2}{\theta^2 + 2\theta + 2}$ ,  $\frac{2\theta}{\theta^2 + 2\theta + 2}$  and  $\frac{2}{\theta^2 + 2\theta + 2}$ . The ballast change to the mixtur of the three odds density function gamma  $(1, \theta)$ , gamma  $(2, \theta)$  dan gamma  $(3, \theta)$  and their

respective weights  $\frac{\theta^2}{\theta^2 + \theta + 2}$ ,  $\frac{\theta}{\theta^2 + \theta + 2}$  and  $\frac{2}{\theta^2 + \theta + 2}$  and also produces a new

probability density function, namely the Sujatha probabily density function. Some of the mathematical properties used include the probability density function, the cumulative distribution function, the moment generator function, the parameter estimation has been discussed using the maximum likelihood and the Newton Rhapshon Method. By using R software R, the stimation value of the two-parameter sujatha distribution parameter  $\theta = 0.676967$ ,  $\alpha = 37.2186$ ,  $\ln L = -5278594$ ,  $AIC = 109.5719$ .

**Keywords:** Gamma Distribution, Sujatha Distributionh, Newton Rhapson, Maximum Likelihood





## KATA PENGANTAR

*Alhamdulillahirabbil'amin,*

Segala puji Allah *subhanahu waata'ala* senantiasa melimpahkan rahmat, karunia, dan petunjuk-Nya untuk penulis bisa menyelesaikan tugas akhir ini. Shalawat beriringkan salam kepada Nabi Muhammad *shallahu'alaihi wasallam* yang telah membawa kita dari zaman yang tidak berpengetahuan sampai kepada zaman yang memiliki kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi yang dapat kita rasakan pada saat ini. Sehingga penulis termotivasi untuk menyelesaikan tugas akhir ini tepat pada waktunya dengan judul **“Distribusi Sujatha Beserta Sifatnya”**.

Penelitian ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar sarjana matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Dalam penyusunan dan penyelesaian penelitian ini, penulis banyak sekali mendapat bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, petunjuk, perhatian serta semangat dari berbagai pihak terutama orang tua dan kakak-kakak tercinta yang tidak pernah lelah dan tiada henti melimpahkan kasih sayang, perhatian, motivasi yang membuat penulis mampu untuk terus dan terus melangkah, pelajaran hidup, juga materi yang tak mungkin bisa terbalas. Jasa-jasamu kan selalu kukenang hingga akhir hayatku dan semoga Allah menjadikan jasa-jasamu sebagai amalan soleh, Aamiin. Kemudian penulis juga mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Suyitno, M.Ag, selaku Plt Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Pd, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc, selaku Ketua Program Studi Matematika sekaligus selaku Penguji I yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan lebih baik.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc, selaku Sekretaris Program Studi Matematika sekaligus selaku ketua sidang tugas akhir.



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

5. Bapak Nilwan Andiraja, S.Pd, M.Sc, selaku Pembimbing Akademik yang telah banyak membantu dan memberikan nasihat kepada penulis.
6. Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc, selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberi bimbingan, pengarahan, ilmu, dan motivasi kepada penulis sehingga mampu menyelesaikan tugas akhir ni tepat waktu.
7. Ibu Rahmadeni, M.Si, selaku Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran sehingga tugas akhir ini dapat selesai dengan lebih baik.
8. Seluruh Dosen di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
9. Saudara-saudara Penulis (Dwita Febrianti, Habib Ansori, Novina Melinda, Fadilla Ulfa, Suci Rahmadayanti, Yuhandi, Supriyanto, Bobby Fahlezi, Fatur Raenagus, Rahmad Khatami Ritonga) yang selalu memberikan dukungan dan kasih sayang kepada penulis.
10. Teman-teman penulis seperjuangan angkatan 2015 Program Studi Matematika.

Tugas akhir ini telah disusun semaksimal mungkin oleh penulis. Meskipun demikian, penulis sadar bahwa penelitian tugas akhir ini belum sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan oleh penulis demi kesempurnaan tugas akhir ini. Penulis berharap semoga penelitian tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pihak-pihak yang memerlukan.

Pekanbaru, 27 Januari 2021

Widya Sri Ayuni



## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>LEMBAR PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL</b> .....	iv
<b>LEMBAR PERNYATAAN</b> .....	v
<b>LEMBAR PERSEMBAHAN</b> .....	vi
<b>ABSTRAK</b> .....	vii
<b>ABSTRACT</b> .....	viii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	I-1
1.1 Latar Belakang .....	I-1
1.2 Rumusan Masalah .....	I-2
1.3 Batasan Masalah .....	I-2
1.4 Tujuan Penelitian .....	I-2
1.5 Manfaat Penelitian .....	I-3
1.6 Sistematika Penulisan .....	I-3
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b> .....	II-1
2.1 Anaisis Survival .....	II-1
2.2 Fungsi Densitas Peluang .....	II-2
2.3 Distribusi Kumulatif .....	II-2
2.4 Distribusi Campuran .....	II-2
2.5 Distribusi <i>Gamma</i> .....	II-2
2.6 Fungsi Pembangkit Momen .....	II-3

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.7 Fungsi Maksimum Likelihood.....	II-6
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b>	
3.1 Sumber Data .....	IV-1
3.2 Metode Analisis Data.....	IV-1
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	
4.1 Fungsi Densitas Peluang Distribusi Sujatha .....	IV-1
4.2 Fungsi Distribusi Kumulatif .....	IV-3
4.3 Fungsi Pembangkit Momen.....	IV-6
4.4 Estimasi Parameter .....	IV-15
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	
5.1 Kesimpulan.....	V-1
5.2 Saran .....	V-1

**DAFTAR PUSTAKA**

**LAMPIRAN**

**DAFTAR RIWAYAT HIDUP**



## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Seiring dengan berjalannya waktu, fungsi densitas peluang juga memiliki bentuk yang bervariasi. Salah satu penyebab terjadinya perubahan jumlah fungsi densitas peluang ini adalah adanya penyesuaian pola data yang selalu berubah-ubah. Pemanasan global telah mengakibatkan perubahan suhu dari waktu ke waktu sangat terasa, pola hujan yang terjadi juga mengalami perubahan yang cukup signifikan dan pencemaran udara juga mengalami peningkatan dengan seiring berjalannya waktu.

Perubahan-perubahan ini merupakan alasan utama untuk diperolehnya atau dilakukan penelitian-penelitian yang dapat mengasilkan fungsi-fungsi densitas peluang baru, yang dapat menjelaskan perubahan-perubahan pola data diatas. Teknik campuran fungsi densitas peluang dengan pemberat tertentu adalah salah satu upaya dalam menghasilkan fungsi densitas peluang baru. Fungsi densitas peluang distribusi akash merupakan hasil campuran gamma  $(1, \theta)$  dan gamma  $(3, \theta)$  dan

pemberat secara berurutan  $\frac{\theta^2}{\theta^2 + 2}$  dan  $\frac{2}{\theta^2 + 2}$  (Shanker, 2015 a). Fungsi densitas

Lindley merupakan hasil dari campuran fungsi densitas peluang gamma  $(1, \theta)$  dan gamma  $(2, \theta)$  dan masing-masing pemberat adalah  $\frac{\theta}{\theta + 1}$  dan  $\frac{1}{\theta + 1}$ . (Lindley, 1958)

Campuran 3 fungsi densitas peluang juga menambah perbendaharaan terbentuknya fungsi densitas peluang baru, diataranya adalah fungsi densitas peluang Aradhana yang dihasilkan dari campuran tiga fungsi densitas peluang gamma yaitu Gamma  $(1, \theta)$ , Gamma  $(2, \theta)$  dan Gamma  $(3, \theta)$  dan masing-nasing pemberat

$\frac{\theta^2}{\theta^2 + 2\theta + 2}$ ,  $\frac{2\theta}{\theta^2 + 2\theta + 2}$  dan  $\frac{2}{\theta^2 + 2\theta + 2}$  (Shanker, 2016 a). Perubahan pemberat

terhadap campuran tiga fungsi densitas peluang gamma  $(1, \theta)$ , gamma  $(2, \theta)$  dan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



#### Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

gamma  $(3, \theta)$  dan masing-masing pemberat  $\frac{\theta^2}{\theta^2 + \theta + 2}$ ,  $\frac{\theta}{\theta^2 + \theta + 2}$  dan  $\frac{2}{\theta^2 + \theta + 2}$  juga menghasilkan sebuah fungsi densitas peluang baru yaitu fungsi densitas peluang Sujatha (Shanker, 2016 b).

Atas ketertarikan penulis terhadap proses terbentuknya fungsi densitas peluang dari campuran fungsi densitas gamma dan masing-masing pemberat yang diberikan, penulis sangat tertarik untuk mendalami sifat karakteristik dari fungsi densitas peluang Sujatha dua parameter dengan judul tugas akhir “**Distribusi Sujatha Dua Parameter Beserta Sifatnya**”.

### 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat diambil suatu rumusan masalah yaitu

- Bagaimana sifat-sifat distribusi sujatha dua parameter ?
- Bagaimana cara menerapkan distribusi sujatha dua parameter?

### 1.3 Batasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini diperlukan batasan-batasan masalah agar tidak menyimpang dari yang telah direncanakan sehingga tujuan yang seharusnya dapat dicapai. Berikut batasan-batasan masalah dalam penulisan ini.

- Sifat-sifat yang akan dibahas hanya rata-rata, variasi, moment dan estimasi parameter.
- Data yang digunakan adalah data yang terdapat pada jurnal yang berjudul “A two-parameter Sujatha distribution”

### 1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah

- Mengetahui sifat-sifat dari distribusi sujatha dua parameter.
- Mengetahui penerapan distribusi sujatha dua parameter terhadap data tertentu.


**BAB I**
**PENDAHULUAN**

Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penulisan, serta sistematika penulisan.

**BAB II**
**LANDASAN TEORI**

Bab ini menjelaskan tentang landasan teori yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini. Landasan teori tersebut, seperti analisi survival, distribusi gamma, distribusi peluang campuran, pembangkit momen, estimasi parameter.

**BAB III**
**METODOLOGI PENELITIAN**

Bab ini menjelaskan tentang metode-metode yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini.

**BAB IV**
**PEMBAHASAN**

Bab ini menjelaskan tentang pembahasan sifat-sifat distribusi sujatha, penerapan distribusi sujatha yang didukung dengan teori-teori yang berkaitan.

**BAB V**
**PENUTUP**

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari bab-bab sebelumnya dan saran dari penulis.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Analisis Survival

Kleinbaum dan Klien (2005) menyatakan bahwa analisis tahan hidup merupakan prosedur statistik yang digunakan untuk menggambarkan analisis data yang berhubungan dengan waktu dari diketahui waktu awal (time origin) penelitian yang sudah ditentukan, sampai waktu adanya suatu kejadian (event) atau waktu akhir penelitian (end point). Kejadian yang terjadi (failur event) dapat berupa pengobatan atau munculnya penyakit baru, kejadian kecelakaan, respon dari suatu percobaan atau peristiwa lain yang dipilih sesuai dengan kepentingan peneliti. Analisis tahan hidup dapat diterapkan dalam bidang biologi, kedokteran, teknik dan sebagainya. Analisis survival adalah teknik statistik yang digunakan untuk menganalisis data yang bertujuan untuk mengetahui hasil dari variabel yang mempengaruhi suatu awal kejadian, contohnya waktu yang dicatat dalam hari, minggu, bulan atau tahun. Untuk kejadian awal contohnya awal pasien terjangkit penyakit dan kejadian akhir contohnya kesembuhan dan kematian pasien (Kleinbaum & Klein, 2011).

#### 2.2 Distribusi Campuran

Dalam menentukan distribusi data penelitian, telah dikenal beberapa bentuk baik diskrit maupun kontinu. Selama ini model fungsi distribusi peluang dari data diasumsikan sebagai fungsi distribusi peluang tunggal, misalkan distribusi normal. Tetapi kenyataannya, seringkali plot distribusi data tidak sesuai dengan asumsi fungsi distribusi peluang tunggal. Hal ini menyebabkan hasil analisis tidak mewakili keadaan sebenarnya. Keadaan ini terjadi karena adanya beberapa sub populasi dalam penelitian. Untuk memodelkan kondisi seperti ini pendekatan model distribusi campuran (*mixture distribution*) yang merupakan kombinasi linier dari dua atau lebih fungsi densitas peluang kontinu lebih tepat.

Parameter campuran mendugai proporsi pada suatu kombinasi distribusi, dengan nilai  $0 < p_i < 1$  dimana  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . Misalkan  $F_1, F_2, \dots, F_k$  adalah fungsi



- Hak Cipta Diilindungi Undang-Undang
1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

densitas peluang dan  $p_1, p_2, \dots, p_k$  adalah bilangan real positif  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$   $\sum_{i=1}^k p_i = 1$  (nilai-nilai tersebut membentuk probabilitas distribusi). Maka kita dapat mendefinisikannya dengan fungsi baru. Bentuk fungsi distribusi campuran tersebut dapat dituliskan sebagai berikut :

$$G(x) = p_1 F_1(x) + p_2 F_2(x) + \dots + p_k F_k(x) \quad (2.1)$$

### 2.3 Fungsi Densitas Peluang

Fungsi peluang yang digambarkan oleh kurva kontinu dari variabel acak kontinu biasanya disebut fungsi densitas atau fungsi kepadatan peluang. (Walpole & Myres, 1989). Fungsi  $f(x)$  adalah fungsi kepadatan peluang peubah acak kontinu  $X$  yang disebut fungsi densitas.

#### Definisi 2.1

Untuk sebuah peubah acak kontinu  $X$ , didefinisikan sebagai:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Dimana fungsi  $f(x)$  dinyatakan sebagai fungsi kepadatan peluang, memenuhi kondisi-kondisi berikut

1.  $f(x) \geq 0$ , untuk semua  $x \in R$
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
3.  $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$

### 2.4 Distribusi Kumulatif

Dalam statistika matematis, bentuk  $P(X \leq x)$  dinamakan fungsi distribusi kumulatif atau fungsi distribusi saja. Berikut ini diberikan definisi mengenai fungsi distribusi kumulatif.

#### Definisi 2.2

Misalnya  $X$  adalah peubah acak kontinu, maka fungsi distribusi kumulatif dari  $X$  berbentuk:

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{-x} f(t) dt$$

dengan  $f(t)$  adalah nilai fungsi densitas dari  $X$  di  $t$ .

## 2.5 Distribusi Gamma

Distribusi *Gamma* merupakan distribusi yang sudah dikenal dalam matematika untuk menyelesaikan berbagai persoalan di bidang rekayasa dan sains. Distribusi *Gamma* juga berperan penting dalam teori antrian dan teori reliabilitas. Karakteristik dari distribusi *Gamma*, yaitu  $\alpha$  dan  $\beta$ , di mana  $\alpha > 0$  dan  $\beta > 0$  (Robert V.,1995).

Distribusi *Gamma* juga termasuk distribusi acak kontinu yang mempunyai fungsi kepadatan peluang. Berikut fungsi kepadatan peluang dari distribusi *Gamma*.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\theta e^{-\theta x} (\theta x)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, & \text{if } x \geq 0 \\ 0, & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Untuk  $\theta > 0, \alpha > 0$  dikatakan sebagai variabel acak gamma dengan parameter  $\alpha, \theta$ . Kuantitas  $\Gamma(\alpha)$  disebut fungsi gamma dan di definisikan dengan

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx \quad (2.3)$$

Sangat mudah untuk menunjukkan dengan induksi bahwa untuk integral  $\alpha$  dikatakan  $\alpha = n$ ,

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

## 2.6 Fungsi Pembangkit Momen

Fungsi pembangkit momen (*Moment Generating Function*) dari peubah acak mempunyai beberapa kegunaan antara lain untuk menentukan fungsi kepadatan peluang, mean, momen ke- $k$  dari suatu distribusi dan peubah acak. Menurut Ronald dan Raymond(1995) kegunaan yang jelas dari fungsi pembangkit moment ini adalah untuk menentukan momen-momen distribusi. Akan tetapi momen-momen distribusi dari fungsi peubah acak. Berikut diberikan definisi mengenai fungsi pembangkit momen yang diambil dari Hong dan Craig(1978).

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Jika  $x$  merupakan peubah acak, maka fungsi pembangkit momen  $Mx(t)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$Mx(t) = E(e^{tx})$$

Apabila  $E(e^{tx})$  ada  $-h < t < h$  untuk suatu  $h > 0$ .

Jika  $x$  peubah acak diskrit, maka fungsi pembangkit momen  $Mx(t)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$Mx(t) = E(e^{tx}) = \sum e^{tx} \cdot f(x) \tag{2.4}$$

Diberikan peubah acak kontinu  $x$  dengan fungsi kepadatan peluang adalah  $f(x)$ .

Fungsi pembangkit momen dari  $x$  dinotasikan dengan  $M_x(t)$  dan didefinisikan

$$Mx(t) = E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \cdot f(x) dx \tag{2.5}$$

**Teorema 2.1**

Jika  $Mx(t)$  merupakan fungsi pembangkit momen dari peubah acak kontinu  $x$ , maka :

$$Mx(0) = \frac{d}{dt} M_x(0) = E(x)$$

**Bukti :**

Berdasarkan definisi fungsi pembangkit momen adalah sebagai berikut :

$$Mx(t) = E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \cdot f(x) dx$$

Diperoleh

$$\begin{aligned} Mx(t) &= \frac{d}{dt} M_x(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \cdot f(x) dx \end{aligned}$$

Maka ,  $Mx(0) = \frac{d}{dt} M_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^{0 \cdot x} \cdot f(x) dx = E(x)$

**Teorema 2.2**

Jika  $Mx(t)$  merupakan fungsi pembangkit momen dari peubah acak  $x$  maka :

$$M''_x(0) - (M'_x(0))^2 = Var(x)$$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Bukti:**

Berdasarkan definisi fungsi pembangkit momen maka :

$$M''_x(0) = \frac{d^2}{dt^2} M_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot e^{tx} \cdot f(x) dx$$

Diperoleh

$$M''_x(0) = \frac{d^2}{dt^2} M_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot e^{tx} \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx = E(x^2)$$

Akibatnya

$$M''_x(0) - (M'_x(0))^2 = E(x^2) - (E(x))^2 = Var(x)$$

**2.6.1 Variansi dan Mean**

Diberikan peubah acak kontinu  $x$  dengan  $f$  sebagai fungsi kepadatan peluangnya. Jika  $\mu$  merupakan fungsi dari  $x$  dengan rumus  $\mu(x)$ , mean dari  $\mu(x)$ , dinotasikan dengan  $E[\mu(x)]$  didefinisikan sebagai :

$$E[\mu(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x) \cdot f(x) dx$$

Jika  $\mu(x) = x$ , maka  $E[\mu(x)] = E(x)$  disebut mean dari  $X$

**Definisi 2.3 :**

Misalkan  $X$  peubah acak dengan distribusi peluang  $f(x)$  dan rata-rata  $\mu$ , maka

$Var(X) = \sigma^2$  adalah:

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_x (x - \mu)^2 f(x)$$

bila  $X$  diskrit

dan

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

bila  $X$  kontinu

Varian digunakan untuk mengukur variabelitas suatu distribusi peluang

**Teorema 2.3**

Jika  $X$  adalah peubah acak kontinu dengan  $f(x)$  sebagai fungsi kepadatan peluangnya, maka berlaku

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$$

*Bukti :*

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E(X - \mu)^2 \\ &= E(X^2 - 2\mu X + \mu^2) \\ &= E(X^2) - 2\mu\mu + \mu^2 \\ &= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2 \\ &= E(X^2) - \mu^2 \end{aligned}$$

**Teorema 2.4**

Jika  $aX$  peubah acak dan  $b$  suatu konstanta maka :

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$$

*Bukti :*

$$\begin{aligned} \text{Var}(aX + b) &= E[(aX + b) - E(aX + b)]^2 \\ &= E[a(X) + b - aE(X) + b]^2 \\ &= E[a(X) - aE(X) + b - b] \\ &= E[a(X) - aE(X)]^2 \\ &= E[a(X - E(X))]^2 \\ &= E[a^2(X - \mu)^2] \\ &= a^2 E[(X - \mu)^2] \\ &= a^2 \text{var}(X) \end{aligned} \quad (\text{Dudewich \& Misra.1995 : 255})$$

**2.7 Metode Maximum Likelihood Estimation (MLE)**

Menurut Bain dan Engelhardt (1992: 293) Metode maksimum likelihood merupakan salah satu cara untuk melakukan penaksiran parameter yang tidak diketahui. Prosedur penaksiran maksimum likelihood menguji apakah penaksiran maksimum yang tidak diketahui dari fungsi likelihood suatu sampel nilainya sudah memaksimumkan fungsi likelihood.

**Definisi 2.4** Misalkan  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . adalah variabel acak dari populasi parameter yang tidak diketahui. Maka fungsi likelihood sampel tersebut adalah :

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) &= f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \\
 &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \\
 &= L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) \\
 &= L(\theta)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

**Defisini 2.6**  $L(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta), \theta \in \Omega$  merupakan fungsi densitas peluang dari  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  Untuk hasil pengamatan  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , nilai  $\theta$  berada dalam  $\Omega(\theta \in \Omega)$ , dimana  $L(\theta)$  maksimum yang disebut sebagai *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dari  $\theta$ , jadi  $\hat{\theta}$  merupakan pendugaan dari  $\theta$ .

Jika  $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \max_{\theta \in \Omega} f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$  maka untuk memaksimumkan  $L(\theta)$  terhadap parameternya dengan mencari turunan dari  $L(\theta)$ . Biasanya mencari turunan dari  $L(\theta)$  relatif sulit, sehingga dalam penyelesaiannya dapat diatasi dengan menggunakan logaritma atau fungsi  $\ln$  dari  $L(\theta)$  yaitu :

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta)$$

Untuk memaksimumkan  $\ln L(\theta)$  adalah dengan mencari turunan dari  $\ln L(\theta)$  terhadap parameter parameternya, kemudian turunannya dibuat sama dengan nol.

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

### 2.8 Akaike Information Criterion (AIC)

Seleksi model merupakan suatu tahapan penting untuk memutuskan model yang terbaik. Akaike (1973,1974) memperkenalkan suatu kriteria informasi yang disebut dengan AIC (Akaike's Information Criterion).

Akaike Information Criterion (AIC) merupakan pengukuran untuk kualitas relatif dari model statistik dari data yang diberikan untuk pemilihan model terbaik

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Diarangi mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dari beberapa model yang ada. Perhitungan AIC dapat dilakukan dengan rumus :

$$AIC = -2\ln L + 2k \tag{2.7}$$

Dengan  $k$  adalah banyaknya parameter yang akan di taksir.

Untuk ukuran sampel yang terbatas digunakan AICC, yaitu nilai AIC yang telah dikoreksi. Perhitungan AIC dapat dilakukan dengan rumus :

$$AICC = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \tag{2.8}$$

dengan  $n$  merupakan ukuran sampel. Selain itu, jika nilai  $k$  yang semakin besar atau variabel yang akan ditaksirnya semakin banyak, maka penggunaan nilai AICC ini jauh lebih baik dibandingkan dengan menggunakan nilai AIC, misalnya ketika  $n$  tidak lebih besar dari  $k^2$ . Namun, ketika  $n$  semakin besar, nilai AICC akan konvergen ke nilai AIC, sehingga AICC dapat dihiraukan. Model yang terbaik yaitu model yang memiliki nilai AIC atau AICC terkecil.

## 2.9 Metode Newton-Raphson

Apabila dalam proses pendugaan parameter didapat persamaan akhir yang non linear biasanya diperoleh pendugaan parameter yang tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga perlu diselesaikan dengan cara numerik. Salah satu cara yang digunakan dengan teknik iteratif yaitu metode Newton Rhapsion. Jika  $\theta_0$  merupakan nilai awal  $\theta$  atau  $\theta_0$  merupakan nilai ke 1 maka dapat dimisalkan  $\theta_0 = \theta_1$  dan  $\theta_1 = \theta_{i+1}$  dengan  $i$  awal 0.

Metode ini dapat diperluas untuk meyelesaikan sistem persamaan dengan lebih dari satu parameter. Misal  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$  maka iterasinya sebagai berikut :

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \left[ (H(\theta))^{-1} \cdot g(\theta) \right]$$

Vektor gradien atau verktor turunan pertama terhadap parameternya dan lambangnya  $g(\theta)$  yaitu :

Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$g(\theta) = \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}$$

Matriks Hessian atau matriks turunan kedua dari fungsi logaritma natural terhadap parameter  $\theta_1$  dan  $\theta_2$  dilambangkan dengan  $H(\theta)$  yaitu :

$$g(\theta) = \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_n} & \dots & \frac{\partial^2 \ln L(\theta)}{\partial \theta_n^2} \end{bmatrix}$$

(Seberand Wild, 2003).



Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada Bab ini akan dijelaskan bagaimana prosedur yang dilakukan penulis untuk mencapai tujuan dari penelitian ini. Penelitian ini didukung menggunakan buku-buku dan referensi-referensi lainnya yang berkaitan dengan penelitian ini.

### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data yang terdapat pada jurnal Rama Shanker yang berjudul *A two-parameter sujatha distribution*.

### 3.2 Metode Analisis Data

Metode analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan metode distribusi *Sujatha*. Untuk mendapatkan model kecepatan angin, maka harus dilakukan beberapa tahapan.

Berikut langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membuktikan distribusi sujatha suatu fungsi densitas peluang
2. Membuktikan distribusi sujatha suatu fungsi distribusi kumulatif
3. Menentukan fungsi campuran peluang gamma
4. Menentukan mean dan varian dari distribusi sujatha
5. Membuktikan momen pertama hingga keempat dan mencari momen kepada distribusi dengan menggunakan fungsi pembangkit momen.
6. Membuktikan estimasi parameter dengan menggunakan metode maximum likelihood

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB V PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Persamaan Fungsi Densitas Peluang Sujatha yaitu :

$$f(x; \theta, \alpha) = \frac{\theta^3}{\alpha\theta^2 + \theta + 2} (\alpha + x + x^2) e^{-\theta x}$$

2. Persamaan Distribusi Kumulatif Distribusi Sujatha yaitu :

$$f(x; \theta, \alpha) = 1 - \left[ \frac{1 + \theta x(\theta + 2 + \theta x)}{\alpha\theta^2 + \theta + 2} \right] e^{-\theta x}$$

3. Fungsi Pembangkit Moment Distribusi Sujatha adalah :

$$Mx(e^{\alpha}) = \frac{\theta^3}{\alpha\theta^2 + \theta + 2} \left[ \frac{\alpha}{(\theta - t)} + \frac{1}{(\theta - t)^2} + \frac{2}{(\theta - t)^3} \right]$$

4. Fungsi Likelihood Distribusi Sujatha yaitu :

$$L(\theta) = \left( \frac{\theta^3}{\alpha\theta^2 + \theta + 2} \right)^n \prod_{i=1}^n (\alpha + x_i + x_i^2) \cdot e^{-\theta \cdot n \cdot \bar{x}}$$

5. Hasil estimasi parameter yang telah di aplikasikan pada data survival distribusi sujatha dua parameter dengan nilai  $\theta = 0.676967$ ,  $\alpha = 37.2186$ ,

6. Hasil perhitungan *Akaike Information Criterion* (AIC) Distribusi Sujatha sebagai berikut  $AIC = 109.5719$ .

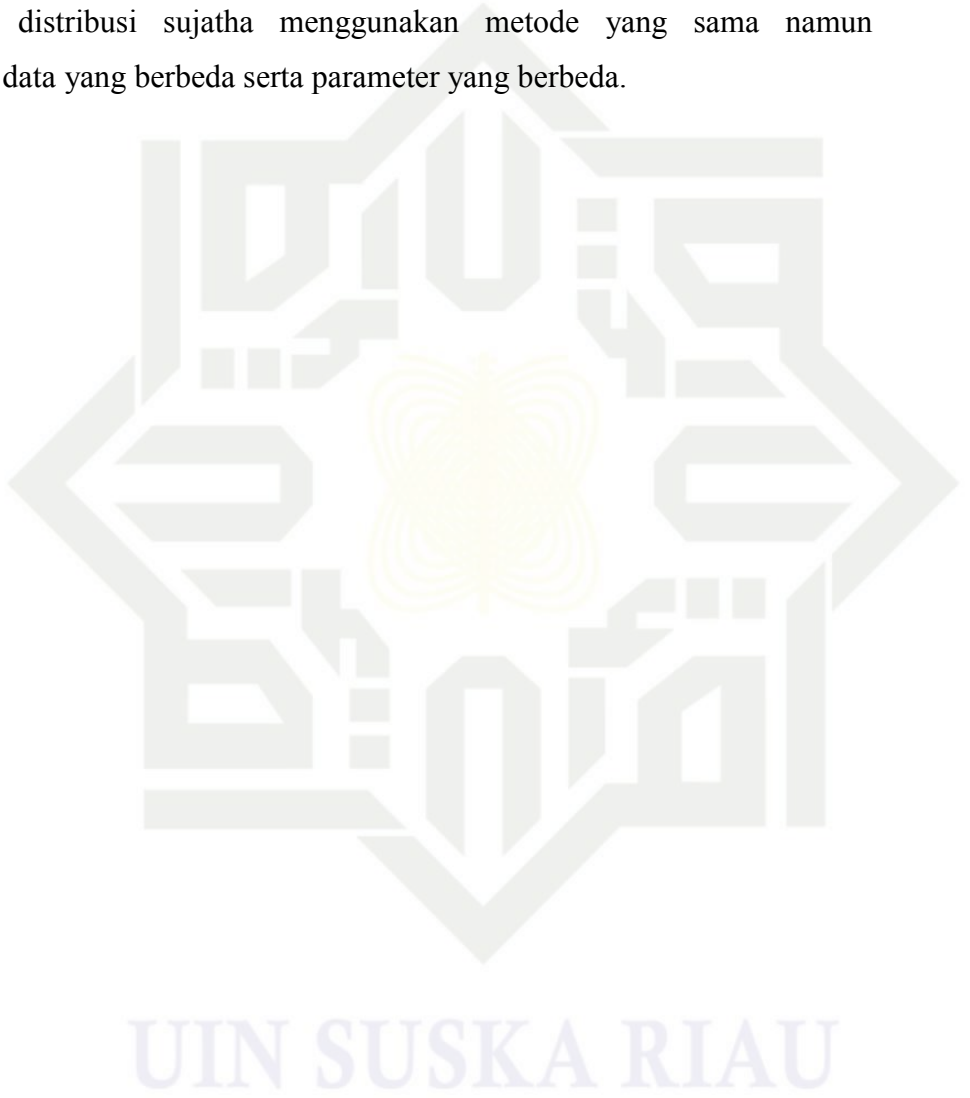
**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**5.2**

**Saran**

Penulisan tugas akhir ini membahas tentang memahami secara detail dan matematis untuk mendapatkan nilai maksimum likelihood, loglikelihood, serta nilai estimasi parameter yang terdapat pada jurnal. Diharapkan bagi pembaca yang berminat melanjutkan tugas akhir ini, pembaca mampu memahami kembali secara detail distribusi sujatha menggunakan metode yang sama namun menggunakan data yang berbeda serta parameter yang berbeda.





## DAFTAR PUSTAKA

- Evans J.M dan Rosenthal S,Jeffrey. “Probability and Statistic” University of Toronto:Toronto, 2009.
- Mussie Tesfay, Shanker R. “Another Two-Parameter Sujatha Distribution with Properties and Applications”. *Journal of Mathematical Sciences and Modelling*, Vol 2, No 1, Hal 1-13. 2019.
- Ross. M Sheldon. “Probability Models”. [www.elsevier.com](http://www.elsevier.com) : Los Angeles, California, 2010.
- Shanker R, Fesshaye H, dkk.”On Modeling of Lifetimes Data Using Exponential and Lindley Distribution”. *Biometrics & Biostatistics International Journal*, Vol.2, No. 5, hal 140-147, 2015.
- Shanker R, Sukhla Kumar K, dkk. “ A Generalization Of Sujatha Distribution and Its Applications With Real LifetimeData”. *Journal of Institute of Science and Technology*, Vol 22, No 1, hal 66-83,2017..
- Shanker R, Sukhla Kumar K, dkk. “A New Two-Parameter Poisson-Sujatha Distribution”. *International Journal of Probability and Statistics*, Vol 9, No 2, hal 21-32,2020.
- Shanker R, Sukhla Kumar K, dkk. “A Three-Parameter Lindley Distribution”. *American Journal of Mathematics and Statistics*, Vol 7, No 1, hal 15-26, 2017..
- Shanker R. “ Sujatha Distribution and Its Applications”. *Statistics In Transition New Series*, Vol.17, No.3, 391-410, 2016.

### Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



LAMPIRAN HASIL PROGRAM R

```

INPUT
RGui (64-bit) - [C:\Users\Asus\Documents\alhamdulillah.R - R Editor]
File Edit Packages Windows Help
x<-c(5.1,1.2,1.3,0.6,0.5,2.4,0.5,1.1,8,0.8,0.4,0.6,0.9,0.4,2,0.5,5.3,
3.2,2.7,2.9,2.5,2.3,1,0.2,0.1,0.1,1.8,0.9,2.4,6.8,1.2,0.4,0.2)
sujatha <- function(x,teta0,eps=0.000001)
{
n = length (x);
xbar=sum(x)/n ;
sumlogx = sum (log(x));
diff = 1; teta=teta0; teta=teta[1]; alpa=teta[2];
while(diff>eps)
{
teta.old=teta
d1=(-3*n/teta^2)-(n*((-2*alpa^2*teta^2-2*alpa*teta+4*alpa-1))/(alpa*teta^2+teta+2)^2)
d2=(-n*teta^2-4*n*teta)/(alpa*teta^2+teta+2)^2
d3=(-n*teta^2-4*n*teta)/(alpa*teta^2+teta+2)^2
d4=(n*teta^4)/(alpa*teta^2+teta+2)^2-(sum(1/(alpa+x*x^2)))
s=c(((3*n/teta)-(n*(2*alpa*teta+1)/(alpa*teta^2+teta+2))-n*xbar),((-n*teta^2)/(alpa*teta^2+teta+2))+sum(1/(alpa+x*x^2))))
Jbar=matrix(c(d1,d2,d3,d4),byrow=T,ncol=2)
teta=teta-solve(Jbar,s)
teta=teta[1];alpa=teta[2]
diff=sum(abs(teta-teta.old))
}
list(alpa=alpa,teta=teta,Jbar=Jbar)
}
tetasj<-sujatha(x,teta0=c(0.01,0.1),eps=0.000001)

alpa<-tetasj[[1]]
tetax<-tetasj[[2]]
k<-2
xbar<-mean(x)

LnL<-n*(3*log(tetax)-log(alpax*tetax^2+tetax+2))+sum(log(alpax+x*x^2))-n*tetax*xbar
AIC<-2*LnL+2*k
    
```

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.





## 2. OUTPUT

1. Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
  - a. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

```

RGui (64-bit) - [R Console]
File Edit View Misc Packages Windows Help

> x<-c(5.1,1.2,1.3,0.6,0.5,2.4,0.5,1.1,8,0.8,0.4,0.6,0.9,0.4,2,0.5,5.3,
+ 3.2,2.7,2.9,2.5,2.3,1,0.2,0.1,0.1,1.8,0.9,2.4,6.8,1.2,0.4,0.2)
> sujatha <- function(x,teta0,eps=0.000001)
+ {
+ n = length(x);
+ xbar=sum(x)/n ;
+ sumlogx = sum(log(x));
+ diff = 1; theta=teta0; teta=theta[1]; alpa=theta[2];
+ while(diff>eps)
+ {
+ theta.old=theta
+ d1=(-3*n/teta^2)-(n*((-2*alpa^2+teta^2-2*alpa*teta+4*alpa-1))/(alpa*teta^2+teta+2)^2)
+ d2=(-n*teta^2-4*n*teta)/(alpa*teta^2+teta+2)^2
+ d3=(-n*teta^2-4*n*teta)/(alpa*teta^2+teta+2)^2
+ d4=((n*teta^4)/(alpa*teta^2+teta+2)^2)-(sum(1/(alpa+x*x^2)^2))
+ s=c(((3*n/teta)-(n*(2*alpa*teta+1)/(alpa*teta^2+teta+2))-n*xbar),((-n*teta^2)/(alpa*teta^2+teta+2))+sum(1/(alpa+x*x^2)))
+ Jbar=matrix(c(d1,d2,d3,d4),byrow=T,ncol=2)
+ theta=theta-solve(Jbar,s)
+ teta=teta[1];alpa=theta[2]
+ diff=sum(abs(theta-theta.old))
+ }
+ list(alpa=alpa,teta=teta,Jbar=Jbar)
+ }
> tetasj<-sujatha(x,teta0=c(0.01,0.1),eps=0.000001)
>
> alpax<-tetasj[[1]]
> tetax<-tetasj[[2]]
> k<-2
> xbar<-mean(x)
>
> LnL<-n*(3*log(tetax)-log(alpax*tetax^2+tetax+2))+sum(log(alpax+x*x^2))-n*tetax*xbar
> AIC<-2*LnL+2*k
> tetasj
+
$alpa
[1] 37.21864

$teta
[1] 0.6769674

$Jbar
      [,1]      [,2]
[1,] -116.690944 -0.2683049597
[2,]  -0.268305  -0.0006965592

> alpax
[1] 37.21864
> tetax
[1] 0.6769674
> LnL
[1] -52.78594
> AIC
[1] 109.5719
>

```

Activate Windows  
Go to Settings to



## DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Sorek, Kab.Pelalawan, Provinsi Riau tanggal 6 Oktober 1997, sebagai anak pertama dari dua bersaudara psangan Bapak Sakino dan Ibu Sarmini, dengan satu saudari perempuan bernama Dwita Febriant. Penulis menyelesaikan Pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 007

Sialang Godang pada tahun 2000, tahun 2012 penulis menyelesaikan Pendidikan Lanjutan Tingkat Pertama di SMP Negeri 1 Pkl.Kuras dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA) di SMA Negeri 1 Bdr.Petalangan Kabupaten Pelalawan Riau pada tahun 2015.

Pada tahun 2015 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, Fakultas Sains dan teknologi dengan Program Studi Matematika. Pada tanggal 14 Januari - 14 Februari 2019, penulis melaksanakan Kerja Praktek di Badan Pusat Statistik Kota Pekanbaru, dengan judul Laporan Kerja Praktek “ **Menentukan Jumlah Pertumbuhan Ekonomi Berdasarkan Tingkat Pengangguran dan Pendapatan Regional di Kota Pekanbaru Menggunakan Fuzzy Tsukamoto**” dengan dosen pembimbing Kerja Praktek Ibu Rahmawati, M.Si, dan telah diseminarkan pada tanggal 19 Juni 2018. Pada tanggal 15 Juli - 31 Agustus 2018 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Koto Tandun, Kec. Tandun, Kabupaten Rokan Hulu.. Penulis dinyatakan lulus sarjana pada tanggal Juli 2020 dengan judul Tugas Akhir “**Distribusi Sujatha Dua Parameter Beserta Sifatnya**” dengan dosen pembimbing Bapak Dr. Rado Yendra, M.Sc.

### Hak Cipta Diindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.