PENGGUNAAN METODE *CHOLESKY* UNTUK MENENTUKAN SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM MATRIKS INTERVAL

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Program Studi Matematika

Oleh :

WISKA ARWENSIH
11354203336

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2020

LEMBAR PERSETUJUAN

PENGGUNAAN METODE CHOLESKY UNTUK MENENTUKAN SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM MATRIKS INTERVAL

TUGAS AKHIR

Oleh:

WISKA ARWENSIH
11354203336

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 07 Desember 2020

Ketua Jurusan	Pembimbing
Ari Pani Desvina,M.Sc	**Irma Suryani, M.Sc**
NIP.19811225 200604 2 003	**NIK.130517091**

LEMBAR PENGESAHAN

PENGGUNAAN METODE CHOLESKY UNTUK MENENTUKAN SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM MATRIKS INTERVAL

TUGAS AKHIR

Oleh:

WISKA ARWENSIH
11354203336

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 07 Desember 2020

Pekanbaru, 07 Desember 2020
Mengesahkan

Dekan	**Ketua Jurusan**
Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag	**Ari Pani Desvina, M.Sc**
NIP. 19660604 199203 1 004	**NIP. 19811225 200604 2 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua : **Ari Pani Desvina, M.Sc**

Sekretaris : **Irma Suryani, M.Sc**

Anggota I : **Fitri Aryani, M.Sc**

Anggota II : **Corry Corazon Marzuki, M.Si**

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan hanya sebagian atau seluruh tugas akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan tugas akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal peminjaman.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru,   Maret 2020
Yang membuat pernyataan,

WISKA ARWENSIH
11354203336

LEMBAR PERSEMBAHAN

Bismillahirrohmaanirrohiim…

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila telah selesai (dari suatu urusan) kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain dan hanya kepada Tuhanlah hendaknya kamu berharap". (Qs. Asy-Syarh; 6-8).

Segala puji dan syukur kupersembahkan bagi sang pencipta langit dan bumi yaitu Allah SWT, Dzat yang menganugerahkan kedamaian bagi jiwa-jiwa yang senantiasa akan Maha Besar-Nya.

Lantunan sholawat beriring salam menjadi persembahan penuh kerinduan pada sang revolusioner Islam, pembangun peradaban manusia yakni Nabi besar Muhammad SAW.

Alhamdulillahirobbil'alaamiin…

Pada akhirnya tugas akhir (skripsi) ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu. Karya ini merupakan wujud dari kegigihan dalam ikhtiar untuk sebuah makna kesempurnaan dengan tanpa berharap melampaui kemaha sempurnaan sang Maha Sempurna.

Dengan hanya mengharap ridho-Mu semata, kupersembahkan karya ini untuk yang terkasih kedua orangtuaku, Ayahanda dan Ibunda,serta adik-adikku yang senantiasa selalu memberiku dukungan dan semangat.

Dan untuk seluruh keluarga besarku dan teman-teman serta kakak-kakak dan abang-abang senior yang tak dapat saya sebutkan satu persatu untuk menagajari dan membantuku dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Terimakasih untuk semua dukungannya dalam bentuk apapun, do'a, nasehatserta saran dalam proses penyelesaian skripsi ini. Maaf untuk segala kesalahan dan semoga tugas akhir ini membawa manfaat bagi yang membutuhkan.

PENGGUNAAN METODE CHOLESKY UNTUK MENENTUKAN SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM MATRIKS INTERVAL

WISKA ARWENSIH
11354203336

Tanggal Sidang: 07 Desember 2020
Tanggal Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jln. H.R.Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Pada tugas akhir ini, dibahas mengenai aplikasi penyelesaian sistem persamaan linear interval mengunakan metode Cholesky. Disini soal-soal Sistem Persamaan Linear Interval diberikan dan akan menggunakan metode Cholesky. Karena Sistem Persamaan Linier berbentuk interval, maka dicari terlebih dahulu nilai eigen pada matriks batas bawah dan batas atas yang ada dalam matriks selang. Nilai eigen yang didapat harus bernilai positif, jika tidak positif maka penyelesaian tidak dapat dilanjutkan. Jika nilai eigen positif, maka dapat dicari solusi penyelesaiannya menggunakan metode Cholesky. Jika nilai eigen ada yang tidak bernilai positif, maka penyelesaian terhenti. Artinya, tidak dapat dicari penyelesaiannya menggunakan metode Cholesky.

Katakunci : Dekomposisi Cholesky, sistem persamaan linear interval, definit positif

USING THE CHOLESKY METHOD TO DETERMINE THE SOLUTION OF SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS IN INTERVAL MATRICES

WISKA ARWENSIH
11354203336

Date of Final Exam : *December 07th 2020*
Graduation Ceremony Period :

Mathematic Study Program
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Jln. H.R. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

The final project discuss the application of solving systems of equations linear interval using the Cholesky method. Here the Interval Linear Equations System questions are given and will use the Cholesky method. Because the Linear Equations System is in the form of an interval, it is necessary to look for it first the eigenvalue of the lowerboundary matrix and the upper bound in the matrix hose. The eigenvalues obtained must be positive, if they are not positive then the solution cannot be continued. If the eigenvalues are positive, a solution can be found using the Cholesky method. If the eigenvalues are not positive, the solution stops. That is, the solution cannot be found using the Cholesky method.

Keyword : *Cholesky decomposition, system of linear interval equations, positive definit*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah SWT karena atasrahmat, taufik dan hidayahNya penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul, **"PENGGUNAAN METODE CHOLESKY UNTUK MENENTUKAN SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM MATRIKS INTERVAL"** dengan baik dan selesai tepat pada waktunya. Salawat beserta salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW,mudah-mudahan kita semua selalu mendapat syafa'atNya dan selalu didalam lindungan Allah SWT Aamiin. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata1 (S1) di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Pengerjaan dan penyelesaian tugas akhir ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Ucapan terimakasih setulus hati kepada orangtua tersayang Ayahanda dan Ibunda yang telah mencurahkan belaian dan kasih sayang setulus hati, perhatian, do'a, materi dan dukungan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Terimakasih kepada Bunga Nurita, Diana Indrayani, adinda Fatri Bayu Cenia serta teman-teman yang tidak dapat dituliskan satu persatu namanya yang telah memberikan semangat dan perhatian setulus hati kepada penulis. Tak lupa ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Plt. Prof .Dr. Suyitno, M.Ag Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Aripani Desvina, M.Sc Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

4. Ibu Irma Suryani, M.Sc dosen pembimbing yang telah memberikan arahan, motivasi dan membimbing penulis dengan penuh keikhlasan dan kesabaran sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
5. Ibu Fitri Aryani, M.Sc dosen penguji I yang telah membantu memberikan kritikan dan saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Sc selaku Penguji II yang telah banyak memberikan masukan, saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
7. Semua dosen-dosen jurusan Matematika yang memberikan dukungan serta saran dalam menyelesaikan tugas akhir ini.
8. Seluruh keluarga besarku yang telah memberikan dukungan, semangat, arahan serta pengalaman-pengalaman terhebat sehingga memotivasi penulis dalam menyelesaikan pendidikan hingga saat ini.
9. Semua pihak yang telah memeberi bantuan dari awal hingga selesainya tugas akhir ini yang tidak bias disebutkan satu persatu.

Semoga kebaikan yang telah kalian berikan kepada penulis menjadi amal kebaikan dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT. Aamiin.

Penulis menyadari bahwa dalam pembuatan tugas akhir ini masih terdapat kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari semua pihak yang membangun demi kesempurnaan dalam penulisan tugas akhir selanjutnya. Semoga dengan adanya tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua, Aamiin.

Akhir kata penulis mengucapkan terimakasih.

Pekanbaru, 23 Maret 2020

Wiska Arwensih

DAFTAR ISI

Halaman

LEMBAR PERSETUJUAN ii

LEMBAR PENGESAHAN iii

LEMBARHAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL iv

LEMBAR PERNYATAAN v

LEMBAR PERSEMBAHAN vi

ABSTRAK vii

ABSTRACT viii

KATA PENGANTAR ix

DAFTAR ISI xi

DAFTAR SIMBOL xiii

DAFTAR GAMBAR xiv

BAB I PENDAHULUAN I-1

1.1 Latar Belakang I-2

1.2 Rumusan Masalah I-2

1.3 Batasan Masalah I-2

1.4 Tujuan Penelitian I-3

1.5 Manfaat Penelitian I-3

1.6 Sistematika Penulisan I-3

BAB II LANDASAN TEORI II-1

2.1 Sistem Persamaan Linear II-1

2.2 Sistem Persamaan Linear Interval II-2

2.3 Matriks Simetris dan Matriks Interval II-4

2.3.1 Matriks Simetris II-4

2.3.2 Matriks Interval II-4

2.4 Nilai Tengah dan Jarak Pada Matriks Interval II-6

2.5 Metode Dekomposisi Cholesky………………………………… II-6

2.6 Ciri-ciri Metode Cholesky…………………………………… II-11

BAB III METODOLOGI PENELITIAN……………………………………… III-1

3.1 *Flowchart* Metodologi Penelitian…………………………….. III-2

BAB IV PEMBAHASAN……………………………………………………….. IV-1

BAB V PENUTUP………………………………………………………………. V-1

5.1 Kesimpulan……………………………………………………. V-1

5.2 Saran…………………………………………………………… V-2

DAFTAR PUSTAKA

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matriks merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan dalam kehidupan sehari-hari. Matriks juga dapat diterapkan keberbagai ilmu pengetahuan lainnya seperti dalam ilmu statistik, fisika, teknik sosial dan ekonomi.

Terdapat beberapa macam matriks, diantaranya matriks segitiga atas, matriks diagonal, matriks identitas, matriks interval, matriks simetris dan sebagainya. Bentuk dari sebuah matriks sesuai dengan definisi matriks tersebut, seperti matriks interval yaitu matriks yang elemennya berupa interval yang memiliki batas atas dan batas bawah. Matriks interval sama halnya dengan matriks biasa, yang memiliki operasi aritmatika untuk menyelesaikan persoalan pada matriks tersebut. Selanjutnya matriks simetris adalah matriks yang elemen-elemen dibawah dan diatas diagonal utamanya simetris. Bila dinyatakan dengan anggota-anggota individual, suatu matriks $A = [a_{ij}]$ simetrs jika dan hanya jika $a_{ij} = a_{ji}$untuk semua nilai i dan j.

Dalam penyelesaian masalah-masalah rekayasa sipil seringkali digunakan suatu cara penyelesaian yang disebut metode numerik. Metode numeric adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan Matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan biasa $(+, -, \div, \times)$. Metode Cholesky merupakan salah satu metode penyelesaian dalam analisis numerik. Metode Cholesky adalah sebuah penyelesaian persamaan linier simultan yang diperoleh dari rumusan matematika berdasarkan atas unsur koefisien variabel yang simetris. Matriks yang diselesaikan harus matriks yang berordo sama atau disebut dengan matriks simetris.

Penelitian tentang metode Cholesky pernah dilakukan oleh Herlina (2018) yang dalam artikelnya membahas tentang metode Cholesky dalam menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode dekomposisi Cholesky.

Azkiya (2018) yang menjelaskan tentang faktorisasi Cholesky dari matriks definit positif simetris dan faktorisasi semi-Cholesky dari matriks semidefinit positif simetris. Nursukaisih (2012) membahas tentang matriks interval yang menjabarkan sifat – sifat operasi aritmatika, determinan dan invers pada matriks interval. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Safitri (2011), yakni tentang penggunaan aljabar max-plus dalam menentukan nilai Eigen dan vektor Eigen pada matriks interval. Irawati (2012) pada penelitiannya menghasilkan penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) Fuzzy dengan metode Dekomposisi Cholesky yang solusinya tunggal. Yulia Depega (2012) tentang penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) Interval Menggunakan Metode Dekomposisi LU.

Berdasarkan penelitian-penelitian diatas, sehingga penulis tertarik untuk meneliti skripsi yang berjudul **"Penggunaan Metode *Cholesky* untuk Menentukan Solusi Sistem Persamaan Linear dalam Matriks Interval".**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan maka dapat diambil rumusan masalah yaitu bagaimana cara menentukan solusi sistem persamaan linear dalam matriks interval dengan menggunakan metode *Cholesky*?

1.3 BatasanMasalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah :

1. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Interval menggunakan metode Cholesky
2. Matriks yang digunakan berukuran 3×3
3. Menggunakan matriks simetris dan definit positif yang mana semua nilai-nilai eigennya bernilai positif.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini yaitu mendapatkan solusi dari sistem persamaan linear matriks interval dengan menggunakan metode *Cholesky*.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

a. Memahami cara menentukan solusi sistem persamaan linear dengan menggunakan metode *Cholesky* dalam matriks interval.

b. Memperoleh ilmu pengetahuan tentang operasi matriks.

c. Sebagai bahan informasi penelitian-penelitian selanjutnya di bidang yang sama.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah,batasan masalah,tujuan penelitian, manfaat penelitiandan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi teori-teori yang mendukung dalam pembahasan penelitian ini.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi berisi langkah-langkah atau prosedur untuk menentukan solusi sistem persamaan linear dengan menggunakan metode *Cholesky*.

BAB IV Pembahasan dan Hasil

Bab ini berisi tentang penjelasan cara menentukan solusi sistem persamaan linear dengan menggunakan metode *Cholesky*.

BAB V Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Sistem Persamaan Linear

Sistem persamaan linear memegang peranan penting dalam aljabar linear. Aljabar linear sering dihadapi pada persoalan mencari penyelesaian suatu sistem persamaan linear. Bentuk umum sistem persamaan linear dapat ditulis sebagai berikut

$$\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{y} \tag{2.1}$$

Definsi 2.1 (Marc Lipson, 2006) Sistem persamaan linear adalah sekumpulan persamaan linear dengan variabel-variabel yang tidak diketahui. Sistem persamaan linear yang terdiri dari m persamaan L_1, L_2, ... ,L_m dengan n variabel yang tidak diketahui $x_1, x_2, ..., x_n$ dapat disusun dalam bentuk standar.:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= y_1 \rightarrow L_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= y_2 \rightarrow L_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad & \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= y_m \rightarrow L_m \end{aligned} \tag{2.2}$$

Dengan a_{1j} dan y_i adalah konstanta a_{ij} adalah koefisien dari variabel x_j pada persamaan L_i dan bilangan y_i adalah konstanta dari persamaan L_i.

Sistem persamaan linear (2.2) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix} \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

A disebut matriks koefisien yang berukuran $m \times n$ sedangkan X dan Y adalah matriks kolom yang berukuran $n \times 1$. Berikut ini adalah contoh sistem persamaan linear yang terdiri dari tiga persamaan.

Contoh 2.1 :

Diberikan sistem persamaan linear yang terdiri dari m persamaan dan n variabel sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 &= 4 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 + x_4 &= 2 \\ 5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 &= 6 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Ubahlah ke dalam bentuk persamaan matriks!

Penyelesaian:

Dari soal dapat diubah menjadi bentuk dibawah:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 & 5 \\ 2 & 6 & -3 & 1 \\ 5 & 10 & -8 & 6 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \qquad \text{dan } Y = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

A disebut matriks koefisien yang berukuran3×4, sedangkan X dan Y adalah matriks kolom yang berukuran3×1.

Sistem persamaan linear yang mempunyai penyelesaian disebut konsisten dan sebaliknya suatu persamaan linear yang tidak mempunyai penyelesaian disebut tidak konsisten.Sistem persamaan linear dapat mempunyai solusi tunggal dan penyelesaian tidak tunggal. Penyelesaian sistem persamaan linear dapat dilakukan diantaranya dengan metode invers yaitu:

$$X = A^{-1}Y \tag{2.6}$$

2.2 SistemPersamaan Linear Interval

Sistem persamaan linear interval merupakan kumpulan dari suatu sistem persamaan linear yang koefisiennya berupa interval sehingga dari Sistem Persamaan Linear (SPL) tersebut bias dibentuk kedalam matriks interval. Matriks interval merupakan matriks yang elemen-elemen di dalamnya berupa interval tertutup dengan satu matriks batas bawah dan satu matriks batas atas sebagai penyusunnya. Misalnya diberikan suatu SPL interval yang terdiri dari n baris dan n kolom, dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{array}{l}
[\underline{a}_{11},\overline{a}_{11}]\tilde{x}_1+[\underline{a}_{12},\overline{a}_{12}]\tilde{x}_2+[\underline{a}_{13},\overline{a}_{13}]\tilde{x}_3+\cdots+[\underline{a}_{1n},\overline{a}_{1n}]\tilde{x}_n=[\underline{b}_1,\overline{b}_1]\\
[\underline{a}_{21},\overline{a}_{21}]\tilde{x}_1+[\underline{a}_{22},\overline{a}_{22}]\tilde{x}_2+[\underline{a}_{23},\overline{a}_{23}]\tilde{x}_3+\cdots+[\underline{a}_{2n},\overline{a}_{2n}]\tilde{x}_n=[\underline{b}_2,\overline{b}_2]\\
[\underline{a}_{31},\overline{a}_{31}]\tilde{x}_1+[\underline{a}_{32},\overline{a}_{32}]\tilde{x}_2+[\underline{a}_{33},\overline{a}_{33}]\tilde{x}_3+\cdots+[\underline{a}_{3n},\overline{a}_{3n}]\tilde{x}_n=[\underline{b}_3,\overline{b}_3]\\
\quad\vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad\qquad\qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots\\
[\underline{a}_{n1},\overline{a}_{n1}]\tilde{x}_1+[\underline{a}_{n2},\overline{a}_{n2}]\tilde{x}_2+[\underline{a}_{n3},\overline{a}_{n3}]\tilde{x}_3+\cdots+[\underline{a}_{nn},\overline{a}_{nn}]\tilde{x}_n=[\underline{b}_n,\overline{b}_n]
\end{array} \tag{2.7}$$

Untuk memudahkan dalammenyelesaikan SPL, maka SPL tersebut dapat ditulis ke dalam matriks berikut:

$\tilde{A}\tilde{x}=\tilde{b}$

$$\begin{bmatrix}
[\underline{a}_{11},\overline{a}_{11}] & [\underline{a}_{12},\overline{a}_{12}]\ldots & [\underline{a}_{13},\overline{a}_{13}]\ldots & [\underline{a}_{1n},\overline{a}_{1n}]\\
[\underline{a}_{21},\overline{a}_{21}] & [\underline{a}_{22},\overline{a}_{22}]\ldots & [\underline{a}_{23},\overline{a}_{23}]\cdots & [\underline{a}_{2n},\overline{a}_{2n}]\\
[\underline{a}_{31},\overline{a}_{31}] & [\underline{a}_{32},\overline{a}_{32}]\ldots & [\underline{a}_{33},\overline{a}_{33}]\cdots & [\underline{a}_{3n},\overline{a}_{3n}]\\
 & \vdots & & \\
[\underline{a}_{n1},\overline{a}_{n1}] & [\underline{a}_{n2},\overline{a}_{n3}] & [\underline{a}_{n3},\overline{a}_{n3}] & [\underline{a}_{nn},\overline{a}_{nn}]
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}[\underline{x}_1,\overline{x}_1]\\ [\underline{x}_2,\overline{x}_2]\\ [\underline{x}_3,\overline{x}_3]\\ \vdots\\ [\underline{x}_n,\overline{x}_n]\end{bmatrix}
=\begin{bmatrix}[\underline{b}_1,\overline{b}_1]\\ [\underline{b}_2,\overline{b}_2]\\ [\underline{b}_3,\overline{b}_3]\\ \vdots\\ [\underline{b}_n,\overline{b}_n]\end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Penyelesaian sistem persamaan linear interval pernah dilakukan oleh Yulia Depega (2012) namun dengan menggunakan metode dekomposisi LU.

Berikut ini akan diberikan contoh soal penyelesaian SPL interval dengan menggunakan dekomposisi LU:

Contoh 2.2: Diberikan suatu Sistem Persamaan Linear Interval berikut:

$$\begin{array}{l}
[1,3]\tilde{x}_1+[-2,2]\tilde{x}_2 \qquad\qquad = [0,8]\\
[1,3]\tilde{x}_1+[0,6]\tilde{x}_2+[1,1]\tilde{x}_3=[-8,0]\\
\qquad\qquad [2,4]\tilde{x}_2+[3,5]\tilde{x}_3=[-4,4]
\end{array}$$

Selesaikan SPL tersebut dengan metode dekomposisi LU !

Penyelesaian : Penyelesaian SPL interval dengan metode dekomposisi LU dapat dilakukan dengan langkah-lagkah berikut:

1) Mengubah SPL interval ke dalam matriks interval

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} [1,3] & [-2,2] & [0,0] \\ [1,3] & [0,6] & [1,1] \\ [0,0] & [2,4] & [3,5] \end{bmatrix} \tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \tilde{b} = \begin{bmatrix} [0,8] \\ [-8,0] \\ [-4,4] \end{bmatrix}$$

2) Mencari nilai determinan dari matriks $\tilde{A}$, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a) Diberi matriks interval

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} [1,3] & [-2,2] & [0,0] \\ [1,3] & [0,6] & [1,1] \\ [0,0] & [2,4] & [3,5] \end{bmatrix}$$

b) Ekspansi sepanjang baris petama.

c) Kofaktor

$$\tilde{C}_{11} = \begin{vmatrix} [0,6][1,1] \\ [2,4] \quad [3,5] \end{vmatrix} = ([0,6]\,.\,[3,5]) - ([2,4]\,.\,[1,1])$$

Untuk menentukan operasi aritmatika interval pada operasi perkalian, terlebih dahulu tentukan :

$[0,6]\,.\,[3,5] \Rightarrow m\,(\tilde{a}) = \left(\frac{0+6}{2}\right) = 3$ dan $m\,(\tilde{b}) = \left(\frac{3+5}{2}\right) = 4$

Selanjutnya akan ditentukan

$\alpha - \min(\underline{a}\,\underline{b}, \underline{a}\overline{b}, \overline{a}\underline{b}, \overline{a}\overline{b}) = \min(0,0,18,30) = 0$

$\beta = \max(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\overline{b}, \overline{a}\underline{b}, \overline{a}\overline{b}) = \max(0,0,18,30) = 30$

dan

$$k = \min\left\{\left((m\,(\overline{a})\; m\,(\overline{b})\right) - \alpha, \beta - \left((m\,(\overline{a})\; m\,(\overline{b})\right)\right\}$$

$$= \min(\,3\,.\,4 - 0{,}30 - 3\,.4)$$

$$= \min(\,12, 18\,)$$

$$= 12.$$

Selanjutnya yaitu:

$$[0\,,6]\,.\,[3\,,5] = [3\,.\;4 - 12,\;\; 3\,.\;4\; + 12]$$

$$= [0\,,24].$$

Jadi:

$$\tilde{C}_{11} = ([0\,,6]\,.\,[3\,,5]) - ([2\,,4]\,.\,[1\,,1])$$

$$= [0\,,24] - [2\,,4]$$

$$= [-4\,,22].$$

Dengan cara yang sama pada pencarian $\tilde{C}_{11}$, maka didapatkan:

$$\tilde{C}_{12} = \begin{vmatrix} [1\,,3][1\,,1] \\ [0\,,0][3\,,5] \end{vmatrix} = [1\,,3][3\,,5] - [1\,,1][0\,,0]$$

$$= ([3\,,15] - [0\,,0]) = [3\,,15].$$

dan

$$\tilde{C}_{13} = \begin{vmatrix} [1\,,3][0\,,6] \\ [0\,,0][2\,,4] \end{vmatrix} = [1\,,3][2\,,4] - [0\,,0][0\,,6]$$

$$= ([2\,,12] - [0\,,0]) = [2\,,12].$$

d) Determinan matriks interval $\tilde{A}$yaitu:

$$\det\,(\tilde{A}_{3\times 3}) = |\tilde{A}| = \tilde{a}_{11}\tilde{C}_{11} + \tilde{a}_{12}\tilde{C}_{12} + \tilde{a}_{13}\tilde{C}_{13}$$

$$= [1\,,3][-4{,}22] \text{—} 2{,}2[3\,,5] + \ [0\,,0][2\ \,,12]$$

$$= [12\,,24] \text{—} 10,10 + [0\,,0]$$

$$= [2\,,34].$$

3) Memfaktorkan matriks koefisien $\tilde{A}$ menjadi matriks L dan matriks U

$$\tilde{A} = \tilde{L}\tilde{U}$$

$$\begin{bmatrix} [1{,}3] & [1{,}1] & [0{,}0] \\ [1{,}3] & [4{,}6] & [-2{,}2] \\ [0{,}0] & [2{,}4] & [1{,}1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1{,}1] & [0{,}0] & [0{,}0] \\ [\underline{l}_{21}, \bar{l}_{21}] & [1{,}1] & [0{,}0] \\ [\underline{l}_{31}, \bar{l}_{31}] & [\underline{l}_{32}, \bar{l}_{32}] & [1{,}1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\underline{u}_{11}, \bar{u}_{11}] & [\underline{u}_{12}, \bar{u}_{12}] & [\underline{u}_{13}, \bar{u}_{13}] \\ [0{,}0] & [\underline{u}_{22}, \bar{u}_{22}] & [\underline{u}_{23}, \bar{u}_{23}] \\ [0{,}0] & [0{,}0] & [\underline{u}_{33}, \bar{u}_{33}] \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan matriks L dan matriks U dapat dilakukan dengan cara:

Baris pertama:

$$\tilde{U}_{11} = \tilde{a}_{11} = [1\,,3]\tilde{U}_{12} = \tilde{a}_{12} = [-2\,,2]\tilde{U}_{13} = \tilde{a}_{13} = [0\,,0]$$

Baris kedua:

$$\tilde{L}_{21} = \frac{\tilde{a}_{21}}{\left(dual\ \tilde{U}_{11}\right)} = \frac{[1\,,3]}{(dual[1\,,3])} = [1\,,1].$$

$$\tilde{U}_{22} = \tilde{a}_{22} - dual\ \left(\tilde{L}_{21}\tilde{U}_{12}\right) = [0\,,6] - dual([1\,,1]\,.\,[-2\,,2]) = [2\,,4].$$

$$\tilde{U}_{23} = \tilde{a}_{23} - dual\ \left(\tilde{L}_{21}\tilde{U}_{13}\right) = [1\,,1] - dual([1\,,1]\,.\,[0\,,0]) = [1\,,1].$$

Baris ketiga:

$$\tilde{L}_{31} = \frac{\tilde{a}_{31}}{\left(dual\ \tilde{U}_{11}\right)} = \frac{[0\,,0]}{(dual[1\,,3])} = [0\,,0].$$

$$\tilde{L}_{32} = \left(\frac{\tilde{a}_{32} - dual\left(\tilde{L}_{31}\tilde{U}_{12}\right)}{\left(dual\ \tilde{U}_{22}\right)}\right) = \left(\frac{[2\,,4] - dual([0\,,0]\,.\,[1\,,1])}{dual\ [2\,,4]}\right)$$

$$= \frac{[2\,,4]}{(dual\ [2\,,4])} = [1\,,1].$$

$$\tilde{U}_{33} = \tilde{a}_{33} - dual\left(\tilde{L}_{31}\tilde{U}_{13}\right) - dual\left(\tilde{L}_{32}\tilde{U}_{23}\right)$$

$$= [3\,,5] - dual\left([0\,,0]\,.\,[0\,,0]\right) - dual([1\,,1]\,.\,[1\,,1]) = [2\,,4].$$

Sehingga diperoleh matriks:

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} [1,1] & [0,0] & [0,0] \\ [1,1] & [1,1] & [0,0] \\ [0,0] & [1,1] & [1,1] \end{bmatrix}$$

dan

$$\tilde{U} = \begin{bmatrix} [1,3] & [-2,2] & [0,0] \\ [0,0] & [2,4] & [1,1] \\ [0,0] & [0,0] & [2,4] \end{bmatrix}$$

4) Menentukan nilai

$$\tilde{L}\tilde{y} = \tilde{b}$$

$$\begin{bmatrix} [1,1] & [0,0] & [0,0] \\ [1,1] & [1,1] & [0,0] \\ [0,0] & [1,1] & [1,1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,8] \\ [-8,0] \\ [-4,4] \end{bmatrix}$$

Maka

$\tilde{y}_1 = \tilde{b}_1 = [0,8].$

$\tilde{y}_2 = \tilde{b}_2 - \tilde{L}_{21}\ dual\ \tilde{y}_1$

$$= [-8,0 - [-1,1]\ dual\ [0,8]$$

$= [-8,0] - [1,1][8,0] = [-8,-8].$

$\tilde{y}_3 = \tilde{b}_3 - \tilde{L}_{31}\ dual\ \tilde{y}_1 - \tilde{L}_{32}\ dual\ \tilde{y}_2$

$= [-4,4] - [0,0]\ dual\ [0,8] - [1,1] dual\ [-8,-8]$

$= [-4,4] - [0,0]\ - [1,1][-8,-8] = [4,12].$

Sehingga diperoleh $\tilde{y} = \begin{bmatrix} [0,8] \\ [-8,-8] \\ [4,12] \end{bmatrix}.$

Selanjutnya menentukan nilai $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$ dan $\tilde{x}_3$ dari persamaan

$\tilde{U}\tilde{x} = \tilde{y}$

$$\begin{bmatrix} [1,3] & [-2,2] & [0,0] \\ [0,0] & [2,4] & [1,1] \\ [0,0] & [0,0] & [2,4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0,8] \\ [-8,-8] \\ [4,12] \end{bmatrix}$$

$$\tilde{x}_3 = \frac{\tilde{y}_3}{\tilde{a}_{33}} = \frac{[4,12]}{[2,4]} = [2,3].$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{\tilde{y}_2 - \tilde{U}_{23} dual\ \tilde{x}_3}{\tilde{U}_{22}}$$

$$= \frac{[-8,-8] - [-2\ ,2]dual[2,3]}{[2,4]}$$

$$= \frac{[-8,-8] - [1\ ,1][2,3]}{[2,4]}$$

$$= [-5.5\ ,-2.5].$$

$$\tilde{x}_1 = \frac{\tilde{y}_1 - \tilde{U}_{13} dual\ \tilde{x}_3 - \tilde{U}_{12} dual\ \tilde{x}_2}{\tilde{U}_{11}}$$

$$= \frac{[0,8] - [1,1]dual[2,3]\ - [0,0]dual[-5.5\ ,-2.5]}{[1,3]}$$

$$= \frac{[0,8] - [1,1][3,2]\ - [0,0][-2.5,-5.5]}{[1,3]}$$

$$= [-3.7\ ,6.3].$$

Jadi nilai $\tilde{x}_1 = [-3.7\ ,6.3]$, $\tilde{x}_2 = [-5.5\ ,-2.5]$ dan $\tilde{x}_3 = [2,3]$.

2.3 Matriks Simetris dan Matriks Interval

Berikut ini akan dijelaskan tentang suatu matriks simetris dan matriks interval.

2.3.1 Matriks Simetris

Definisi 2.3 (Anton Howard, 1995) Matriks simetris merupakan matriks yang elemen-elemen dibawah dan diatas diagonal utamanya simetris. Dengan kata lain, elemen pada $a_{12} = a_{21}, a_{13} = a_{31}, a_{23} = a_{32}$ (untuk matriks 3 $\times$ 3).

Contoh 2.3 : Berikut diberikan contoh matriks simetris

$$1. \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad 2. \begin{bmatrix} 8 & 6 & 4 \\ 6 & 9 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3.2 Matriks Interval

Penjelasan dari matriks interval sebenarnya sama seperti matriks biasa. Perbedaannya hanya terletak pada elemennya saja, yaitu berupa interval. Definisi matriks interval secara jelas adalah sebagai berikut:

Definisi 2.4(Rohn. J, 2005) : Jika$\underline{A}, \overline{A}$adalah dua buah matriks dalam $\mathbb{R}^{m\times n}$, $\underline{A} \leq \overline{A}$, maka himpunan matriks$\boldsymbol{A} = [\underline{A}, \overline{A}] = \{\boldsymbol{A}\,; \underline{A} \leq \boldsymbol{A} \leq \overline{A}\}$disebut matriks intervaldan matriks $\underline{A}, \overline{A}$ disebut batas interval.

Jika $\underline{A} = (\underline{a}_{ij})$dan $\overline{A} = (\overline{a}_{ij})$,maka $\boldsymbol{A}$adalah himpunan semua matriks A= (a_{ij})yang memenuhi

$$\underline{a}_{ij} \leq a_{ij} \leq \overline{a}_{ij}$$

dengan i = 1, 2, ... , m dan j = 1, 2, ... , n.

Contoh 2.4:

Diberikan dua buah matriks X dan Y sebagai berikut:

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 6 & 7 & 3 \\ 5 & -5 & 2 \end{bmatrix} \text{dan } Y = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 8 \\ 7 & 7 & 6 \\ 16 & -3 & 13 \end{bmatrix}$$

Susunlah matriks$\tilde{A}$yaitu matriks interval dari matriks X dan$Y$!

Penyelesaian:

Oleh karena$x_{ij} \leq y_{ij}$, maka berdasarkan definisi, matriks interval$\tilde{A}$ dapat disusun sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} [2,5] & [0,9] & [1,8] \\ [6,7] & [7,7] & [3,6] \\ [5,16] & [-5,-3] & [2,13] \end{bmatrix}$$

Contoh 2.4: Diberikan suatu matriks interval berordo 2 x 2,$\tilde{\boldsymbol{a}} = [\underline{a}, \overline{a}]$ = $\begin{bmatrix} [2,6] & [5,10] \\ [0,3] & [1,0] \end{bmatrix}$. Tunjukkan bahwa $\underline{a} \leq \overline{a}$!

Penyelesaian:

Dengan $\underline{a}$ = $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ dan $\overline{a}$ = $\begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ maka $2 < 6,\ 5 < 10,\ 0 < 3$ dan $-1 < 0$. Terbukti bahwa $\underline{a} \leq \overline{a}$.

2.4 Nilai Eigen

Nilai Eigen merupakan permasalahan yang sering kita jumpai dalam persoalan Matematika selain dari solusi sistem persamaan linear. Banyak penerapan yang mengharuskan untuk menentukan suatu matriks bukan nol X sedemikian sehingga:

$$A\,X = \lambda\,X \qquad (2.9)$$

dengan A adalah matriks $n \times n$ yang diketahui dan λ adalah skalar.

Definisi 2.5 (Marc Lipson, 2006) Jika A adalah matriks $n \times n$, suatu matriks bukan nol X yang berukuran $n \times 1$ sedemikian sehingga $A\,X = \lambda\,X$ dinamakan vektor eigen bagi A yang terkait dengan X, yang dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\det\,(\lambda\,I - A) = 0 \qquad (2.10)$$

Berikut ini akan diberikan definisi atau teori penguat mencari nilai eigen matriks interval dengan cara menentukan nilai eigen matriks $\underline{A}$ dan $\overline{A}$.

Dalam buku pegangan karangan Rhon Jiri (2005):

Definisi 2.6 (Rohn. J, 2005) Sebuah matriks interval $\boldsymbol{A} = [A_c - \Delta, A_c + \Delta,]$disebut simetris jika $A_c$dan Δ adalah simetris (dapat juga mengandung matriks nonsimetris).

Fakta: Jika A simetris, maka untuk setiap $i \in \{1, \dots, n\}$ adalah himpunan

$$\{\lambda_i(A);\ A \in\ \boldsymbol{A},\ A \text{ simetris}\}$$

merupakan interval penuh. Kami nyatakan interval ini dengan $[\underline{\lambda_i}(\boldsymbol{A}), \overline{\lambda_i}(\boldsymbol{A})]$.

Dalam artikel (jurnal) **Assem Deif (1991)**

Corollary: Untuk sebuah matriks interval simetris A^I, jika komponen dari x^i yang berkaitan dengan beberapa λ_i memiliki tanda yang sama dengan A^I, maka $\lambda_i^I = [\lambda_i(\underline{A}), \lambda_i(\overline{A})]$.

Teori dalam jurnal **(Milan Hladik, David Daney, Elias P. Tsigaridas; 2009):**

Misalkan $\boldsymbol{A}$ adalah sebuah matriks interval, sehingga $\underline{A}$ dan $\overline{A}$ adalah simetris. Penting untuk diketahui bahwa tidak setiap matriks dalam $\boldsymbol{A}$ adalah simetris. Misalkan matriks interval simetris:

$$\boldsymbol{A^S} = \{A \in \boldsymbol{A} \mid A = A^T\}$$

Kita notasikan dengan

$$\boldsymbol{\lambda}_i(\boldsymbol{A^S}) = \{\lambda_i(A) |\ A \in \boldsymbol{A^S}\}$$

Dimana set dari nilai eigen ke-i. Masing-masing set ini adalah interval real yang padu; ini merupakan konsekuensi dari kontinuitas fungsi nilai eigen dan kepaduan dari $\boldsymbol{A^S}$. Bisa terjadi bahwa set $\boldsymbol{\lambda}_i(\boldsymbol{A^S})$ dan $\boldsymbol{\lambda}_j(\boldsymbol{A^S})$, dimana $i \neq j$.

Berikut ini akan diberikan contoh menentukan nilai eigen pada matriks interval simetris berordo 3×3 sebagai berikut:

Contoh 2.5:

Diberikan matriks $\tilde{A}$ sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} [2,2] & [-1,1] & [0,1] \\ [-1,1] & [2,2] & [0,1] \\ [0,1] & [0,1] & [3,2] \end{bmatrix}$$

Tentukanlah nilai eigen matriks $\tilde{A}$!

Penyelesaian:

Untuk menentukan nilai eigen matriks $\tilde{A}$, maka kita tentukan terlebih dahulu matriks batas bawah dan matriks batas atas dari matriks $\tilde{A}$, yaitu:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan} \overline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks $\underline{A}$ yaitu:

$$\det(\lambda I - \underline{A}) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda - 2 & 1 & 0 \\ 1 & \lambda - 2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$[(\lambda - 2)(\lambda - 2)(\lambda - 3)] - (\lambda - 3) = 0$$

$$(\lambda - 3)[\,(\lambda - 2)^2 - 1] = 0$$

$$(\lambda - 3)(\lambda^2 - 4\lambda + 3) = 0$$

$$(\lambda - 3)(\lambda - 1)(\lambda - 3) = 0$$

$$(\lambda-3)^2(\lambda-1)=0$$

Jadi,nilai eigen matriks $\underline{A}$adalah $\lambda_1 = 3$ dan$\lambda_2 = 1$.

Nilai eigen matriks $\overline{A}$ yaitu:

$$\det(\lambda I-\overline{A})=0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}\right)=0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix}\lambda&0&0\\0&\lambda&0\\0&0&\lambda\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}\right)=0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix}\lambda-2&-1&-1\\-1&\lambda-2&-1\\-1&-1&\lambda-2\end{bmatrix}\right)=0$$

$$(\lambda-2)\{(\lambda-2)^2-1\}+(-\lambda+1)-\{1+(\lambda-2)\}=0$$

$$(\lambda-2)(\lambda^2-4\lambda+3)-(\lambda-1)-(\lambda-1)=0$$

$$(\lambda-2)(\lambda-3)(\lambda-1)-2(\lambda-1)=0$$

$$\{(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)-2\}=0$$

$$(\lambda-1)(\lambda^2-5\lambda+4)=0$$

$$(\lambda-1)^2(\lambda-4)=0$$

Jadi, nilai eigen matriks $\overline{A}$adalah $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = 4$.

2.5 Matriks Definit Positif Simetris

Berikut ini akan dijelaskan tentang suatu matriks definit positif simetris.

Definisi 2.7 (Steven J. Leon, 2001) Matriks simetris A yang berukuran $n \times n$ disebut matriks definit positif jika nilai dari $x^T A\, x > 0$ untuk $x \neq 0$ dalam R^n.

Teorema 2.8(Steven J. Leon, 2001) Misalkan A adalah matriks simetris yang berukuran $n \times n$ maka A adalah definit positif jika dan hanya jika semua nilai eigennya adalah positif.

Bukti:

($\Rightarrow$) Misalkan A adalah matriks definit positif dan λ adalah sebarang nilai eigen dari A, jika x adalah vektor eigen dari A yang bersesuaian dengan λ, maka untuk $x \neq 0$ berlaku:

$$x^T A\, x = x^T\, x = \lambda x^T\, x = \| \, x \, \|^2 > 0$$

karena $\| \, x \, \|^2 > 0$ maka $\lambda > 0$, jadi λ positif.

Contoh matriks definit positif simetris pada matriks berordo 3×3 sebagai berikut:

Contoh 2.6:

Diberikan matriks simetris sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Apakah matriks tersebut definit positif simetris?

Penyelesaian:

Berdasarkan persamaan (2.17), maka:

$$\det(\lambda\, I - A) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}\right)$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda - 6 & -2 & -2 \\ -2 & \lambda - 6 & -2 \\ -2 & -2 & \lambda - 6 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$(\lambda - 6)^3 - 8 - 8 - 4\,(\lambda - 6) - 4(\lambda - 6) - 4(\lambda - 6) = 0$$

$$\lambda^3 - 18\lambda^2 + 108\lambda - 232 - 12\lambda + 72 = 0$$

$$\lambda^3 - 18\lambda^2 + 96\lambda - 160 = 0$$

$$(\lambda - 4)(\lambda - 4)(\lambda - 10) = 0$$

Jadi, nilai eigen matriks A adalah $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = 4$ dan $\lambda_3 = 10$. Nilai eigen dari matriks A bernilai positif. Maka, matriks A merupakan matriks definit positif simetris.

2.6 Metode Dekomposisi Cholesky

Definisi2.10 (Kartono, 2002) Metode Cholesky adalah sebuah metode penyelesaian persamaan linier simultan yang diperoleh dari rumusan matematika berdasarkan atas unsur koefisien variabel yang simetris.

Metode Choleskyhanya bisa diaplikasikan pada matriks simetris dan definit positif. D. N. Sonawane (2011) menjelaskan matriks simetris riil disebutdefinit positif jika nilai eigennya adalah positif. Matriks nonsingular A_{nxn} dapat difaktorkan menjadi $L^{\mathrm{T}}L$ yang merupakan definit positif. Jika A definit positif, maka$A$ dapat di faktorkan dengan:

$$A = L\,L^T \tag{2.11}$$

dengan L adalah matriks segitiga bawah, jika jumlah dari elemen diagonal dari matriks L positif yang disebut Dekomposisi Cholesky. Persamaan dalam bentuk matriks berukuran $n = 3$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} \\ 0 & l_{22} & l_{32} \\ 0 & 0 & l_{33} \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Entri-entri dari persamaan dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut:$l_{ki} =$

$$\frac{a_{ki}\sum_{j=1}^{i-1} l_{ij}\, l_{jk}}{l_{ii}} \text{untuk} i = 1, 2, \ldots, k - 1 \tag{2.13}$$

$$l_{kk} = \sqrt{a_{kk} - \sum_{j=1}^{k-1} l^2 kj} \tag{2.14}$$

Dekomposisi Choleskymerupakan salah satu metode eksak yangdigunakan untuk mendapatkan solusi dari sistem persamaan linear. Solusi darisistem persamaan diperoleh dari faktorisasiCholeskyterhadap matriks koefisiensistem persamaan. Berikut ini adalah contoh pemecahan sistem persamaan linearmenggunakan Dekomposisi *Cholesky*.

Contoh 2.7 :

Diberikan sistem persamaan linear sebagai berikut:

$$9x_1 + 6x_2 + 6x_3 = 2$$
$$6x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 6$$
$$6x_1 + 8x_2 + 4x_3 = 4$$

Tentukanlah solusi persamaan tersebut menggunakan metode *Cholesky*!

Penyelesaian:

Langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut:

1. Mengubah SPL ke dalam bentuk matriks, maka:

   $A = L\,L^{\mathrm{T}}$

$$\begin{bmatrix} 9 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} \\ 0 & l_{22} & l_{32} \\ 0 & 0 & l_{33} \end{bmatrix}$$

2. Menentukan elemen-elemenl_{ki} pada matriks L dengan:

$$l_{ki} = \frac{a_{ki} \sum_{j-1}^{i-1} l_{ij}\, l_{jk}}{l_{ii}}$$

$$l_{11} = \sqrt{a_{11}} = \sqrt{9} = 3$$

$$l_{21} = \frac{a_{21}}{l_{11}} = \frac{6}{3} = 2$$

$$l_{22} = \sqrt{a_{22} - l^2{}_{21}} = \sqrt{6 - 2^2} = \sqrt{2}$$

$$l_{31} = \frac{a_{31}}{l_{11}} = \frac{6}{3} = 2$$

$$l_{32} = \frac{a_{32} - l_{21}l_{31}}{l_{22}} = \frac{8 - (2)\,(2)}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$l_{33} = \sqrt{a_{33} - l^2{}_{31} - l^2{}_{32}} = \sqrt{8 - (2)^2 - (\frac{4}{\sqrt{2}})^2}$$

$$= \sqrt{8 - 4 - 4}$$

$$= \sqrt{8 - 4 - 2}$$

$$= \sqrt{2}$$

Sehingga diperoleh matriks $L = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & \sqrt{2} & 0 \\ 2 & \frac{4}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ dan $L^{T} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & \sqrt{2} & \frac{4}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$

Jadi, faktorisasiCholesky dari sistem persamaan tersebut adalah:

$A = L\,L^{T}$

$$\begin{bmatrix} 9 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & \sqrt{2} & 0 \\ 2 & \frac{4}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & \sqrt{2} & \frac{4}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya $L\,Y = B$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & \sqrt{2} & 0 \\ 2 & \frac{4}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Dari operasi perkalian matriks, diperoleh persamaan berikut:

$$3y_1 = 2$$

$$2y_1 + \sqrt{2}y_2 = 6$$

$$2y_1 + \frac{4}{\sqrt{2}}y_2 + \sqrt{2}\,y_3 = 4$$

Sehingga diperoleh niai dari y sebagai berikut:

$$y_1 = \frac{2}{3}$$

$$2y_1 + \sqrt{2}y_2 = 6$$

$$2\left(\frac{2}{3}\right) + \sqrt{2}y_2 = 6$$

$$\frac{4}{3} + \sqrt{2}y_2 = 6$$

$$\sqrt{2}y_2 = 6 - \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{2}y_2 = 4\frac{2}{3}$$

$$y_2 = \frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}}$$

$$2y_1 + \frac{4}{\sqrt{2}}y_2 + \sqrt{2}y_3 = 4$$

$$2\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{\sqrt{2}}\left(\frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}}\right) + \sqrt{2}y_3 = 4$$

$$\frac{4}{3} + 9{,}3 + \sqrt{2}y_3 = 4$$

$$10{,}63 + \sqrt{2}y_3 = 4$$

$$\sqrt{2}y_3 = 4 - 10{,}63$$

$$\sqrt{2}y_3 = -6{,}63$$

$$y_3 = \frac{-6{,}63}{\sqrt{2}}$$

Maka diperoleh:

$$y_1 = \frac{2}{3}$$

$$y_2 = \frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}}$$

$$y_3 = \frac{-6{,}63}{\sqrt{2}}$$

Selanjutnya $L^{\mathrm{T}}\mathrm{X} = \mathrm{Y}$, maka diperoleh:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & \sqrt{2} & \frac{4}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}} \\ \frac{-6{,}63}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh solusi dari sistem persamaan linear sebagai berikut:

$$\sqrt{2}x_3 = \frac{-6{,}63}{\sqrt{2}}$$

$$\boldsymbol{x_3} = \frac{\frac{\boldsymbol{-6{,}63}}{\sqrt{\boldsymbol{2}}}}{\sqrt{\boldsymbol{2}}} = \boldsymbol{-3{,}31}$$

$$\sqrt{2}x_2 + \frac{4}{\sqrt{2}}x_3 = \frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}x_2 + \frac{4}{\sqrt{2}}(-3{,}31) = \frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2}x_2 = \frac{4\frac{2}{3}}{\sqrt{2}} - (-9{,}36)$$

$$\sqrt{2}x_2 = \frac{4{,}66}{\sqrt{2}} + 9{,}36$$

$$\sqrt{2}x_2 = \frac{4{,}66}{1{,}41} + 9{,}36$$

$$\sqrt{2}x_2 = 3{,}30 + 9{,}36$$

$$\sqrt{2}x_2 = 12{,}66$$

$$\boldsymbol{x_2} = \frac{\boldsymbol{12{,}66}}{\sqrt{\boldsymbol{2}}} = \boldsymbol{8{,}95}$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = \frac{2}{3}$$

$$3x_1 + 2(8{,}95) + 2(-3{,}31) = \frac{2}{3}$$

$$3x_1 + 17{,}9 + (-6{,}63) = \frac{2}{3}$$

$$3x_1 + 17{,}9 - 6{,}63 = \frac{2}{3}$$

$$3x_1 + 11{,}27 = \frac{2}{3}$$

$$3x_1 = \frac{2}{3} - 11{,}27$$

$$3x_1 = \frac{-10{,}6}{\sqrt{2}}$$

$$x_1 = \frac{\frac{-10,6}{\sqrt{2}}}{3} = -2,5$$

Sehinggadiperolehsolusidarisistem persamaan linearsebagaiberikut:

$$x_1 = -2,5, x_2 = 8,95, \ \ x_3 = -3,31$$

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi penelitian yang penulis gunakan adalah studi literature dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menyajikan suatu sistem persamaan linear matriks interval 3×3
2. Mengubah sistem persamaan linear dalam bentuk matriks, yaitu: $\tilde{\boldsymbol{A}}\,\tilde{\boldsymbol{x}} = \tilde{\boldsymbol{b}}$

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \tilde{b}_3 \end{bmatrix}$$

3. Menentukan matriks batas bawah dan matriks batas atas dari matriks interval, yaitu $\underline{A}$ dan $\overline{A}$, sehingga $\underline{\boldsymbol{A}}\,\underline{\boldsymbol{x}} = \underline{\boldsymbol{b}}$ dan $\overline{\boldsymbol{A}}\,\overline{\boldsymbol{x}} = \overline{\boldsymbol{b}}$

   Untuk matriks $\underline{A}$ yaitu: $\begin{bmatrix} \underline{a}_{11} & \underline{a}_{12} & \underline{a}_{13} \\ \underline{a}_{21} & \underline{a}_{22} & \underline{a}_{23} \\ \underline{a}_{31} & \underline{a}_{32} & \underline{a}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \\ \underline{b}_3 \end{bmatrix}$

   dan matriks $\overline{A}$ yaitu : $\begin{bmatrix} \overline{a}_{11} & \overline{a}_{12} & \overline{a}_{13} \\ \overline{a}_{21} & \overline{a}_{22} & \overline{a}_{23} \\ \overline{a}_{31} & \overline{a}_{32} & \overline{a}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x}_1 \\ \overline{x}_2 \\ \overline{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{b}_1 \\ \overline{b}_2 \\ \overline{b}_3 \end{bmatrix}$

4. Kemudian menentukan nilai eigen pada masing-masing matriks $\underline{A}$ dan $\overline{A}$ untuk mengetahui apakah positif definit atau bukan, jika ada nilai eigen yang negatif maka tidak dapat dilanjutkan, jika nilai eigen semuanya positif maka lanjutkan ke langkah selanjutnya.
5. Membentuk matriks $\tilde{A}$ ke dalam bentuk matriks $\tilde{\boldsymbol{A}} = \tilde{\boldsymbol{L}}\,\tilde{\boldsymbol{L}}^{\boldsymbol{T}}$

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{l}_{11} & 0 & 0 \\ \tilde{l}_{21} & \tilde{l}_{22} & 0 \\ \tilde{l}_{31} & \tilde{l}_{32} & \tilde{l}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{l}_{11} & \tilde{l}_{21} & \tilde{l}_{31} \\ 0 & \tilde{l}_{22} & \tilde{l}_{32} \\ 0 & 0 & \tilde{l}_{33} \end{bmatrix}$$

6. Menentukan nilai vektor $\tilde{y}$ dari matriks $\tilde{A}$ dengan rumus $\tilde{\boldsymbol{L}}\,\tilde{\boldsymbol{y}} = \tilde{\boldsymbol{b}}$ serta vektor $\tilde{x}$ dengan rumus $\tilde{\boldsymbol{L}}^{\boldsymbol{T}}\tilde{\boldsymbol{x}} = \tilde{\boldsymbol{y}}$.

   Untuk mencari nilai vektor $\tilde{y}$ yaitu:

$$\begin{bmatrix} \tilde{l}_{11} & 0 & 0 \\ \tilde{l}_{21} & \tilde{l}_{22} & 0 \\ \tilde{l}_{31} & \tilde{l}_{32} & \tilde{l}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \tilde{b}_3 \end{bmatrix}$$

Untuk mencari nilai vektor $\tilde{x}$ yaitu:

$$\begin{bmatrix} \tilde{l}_{11} & \tilde{l}_{21} & \tilde{l}_{31} \\ 0 & \tilde{l}_{22} & \tilde{l}_{32} \\ 0 & 0 & \tilde{l}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \end{bmatrix}$$

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab IV, diperoleh hasil penelitian yaitu sistem persamaan linier interval dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *Cholesky* dengan langkah-langkah yang dijabarkan pada metodologi penelitian. Berdasarkan contoh soal pada bab IV, sistem persamaan linier interval mempunyai solusi tunggal. Pada contoh soal (4.1), diperoleh nilai $\tilde{x}_1 = \left(\underline{x}_1, \overline{x}_1\right) = \left(2; -\frac{1}{4}\right)$, $\tilde{x}_2 = \left(\underline{x}_2, \overline{x}_2\right) = \left(4{,}27; \frac{1}{4}\right)$ dan $\tilde{x}_3 = \left(\underline{x}_3, \overline{x}_3\right) = \left(1{,}24; \frac{3}{4}\right)$. Sedangkan pada contoh soal 4.2, tidak diperoleh solusi dari sistem persamaan linear intervalnya karena ada salah satu nilai eigen dari matriks interval yang bernilai negatif. Sebab, dalam penyelesaian sistem persamaan linear matriks tersebut harus bernilai definit positif yang artinya semua nilai eigennya harus bernilai positif.

5.1 Saran

Pada tugas akhir ini, penulis menggunakan metode *Cholesky* untuk menyelesaikan sistem persamaan linier interval, diharapkan bagi pembaca yang berminat, dapat menggunakan metode lain untuk menyelesaikan sistem persamaan linier interval, seperti metode *Gauss Seidel* ataupun metode lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta : Erlangga. 1998.

Azkiya. *Faktorisasi Cholesky Dari Matriks Definit Positif Simetris dan Faktorisasi Semi-Cholesky Dari Matriks Semidefinit Positif Simetris.* Tugas Akhir Mahasiswa UGM. 2018.

Depega, Yulia. *Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Interval Dengan Metode Dekomposisi LU.* Tugas Akhir Mahasiswa UIN SUSKA RIAU. 2012.

Herlina, *Menentukan Solusi Sistem Persamaan Linear dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Cholesky*. 2019.

Irawati. *Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Fuzzy Menggunakan Dekomposisi Cholescy*. Tugas Akhir Mahasiswa UIN SUSKA RIAU. 2012.

Kartono. *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple.* Yogyakarta: Graha Ilmu. 2002.

K. Ganesan. On Some Properties of Interval Matrices. *International Journal of Computational and Mathematical Sciences*. Vol. 1(2), halaman 92-99. 2007.

Leon. J. Steven. *Aljabar Linear dan Aplikasi.* Edisi kelima. Jakarta: Erlangga. 2001.

Lipschutz, Seymour dan Lipson, March Lars. *Aljabar Linear* edisi ketiga. Jakarta: Erlangga. 2006.

Nirmala. T, dkk. Inverse Interval Matrix: A New Approach. *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 5(13), halaman 607 – 624. 2011.

Nursukasih. *Sifat-Sifat Operasi Aritmatika, Determinasi dan Invers pada Matriks Interval*. Tugas Akhir Mahasiswa UIN Suska Riau. 2012.

Rex, Georg and Jiri Rohn. Sufficient Conditions For Regularity And Singularity Of Interval Matrices. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*. Vol. 20, halaman 437-445. 1998.

Rohn, Jiri. *A Handbook of Results on Interval Linear Problems.* Czech Academy of *Sciences* Prague, Czech Republic, European Union. 2005.

Rudhito, M. Andy, Sri Wahyuni, Ari Suparwanto dan F. Susilo “Nilai Eigen dan Vektor Eigen Matriks Interval”, *Prosiding Seminar Nasional Mahasiswa S3 Matematika*, UGM. 2008

Safitri, Devi. *Menentukan Nilai Eigen dan Vektor Eigen Matriks Interval.* Tugas *Akhir* Mahasiswa UIN SUSKA RIAU. 2011.

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan pada tanggal 23 Maret 1994 di Kabupaten Kuantan Singingi, Provinsi Riau. Penulis merupakan anak Pertama dari tiga bersaudara,pasangan dari Bapak Suwendra dan Ibu Yurnaningsih. Penulis me nyelesaikan Pendidikan Formal pada Taman Kanak - Kanak Al-Amin di Pekanbaru pada tahun 2000.Kemudian menyelesaikan Pendidikan di Sekolah Dasar Negeri 026 Pekanbaru pada tahun 2006. Lalu pada tahun 2009 menye lesaikan pendidikan di Sekolah Menengah Pertama Negeri 15 Pekanbaru, setelah itu menyelesaikan pendidikan di Sekolah Menengah Atas Negeri 13 Pekanbaru pada tahun 2012 dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Pada tahun 2012 penulis ingin melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Uiniversitas Riau di Pekanbaru mengambil jurusan Ilmu Keperawatan, namun karena ribuan saingan yang juga mengambil jurusan tersebut dan terbatasnya penerimaan mahasiswa pada jurusan tersebut, saya tidak lulus untuk masuk di jurusan itu. Kemudian pada tahun 2013, saya melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru dengan mengambil jurusan Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi.

Pada tahun 2016 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kabupaten Kuantan Singingi, Kecamatan Cerenti, Desa Koto Cerenti. Penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Kantor Dinas Sosial Provinsi Riau di Kota Pekanbaru yang dibimbing oleh Ibu Sri Basriati, M.Sc dari tanggal 10 Desember 2017 s/d 10 Januari 2018.

Penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul tugas akhir **"Penggunaan Metode Cholesky Untuk Menentukan Solusi Sistem Persamaan Linear Dalam Matriks Interval"** dibawah bimbingan Ibu Irma Suryani, M.Sc.