

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model MSLIR penyebaran penyakit tuberkulosis dengan populasi terbuka adalah:

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dt} &= cP - \delta M - \beta M \\ \frac{dS}{dt} &= (1-c)P + \rho_1 + \delta M - kSI - \beta S - \rho_2 S \\ \frac{dL}{dt} &= kSI - \mu L - \beta L - \rho_2 L \\ \frac{dI}{dt} &= \mu L - \omega I - \pi I - \beta I - \rho_2 I \\ \frac{dR}{dt} &= \omega I - \beta R - \rho_2 R\end{aligned}$$

dengan jumlah populasi keseluruhan $M + S + L + I + R = N$, dimana M adalah kelas *immune* (populasi yang divaksinasi), S adalah kelas *susceptible* (populasi yang rentan terhadap penyakit), L adalah kelas *latent* (populasi yang terinfeksi, tetapi tidak mampu menyebarkan penyakit kepada individu lain), I adalah kelas *infective* (populasi yang terinfeksi dan mampu menyebarkan penyakit kepada individu lain), dan R adalah kelas *recovered* (populasi yang sembuh).

2. Ada dua titik *equilibrium* pada model MSLIR dengan populasi terbuka yaitu:

- a. Titik *equilibrium* bebas penyakit $(\hat{M}, \hat{S}, \hat{L}, \hat{I}, \hat{R}) = \left(\frac{cP}{(\delta+\beta)}, \frac{P+\rho_1}{(\beta+\rho_2)} - \frac{\beta cP}{(\delta+\beta)(\beta+\rho_2)}, 0, 0, 0 \right)$.

- b. Titik *equilibrium* endemik penyakit $(M^*, S^*, L^*, I^*, R^*) = \left(\frac{cP}{(\delta+\beta)}, \frac{(\mu+\beta+\rho_2)(\omega+\pi+\beta+\rho_2)}{\mu k}, \frac{(\delta+\beta-\beta c)P+\rho_1(\delta+\beta)}{(\delta+\beta)(\mu+\beta+\rho_2)} - \frac{(\omega+\pi+\beta+\rho_2)(\beta+\rho_2)}{\mu k}, \frac{((\delta+\beta-\beta c)P+\rho_1(\delta+\beta))\mu}{(\delta+\beta)(\mu+\beta+\rho_2)(\omega+\pi+\beta+\rho_2)} - \frac{(\beta+\rho_2)}{k}, \frac{((\delta+\beta-\beta c)\mu\omega P+\rho_1\mu\omega(\delta+\beta))}{(\delta+\beta)(\mu+\beta+\rho_2)(\omega+\pi+\beta+\rho_2)(\beta+\rho_2)} - \frac{\omega}{k} \right)$.

3. Ada dua kestabilan titik *equilibrium* pada model MSLIR dengan populasi terbuka yaitu kestabilan titik *equilibrium* bebas penyakit dan kestabilan titik *equilibrium* endemik penyakit. Titik *equilibrium* bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika $\beta(\beta + \rho_2) > k\left(P + \rho_1 - \frac{\beta c P}{(\delta + \beta)}\right)$, berarti dalam waktu yang lama penyakit akan hilang dari populasi, dan titik *equilibrium* endemik penyakit akan selalu stabil asimtotik lokal, berarti dalam waktu yang lama penyakit akan ada dalam populasi.

5.2 Saran

Pada tugas akhir ini memodelkan penyebaran penyakit tuberkulosis dengan populasi terbuka (terjadi proses migrasi), namun proses imigrasi hanya terjadi pada kelas *S* dan proses emigrasi terjadi pada kelas *S, L, I, R*. Untuk menyelidiki kestabilan titik kesetimbangannya penulis menggunakan metode linearisasi. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini disarankan untuk mengasumsikan proses migrasi terjadi pada setiap kelas.