

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model MSLIR penyebaran penyakit tuberkulosis dengan populasi terbuka adalah:

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dt} &= cP - \delta M - \beta M \\ \frac{dS}{dt} &= (1-c)P + \rho_1 + \delta M - kSI - \beta S - \rho_2 S \\ \frac{dL}{dt} &= kSI - \mu L - \beta L - \rho_2 L \\ \frac{dI}{dt} &= \mu L - \omega I - \pi I - \beta I - \rho_2 I \\ \frac{dR}{dt} &= \omega I - \beta R - \rho_2 R\end{aligned}$$

dengan jumlah populasi keseluruhan  $M + S + L + I + R = N$ , dimana  $M$  adalah kelas *immune* (populasi yang divaksinasi),  $S$  adalah kelas *susceptible* (populasi yang rentan terhadap penyakit),  $L$  adalah kelas *latent* (populasi yang terinfeksi, tetapi tidak mampu menyebarkan penyakit kepada individu lain),  $I$  adalah kelas *infective* (populasi yang terinfeksi dan mampu menyebarkan penyakit kepada individu lain), dan  $R$  adalah kelas *recovered* (populasi yang sembuh).

2. Ada dua titik *equilibrium* pada model MSLIR dengan populasi terbuka yaitu:

- a. Titik *equilibrium* bebas penyakit  $(\hat{M}, \hat{S}, \hat{L}, \hat{I}, \hat{R}) = \left( \frac{cP}{(\delta+\beta)}, \frac{P+\rho_1}{(\beta+\rho_2)} - \frac{\beta cP}{(\delta+\beta)(\beta+\rho_2)}, 0, 0, 0 \right)$ .

- b. Titik *equilibrium* endemik penyakit  $(M^*, S^*, L^*, I^*, R^*) = \left( \frac{cP}{(\delta+\beta)}, \frac{(\mu+\beta+\rho_2)(\omega+\pi+\beta+\rho_2)}{\mu k}, \frac{(\delta+\beta-\beta c)P+\rho_1(\delta+\beta)}{(\delta+\beta)(\mu+\beta+\rho_2)} - \frac{(\omega+\pi+\beta+\rho_2)(\beta+\rho_2)}{\mu k}, \frac{((\delta+\beta-\beta c)P+\rho_1(\delta+\beta))\mu}{(\delta+\beta)(\mu+\beta+\rho_2)(\omega+\pi+\beta+\rho_2)} - \frac{(\beta+\rho_2)}{k}, \frac{((\delta+\beta-\beta c)\mu\omega P+\rho_1\mu\omega(\delta+\beta))}{(\delta+\beta)(\mu+\beta+\rho_2)(\omega+\pi+\beta+\rho_2)(\beta+\rho_2)} - \frac{\omega}{k} \right)$ .

3. Ada dua kestabilan titik *equilibrium* pada model MSLIR dengan populasi terbuka yaitu kestabilan titik *equilibrium* bebas penyakit dan kestabilan titik *equilibrium* endemik penyakit. Titik *equilibrium* bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika  $\beta(\beta + \rho_2) > k\left(P + \rho_1 - \frac{\beta c P}{(\delta + \beta)}\right)$ , berarti dalam waktu yang lama penyakit akan hilang dari populasi, dan titik *equilibrium* endemik penyakit akan selalu stabil asimtotik lokal, berarti dalam waktu yang lama penyakit akan ada dalam populasi.

## 5.2 Saran

Pada tugas akhir ini memodelkan penyebaran penyakit tuberkulosis dengan populasi terbuka (terjadi proses migrasi), namun proses imigrasi hanya terjadi pada kelas  $S$  dan proses emigrasi terjadi pada kelas  $S, L, I, R$ . Untuk menyelidiki kestabilan titik kesetimbangannya penulis menggunakan metode linearisasi. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini disarankan untuk mengasumsikan proses migrasi terjadi pada setiap kelas.