

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari banyak persoalan matematika yang sulit diselesaikan secara langsung oleh manusia dalam teknik berhitung. Salah satu permasalahannya adalah penyelesaian untuk menentukan akar-akar persamaan nonlinear. Metode yang sering digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan suatu persamaan nonlinear, yaitu metode Newton dengan orde konvergensi berbentuk kuadratik. Oleh karena konvergensinya berorde dua, maka metode Newton cukup cepat menghampiri akar-akar persamaan nonlinier.

Bentuk umum metode Newton adalah :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

Sebuah tebakan awal x_0 diperlukan untuk memulai iterasi pada metode Newton. Apabila tebakan awal diambil cukup dekat ke akar r , maka metode Newton akan konvergen secara kuadratik. Selain menggunakan metode Newton, beberapa peneliti telah melakukan berbagai macam pendekatan untuk meningkatkan orde konvergensi suatu metode iterasi. Salah satunya adalah metode Chebysev-Halley yang memiliki orde konvergensi kubik dengan rumus umum sebagai berikut:

$$x_{n+1} = x_n - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_f}{1 - SL_f} \right) \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad (1.2)$$

dengan,

$$L_f = \frac{f''(x_n)f(x_n)}{f'(x_n)^2} \quad (1.3)$$

Selanjutnya Yaotang Li, Peiyuan Zhang, dan Yanyan Li (2009) telah melakukan modifikasi metode Chebysev-Halley sehingga diperoleh varian metode Chebysev-Halley yang memiliki orde konvergensi empat. Adapun bentuk umum dari varian metode Chebysev-Halley adalah :

$$x_{n+1} = x_n - \left(1 + \frac{f(y_n)}{f(x_n) - 2Sf(y_n)} \right) \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad (1.4)$$

dengan,

$$y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (1.5)$$

Selanjutnya definisikan kembali fungsi kuadratik yang menginterpolasi titik $(x_n, f(x_n))$ pada persamaan

$$w(x) = ax^2 + bx + c \quad (1.6)$$

Dan

$$w'(x) = 2ax + b \quad (1.7)$$

Dengan mengasumsikan bahwa $w'(x) \approx w'(x_n)$, diperoleh

$$w'(x_n) = 2ax_n + b \quad (1.8)$$

Selanjutnya asumsikan $w'(x_n) = f'(x_n)$, diperoleh

$$f'(x_n) = 2ax_n + b$$

Sehingga,

$$b = f'(x_n) - 2ax_n \quad (1.9)$$

Substitusikan Persamaan (1.8) ke Persamaan (1.9) sehingga

$$w'(x) = 2ax + f'(x_n) - 2ax_n \quad (1.10)$$

Oleh karena itu, pada tugas akhir ini penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan memodifikasi Varian Metode Chebyshev-Halley dengan menggunakan fungsi kuadratik.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis mengangkat rumusan masalah "Bagaimana menentukan hasil orde konvergensi modifikasi varian metode Chebyshev-Halley dengan menggunakan fungsi kuadratik?".

C. Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini adalah fungsi f adalah suatu fungsi nonlinear dengan satu variabel dan fungsinya bernilai riil.

D. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan persamaan modifikasi varian metode Chebyshev-Halley menggunakan fungsi kuadrat.
2. Mendapatkan orde konvergensi modifikasi varian metode Chebyshev-Halley menggunakan fungsi kuadrat.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai acuan untuk mengembangkan metode lain guna menyelesaikan persamaan nonlinier.
2. Dapat digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan nonlinear dengan tingkat kekonvergenan yang lebih tinggi.
3. Memberikan kontribusi pengetahuan khususnya di bidang numerik.

F. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup lima bab, yaitu :

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat penelitian.

BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi tentang teori-teori dasar yang digunakan dalam penelitian.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi tentang metodologi penelitian yang digunakan dalam tugas akhir ini.

BAB IV Pembahasan

Bab ini berisi tentang pembahasan bagaimana bentuk rumusan baru dari Persamaan (1.2) menggunakan fungsi kuadratik, serta berapa orde konvergensinya. Selain itu dilengkapi dengan simulasi numerik.

BAB V Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran.