Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

Hak cipta milik UIN Suska INVERS MATRIKS CENTROSYMMETRIC BENTUK KHUSUS ORDO 4x4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT POSITIF MENGGUNAKAN ADJOIN

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika



Oleh:

ESTY ERIZONA 11654201128



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

0

Ria

- 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau

0

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

LEMBAR PERSETUJUAN

PERANCANGAN ALAT BANTU TROLLY DRUM ERGONOMIS

TUGAS AKHIR

M ALLIF FIRDAUS 11652103526

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan Tugas Akhir di Pekanbaru, pada tanggal Juli 2020



Pembigabing II 19820530 201503 1001



Dr. Fitrah Lestari Norhiza, ST., M.Eng NIP. 19850616 201101 1 016

. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber: b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau. a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau



łak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau

Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

LEMBAR PENGESAHAN

PERANCANGAN ALAT BANTU TROLLY DRUM **ERGONOMIS**

TUGAS AKHIR

Olch

M ALLIF FIRDAUS 11652103526

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Facultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Pekanbaru, pada tanggal Juli 2020

> Pekanbaru, Juli 2020 Mengesahkan,

Ketua Jurusan.

Dr. Fitra Lestari Nohirza, ST., M.Eng NIP. 19850616 201101 1 016

EWAN PENGUJI

: Dr. Rika, S.Si, M.S.

: Anwardi, ST, MT

: Harpito, ST, MT

: Muhammad Ihsan Hamdy, ST, MT

: Ahmad Masy'ari, S.H.I.,MA.Hk

Kasim Riau



D

I

ak

C

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebut sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh tugas akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjam tugas akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

UIN SUSKA RIAU

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

I ak cipta 3

Ka

Ria

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu

Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara

tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Juni 2020 Yang membuat pernyataan,

ESTY ERIZONA 11654201128

UIN SUSKA RIAU

V

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Hak cip

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamiin.

BI Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan nikmat-Nya. Semoga kita semua selalu dalam lindungan Allah SWT. Shalawat beserta salam juga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW dengan mengucapkan \subset "allahhummaa sholli'alaa syaidinaa muhammad wa'alaa aalii syaidinaa Z muhammad".

S "Ku persembahkan sebuah karya kecil ini untuk Ayahanda dan Ibundaku tercinta, 📆 ang tiada hentinya memberiku semangat, doa, nasehat dan kasih sayang sehingga aku selalu kuat menjalani setiap rintangan yang ada. Ya Allah berikanlah balasan syurga firdaus untuk mereka dan jauhkanlah mereka dari panasnya api nerakamu Untukmu Ayah (Hermanto) dan Ibu (Ernawita).

Ucapan terimaksih untuk abang-abang,kakak-kakak dan adik yang telah mendukungku, memotivasi setiap langkahku sehingga aku mampu melewati hari sulitku dan menemaniku dalam suka dan duka.

Ibuk Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat selaku dosen pembimbing terimakasih karena kesabaran yang mencerahkan disetiap kebuntuan, yang selalu memberi semangat dan yang bersedia direpotkan.

Sahabat-sahabatku (Dewi Nuraziza, Wela Wahyuni Utami dan Zharifatul Aqilah) Terimakasih atas semua yang pernah kita jalani dan lewati selama hampir empat tahun ini. Terimakasih untuk nasehat, dukungan, pengorbanan, canda, tawa, tangis, ledekan yang menyebalkan dan pelajaran hidup tentang kebersamaan. Semoga dimasa depan kita juga meraih sukses bersama-sama.

Terimakasih untuk semua pihak yang telah memberikan dukungan, nasehat dan arahan kepada penulis, penulis mohon maaf tidak dapat menyebutkan satu persatu. Sekali lagi terimakasih semoga kita semua selalu diridhoi oleh Allah SWT dan selalu diberi kemudahan dalam meraih apa yang kita inginkan.

tate Isla iversity of Sultan Syarif Kasim Riau Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber



0

Ē S

uska

W B

I INVERS MATRIKS CENTROSYMMETRIC BENTUK KHUSUS ORDO 4x4 BERPANGKAT BILANGAN BULAT ipta milik U POSITIF MENGGUNAKAN ADJOIN

ESTY ERIZONA 11654201128

Tanggal Sidang : 23 Juni 2020

Tanggal Wisuda

Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Jl. HR. Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Salah satu cara sederhana untuk menentukan invers suatu matriks menggunakan metode adjoin. Penelitan ini bertujuan untuk menentukan invers dari suatu matriks centrosymmetric bentuk khusus ordo 4 × 4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin. Dalam menentukan invers matriks centrosymmetric bentuk khusus terdapat beberapa langkah yang perlu dikerjakan. Pertama perhatikan bentuk pola matriks *centrosymmetric* bentuk khusus A_4^2 sampai A_4^{10} sehingga didapat bentuk umumnya. Kedua perhatikan bentuk pola determinan matriks *centrosymmetric* bentuk khusus A_4^2 sampai A_4^{10} sehingga didapat bentuk umumnya. Selanjutnya perhatikan bentuk pola matriks kofaktor dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus A_4^2 sampai A_4^{10} sehingga didapat bentuk umum matriks kofaktor dari matriks *centrosymmetric* bentuk khusus. Terakhir perhatikan bentuk pola invers matriks *centrosymmetric* bentuk khusus A_4^2 sampai A_4^{10} sehingga didapat bentuk umum invers matriks centrosymmetric bentuk khusus. Pembuktian dari bentuk umum matriks, determinan, matriks kofaktor dan invers matriks menggunakan metode induksi matematika dan pembuktian langsung. Hasil akhir dalam penelitian im diperoleh bentuk umum matriks, determinan, matriks kofaktor dan invers dari matriks centrosymmetric berpangkat bilangan bulat positif dengan n ganjil dan n genap.

Katakunci: determinan, invers matriks, matriks centrosymmetric, metode adjoin, perpangkatan matriks.

Kasim Riau

ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

I

0 ~ C

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamiin. Puji syukur kepada Allah SWT karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4x4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif Menggunakan Adjoin". Shalawat beserta salam juga selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, semoga kita semua mendapat syafaat-nya. Penulisan tugas akhir ini dimaksudkan untuk memenuhi salah satu syarat dalam rangka menyelesaikan studi Strata 1 (S1) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.

Dalam penyusunan tugas akhir ini penulis banyak sekali mendapatkan bimbingan, arahan, dan masukan dari berbagai pihak. Penulis mengucapkan terima kasih khususnya kepada kedua orang tua tercinta Ayahanda Hermanto dan Ibunda Ernawita yang selalu mendo'akan dan melimpahkan kasih sayang kepada penulis. Selain itu, penulis juga mengucapkan terimakasih kepada:

- State Bapak Prof. Dr. H. Akhmad Mujahidin, S.Ag., M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
- Islamic Bapak Dr.Drs Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
- University of Sultan Syarif Kasim Ria Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
 - Ibu Sri Basriati, M.Sc, selaku Ketua sidang yang telah banyak memberikan masukan, saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
 - Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Sekretaris Program Studi Matematika serta Penguji I yang telah banyak memberikan masukan, saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.
 - Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd,M.Mat. selaku Pembimbing yang telah meluangkan waktu untuk memberikan arahan, penjelasan serta petunjuk kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis

0 ~ C

р₈. mili Z

S

W

a

amic University of Sultan Syarif Kasim Ria

Ibu Rahmawati, S.Si,M.Sc selaku Penguji II yang telah banyak memberikan masukan, saran serta dukungan dalam penulisan tugas akhir ini.

Bapak Nilwan Andiraja, M.Sc, selaku Pembimbing Akademik yang senantiasa membimbing, memberi arahan serta nasehat kepada penulis dari awal perkuliahan

Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khususnya Program Studi Matematika.

⊑10. Sahabat-sahabat penulis (Dewi Nuraziza, Wela Wahyuni Utami, Zharifatul Aqilah, Fajri Zikri, Frans jaya, Muhammad Saparudin dan Ishaq Hasibuan) terimakasih atas bantuan, masukan dan segala dukungan yang telah diberikan kepada penulis.

- Teman-teman seperjuangan di Program Studi Matematika Fakultas Sains 11. dan Teknologi khususnya angkatan 2016 yang telah banyak memberikan bantuan, masukan serta dukungan.
- 12. Semua pihak yang telah memberi bantuan dari awal penyusunan tugas akhir hingga selesai, yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan tugas akhir ini masih terdapat kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan tugas akhir ini. Semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Aamiin ya Rabbal'alamiin.

Pekanbaru, 23 Juni 2020

UIN SUSKA RIAU

Esty Erizona

X



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang . Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

DAFTAR ISI

| © Hak | | DAFTAR ISI | |
|-------------------|-------|---|--------|
| cipta | | Н | alaman |
| | R PE | RSETUJUAN | ii |
| EMBA | R PE | NGESAHAN | iii |
| EMBA | R HA | K ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL | iv |
| LEMBA | R PE | RNYATAAN | V |
| LEMBA | R PE | RSEMBAHAN | vi |
| ABSTRA | ιK | | vii |
| | | | viii |
| KATA P | ENG | ANTAR | ix |
| DAFTAI | R ISI | | xi |
| BAB I | PEN | DAHULUAN | |
| | 1.1 | Latar Belakang | I-1 |
| | 1.2 | Rumusan Masalah | I-3 |
| | 1.3 | Batasan Masalah | I-3 |
| | 1.4 | Tujuan Penelitian | I-3 |
| S | 1.5 | Manfaat Penelitian | I-4 |
| State | 1.6 | Sistematika Penulisan | I-4 |
| BAB II | LAN | NDASAN TEORI | |
| mic | 2.1 | Pengertian Matriks dan Operasi Matriks | II-1 |
| Un | 2.2 | Matriks Centrosymmetric | II-3 |
| ive | 2.3 | Determinan Matriks | II-5 |
| rsit | 2.4 | Invers Matriks | II-7 |
| c University of S | 2.5 | Induksi Matematika | II-9 |
| | MET | ΓODOLOGI PENELITIAN | |
| tan | | | |
| Y | PEN | IBAHASAN | |
| wif | 4.1 | Bentuk Umum Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus | |
| arif Kasim | | Ordo 4 × 4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif | IV-1 |



2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau. . Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

| 0 |
|-------|
| |
| I |
| 0 |
| 7 |
| 0 |
| - |
| cipta |
| |
| Ø |
| 3 |
| _ |
| 1 I K |
| - |
| |
| OIN |
| |
| - |
| |
| SUSK |
| _ |
| co |
| - |
| 8 |
| |
| X a |
| - |
| 9 |
| _ |
| |
| |
| |
| |
| BA |
| |

| | 4.2 | Bentuk Umum Determinan Matriks Centrosymmetric | |
|------|-----|--|-------|
| 5 | | Bentuk Khusus Ordo 4 × 4 Berpangkat Bilangan Bulat | |
| 2 | | Positif Menggunakan Ekspansi Kofaktor | IV-10 |
| 3 | 4.3 | Bentuk Umum Matriks Kofaktor dari Matriks | |
| | | Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4 × 4 Berpangkat | |
| | | Bilangan Bulat Positif | IV-17 |
| Z | 4.4 | Bentuk Umum Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk | |
| = | | Khusus Ordo 4 × 4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif | |
| 5 | | Menggunakan Metode Adjoin | IV-29 |
| 0 | 4.5 | Mengaplikasikan Bentuk Umum A_4^n , $\left A_4^n\right $ dan A^{-1} pada | |
| | | Contoh Soal | IV-37 |
| AB V | PEN | TUTUP | |
| | 5.1 | Kesimpulan | V-1 |
| | 5.2 | Saran | V-2 |

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR RIWAYAT HIDUP tate Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

SUSKA RIA

Hak c

ipta

Z

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber-

BAB I PENDAHULUAN

Pada Bab I ini akan dibahas mengenai latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

1. Latar Belakang

Invers dikenal sebagai kebalikan dari suatu matriks. Banyak metode yang digunakan untuk mencari invers matriks diantaranya matriks adjoin, eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan dan dekomposisi matriks LU. Permasalahan dalam mencari invers matriks biasanya berhubungan dengan ukuran matriks. Semakin besar ukuran matriks maka semakin sulit untuk menentukan invers suatu matriks tersebut, sehingga dibutuhkan metode yang tepat untuk menentukan invers suatu mariks.

Pembahasan mengenai invers suatu matriks telah banyak diteliti oleh peneliti sebelumnya. Pada tahun 2016, terdapat penelitian yang membahas tentang determinan, matriks kofaktor dan invers dari matriks Teoplitz Tridiagonal (Aryani dak, 2016). Kemudian pada tahun 2017, terdapat penelitian menggunakan metode adjoin yang membahas mengenai bentuk umum matriks kofaktor dan invers dari matriks tak negatif (Ulfah, 2017).

Pada tahun 2018, terdapat penelitian yang membahas tentang bentuk umum determinan matrik FLDcircr menggunakan ekspansi kefaktoran, matriks kofaktor dari FLDcircr dan bentuk umum invers matriks FLDcircr menggunakan metode adjoin (Rysfan, 2018) . Pada tahun 2019 juga terdapat penelitian yang menggunakan metode adjoin. Penelitian tersebut membahas tentang bentuk umum matriks kofaktor dari matriks teoplitz dan invers matriks teoplitz (Corazon dkk, 2019).

Selain dari beberapa matriks yang telah disebutkan diatas, Ada beberapa jenis matriks yang sering dibahas dalam ruang lingkup aljabar salah satunya adalah matriks centrosymmetric. Pada tahun 2015, terdapat penelitian yang

Kasim Riau



0

Riau

membahas tentang matriks *centrosymmetric*. Didalam jurnalnya menjelaskan bahwa matriks *centrosymmetric* merupakan salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks (Khasanah dkk, 2015).

Bentuk umum matriks centrosymmetric sebagai berikut :

$$A_{n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}, \text{ dengan } a_{ij} \in R.$$

$$(1.1)$$

Persamaan (1.1) dapat ditulis dengan $a_{ij}=a_{n-i+1,n-j+1}, 1 \le i \le n, 1 \le j \le n$.

Pada tahun 2016, terdapat penelitian yang membahas tentang bentuk umum matriks *centrosymmetric*, matriks yang similir dengan matriks *centrosymmetric*, determinan matriks centro-simetris, nilai eigen matriks *centrosymmetric*, dan vektor eigen matriks *centrosymmetric* (Tomasouw, 2016).

Kemudian pada tahun 2017, terdapat penelitian yang membahas tentang menentukan determinan matriks *centrosymmertic* dengan strukstur blok khusus pada matriks *hessenberg* yang lebih rendah, sehingga diperoleh algoritma yamg efisien (Khasanah dkk, 2017)

Pada tahun 2018 juga terdapat penelitian yang membahas tentang invers matriks *centrosymmetric* dengan strukstur blok khusus pada matriks *hessenberg* yang lebih rendah (Khasanah dkk, 2018). Dan ditahun 2019 terdapat penelitian yang membahas jurnal yang menjelaskan tentang aljabar matriks *centrosymmetric* Sn(R) (Xi dkk,2019).

Dari Persamaan (1.1), penulis tertarik mengulas tentang matriks ventrosymmetric bentuk khusus ordo 4×4 . Dimana a_{11} , a_{13} , $a_{23} = a$ dan a_{12} , a_{14} , a_{21} , a_{22} , $a_{24} = 0$ atau dapat ditulis sebagai berikut :

$$A_{4} = \begin{bmatrix} a & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } a \in R.$$

$$(1.2)$$

Berdasarkan penjelasan diatas tentang invers matriks, matriks centrosymmetric dan bentuk khusus matriks pada Persamaan (1.2), penulis tertarik



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

0

ta

Sn

mengambil judul "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4 × 4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif menggunakan Adjoin".

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah menentukan bentuk umum invers dari matriks centrosymmetric bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin.

1v3. Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini yaitu matriks yang digunakan adalah matriks centrosymmetric khusus pada Persamaan (1.2) berpangkat bilangan bulat positif.

Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan bentuk umum invers dari matriks centrosymmetric bentuk khusus ordo 4 × 4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau UIN SUSKA RIAU

I-3



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

a = |

Z

S Sn

Ka

State

ic Univers

Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan diatas, maka manfaat yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

Bagi penulis

didapatkan melalui penelitian Adapun manfaat yang ini adalah memperdalam pemahaman penulis tentang matriks, dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji suatu permasalahan aljabar linear khususnya dalam hal menyelesaikan invers matriks centrosymmetric.

Bagi Lembaga Pendidikan

Penulis berharap penelitian ini dapat dijadikan referensi dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan menentukan invers matriks centrosymmetric.

1.6. Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan Tugas Akhir ini terdiri atas lima bab yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan masalah, manfaat peneletian, serta sistematika penulisan.

Isla BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks, determinan matriks, invers matriks dan induksi matematika.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

berisikan tentang langkah-langkah peneliti untuk Bab menyelesaikan bentuk umum invers matriks centrosymmetric bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini berisikan penjelasan bagaimana menentukan bentuk umum invers pada matriks *centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 .

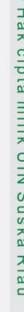
f Sultan S f Kasim Riau

I-4



© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



SUSKA RIAU



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber: b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari apa yang telah dibahas dalam bab pembahasan.

UIN SUSKA RIAU

BAK cipta milik UIN Suska Ria

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



łak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Hak cipta

S

BAB II

3 Pada Bab II berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, operasi matriks, matriks centrosymmetric, determinan matriks, invers matriks dan induksi matematika.

LANDASAN TEORI

Pengertian Matriks dan Operasi Matriks

Matriks dilambangkan dengan huruf besar, sedangkan entri (elemen) dilambangkan dengan huruf kecil. Dalam matriks dikenal ukuran matriks yang disebut ordo, yaitu banyak baris × banyak kolom (tanda × bukan menyatakan perkalian, tetapi hanya sebagai tanda pemisah). Secara umum sebuah matriks A berordo $m \times n$ dapat ditulis sebagai berikut :

Bentuk umum dari matriks berukuran $m \times n$ yaitu sebagai berikut:

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ atau } A = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}$$

dengan i = 1, 2, ..., m dan j = 1, 2, ..., n. Indeks pertama (i) menyatakan baris ke-Ldan indeks kedua (j) menyatakan kolom ke-j.

Definisi 2.1 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah matriks persegi, maka perpangkatan bilangan bulat non-negatif dari A didefinisikan sebagai:

$$A^0 = I \operatorname{dan} A^n = A A \dots A [n \operatorname{faktor}]$$

dan jika A invertible, maka perpangkatan bilangan bulat negatif dari A didefinisikan sebagai:

$$A^{-n} = (A^{-1})^n = A^{-1}A^{-1} \dots A^{-1} [n \text{ faktor}]$$

Teorema 2.1 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah invertible dan n adalah bilangan bulat non-negatif, maka Syarif Kasim Riau

- a) A^{-1} adalah *invertible* dan $(A^{-1})^{-1} = A$
- b) A^n adalah invertible dan $(A^n)^{-1} = A^{-n} = (A^{-1})^n$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

I

c) kA adalah invertible untuk setiap skalar k yang bukan nol dan $(kA)^{-1} = k^{-1}A^{-1}$

Contoh 2.1

Misalkan A dan A^{-1} adalah matriks berukuran 2 x 2 sebagai berikut:

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \operatorname{dan} A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

maka

$$\mathbf{A}^{3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 30 \\ 15 & 41 \end{bmatrix}$$

Remudian dengan menggunakan Teorema 2.1 (b) maka

Definisi 2.2 (Anton dan Rorres, 2013) Suatu matriks persegi A dikatakan simetris jika $A = A^T$.

Contoh 2.2

Jika diberikan
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

maka:

Tof Sultan Syarif Kasim Riau

$$\mathbf{A}^{T} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \end{bmatrix} = A$$

schingga A disebut matriks simetris.

Definisi 2.3 (Anton dan Rorres, 2013) Matriks identitas adalah matriks bujursangkar dengan bilangan 1 pada diagonal utamanya dan 0 pada entri-entri lainnya. Seperti:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



© I

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Definisi 2.4 (**Tamasouw**, **2016**) Matriks persegi j_n disebut matriks *contra-*

identitas jika berbentuk:

$$\frac{1}{2} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\
0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\
0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & \cdots & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

2.2 Matriks Centrosymmetric

Definisi 2.5 (**Khasanah dkk, 2017**) Matriks *centrosymmetric* merupakan salah satu matriks yang memiliki struktur simetri pada pertengahan matriks.

Diberikan $A=\left(a_{ij}\right)_{nxn}\in R^{nxn}$ adalah matriks *centrosymmetric*, jika $a_{ij}=a_{n-i+1,n-j+1},\,1\leq i\leq n,\,1\leq j\leq n$ atau dapat ditulis

$$A_{n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \end{bmatrix}.$$

Definisi 2.6 (Tamasouw, 2016) Diberikan matriks S berorde $n \times n$. Matriks S disebut matriks C berorde $n \times n$. Matriks S

$$\mathbf{S}^R = S$$

Lema 1

Jika $S = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ maka S adalah matriks *centrosymmetric*

Jika
$$S = \begin{bmatrix} a & c & b \\ d & e & d \\ b & c & a \end{bmatrix}$$
 maka S adalah matriks centrosymmetric

Selanjutnya bentuk umum matriks *centrosymmetric* dengan ordo $n \ge 4$ dibagi ke dalam 2 kasus yakni n genap dan n ganjil. Untuk kasus n genap yakni n = 2m maka misalkan matriks S berbentuk matriks blok sebagai berikut.



Hak Cipta Dilindungi Undang-

 $\frac{\mathbf{I}}{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$

Bengan A,B,C dan D adalah matriks persegi berorde m. Matriks S harus memenuhi $S^R = S$ sehingga

$$\overline{J}_n S J_n = S$$

$$\begin{bmatrix} O_m & J_m \\ O_m & O_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O_m & J_m \\ J_m & O_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_m D J_m & J_m B J_m \\ J_m C J_m & J_m A J_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & C \\ B & D \end{bmatrix}$$

Dari bentuk berakhir diperoleh $D = J_m A J_m$ dan $C = J_m B J_m$. Hasil ini diperoleh dalam lema berikut.

Lema 2. Jika S adalah matriks *centrosymmetric* berorde genap yakni n=2m maka S dapat ditulis dalam bentuk matriks blok sebagai berikut.

$$S = \begin{bmatrix} A & J_m B J_m \\ B & J_m A J_m \end{bmatrix}$$

Dengan A dan B adalah matriks persegi berorde m.

Bentuk matriks S pada lema diatas bukan bentuk tunggal karena matriks S dapat ditulis dalam bentuk

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} A & B \\ J_m B J_m & J_m A J_m \end{bmatrix} \text{ at au } S = \begin{bmatrix} A & J_m B \\ B J_m & J_m A J_m \end{bmatrix}.$$

Contoh 2.3

Matriks $S = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ adalah matriks *centrosymmetric* karena

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$S^{R} = J_{2}SJ_{2}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= S$$
Riau

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Matriks $S = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ adalah matriks *centrosymmetric* karena $\mathbf{S}^{R} = J_{3}SJ_{3}$

$$\overline{S}^{R} = J_3 S J_3$$

Contoh 2.5

Matriks $S = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ adalah matriks centrosymmetric karena S dapat

ditulis dalam bentuk

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} A & J_m B J_m \\ B & J_m A J_m \end{bmatrix} \text{ dengan}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} A & J_m B J_m \\ B & J_m A J_m \end{bmatrix} \text{ dengan}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{m}BJ_{m} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 Determinan Matriks

Riau

Definisi 2.7 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah matriks persegi, maka minor dari entri a_{ij} dinotasikan oleh M_{ij} dan didefinisikan menjadi determinan Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Hak Cipta Dilindungi Undang-I

dari sub-matriks yang tetap setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihapus dari A.

Bilangan $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dinotasikan oleh C_{ij} dan disebut kofaktor dari entri a_{ij} .

Contoh 2.6

0

$$\mathbf{\vec{J}}_{\mathbf{j}\mathbf{k}\mathbf{a}} \text{ terdapat } A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 7 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

maka minor dari a_{11} adalah

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 7 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} = -16$$

dan kofaktor dari a_{11} adalah

$$C_{11} = (-1)^{i+j} M_{11} = (-1)^2 - 16 = -16.$$

Definisi 2.8 (**Anton dan Rorres, 2013**) Jika A adalah matriks berukuran $n \times n$, maka bilangan yang dihasilkan dari perkalian entri-entri di setiap baris atau kolom A oleh kofaktor yang bersesuaian lalu menjumlahkan hasil perkalian tersebut dikatakan determinan A. Jumlah-jumlah dari keseluruhannya disebut ekspansi kofaktor dari A yang dituliskan sebagai berikut:

ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-j:

$$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \dots + a_{nj}C_{nj}$$

ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-i:

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \dots + a_{in}C_{in}$$

Contoh 2.7

Tentukan determinan matriks *A* dengan menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama

Tika terdapat
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$
$$= 3(-4) - 1(-11) + 0 = -1$$

 $\overline{\mathbf{M}}$ aka diperoleh |A| = -1



2.4 Invers Matriks

0

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Definisi 2.9 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah matriks berukuran $n \times n$ dan C_{ij} adalah kofaktor dari a_{ij} , maka matriks

 $\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$

disebut matriks kofaktor dari A. Transpose dari matriks ini disebut dengan adjoin dan dinotasikan oleh adj(A).

Definisi 2.10 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah matriks persegi dan jika matriks B yang berukuran sama dapat ditemukan sedemikian sehingga AB = BA = I maka A dikatakan matriks yang dapat dibalik (non-singular) dan B disebut invers dari A. Jika matriks B tidak dapat ditemukan, maka A dikatakan singular.

Syarat agar matriks A mempunyai invers adalah matriks A matriks nonsingular ($|A| \neq 0$). Jika matriks A matriks singular (|A| = 0). Maka matriks A tidak mempunyai invers.

Contoh 2.8

Misalkan
$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$
 dan $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

maka

$$\overline{A}B = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\mathbf{B}A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Jadi, A dan B dapat dibalik dan masing-masingnya adalah kebalikan dari yang lain.

Teorema 2.2 (Anton dan Rorres, 2004) Jika *A* adalah suatu matriks yang dapat dibalik maka

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$$

Bukti:

Terlebih dahulu akan ditunjukkan bahwa

$$A \operatorname{adj}(A) = \det(A)I$$



Perhatikan hasil kali

0

S

Entri pada baris ke-i dan kolom ke-j dari hasilkali A adj (A) adalah

$$a_{i1}C_{j1} + a_{i2}C_{j2} + \cdots + a_{in}C_{jn}$$

Jika i = j, maka persamaan diatas adalah ekspansi kofaktor dari det (A) sepanjang baris ke-i dari definisi 2.11 dan jika $i \neq j$, maka semua a dan kofaktor-kofaktor nya berasal dari baris-baris yang berbeda dari A, sehingga nilai dari persamaan adalah nol. Oleh karena itu,

A adj (A) =
$$\begin{bmatrix} \det(A) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \det(A) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \det(A) \end{bmatrix} = \det(A)I$$

Karena A dapat dibalik, maka $det(A) \neq 0$, sehingga persamaan dapat ditulis kembali sebagai berikut :

$$\frac{1}{\det(A)}[A \ adj(A)] = I \text{ atau } A\left[\frac{1}{\det(A)} adj(A)\right] = I$$

dengan mengalikan sisi disebelah kanan dan kiri dengan A^{-1} menghasilkan

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A).$$

Contoh 2.9

Tentukan invers matriks A dengan menggunakan metode adjoin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

Menentukan determinan matriks A

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1(4) - 0(-14) + 0(-10) = 4$$



 $\overline{\mathbf{M}}$ enentukan minor kofaktor dari matriks A:

Maka diperoleh

Jadi, Invers matriks A adalah

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 14 & 3 & -5 \\ -10 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7/2 & 3/4 & -5/4 \\ -5/2 & -1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$$

2.5 Induksi Matematika

Definisi 2.11 (Rinaldi Munir, 2005) Misalkan p(n) adalah proposisi perihal bilangan bulat positif dan kita ingin membuktikan bahwa p(n) benar untuk semua bilangan bulat positif n. Untuk membuktikan proposisi ini, kita hanya perlumenunjukkan.

 \mathbf{E} p(1) benar, dan

Jika p(n) benar, makan p(n+1) juga benar untuk setiap $n \ge 1$. Sehingga p(n) benar untuk semua bilangan bulat positif n.

Langkah 1 dinamakan basis induksi, sedangkan langkah 2 dinamakan langkah induksi. Lagkah induksi berisi asumsi (andaian) yang menyatakan bahwa p(n) benar. Asumsi tersebut dinamakan hipotesis induksi. Bila kita sudah menunjukkan kedua langkah tersebut benar maka kita sudah membuktikan bahwa p(n) benar untuk semua bilangan bulat positif n.

Contoh 2.10

Riau

Buktikan bahwa untuk $n \ge 1$, $1 + 2 + 3 + \cdots + n = n(n + 1)/2$ melalui induksi matematika.

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

State Islamic Uni

of Sultan Syarif Kasim Riau



Penyelesaian:

0

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

Misalkan bahwa p(n) menyatakan proposisi bahwa untuk menunjukkan $n \ge 1$, jumlah n bilangan bulat positif pertama adalah (n(n+1)/2), yaitu 1+2+3+3+1=1, 1+n=n(n+1)/2. Kebenaran proposisi ini harus dibuktikan dengan dua langkah induksi sebagai berikut:

 \mathbf{E} Basis induksi : p(1) benar, karena untuk n = 1 kita peroleh

$$p(1) = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$p(1) = \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

2. Langkah induksi : misalkan p(n) benar, yaitu mengasumsikan bahwa $1+2+3+\cdots+n=n(n+1)/2$ adalah benar (hipotesis induksi). Maka akan ditunjukkan bahwa p(n+1) juga benar, yaitu

$$1 + 2 + 3 + \dots + n + (n+1) = (n+1)[(n+1)+1]/2$$
 untuk membuktikan ini tunjukkan bahwa

$$1 + 2 + 3 + \dots + n + (n + 1) = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n) + (n + 1)$$

$$= [n(n + 1)/2] + (n + 1)$$

$$= [(n^2 + n)/2] + (n + 1)$$

$$= [(n^2 + n)/2] + [2n + 2)/2]$$

$$= (n^2 + 3n + 2)/2$$

$$= (n + 1)(n + 2)/2$$

$$= (n + 1)(n + 1) + 1/2$$

Karena langkah 1 dan 2 telah terbukti benar, maka untuk semua bilangan bulat positif n, terbukti bahwa untuk semua $n \ge 1$, $1 + 2 + 3 + \cdots + n = n(n + 1)/2$.

II-10



Hak cipta

Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

∃ Metodologi penelitian adalah langkah-langkah yang digunakan penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini untuk mendapatkan bentuk umum invers matriks centrosymmetric bentuk khusus ordo 4x4 berpangkat bilangan bulat positif. Adapun langkah-langkah nya adalah sebagai berikut:

Diberikan matriks centrosymmetric khusus pada Persamaan (1.2)

- 1. Menentukan perpangkatan matriks A_4^2 sampai A_4^{10} .
- 2. Menduga bentuk umum matriks A_4^n berpangkat bilangan bulat positif.
- Membuktikan bentuk umum matriks A_4^n menggunakan induksi matematika.
- Menentukan $|A_4^2|$ sampai $|A_4^{10}|$.
- 5. Menduga bentuk umum $|A_4^n|$ berpangkat bilangan bulat positif.
- 6. Membuktikan bentuk umum $|A_4^n|$ menggunakan pembuktian langsung.
- 7. Menentukan matriks kofaktor dari matriks A_4^2 sampai A_4^{10} yaitu C_4^2 sampai C_4^{10} .
- 8. $\underline{\circ}$ Menduga bentuk umum matriks kofaktor dari matriks A_4^n yaitu C_4^n .
- 9. Membuktikan bentuk umum C_4 ⁿ menggunakan pembuktian langsung.
- 10° Menentukan A_4^{-2} sampai A_4^{-10} .
- 11. Menduga bentuk umum A_4^{-n} .
- 12 Membuktikan bentuk umum A_4^{-n} menggunakan pembuktian $A_4^n A_4^{-n} =$ $\sum_{n=0}^{\infty} A_4^{-n} A_4^n = I.$
- 13 Mengaplikasikan bentuk umum perpangkatan matriks A_4^n , determinan dan Sinvers pada contoh soal. Sultan Syarif Kasim Riau

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Hak cipta

Z

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

BAB V KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab IV tentang Invers Matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4 × 4 pada Matriks (1.2) berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

Bentuk umum dari Matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4 × 4

Bentuk umum dari Matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif dengan n ganjil dan n genap yaitu :

$$A_{4}^{n} = \begin{cases} \begin{bmatrix} a^{n} & \frac{n-1}{2}a^{n} & \frac{n+1}{2}a^{n} & 0\\ 0 & 0 & a^{n} & 0\\ 0 & \frac{a^{n}}{2}a^{n} & \frac{n-1}{2}a^{n} & a^{n} \end{bmatrix}, n & ganjin \\ \begin{bmatrix} a^{n} & \frac{n}{2}a^{n} & \frac{n}{2}a^{n} & 0\\ 0 & a^{n} & 0 & 0\\ 0 & 0 & a^{n} & 0\\ 0 & \frac{n}{2}a^{n} & \frac{n}{2}a^{n} & a^{n} \end{bmatrix}, n & genap \\ \begin{bmatrix} a^{n} & \frac{n}{2}a^{n} & \frac{n}{2}a^{n} & 0\\ 0 & \frac{n}{2}a^{n} & \frac{n}{2}a^{n} & a^{n} \end{bmatrix}, n & genap \end{cases}$$

Bentuk umum dari determinan Matriks *Centrosymmetric* bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif dengan n ganjil dan n genap yaitu :

$$\left|A_4^n\right| = \begin{cases} -a^{4n}, n & \text{ganjil} \\ a^{4n}, n & \text{genap} \end{cases}$$

Bentuk umum Matriks kofaktor dari Matriks Centrosymmetric bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif dengan n ganjil dan n genap yaitu:

V-1



Ha ㅈ

cipta milik UIN Sus

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Bentuk umum dari Invers Matriks Centrosymmetric bentuk khusus ordo 4×4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin dengan n ganjil dan n genap yaitu:

ganjil

0 ganjil 0 0 genap 0

2 Saran

State Islamic Univers

Pada tugas akhir ini penulis membahas Invers Matriks Centrosymmetric bentuk khusus ordo 4 × 4 berpangkat bilangan bulat positif menggunakan adjoin dengan entri bilangan real. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini, disarankan untuk dapat membahas Invers Matriks Centrosymmetric bentuk khusus dengan ordo yang lebih besar.

Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

of Sultan Syarif Kasim R



0

I

0

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., dan Chris R." Dasar-dasar Aljabar Linear Versi Aplikasi Edisi 🛣 kedelapan", Erlangga, Jakarta. 2004.
- Anton, H., dan Chris. R." Elementary Linear Algebra 11th edition". Wiley, Amerika.2013.
- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Aryani, F., dan C. M. Corazon. "Invers Of Tridiagonal Teoplitz Matrix By Adjoin Metdhod". Uin Suska Riau, Pekanbaru.2016.
 - Corazon, C., dan F. Aryani. "Invers Matriks Teoplitz Khusus Menggunakan Metode Adjoin". Jurnal sains matematika dan statistika. Vol 5, No. 1, halaman 58-67, Januari 2019.
 - Khasanah, Nur, dkk. "Analisis Konvergensi dari Komputasi Invers Matriks Centrosymmetric". Prosiding SNMPM undip. halaman 15-19, 2015.
 - Khasanah, Nur, dkk. "The Algorithm of Determinant Centrosymmetric Matrix Based on Lower Hessenberg Form". Conference Series. halaman 1-6, 2017.
 - Khasanah, Nur, dkk. "The Inverse of Centrosymmetric Matrix". Conference Series. halaman 1-6, 2018.
 - Rinaldi, Munir. "Matematika Diskrit". Edisi Revisi kelima. Informatika, Bandung. 2005.
 - Rysfan. "Menentukan Invers Matriks Fldcircr dengan Bentuk Khusus Menggunakan Metode Adjoin". UIN Suska Riau, 2018.
 - Tamasouw, Berny Pebo."Karekteristik Matriks Centro-Simetris". Barekeng. Vol 10, No.2, Hal. 69-76, Desember 2016.
 - Ulfah, Maysarah. "Invers Matriks Tak Negatif Menggunakan Metode Adjoin". UIN Suska Riau, 2017.
 - Xi, Changchang, dan Shujun Yin. "Cellularity of Centrosymmetric Matrix Algebras and Frobenius Axtensions". *Math.RA*. halaman 1-8, Oktober 2019.



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber

Hak c

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Penulis dilahirkan pada tanggal 27 Januari 1998 di Tangerang, sebagai anak ketiga dari empat bersaudara pasangan Bapak Hermanto dan Ibu Ernawita. Penulis menyelesaikan pendidikan formal di taman kanak-kanan 'Aisyah Bustanul Atfhfal pada tahun 2004, Sekolah Dasar Negeri 11 Duri Timur, pada tahun 2010. Pada tahun 2013

penulis menyelesaikan Pendidikan di Sekolah Menengah Pertama Negeri 3 Kecamatan Mandau,Bengkalis dan menyelesaikan Pendidikan Menengah Atas Negeri 2 Mandau tahun 2016 dengan jurusan Ilmu Pengetahuan Alam (IPA). Pada tahun 2016 penulis melanjutkan pendidikan ke Perguruan Tinggi di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Fakultas Sains dan Teknologi dengan Jurusan Matematika.

Pada tahun 2016, tepatnya pada semester VI penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Ketahanan Pangan Provinsi Riau dengan judul "Analisis Hubungan Antara Produksi Pangan Dengan Ketersediaan Pangan Provinsi Riau Menggunakan Regresi Linear Sederhana" yang dibimbing oleh Ibu Irma Suryani, M.Sc dari tanggal 21 Januari sampai 22 Februari 2019 dan diseminarkan pada tanggal 24 Juni 2019. Selanjutnya pada tahun yang sama penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Kelurahan Muara Lembu Kecamatan Singingi Kabupaten Kuantan Singingi.

Pada tanggal 23 juni 2020 penulis dinyatakan lulus dalam ujian sarjana dengan judul tugas akhir "Invers Matriks Centrosymmetric Bentuk Khusus Ordo 4 × 4 Berpangkat Bilangan Bulat Positif menggunakan Adjoin" di bawah bimbingan Ibuk Ade Novia Rahma, S.pd,M.Mat.

Saltan Syarif Kasim Riau